Université Lille1 Sciences et Technologies

Info 204 - ASD

2009–2010

# TD2 : résolution des équations de récurrence

---

**Exercice 1 : Méthode de l'arbre récursif**

Résoudre :

1. $c(n) = 2c(n-1) + 2c(n-2)$
2. $c(n) = 4c(\frac{n}{2}) + n$

**Exercice 2 : Equations de récurrences linéaires**

Résoudre :

1. $c(n) = 3c(n-1) + 2$, $c(0) = 0$
2. $c(n) = 2c(n-1) + c(n-2)$, $c(1) = c(0) = 1$
3. $c(n) = 4c(n-1) - 4c(n-2)$, $c(0) = 1$, $c(1) = 6$
4. $c(n) = 5c(n-1) - 8c(n-2) + 4c(n-3)+$, $c(1) = 3$, $c(2) = 11$, $c(3) = 31$

**Exercice 3 : Equations de partition**

Résoudre :

1. $c(n) = 4c(\frac{n}{2}) + n$
2. $c(n) = 4c(\frac{n}{2}) + n^2$
3. $c(n) = 4c(\frac{n}{2}) + n^3$
4. $c(n) = 4c(\frac{n}{2}) + n^2 \log n$

**Exercice 4 : Autour de Fibonacci**

On rappelle l'équation récursive bien connue de Fibonacci :

$$\begin{cases} f(1) & = & 1 \\ f(2) & = & 1 \\ f(n) & = & f(n-1) + f(n-2), n > 1 \end{cases}$$

**Q 4.1** Donner l'équation de récurrence $c(n)$ mesurant le nombre d'appels récursifs nécessaires au calcul de $f(n)$

**Q 4.2** Montrer que $c(n) \geq 1 + 2c(n-2)$.

**Q 4.3** En déduire que $c(n) = \Omega(2^{\frac{n}{2}})$.

**Q 4.4** Montrez que $c(n) \leq 1 + 2c(n-1)$.

**Q 4.5** En déduire que $c(n) = \mathcal{O}(2^n)$.

**Q 4.6** Resoudre directement l'équation de récurrence $c(n)$.

**Exercice 5 : Un peu plus dur**

Résoudre l'équation

$$c(n) = 2c(\sqrt{n}) + \log n$$

(cela nécessitera deux changements de variable).