Substitution et unification

Définitions

Soient $(v_1, \cdots, v_n)$ des variables et $(t_1, \cdots, t_n)$ des termes, s est une **substitution** si $\forall i, v_i \neq t_i$ et $\forall i, j \mid i \neq j, v_i \neq v_j$.

On note $s = \{v_1 \mid t_1, \cdots, v_n \mid t_n\}$. ϵ = { } = substitution vide = identité.

Soient E une expression et $s = \{v_1 \mid t_1, \cdots, v_n \mid t_n\}$ une substitution. sE une **instance** de E est l'expression obtenue en remplaçant toutes les occurences de v_i dans E par t_i.

Deux littéraux L_1 et L_2 sont **unifiables** si il existe une subsitution s telle que $sL_1 = sL_2$.

Composée de deux substitutions

Soient $s = \{v_1|t_1, ..., v_n|t_n\}$ et s' deux substitutions, la composée s'os est obtenue par :

$$s'\text{o}s = \{v_1|s't_1, ..., v_n|s't_n\} \cup s'$$

puis on supprime les termes :

- $v_i|s't_i$ si v_i = $s't_i$
- de s', $x|y$ si $\exists i$ tq $x = v_i$

Ensemble de discordances

On appelle <u>ensemble de discordances</u> d'une ensemble Σ de littéraux, l'ensemble regroupant :

- les littéraux dont les symboles de prédicats diffèrent si il y en a,
- sinon les premiers sous-termes obtenus, en parcourant de gauche à droite les littéraux, où ces littéraux sont différents syntaxiquement.

(syntaxiquement).
Exemple : $\Sigma = \{p(X, f(Y, Z), c), p(X, a, e), p(X, g(h(h(X))), Z)\}$ alors l'ensemble de discordances est $D = \{f(Y, Z), a, g(h(h(X)))\}$

Algorithme d'unification

La donnée est un ensemble Σ de littéraux à unifier.

1. $k \leftarrow 0$
   $\Sigma_k \leftarrow \Sigma$
   $S_k = \epsilon$
2. SI Σ_k est un singleton
   ALORS ARRET : succès, réponse = S_k
   SINON $D_k \leftarrow$ ensemble de discordances de Σ_k
3. SI $\exists$ une variable v_k dans D_k et un terme t_k dans D_k tels que v_k **n'apparaît pas dans** t_k (OCCUR-CHECK)
   ALORS $\left\{\begin{array}{rcl} S_{k+1} & \leftarrow & \{v_k|t_k\}oS_k \\ \Sigma_{t+1} & \leftarrow & \{v_k|t_k\}\Sigma_k \\ k & \leftarrow & k+1 \\ go & to & 2 \end{array}\right.$
   SINON Echec : Σ non unifiable

Remarque

- l'algorithme termine
- il est exponentiel à cause du test d'occurence (occur-check)

  justification : prendre $\{p(x_1, ..., x_n), p(f(x_0, x_0), ..., f(x_{n-1}, x_{n-1})\}$ et à la n-ème étape il y a $2^n - 1$ occurrences de variables (x_0) dans le dernier argument.
- l'unificateur σ obtenu (la réponse) est l'unificateur le plus général (upg) :

  pour tout autre unificateur σ' deΣ, $\exists s$ tq $\sigma' = s\sigma$