



**AVERTISSEMENT** : Tous les exercices sont totalement indépendants.

Toutes les réponses doivent être faites sur cette feuille d'énoncé et exclusivement sur celle-ci.

**N'oubliez d'inscrire votre numéro de place, par contre pas de nom ni de numéro de groupe.**

L'épreuve est volontairement longue mais le barème (sur 26) en tient compte.

## Sur les fractions continues

**Exercice 1 :** Cochez la case correcte (attention : une réponse fausse compte -1)

$$[1, 1, 1, 2] + [1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, \dots] = [2, 2, 2, 3, 2, 2, 2, \dots]$$

$$e\sqrt{11} = [7, 5, 1, 2, 1, 0, 2, 1, 0, 0, 2, 1, 0, 0, 0, 2, 1, 0, 0, 0, 2, \dots]$$

$$[2, 8, \dots] \times [3, 7, 1, \dots] < 7$$

le développement en fractions continues de  $(1 + \sqrt{3})^2$  est fini

le développement en fractions continues permet de trouver un encadrement par des entiers

VRAI FAUX

☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

**Exercice 2 :** Connaissant le développement en fractions continues d'un réel, peut-on avoir facilement celui de son inverse ? Et si oui comment ?

**Exercice 3 :** Si  $r_1 = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_{i-1}, a_i, \dots]$  et  $r_2 = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_{i-1}, b_i, \dots]$  avec  $a_i < b_i$  peut-on facilement comparer  $r_1$  et  $r_2$  ? Et si oui comment ?

**Exercice 4 :** À quel nombre correspond le développement en fractions continues périodique  $[1, 2, 3, 3, 3, \dots]$

## Sur le thème du Casino

**Exercice 5 :** Dans un casino où on pratique la roulette française le propriétaire très superstitieux a décidé de supprimer le numéro 13 en bouchant le trou (!!!) et comme il est de surcroît satanique il a décrété que le 6 lui serait toujours favorable même si le joueur a parié *PAIR*. Vaut-il mieux parier *PAIR* ou *IMPAIR* ? (justifiez votre réponse)

**Exercice 6 :** Calculez en fonction de  $p$  (probabilité de gagner une partie) la probabilité de multiplier sa fortune par sept en pratiquant le *jeu hardi*.

**Exercice 7 :** Voici une nouvelle martingale dite du "*par-dessus*". On parie  $K$  euros, si on perd on ne change pas la mise, par contre si on gagne on laisse sa mise plus le gain et on met par dessus  $K$  donc la mise suivante est  $3K$  (en limitant si le but est plus proche) et ainsi de suite. Que pensez-vous de cette nouvelle stratégie si  $p = \frac{1}{2}$  et si  $p < \frac{1}{2}$  ?

## Un peu de *MAPLE*

**Exercice 8 :** Écrivez une procédure qui simule la succession de paris avec la martingale du "*par-dessus*". Elle aura comme paramètres *Init* la fortune initiale, *Fin* le but à atteindre,  $M$  la mise initiale et  $P$  la probabilité de gagner à un pari. Cette procédure s'arrêtera en cas de ruine totale ou d'obtention du but et renverra la fortune finale donc 0 ou *Fin*.

(On supposera écrite une fonction *alea* à un paramètre  $N$  qui renvoie 0 avec la probabilité  $N$  et 1 dans les autres cas)