

Examen d'option informatique

Janvier 1999

Durée 1 heure. Documents autorisés

Sujet supplémentaire

Exercice 1 : *Codage déchiffrable*

Quelles sont les conditions que doivent vérifier les entiers positifs p et q pour que le codage suivant soit déchiffrable ?

$$c(a) = a \quad c(b) = b^p a \quad c(c) = b^q$$

Exercice 2 : *Fichier à compresser*

Un fichier sur disque est constitué de 12000 bits. On s'aperçoit qu'il contient beaucoup plus de 1 que de 0 et on souhaite le compresser. Pour cela on le décompose en 3000 mots de 4 bits et on constate qu'il y a alors :

- $x = 1200$ mots de la forme 1111,
- $y = 300$ mots pour chacun des quatre motifs ne contenant qu'un seul 0 (0111, 1011, 1101, 1110),
- $z = 100$ mots pour chacun des six motifs contenant deux 0 (0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100),
- aucun mot contenant plus de deux 0.

Q 1. Comment coder ces 11 motifs pour obtenir une compression maximale ? Quelle est alors la taille en bits du fichier ainsi comprimé ?

Q 2. On suppose dans cette question que les quantités x , y et z sont quelconques mais vérifient les inégalités

$$z < y < x$$

Quelles conditions doivent vérifier x , y et z pour que le codage obtenu à la question précédente soit encore un codage optimal ?

Exercice 3 : *Détection et correction d'erreurs* On considère le codage des mots de 4 bits en des mots de huit bits suivant :

$$c : \quad \mathbb{F}_2^4 \quad \longrightarrow \quad \mathbb{F}_2^8 \\ \langle b_1, b_2, b_3, b_4 \rangle \quad \longmapsto \quad \langle b_1, b_2, b_3, b_4, b_1 \oplus b_2, b_3 \oplus b_4, b_1 \oplus b_3, b_2 \oplus b_4 \rangle$$

Q 1. Calculez $c(\langle 0, 0, 0, 0 \rangle)$, $c(\langle 0, 1, 0, 0 \rangle)$, $c(\langle 1, 0, 1, 1 \rangle)$.

Q 2. u et v étant deux mots quelconques de 4 bits, exprimez $c(u \oplus v)$ en fonction de $c(u)$ et $c(v)$. Ce codage est-il linéaire ?

Q 3. Quelle est la distance minimale de ce code ? En déduire ces capacités de détection et de correction d'erreurs.