

NUMÉRO DE PLACE :



Licence S.T.A. - semestre 2

Informatique - S.I.M.E.

Examen du 24 mai 2007

durée : 2 heures - Sans document

portables (micro, messagerie et téléphone) interdits

Partie Jean-Paul Delahaye

Toutes les questions sont indépendantes. Toute réponse non justifiée sera considérée comme fausse.

Exercice 1 : Question de cours 1

Donnez l'énoncé (en cherchant à être parfaitement précis) de trois conjectures non démontrées concernant les nombres premiers.

Réponse :

Exercice 2 : Question de cours 2

Donnez l'exemple de deux stratégies pour le jeu du dilemme itéré du prisonnier. La première prendra l'initiative de la trahison, la seconde ne prendra pas l'initiative de la trahison.

Réponse :

Exercice 3 : Soit la fonction

$$\begin{array}{rcl} f : [0, 1] & \longrightarrow & [0, 1] \\ x & \longmapsto & \begin{array}{ll} 3x & \text{si } x \in [0, \frac{1}{3}] \\ 2 - 3x & \text{si } x \in]\frac{1}{3}, \frac{2}{3}] \\ 3x - 2 & \text{si } x \in]\frac{2}{3}, 1] \end{array} \end{array}$$

Q 1 . On suppose que x est écrit en base 3 :

$$x = 0, a_1 a_2 \dots a_n \dots \text{ avec } a_i = 0, 1 \text{ ou } 2 \text{ pour tout } i \geq 1$$

Écrivez $f(x)$ en base 3. On distinguera trois cas selon que :

- $a_1 = 0$
- $a_1 = 1$
- $a_1 = 2$

Réponse :

Q 2 . Pour chaque entier $k > 1$, proposez un nombre x_0 écrit en base 3 tel que la suite définie par $x_{n+1} = f(x_n)$ à partir de x_0 soit périodique de période k .
Réponse :

Exercice 4 : Existe-t-il une infinité de quintuplets de nombres premiers de la forme

$$(p, p + 4, p + 6, p + 12, p + 18) ?$$

Justifiez votre réponse.
Réponse :

Exercice 5 : Écrivez une procédure *Maple* qui teste si le nombre n compris entre 10000 et 99999 est un nombre palindrome (c'est-à-dire symétrique par rapport au centre comme 12321 ou 52125).
Réponse :