

# NUMÉRO DE PLACE :



Licence S.T.A. - semestre 2

Informatique - S.I.M.E.

Examen du 24 mai 2007

durée : 2 heures - Sans document

portables (micro, messagerie et téléphone) interdits

## Partie Christian Lasou

Toutes les questions sont indépendantes. Toute réponse non justifiée sera considérée comme fausse.

### Exercice 1 : Question de cours

Donnez la définition d'un vol record en altitude, ainsi qu'un exemple avec justification

Réponse :

### Exercice 2 : Les nombres syracusiens

Dans tout cet exercice on suppose que la conjecture de Syracuse est vérifiée.

#### Q 1 . questions préliminaires

Que pouvez-vous dire des deux fractions continues  $[5, 4, 3, 2, 1]$  et  $[5, 4, 3, 3]$  ?

Réponse :

Peut-on obtenir une fraction continue du type  $[5, 4, 3, 2, 1]$  avec la méthode donnée en cours ?

Réponse :

On considère l'application suivante :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{N}^* &\longrightarrow \mathbb{R} \\ n &\longmapsto [vol(n)] \end{aligned}$$

$$\text{exemple : } f(5) = [5, 16, 8, 4, 2, 1] = 5 + \frac{1}{16 + \frac{1}{8 + \frac{1}{4 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}}}} = \frac{8732}{1725}$$

Q 2 . Cette application est-elle injective ? surjective ?

Réponse :

Q 3 . Donnez un encadrement de  $f(n)$ , que peut-on en déduire quant à la croissance de  $f$  ?

Réponse :

En réalité on sait que le  $vol(n)$  est stoppé au premier 1, mais la suite se poursuit avec la période 4, 2, 1, on peut alors modifier la fonction  $f$  en la fonction  $g$  en prolongeant indéfiniment le  $vol(n)$  par cette période.

*exemple* :  $g(5) = [5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \dots, 4, 2, 1, \dots]$

**Q 4 .** Calculez  $g(8)$  et déduisez-en la forme générale de  $g(n)$ .

*Réponse :*

**Exercice 3 :** *Sur le thème du casino*

On considère une roulette comportant des numéros de 1 à 40

- Les numéros de 1 à 20 sont rouges
- Les numéros de 21 à 36 sont noirs
- Les numéros de 37 à 40 sont verts et pour eux on applique le principe de la mise prisonnière comme à la roulette française.

**Q 1 .** Que vaut-il mieux jouer, *Rouge* ou *Noir* ?

*Réponse :*

**Q 2 .** Quelle est la probabilité de gagner, c'est-à-dire de doubler sa mise, pour le joueur dans le cas le plus favorable ?

*Réponse :*

**Q 3 .** Ce type de roulette est-il intéressant pour le casino ?

*Réponse*