

Quelques propriétés des connecteurs logiques

Tables de vérité :

f	g	$\neg f$	$f \vee g$	$f \wedge g$	$f \longrightarrow g$	$f \longleftrightarrow g$
F	F	V	F	F	V	V
F	V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	V

Propriétés de complémentation :

$$\begin{aligned} \models f \vee \neg f &\longleftrightarrow V & \models f \wedge \neg f &\longleftrightarrow F \\ \models \neg F &\longleftrightarrow V & \models \neg V &\longleftrightarrow F \end{aligned}$$

Lois d'équivalence :

$$\begin{aligned} \models f &\longleftrightarrow f && \text{réflexivité} \\ \models (f \longleftrightarrow g) &\longleftrightarrow (g \longleftrightarrow f) && \text{commutativité} \\ \models ((f \longleftrightarrow g) \wedge (g \longleftrightarrow h)) &\longrightarrow (f \longleftrightarrow h) && \text{transitivité} \\ \models (f \longleftrightarrow g) &\longleftrightarrow (\neg f \longleftrightarrow \neg g) && \text{équivalence des négations} \end{aligned}$$

Propriétés de \vee :

$$\begin{aligned} \models f \vee g &\longleftrightarrow g \vee f && \text{commutativité} \\ \models f \vee (g \vee h) &\longleftrightarrow (f \vee g) \vee h && \text{associativité} \\ \models f \vee V &\longleftrightarrow V && V \text{ élément absorbant de } \vee \\ \models f \vee F &\longleftrightarrow f && F \text{ élément neutre de } \vee \\ \models f \vee f &\longleftrightarrow f && \text{idempotence} \end{aligned}$$

Propriétés de \wedge :

$$\begin{aligned} \models f \wedge g &\longleftrightarrow g \wedge f && \text{commutativité} \\ \models f \wedge (g \wedge h) &\longleftrightarrow (f \wedge g) \wedge h && \text{associativité} \\ \models f \wedge F &\longleftrightarrow F && F \text{ élément absorbant de } \wedge \\ \models f \wedge V &\longleftrightarrow f && V \text{ élément neutre de } \wedge \\ \models f \wedge f &\longleftrightarrow f && \text{idempotence} \end{aligned}$$

Distributivité :

$$\begin{aligned} \models f \wedge (g \vee h) &\longleftrightarrow (f \wedge g) \vee (f \wedge h) && \text{distributivité de } \wedge \text{ par rapport à } \vee \\ \models f \vee (g \wedge h) &\longleftrightarrow (f \vee g) \wedge (f \vee h) && \text{distributivité de } \vee \text{ par rapport à } \wedge \end{aligned}$$

Lois d'absorption :

$$\models f \wedge (f \vee g) \longleftrightarrow f \quad \models f \vee (f \wedge g) \longleftrightarrow f$$

Lois de Morgan :

$$\models \neg(f \vee g) \longleftrightarrow \neg f \wedge \neg g \quad \models \neg(f \wedge g) \longleftrightarrow \neg f \vee \neg g$$

Propriétés de \longrightarrow :

$$\begin{aligned} \models (f \longrightarrow g) &\longleftrightarrow (\neg f \vee g) \\ \models ((f \longrightarrow g) \wedge (g \longrightarrow f)) &\longleftrightarrow (f \longleftrightarrow g) \\ \models ((f \longrightarrow g) \wedge (g \longrightarrow h)) &\longrightarrow (f \longrightarrow h) \end{aligned}$$