

# NUMÉRO DE PLACE :



Licence S.T.A. - semestre 2

Informatique - S.I.M.E.

Devoir surveillé du 19 mars 2005

durée : 1 heure - Sans document

portables (micro, messagerie et téléphone) interdits

Toutes les questions sont indépendantes. Toute réponse non justifiée sera considérée comme fausse.

## Sur la Conjecture de Syracuse

**Exercice 1 :** *Application directe du cours*

**Q 1 .** Donnez le vol de 23

*Réponse :*

**Q 2 .** Est-ce un vol de durée record ?

*Réponse :*

**Exercice 2 :** *Un peu plus difficile*

Considérons la relation binaire  $\preceq$  définie sur  $\mathbb{N}^*$  par

$a \preceq b \iff$  la suite de Syracuse de premier terme  $b$  passe par  $a$  avant d'atterrir en 1.

Démontrez que si la conjecture de Syracuse est vraie alors cette relation binaire est antisymétrique (i.e. il n'existe pas  $a$  et  $b$  distincts tels que  $a \preceq b$  et  $b \preceq a$ ). La réciproque est-elle vraie ?

*Réponse :* (5 lignes maximum)

## Sur les fractions continues

**Exercice 3 :** À quel nombre correspond le développement en fraction continue  $[1, 2, 3, 2, 3, \dots, 2, 3, \dots]$  ?

*Réponse :*

Suite au verso

**Exercice 4 :** *Une démonstration*

Démontrez que si deux réels  $x$  et  $y$  admettent des développements en fractions continues ultimement périodiques de même période (*exemple* :  $x = [1, 2, 3, 5, 6, 5, 6, \dots]$  et  $y = [0, 2, 4, 7, 5, 6, 5, 6, \dots]$ ) alors on peut trouver deux entiers  $a$  et  $b$  tels que  $ax + by$  soit aussi un entier.

*Réponse :*

## Sur le thème du casino

**Exercice 5 :** Calculez en fonction de  $p$  (probabilité de gagner une partie) la probabilité de multiplier sa fortune par sept en pratiquant le *jeu hardi*.

*Réponse :*

**Exercice 6 :** *Un peu de MAPLE* Écrivez une procédure qui teste si une liste de naturels passée en paramètre est bien un vol au sens de la conjecture de Syracuse.

*Réponse :*

```
est_un_vol := proc(l)
```