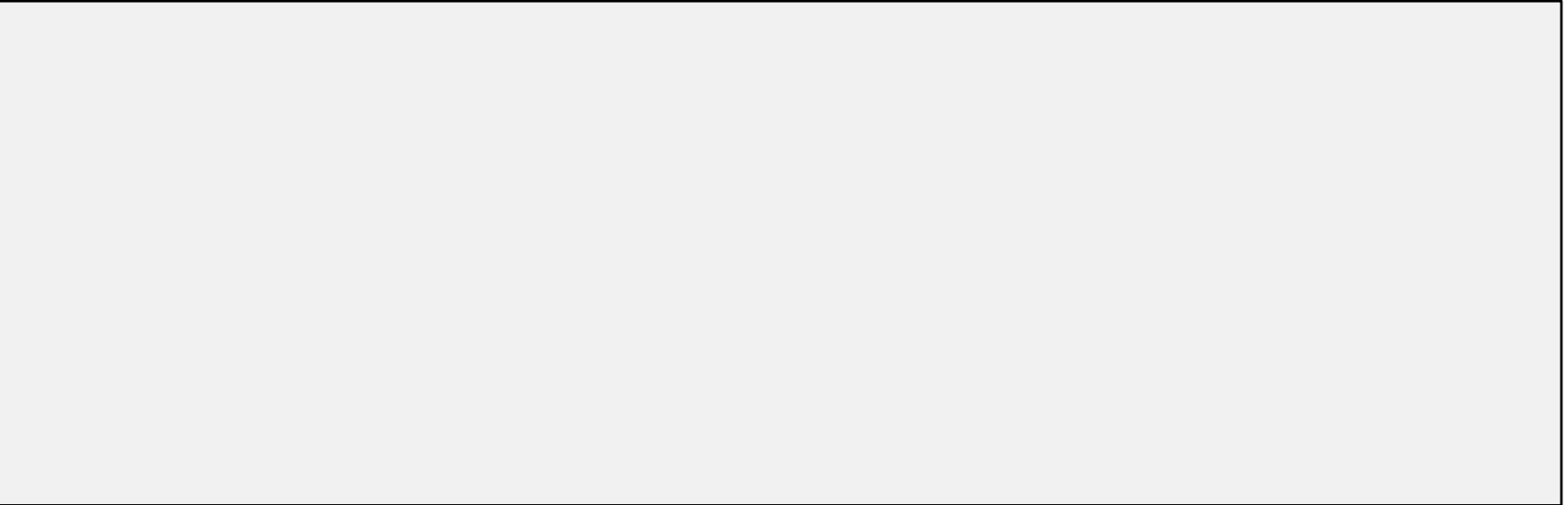


Cours 4: Listes

- Sujets:
 - **solution** de l'exo add/3
 - Introduire les **listes**, une structure de données récursive fréquemment utilisée dans la programmation Prolog
 - Définir le prédicat **member/2**, un outil élémentaire pour la manipulation de listes en Prolog
 - Illustrer l'idée de **traverser** des listes de manière récursive
 - **l'arithmétique** en Prolog, le prédicat is/2

Addition



```
?- add(succ(succ(0)),succ(succ(succ(0))), Resultat).  
Resultat=succ(succ(succ(succ(succ(0)))))  
true.
```

Addition

add(0,X,X).

%%% clause de base

?- add(succ(succ(0)),succ(succ(succ(0))), Resultat).
Resultat=succ(succ(succ(succ(succ(0)))))
true.

Addition

```
add(0,X,X).
```

%%% clause de base

```
add(succ(X) , Y , succ(Z))  
:- add(X,Y,Z).
```

%%% clause récurrente

```
?- add(succ(succ(0)),succ(succ(succ(0))), Resultat).  
Resultat=succ(succ(succ(succ(succ(0)))))  
true.
```

Listes

- Une liste est une **séquence finie d'éléments**
- Exemples de listes en Prolog:

[mia, vincent, jules, yolanda]

[mia, voleur(lapin), X, 2, mia]

[]

[mia, [vincent, jules], [butch, ami(butch)]]

[[], mort(z), [2, [b,c]], [], Z, [2, [b,c]]]

Syntaxe

- Une liste est **encadrées** par des **[crochets]**
- Les éléments d'une listes sont séparés par des **virgules**
- La **longueur** d'une liste est son nombre d'éléments
- Une liste peut contenir toute sorte de termes Prolog
- Une liste remarquable: **la liste vide []**

Head-tête Tail-queue



Head-tête Tail-queue



HEAD

Head-tête Tail-queue



TAIL

HEAD

Head & Tail

- Une liste non vide est constituée de deux parties:
 - sa tête (*head*)
 - sa queue (*tail*)
- La tête d'une liste est son **premier élément**
- La queue est **tout ce qui suit**.
 - La queue est ce qui reste après avoir éliminé le premier élément d'une liste
 - **Toute queue de liste est une liste**

Head & Tail Example 1

- [mia, vincent, jules, yolanda]

Head:

Tail:

Head & Tail Example 1

- [mia, vincent, jules, yolanda]

Head: mia

Tail:

Head & Tail Example 1

- [mia, vincent, jules, yolanda]

Head: mia

Tail: [vincent, jules, yolanda]

Head & Tail Example 2

- $[[], \text{dead}(z), [2, [b,c]], [], Z, [2, [b,c]]]$

Head:

Tail:

Head & Tail Example 2

- `[[], dead(z), [2, [b,c]], [], Z, [2, [b,c]]]`

Head: `[]`

Tail:

Head & Tail Example 2

- `[[], dead(z), [2, [b,c]], [], Z, [2, [b,c]]]`

Head: `[]`

Tail: `[dead(z), [2, [b,c]], [], Z, [2, [b,c]]]`

Head & Tail Example 3

- `[dead(z)]`

Head:

Tail:

Head & Tail Example 3

- [dead(z)]

Head: dead(z)

Tail:

Head & Tail Example 3

- [dead(z)]

Head: dead(z)

Tail: []

La liste vide

- La liste vide n'a ni tête, ni queue
- En Prolog, [] est une liste simple spéciale sans aucune structure interne
- La liste vide joue un rôle central dans les **prédicats récurrents** pour listes en Prolog: elle est typiquement utilisée pour **la clause de base**.

L'opérateur |

- Permet de **décomposer** une liste en tête et queue.
- Joue un rôle central dans la définition de prédicats pour la manipulation de listes en Prolog: dans la **clause récurrente**.

L'opérateur |

```
?- [Head|Tail] = [mia, vincent, jules, yolanda].
```

```
Head = mia
```

```
Tail = [vincent,jules,yolanda]
```

```
true.
```

```
?-
```

L'opérateur |

?- [X|Y] = [mia, vincent, jules, yolanda].

X = mia

Y = [vincent,jules,yolanda]

true.

?-

L'opérateur |

?- [X|Y] = [].

false.

?-

L'opérateur |

```
?- [X,Y|Tail] = [[ ], dead(z), [2, [b,c]], [ ], Z, [2, [b,c]]] .
```

```
X = [ ]
```

```
Y = dead(z)
```

```
Z = _4543
```

```
Tail = [[2, [b,c]], [ ], Z, [2, [b,c]]]
```

```
true.
```

```
?-
```

Exercise 4.1 de LPN

1. $[a, b, c, d] = [a, [b, c, d]]$.

2. $[a, b, c, d] = [a | [b, c, d]]$.

3. $[a, b, c, d] = [a, b, [c, d]]$.

4. $[a, b, c, d] = [a, b | [c, d]]$.

5. $[a, b, c, d] = [a, b, c, [d]]$.

6. $[a, b, c, d] = [a, b, c | [d]]$.

7. $[a, b, c, d] = [a, b, c, d, []]$.

8. $[a, b, c, d] = [a, b, c, d | []]$.

9. $[] = _$.

10. $[] = [_]$.

11. $[] = [_ | []]$.

Member

- Comment déterminer si **une liste contient un certain élément?**
- Définissons un prédicat qui, pour un terme X et une liste L , détermine si X est contenu dans L .
- Ce prédicat s'appelle d'habitude **member/2**

member/2

```
member(X,[X|T]).
```

```
member(X,[H|T]) :- member(X,T).
```

```
?-
```

member/2

```
member(X,[X|T]).
```

```
member(X,[H|T]) :- member(X,T).
```

```
?- member(yolanda,[yolanda,trudy,vincent,jules]).
```

member/2

```
member(X,[X|T]).
```

```
member(X,[H|T]) :- member(X,T).
```

```
?- member(yolanda,[yolanda,trudy,vincent,jules]).
```

```
true.
```

```
?-
```

member/2

```
member(X,[X|T]).  
member(X,[H|T]) :- member(X,T).
```

```
?- member(vincent,[yolanda,trudy,vincent,jules]).
```

member/2

```
member(X,[X|T]).  
member(X,[H|T]) :- member(X,T).
```

```
?- member(vincent,[yolanda,trudy,vincent,jules]).  
true.  
?-
```


member/2

```
member(X,[X|T]).
```

```
member(X,[H|T]) :- member(X,T).
```

```
?- member(zed,[yolanda,trudy,vincent,jules]).
```

member/2

```
member(X,[X|T]).  
member(X,[H|T]) :- member(X,T).
```

```
?- member(zed,[yolanda,trudy,vincent,jules]).  
false.  
?-
```

member/2

```
member(X,[X|T]).  
member(X,[H|T]) :- member(X,T).
```

```
?- member(X,[yolanda,trudy,vincent,jules]).
```

member/2

```
member(X,[X|T]).  
member(X,[H|T]) :- member(X,T).
```

```
?- member(X,[yolanda,trudy,vincent,jules]).  
X = yolanda;  
X = trudy;  
X = vincent;  
X = jules;  
false.
```

member/2 reformulé

```
member(X,[X| _]).  
member(X,[ _ | T]) :- member(X,T).
```

Requêtes

```
member( X , [ X | _ ] ).  
member( X , [ _ | T ] ) :- member( X , T ).
```

```
?- member(a,[c,b,a,y]).  
true.  
?- member(x,[a,b,c]).  
false.
```

Exo: construisez les arbres de résolution!

Arbre 1

```
?- member(a,[c,b,a,y]).  
  |  
?- member(a,[b,a,y])  
  |  
?- member(a,[a,y])  
  |  
true
```

unifie avec premier prédicat

Arbre 2

```
?- member(x,[a,b,c]).  
  |  
?- member(x,[b,c]).  
  |  
?- member(x,[c]).  
  |  
?- member(x,[]).  
  |  
fail
```

n'unifie avec aucun prédicat

Requête avec variable

```
member(X, [ X | _ ] ).  
member(X, [ _ | T ] ) :- member(X,T).
```

```
?- member(Y,[a,b,c]).
```

```
Y = a ;
```

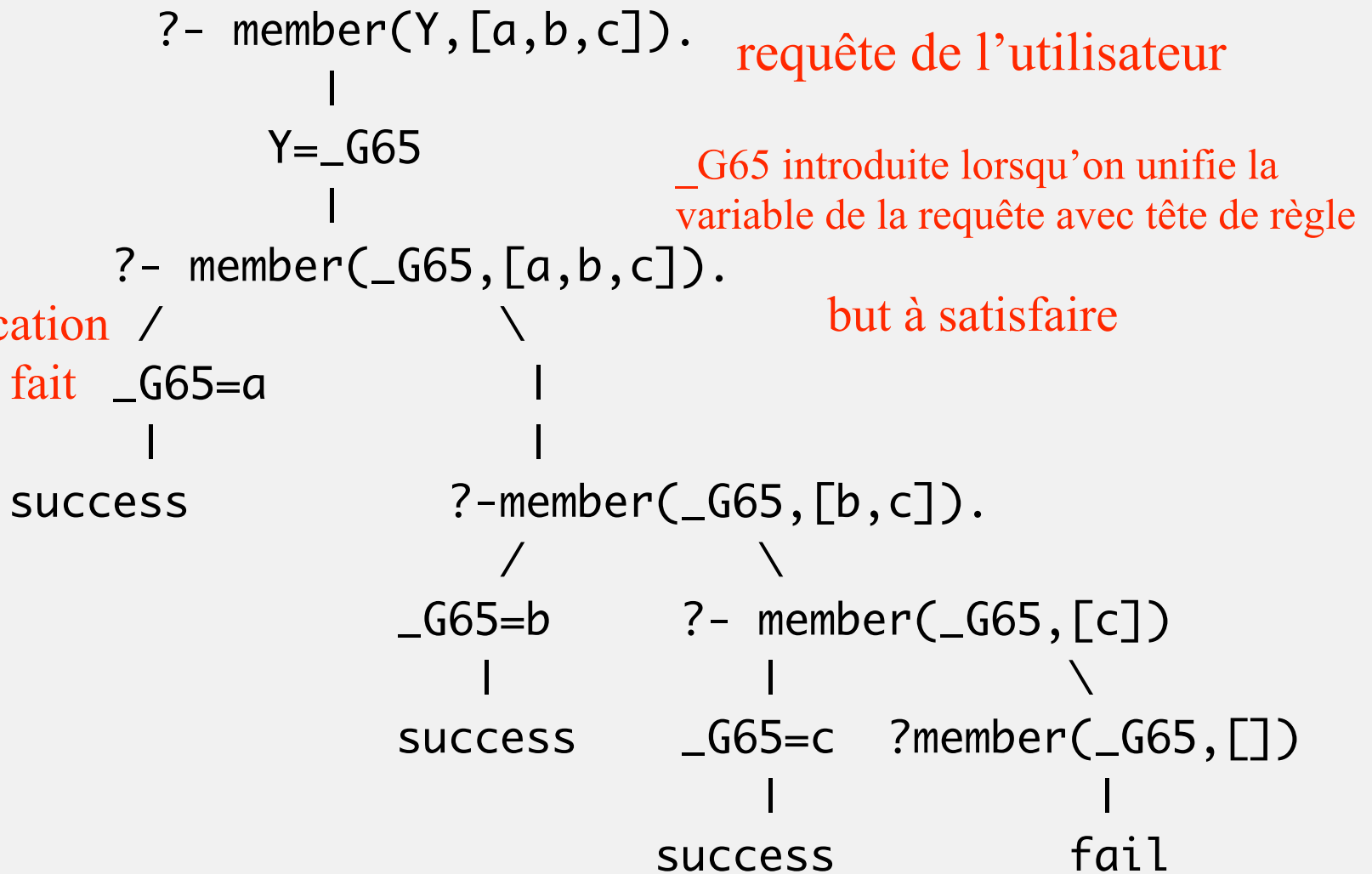
```
Y = b;
```

```
Y = c;
```

```
false.
```

% utilisateur force retour en arrière
% après premier succès

Arbre



Récurrance sur listes

- Le principe du prédicat member/2 est de **traverser** une liste de manière **récurrente**
 - faire quelque chose avec la **tête**, puis
 - continuer a faire la même chose avec la **queue** de la liste, **etc.**
- Cette technique est très fréquente en Prolog, la maîtriser est essentiel.
- Regardons un autre exemple!

Exemple: a2b/2

- Le prédicat a2b/2 prend deux listes et réussit si
 - le premier argument est une liste d'*a*s
 - le deuxième argument est une liste de *b*s de la même longueur.

```
?- a2b([a,a,a,a],[b,b,b,b]).
```

```
true.
```

```
?- a2b([a,a,a,a],[b,b,b]).
```

```
false.
```

```
?- a2b([a,c,a,a],[b,b,b,t]).
```

```
false.
```

Définir a2b/2: étape 1

```
a2b( [], [] ).
```

- Souvent, le meilleur moyen de résoudre de tels problèmes est de commencer par le cas le plus simple possible.
- Ici: la liste vide

Définir a2b/2: étape 2

```
a2b( [ ] , [ ] ).
```

```
a2b( [a | L1 ] , [ b | L2 ] ) :- a2b( L1 , L2 ).
```

- Maintenant, penser récursivement!
- Quand a2b/2 décidera-t-il que deux listes non vides ne contiennent que des a et bs, et ont la même longueur?

Tester a2b/2

`a2b([] , []).`

`a2b([a | L1] , [b | L2]) :- a2b(L1 , L2).`

`?- a2b([a,a,a],[b,b,b]).`

`true.`

`?-`

Tester a2b/2

`a2b([] , []).`

`a2b([a | L1] , [b | L2]) :- a2b(L1 , L2).`

`?- a2b([a,a,a,a],[b,b,b]).`

`false.`

`?-`

Tester a2b/2

$a2b([], []).$

$a2b([a | L1], [b | L2]) :- a2b(L1, L2).$

?- $a2b([a,t,a,a],[b,b,b,c]).$

false.

?-

Générer avec a2b/2

a2b([] , []).

a2b([a | L1] , [b | L2]) :- a2b(L1 , L2).

?- a2b([a,a,a,a,a], X).

X = [b,b,b,b,b]

true.

?-

Générer avec a2b/2

a2b([] , []).

a2b([a | L1] , [b | L2]) :- a2b(L1 , L2).

?- a2b(X,[b,b,b,b,b,b,b]).

X = [a,a,a,a,a,a,a]

true.

?-

Arithmétique en Prolog

- Prolog fournit quelques outils simples pour l'arithmétique
- Entiers et nombres réels

Arithmétique

$$2 + 3 = 5$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$5 - 3 = 2$$

$$3 - 5 = -2$$

$$4 : 2 = 2$$

1 is the remainder when 7 is
divided by 2

Prolog

?- 5 is 2+3.

?- 12 is 3*4.

?- 2 is 5-3.

?- -2 is 3-5.

?- 2 is 4/2.

?- 1 is mod(7,2).

Exemples de requêtes

?- 10 is 5+5.

true.

?- 4 is 2+3.

false.

?- X is 3 * 4.

X=12

true.

?- R is mod(7,2).

R=1

true.

Définir des prédicats arithmétiques

```
ajoute_3_et_double(X, Y):-  
    Y is (X+3) * 2.
```

Définir des prédicats arithmétiques

```
ajoute_3_et_double(X, Y):-  
    Y is (X+3) * 2.
```

```
?- ajoute_3_et_double(1,X).  
X=8  
true.
```

```
?- ajoute_3_et_double(2,X).  
X=10  
true.
```

Vu de plus près

- Il faut comprendre que $+$, $-$, $/$ et $*$ **ne font pas d'arithmétique**
- Les expressions comme $3+2$, $4-7$, $5/5$ sont des **termes simples**
 - Foncteurs: $+$, $-$, $/$, $*$
 - Arité: 2
 - Arguments: entiers

Vu de plus près

?- $X = 3 + 2$.

Vu de plus près

```
?- X = 3 + 2.
```

```
X = 3+2           % notez: le terme 3+2 n'est pas évalué!!
```

```
true.
```

```
?-
```

Vu de plus près

?- $X = 3 + 2$.

$X = 3 + 2$

true.

?- $3 + 2 = X$.

Vu de plus près

?- $X = 3 + 2$.

$X = 3+2$

true.

?- $3 + 2 = X$. % l'opérateur d'unification = est commutatif!

$X = 3+2$

true.

?-

Le prédicat is/2

is(-Nombre, +Expr)

- Pour forcer Prolog à **évaluer** les expressions arithmétiques on doit utiliser **is** comme nous l'avons fait ici.
- Ceci fait **quitter le mode de raisonnement habituel de Prolog**
- Pas surprenant qu'il y ait des **restrictions** à cette capacité d'évaluation!

Le prédicat is/2

?- X is 3 + 2.

Le prédicat is/2

```
?- X is 3 + 2.
```

```
X = 5
```

```
true.
```

```
?-
```

Le prédicat is/2

```
?- X is 3 + 2.
```

```
X = 5
```

```
true.
```

```
?- 3 + 2 is X.
```


Le prédicat is/2

```
?- X is 3 + 2.
```

```
X = 5
```

```
true.
```

```
?- 3 + 2 is X.
```

```
ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated
```

```
?-
```

Le prédicat is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

true.

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?- Result is 2+2+2+2+2.

Le prédicat is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

true.

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?- Result is 2+2+2+2+2.

Result = 10

true.

?-

Le prédicat is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

true.

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?- Result is 2+2+2+2+2.

Result = 10

true.

Le prédicat is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

true.

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?- 2+2 is 4.

Le prédicat is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

true.

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?- 2+2 is 4.

false.

Le prédicat is/2

?- X is 3 + 2.

X = 5

true.

?- 3 + 2 is X.

ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated

?- 2+2 is 4.

false.

?- ajoute_3_et_double(X,12).

Le prédicat is/2

```
?- X is 3 + 2.
```

```
X = 5
```

```
true.
```

```
?- 3 + 2 is X.
```

```
ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated
```

```
?- 2+2 is 4.
```

```
false.
```

```
?- ajoute_3_et_double(A,12).
```

```
ERROR: is/2: Arguments are not sufficiently instantiated
```

```
% ajoute_3_et_double(X, Y):- Y is (X+3) * 2.
```


Le prédicat is/2

- Deux dernières remarques sur les expressions arithmétiques
 - $3+2$, $4/2$, $4-5$ sont des termes Prolog simples avec une notation commode:
 $3+2$ est en réalité **$+(3,2)$** etc.
 - Le prédicat **is** est un **prédicat Prolog à deux arguments**

is(-Nombre, +Expr)

```
?- is(X,+(3,2)).  
X = 5  
true.
```

Restrictions d'utilisation de is/2

- Les expressions à droite de **is** *peuvent* contenir des *variables*
- Mais *quand Prolog les évalue*, ces variables doivent être *instanciées* par un terme Prolog
 - sans variables
 - représentant une expression arithmétique

Modes de passage d'arguments

swiprolog help:

- + Argument must be **fully instantiated** to a term that satisfies the required argument type. Think of the argument as input.
- Argument must be **unbound**. Think of the argument as output.
- ? Argument must be bound to a partial term of the indicated type. Note that a variable is a partial term for any type. Think of the argument as either input or output or both input and output.

is(-Nombre, +Expr)

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

1. `X = 3*4.`

2. `X is 3*4.`

3. `4 is X.`

4. `X = Y.`

5. `3 is 1+2.`

6. `3 is +(1,2).`

7. `3 is X+2.`

8. `X is 1+2.`

9. `1+2 is 1+2.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

1. `X = 3*4.`

1. `X = 3*4.` Variable X est instantiée avec le terme complexe `3*4`.

2. `X is 3*4.`

3. `4 is X.`

4. `X = Y.`

5. `3 is 1+2.`

6. `3 is +(1,2).`

7. `3 is X+2.`

8. `X is 1+2.`

9. `1+2 is 1+2.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

1. `X = 3*4.`

2. `X is 3*4.`

3. `4 is X.`

4. `X = Y.`

5. `3 is 1+2.`

6. `3 is +(1,2).`

7. `3 is X+2.`

8. `X is 1+2.`

9. `1+2 is 1+2.`

1. `X = 3*4.` Variable X est instantiée avec le terme complexe `3*4`.

2. `X = 12.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

1. `X = 3*4.`

2. `X is 3*4.`

3. `4 is X.`

4. `X = Y.`

5. `3 is 1+2.`

6. `3 is +(1,2).`

7. `3 is X+2.`

8. `X is 1+2.`

9. `1+2 is 1+2.`

1. `X = 3*4.` Variable X est instantiée avec le terme complexe `3*4`.

2. `X = 12.`

3. `ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

1. `X = 3*4.`

2. `X is 3*4.`

3. `4 is X.`

4. `X = Y.`

5. `3 is 1+2.`

6. `3 is +(1,2).`

7. `3 is X+2.`

8. `X is 1+2.`

9. `1+2 is 1+2.`

1. `X = 3*4.` Variable X est instantiée avec le terme complexe `3*4`.

2. `X = 12.`

3. `ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated.`

4. `X = Y.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

1. `X = 3*4.`

2. `X is 3*4.`

3. `4 is X.`

4. `X = Y.`

5. `3 is 1+2.`

6. `3 is +(1,2).`

7. `3 is X+2.`

8. `X is 1+2.`

9. `1+2 is 1+2.`

1. `X = 3*4.` Variable X est instantiée avec le terme complexe `3*4`.

2. `X = 12.`

3. `ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated.`

4. `X = Y.`

5. `true.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

1. `X = 3*4.`

2. `X is 3*4.`

3. `4 is X.`

4. `X = Y.`

5. `3 is 1+2.`

6. `3 is +(1,2).`

7. `3 is X+2.`

8. `X is 1+2.`

9. `1+2 is 1+2.`

1. `X = 3*4.` Variable X est instantiée avec le terme complexe `3*4`.

2. `X = 12.`

3. `ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated.`

4. `X = Y.`

5. `true.`

6. `true.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

1. `X = 3*4.`

2. `X is 3*4.`

3. `4 is X.`

4. `X = Y.`

5. `3 is 1+2.`

6. `3 is +(1,2).`

7. `3 is X+2.`

8. `X is 1+2.`

9. `1+2 is 1+2.`

1. `X = 3*4.` Variable X est instantiée avec le terme complexe `3*4`.

2. `X = 12.`

3. `ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated.`

4. `X = Y.`

5. `true.`

6. `true.`

7. `ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

1. `X = 3*4.`

2. `X is 3*4.`

3. `4 is X.`

4. `X = Y.`

5. `3 is 1+2.`

6. `3 is +(1,2).`

7. `3 is X+2.`

8. `X is 1+2.`

9. `1+2 is 1+2.`

1. `X = 3*4.` Variable X est instantiée avec le terme complexe `3*4`.

2. `X = 12.`

3. `ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated.`

4. `X = Y.`

5. `true.`

6. `true.`

7. `ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated.`

8. `X = 3.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

1. `X = 3*4.`

2. `X is 3*4.`

3. `4 is X.`

4. `X = Y.`

5. `3 is 1+2.`

6. `3 is +(1,2).`

7. `3 is X+2.`

8. `X is 1+2.`

9. `1+2 is 1+2.`

1. `X = 3*4.` Variable X est instantiée avec le terme complexe `3*4`.

2. `X = 12.`

3. `ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated.`

4. `X = Y.`

5. `true.`

6. `true.`

7. `ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated.`

8. `X = 3.`

9. `fail.` Prolog évalue l'expression arithmétique à droite de `is/2`. Puis il essaie d'unifier ce terme avec le terme à gauche de `is/2`. Ceci échoue comme le nombre 3 n'unifie pas avec le terme complexe `1+2`.

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

10. `is(X,+(1,2)).`

11. `3+2 = +(3,2).`

12. `*(7,5) = 7*5.`

13. `*(7,+(3,2)) = 7*(3+2).`

14. `*(7,(3+2)) = 7*(3+2).`

15. `7*3+2 = *(7+(3,2))`

15. `*(7,(3+2)) = 7*(+(3,2)).`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

Réponses:

10. `is(X,+(1,2)).`

11. `3+2 = +(3,2).`

12. `*(7,5) = 7*5.`

13. `*(7,+(3,2)) = 7*(3+2).`

14. `*(7,(3+2)) = 7*(3+2).`

15. `7*3+2 = *(7+(3,2))`

15. `*(7,(3+2)) = 7*(+(3,2)).`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

Réponses:

10. `is(X,+(1,2)).`

10. `X = 3.`

11. `3+2 = +(3,2).`

12. `*(7,5) = 7*5.`

13. `*(7,+(3,2)) = 7*(3+2).`

14. `*(7,(3+2)) = 7*(3+2).`

15. `7*3+2 = *(7+(3,2))`

15. `*(7,(3+2)) = 7*(+(3,2)).`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

Réponses:

10. `is(X,+(1,2)).`

10. `X = 3.`

11. `3+2 = +(3,2).`

11. `true.` `3+2` et `+(3,2)` sont deux manières d'écrire le même terme.

12. `*(7,5) = 7*5.`

13. `*(7,+(3,2)) = 7*(3+2).`

14. `*(7,(3+2)) = 7*(3+2).`

15. `7*3+2 = *(7+(3,2))`

15. `*(7,(3+2)) = 7*(+(3,2)).`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

Réponses:

10. `is(X,+(1,2)).`

11. `3+2 = +(3,2).`

12. `*(7,5) = 7*5.`

13. `*(7,+(3,2)) = 7*(3+2).`

14. `*(7,(3+2)) = 7*(3+2).`

15. `7*3+2 = *(7+(3,2))`

15. `*(7,(3+2)) = 7*(+(3,2)).`

10. `X = 3.`

11. `true.` 3+2 et +(3,2) sont deux manières d'écrire le même terme.

12. `true.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

Réponses:

10. `is(X,+(1,2)).`

10. `X = 3.`

11. `3+2 = +(3,2).`

11. `true.` `3+2` et `+(3,2)` sont deux manières d'écrire le même terme.

12. `*(7,5) = 7*5.`

12. `true.`

13. `*(7,+(3,2)) = 7*(3+2).`

13. `true.`

14. `*(7,(3+2)) = 7*(3+2).`

15. `7*3+2 = *(7+(3,2))`

15. `*(7,(3+2)) = 7*(+(3,2)).`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

Réponses:

10. `is(X,+(1,2)).`

10. `X = 3.`

11. `3+2 = +(3,2).`

11. `true.` `3+2` et `+(3,2)` sont deux manières d'écrire le même terme.

12. `*(7,5) = 7*5.`

12. `true.`

13. `*(7,+(3,2)) = 7*(3+2).`

13. `true.`

14. `*(7,(3+2)) = 7*(3+2).`

14. `true.`

15. `7*3+2 = *(7+(3,2))`

15. `*(7,(3+2)) = 7*(+(3,2)).`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

10. `is(X,+(1,2)).`

11. `3+2 = +(3,2).`

12. `*(7,5) = 7*5.`

13. `*(7,+(3,2)) = 7*(3+2).`

14. `*(7,(3+2)) = 7*(3+2).`

15. `7*3+2 = *(7+(3,2))`

15. `*(7,(3+2)) = 7*(+(3,2)).`

Réponses:

10. `X = 3.`

11. `true.` `3+2` et `+(3,2)` sont deux manières d'écrire le même terme.

12. `true.`

13. `true.`

14. `true.`

15. `fail.`

Exo 5.1: Comment Prolog répond-il?

10. `is(X,+(1,2)).`

11. `3+2 = +(3,2).`

12. `*(7,5) = 7*5.`

13. `*(7,+(3,2)) = 7*(3+2).`

14. `*(7,(3+2)) = 7*(3+2).`

15. `7*3+2 = *(7+(3,2))`

15. `*(7,(3+2)) = 7*(+(3,2)).`

Réponses:

10. `X = 3.`

11. `true.` `3+2` et `+(3,2)` sont deux manières d'écrire le même terme.

12. `true.`

13. `true.`

14. `true.`

15. `fail.`

16. `true.`

Résumé de ce cours

- Nous avons introduit des prédicats récurrents sur les listes.
- Ce style de programmation est fondamental pour Prolog!

last/2

- $\text{last}(X, L)$: vrai si X est le dernier élément de la liste L
- cas de base: une liste avec un seul élément
- si X est le dernier élément de T , il le reste lorsqu'on ajoute une tête à T

last/2

- $\text{last}(X, L)$: vrai si X est le dernier élément de la liste L
- cas de base: une liste avec un seul élément
- si X est le dernier élément de T , il le reste lorsqu'on ajoute une tête à T



last/2

- $\text{last}(X, L)$: vrai si X est le dernier élément de la liste L
- cas de base: une liste avec un seul élément
- si X est le dernier élément de T , il le reste lorsqu'on ajoute une tête à T

last/2

- `last(X,L)`: vrai si `X` est le dernier élément de la liste `L`
- cas de base: une liste avec un seul élément
- si `X` est le dernier élément de `T`, il le reste lorsqu'on ajoute une tête à `T`

```
last(X,[X]).
```

```
last(X,[_|T]) :- last(X,T).
```