UE ELFE - Programmation Logique

Mise sous forme de clauses (forme normale conjonctive)

"*le fait d'être une brique impose trois choses : en premier, une brique est posée sur quelque chose qui n'est pas une pyramide ; ensuite, il est impossivle qu'une brique se trouve sur un objet et cet objet sur la brique ; et enfin, il n'existe rien qui ne soit pas une brique et qui soit identique à une brique.*" [Winston88]

$$\begin{array}{rll} \forall X[brique(X) \rightarrow & (& \exists Y[sur(X,Y) \wedge \neg pyramide(Y)] \\ & \wedge & \neg\exists Y[sur(X,Y) \wedge sur(Y,X)] \\ & \wedge & \forall Y[\neg brique(Y) \Rightarrow \neg egal(X,Y)])] \end{array}$$

- **élimination des implications**

$$\begin{array}{rll} \forall X[\neg brique(X) \vee & (& \exists Y[sur(X,Y) \wedge \neg pyramide(Y)] \\ & \wedge & \neg\exists Y[sur(X,Y) \wedge sur(Y,X)] \\ & \wedge & \forall Y[\neg(\neg brique(Y)) \vee \neg egal(X,Y)])] \end{array}$$

- **déplacement des négations "vers l'intérieur"**

$$\begin{array}{rll} \forall X[\neg brique(X) \vee & (& \exists Y[sur(X,Y) \wedge \neg pyramide(Y)] \\ & \wedge & \forall Y[\neg sur(X,Y) \vee \neg sur(Y,X)] \\ & \wedge & \forall Y[brique(Y) \vee \neg egal(X,Y)])] \end{array}$$

- **Skolémisation** introduction de $S(= f(X))$ variable de skolémisation

$$\begin{array}{rll} \forall X[\neg brique(X) \vee & (& (sur(X,f(X)) \wedge \neg pyramide(f(X))) \\ & \wedge & \forall Y[\neg sur(X,Y) \vee \neg sur(Y,X)] \\ & \wedge & \forall Y[brique(Y) \vee \neg egal(X,Y)])] \end{array}$$

- **mise sous forme prénexe** (après renommage)

$$\begin{array}{rll} \forall X \forall Y \forall Z[\neg brique(X) \vee & (& (sur(X,f(X)) \wedge \neg pyramide(f(X))) \\ & \wedge & (\neg sur(X,Y) \vee \neg sur(Y,X)) \\ & \wedge & (brique(Z) \vee \neg egal(X,Z)))] \end{array}$$

- **Distribuer le $\wedge$ sur le $\vee$**

$$\begin{array}{rl} \forall X \forall Y \forall Z[& (\neg brique(X) \vee sur(X,f(X))) \\ \wedge & (\neg brique(X) \vee \neg pyramide(f(X))) \\ \wedge & (\neg brique(X) \vee \neg sur(X,Y) \vee \neg sur(Y,X)) \\ \wedge & (\neg brique(X) \vee brique(Z) \vee \neg egal(X,Z))] \end{array}$$

- **supprimer les conjonctions**

$$\begin{array}{rl} \forall X & [\neg brique(X) \vee sur(X,f(X))] \\ \forall W & [\neg brique(W) \vee \neg pyramide(f(W))] \\ \forall U \forall Y & [\neg brique(U) \vee \neg sur(U,Y) \vee \neg sur(Y,U)] \\ \forall V \forall Z & [\neg brique(V) \vee \neg brique(Z) \vee \neg egal(V,Z)] \end{array}$$

- **suppression des quantificateurs universels**

$$\begin{array}{l} [\neg brique(X) \vee sur(X,f(X))] \\ [\neg brique(W) \vee \neg pyramide(f(W))] \\ [\neg brique(U) \vee \neg sur(U,Y) \vee \neg sur(Y,U)] \\ [\neg brique(V) \vee \neg brique(Z) \vee \neg egal(V,Z)] \end{array}$$