3-1. On considère la grammaire algébrique G = (X, V, A,R) avec X = {a, b},V = {A, S} et R = {A → aSb | aA, S → aaS | aa}. Donner un automate reconnaissant L(G).

3-2. On considère la grammaire algébrique G = (X, V, A, P) avec X = {a, b},V = {A} et P = {A → aAb | AA | bAa | ε}.

Question 1 Tout mot de L(G) commençant par a se termine-t-il par b ?

Question 2 Donner une dérivation dans G permettant d'engendrer le mot aabbbaab à partir de l'axiome A.

Question 3 Que vaut le langage L(G) ? Justifier.

3-3. Calculer l'automate minimal équivalent (au sens des langages) `a l'automate suivant :
Q = {a, b, c, d, e, f, g, h}, Σ = {0, 1}, Q_0 = a, F = d, Δ est donnée par la table :

	a	b	c	d	e	f	g	h
0	b	a	d	d	d	g	f	g
1	a	c	b	a	f	e	g	d

3-4. Soit l'automate suivant : Q = {0, 1, 2, 3, 4}, Σ = {a, b}, Q_0 = 0, F = {4} où la relation de transition Δ est décrite par le tableau suivant :

	0	1	2	3	4
ε	1,3		4		
a		2		4	
b			1		3

Eliminez les ε -transitions, déterminisez l'automate obtenu et enfin minimisez le.

3-5. Même question sur l'automate : Q = {0, 1, 2, 3, 4}, Σ = {a, b}, Q_0 = 0, F = {4} où la relation de transition Δ est décrite par le tableau suivant :

	0	1	2	3	4
ε	1,3	3	1		3
a		2			
b			4		

3-6. Expressions arithmétiques

(a) Soit la grammaire

$$\begin{cases} E \to E + E \\ E \to E * E \\ E \to \text{nombre} \end{cases}$$

Donner un arbre de dérivation pour les mots 3+4+5 et 1+3*2. Conclusion ?

(b) Soit la grammaire

$$\begin{cases} E \to E + T | T \\ T \to T * F | F \\ F \to \text{nombre} \end{cases}$$

Donner un arbre de dérivation pour les mots 3+4+5, 1+3*2 et 2+3*4+5. Conclusion ?

.

3-7. Expressions booléennes

(a)

Soit la grammaire suivante des expressions booléennes

$$A \to A \text{ ou } A | A \text{ et } A | \text{ non } A | (A) | \text{ vrai } | \text{ faux}$$

Donner un arbre de dérivation pour le mot : `non vrai ou faux et vrai`. Conclusion ?

(b) Soit la grammaire suivante des expressions booléennes

$$\begin{cases} A \to A \text{ ou } B | B \\ B \to B \text{ et } C | C \\ C \to \text{ non } C | (A) | \text{ vrai } | \text{ faux} \end{cases}$$

Donner un arbre de dérivation du mot : `non vrai ou faux et vrai`. Conclusion ?

Définitions

Soit $G = (V_t, V_n, Z, P)$ une grammaire hors-contexte. On définit les notions suivantes :

– soit $\alpha \in (V_t \cup V_n)*$, le prédicat **Vide**($\alpha$) vaut vrai ssi ε peut être dérivé de α par G :

$$\textbf{Vide}(\alpha) \equiv \alpha \Rightarrow^*_G \varepsilon$$

– soit $X \to u_1.u_2 \ldots u_n$ une règle de P, avec $u_i \in (V_t \cup V_n)$. **Directeurs**($X \to u_1.u_2 \ldots u_n$) est l'ensemble des symboles terminaux qui peuvent débuter une dérivation par cette règle :

$$\textbf{Directeurs}(X \to u_1.u_2 \ldots u_n) = (\bigcup_{i \in V_i} \textbf{Premiers}(u_i)) \cup (\text{si } \textbf{Vide}(u_1 \ldots u_n) \text{ alors } \textbf{Suivants}(X) \text{ sinon } \emptyset)$$

avec $V_i = \{i \mid \textbf{Vide}(u_1 \ldots u_{i-1})\}$.

Une grammaire hors-contexte $G = (V_t, V_n, Z, P)$ est dite *LL(1)* si et seulement si l'ensemble des règles de P définissant un même symbole non-terminal ont des directeurs disjoints :

$$\forall X \in Vt.\ \forall X \to \alpha, X \to \beta \in P.\ \textbf{Directeur}(X \to \alpha) \cap \textbf{Directeur}(X \to \beta) = \emptyset$$

3-8. Calculer Premier, suivant, vide (on dit aussi annulable) et directeur pour

$$\begin{cases} S \to ABC \\ A \to aA | \varepsilon \\ B \to bB | cB | \varepsilon \\ C \to dc | da | dA \end{cases}$$

3-9. Calculer Premier et suivant vide et directeur pour

S → aSb | cd | SAe
A → aAdB | ε
B → bb

3-10. Listes à la Lisp

On s'intéresse à la grammaire suivante G d'axiome L, de terminaux {a, (,)}, décrivant des listes à la Lisp (L signifie ((liste)) et S signifie ((suite d'éléments))) :

L → (S) | a
S → L S | ε

On donne pour cette grammaire la table d'analyse suivante : (# marqueur de fin)

	(	a	)	#
L	L → (S)	L→A		
S	S→LS	S→LS	S→ ε	

Soit m le mot (a()).
Donner la suite des piles résultant de l'analyse de m par l'automate LL(1) associé à G. Construireen même temps l'arbre syntaxique et la dérivation gauche pour m.

3-7 Soit la grammaire suivante (légèrement alambiquée) d'axiome S et de terminaux {a, b, e, d, f} :

S → ABC | DAD
A → aA | ε
B → bB | ε
C → eC | ε
D → dD | f

Construire la table d'analyse de cette grammaire et montrer qu'elle est LL(1).