## NUMÉRO DE PLACE :



Licence S.T.A. - semestre 2 Informatique - S.I.M.E. Devoir surveillé du 19 mars 2005

durée : 1 heure - Sans document

portables (micro, messagerie et téléphone) interdits

Toutes les questions sont indépendantes. Toute réponse non justifiée sera considérée comme fausse.

## Sur la Conjecture de Syracuse

Exercice 1: Application directe du cours

 $\mathbf{Q} \ \mathbf{1}$  . Donnez le vol de 23

R'eponse :

Q 2 . Est-ce un vol de durée record ?

 $R\'{e}ponse$ :

Exercice 2: Un peu plus difficile

Considérons la relation binaire  $\leq$  définie sur  $\mathbb{N}^*$  par

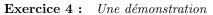
 $a \leq b \iff$  la suite de Syracuse de premier terme b passe par a avant d'atterrir en 1.

Démontrez que si la conjecture de Syracuse est vraie alors cette relation binaire est antisymétrique (i.e. il n'existe pas a et b distincts tels que  $a \leq b$  et  $b \leq a$ ). La réciproque est-elle vraie ?

Réponse : (5 lignes maximum)

## Sur les fractions continues

**Exercice 3 :** À quel nombre correspond le développement en fraction continue  $[1,2,3,2,3,\ldots,2,3,\ldots]$ ? Réponse:



Démontrez que si deux réels x et y admettent des développements en fractions continues ultimement périodiques de même période ( $exemple: x = [1, 2, 3, 5, 6, 5, 6, \ldots]$ ) et  $y = [0, 2, 4, 7, 5, 6, 5, 6, \ldots]$ ) alors on peut trouver deux entiers a et b tels que ax + by soit aussi un entier. Réponse:

## Sur le thème du casino

Exercice 5: Calculez en fonction de p (probabilité de gagner une partie) la probabilité de multiplier sa fortune par sept en pratiquant le  $jeu\ hardi$ . Réponse:

**Exercice 6 :** Un peu de MAPLE Écrivez une procédure qui teste si une liste de naturels passée en paramètre est bien un vol au sens de la conjecture de Syracuse. Réponse:

est\_un\_vol := proc(1)