

Examen d'option informatique

Janvier 1998

Durée 1 heure. Documents autorisés.

Préambule : *Les questions qui suivent sont dans une grande mesure indépendantes les unes des autres.*

Sur l'île de Mias en mer d'Ustl, une station météorologique entièrement automatisée effectue diverses mesures toutes les heures. En particulier une girouette permet de mesurer la direction du vent.

Pour simplifier nous supposons que la girouette ne détecte que huit directions (en réalité, elle est beaucoup plus précise bien entendu !).

FIG. 1 – Les huit directions de la girouette

Nous supposons ces huit directions numérotées de 0 à 7, en commençant par **N** et en les parcourant dans le sens des aiguilles d'une montre.

Ces huit directions sont repérées par la girouette à l'aide d'un dispositif électro-mécanique qui renvoie un code binaire.

Pour des raisons techniques, on préfère le codage de Gray, au codage binaire ordinaire. Le codage de Gray est un codage binaire de longueur fixe qui code 0 en 0, mais, à la différence du codage binaire ordinaire, les codes de deux entiers consécutifs ne diffèrent que d'un seul bit : on obtient le code de l'entier $n + 1$ à partir de celui de n en inversant le bit le plus à droite tel que l'on n'obtienne pas le code d'un entier plus petit.

Q 1 . Donnez le codage de Gray sur trois bits pour les entiers de 0 à 7.

Toutes les mesures effectuées par la girouette sont stockées dans un fichier.

Q 2 . Quelle est la taille (en bits) d'un fichier contenant une année de mesures représentées à l'aide du codage de Gray ?

En fait l'île de Mias est majoritairement soumise à des vents d'ouest, comme le montre le tableau ci-dessous qui donne la fréquence pour chaque direction :

N	NE	E	SE	S	SO	O	NO
6%	3%	1%	4%	8%	19%	35%	24%

TAB. 1 – Fréquence des vents

Q 3 . Dans le but d'économiser de la place, peut-on coder **O** sur deux bits, **E** sur quatre bits et toutes les autres directions sur trois bits ?

Q 4 . Déterminez un codage binaire préfixe optimal pour ces fréquences. Puis calculez la taille approximative (en bits) du fichier contenant une année de mesures.

Ces données peuvent être téléchargées par quiconque s'y intéresse. Le transfert se fait le plus souvent par ligne téléphonique. Les lignes téléphoniques sont bruitées (par l'orage par exemple). On supposera qu'elles forment des canaux binaires symétriques sans mémoire sur lesquels la probabilité qu'un bit se transforme vaut $p = \frac{1}{1000}$.

Q 5 . Estimez la probabilité qu'aucune erreur ne survienne lors de la transmission du fichier de la question 4.

Q 6 . Proposez un codage 1-correcteur des blocs de trois bits le plus compact possible.