

Combinatoire

Licence — Université Lille 1

Pour toutes remarques : Alexandre.Sedoglavic@univ-lille1.fr

Semestre 3 — 2008-09

Exercice 1 — .

Un voleur décide d'ouvrir un coffre-fort dont la combinaison est constituée d'un nombre de 6 chiffres (sans répétition). Comme il n'est pas pressé, il décide de tenter toutes les combinaisons possibles. Sachant que l'essai d'une combinaison prend 5 secondes, combien de temps au maximum lui faudra-t-il ?

Même question lorsque la combinaison admet des répétitions de chiffres.

Exercice 2 — .

Dans un ensemble de 10 personnes, de combien de façons peut-on choisir un président, un vice-président et un secrétaire sachant qu'une même personne ne peut cumuler toutes ces charges ?

Exercice 3 — .

Dans une course hippique comptant 12 chevaux au départ, combien y a-t-il de tiercés possible ?

Exercice 4 — .

Dans un jeu de loto, on tire 6 numéro parmi 49. Combien de tirage sont possible ?

Exercice 5 — .

S'il y avait autant d'étudiants que de places disponibles dans la salle, de combien de façons différentes les étudiants pourraient-ils prendre places ?

De combien de façons différentes, les étudiants de cette séances de travaux dirigés peuvent-ils prendre place ?

1 Manipulation de formules

Exercice 6 — .

Montrer les égalités suivantes :

1.

$$\sum_{m=0}^n (C_n^m)^2 = C_{2n}^n.$$

2.

$$\sum_{m=0}^n \sum_{i=0}^{n-m} C_n^m C_n^i C_n^{i+m} = C_{3n}^n.$$

Exercice 7 — .

Dans les mains de 5 cartes extraites d'un jeu de 32 cartes combien de mains sont possibles :

1. constituant un carré (4 cartes de force égale).
2. constituant un brelan (3 cartes de force égale).
3. constituant une paire (2 cartes de force égale).

Exercice 8 — .

Calculer le nombre de mots de 16 lettres binaires contenant 8 lettres binaires égales à 1.

Exercice 9 — .

On a n boules identiques à ranger dans p pots numérotés. De combien de façons peut on ranger ces boules ?

Exercice 10 — .

On fait tomber des billes le long d'une planche à 6 rangées de clous implantés pour former un triangle. À chaque clou, la moitié des billes tombe en moyenne à droite du clou, l'autre à gauche. En faisant tomber 2^6 billes, combien en moyenne tombent dans chaque godet ?

Exercice 11 — .

On dispose de 27 cubes indiscernables blancs, on les empile pour faire un cube qu'on peint en rouge à l'extérieur, puis qu'on démolit et qu'on donne à un aveugle pour le reconstruire. De combien de façons différentes peut-il le faire ?

Exercice 12 — .

Quel est le nombre de solutions positives à l'équation

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17.$$