Lógica Proposicional – Equivalências

Profº. Tarik Ponciano

Senac Fecomércio Sesc

Links da Disciplina

1. Discord: https://discord.gg/wt5CVZZWJs
2. Drive: tiny.cc/DrivedaTurma1
3. Github: https://github.com/TarikPonciano/Programador-de-Sistema-SENAC

Equivalência Lógica

1. Dizemos que duas proposições são logicamente equivalentes (ou simplesmente equivalentes) quando os resultados de suas tabelas-verdade são idênticos

2. Uma consequência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

Equivalências Básicas

1. p e p = p Ex: André é inocente e inocente = André é inocente

2. p ou p = p Ex: Ana foi ao cinema ou ao cinema = Ana foi ao cinema

3. p e q = q e p Ex: O cavalo é forte e veloz = O cavalo é veloz e forte

Equivalências Básicas

1. p ou q = q ou p Ex: O carro é branco ou azul = O carro é azul ou branco

2. $p \leftrightarrow q = q \leftrightarrow p$ Ex: Amo se e somente se vivo = Vivo se e somente se amo.

3. $p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q)$ e $(q \rightarrow p)$ Ex: Amo se e somente se vivo = Se amo então vivo, e se vivo então amo

Equivalências Básicas

p e p	p
p ou p	p
p e q	q e p
p ou q	q ou p
$p \leftrightarrow q$	$q \leftrightarrow p$
$p \leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q)$ e $(q \rightarrow p)$

Equivalências da Condicional

Estas equivalências podem ser verificadas, ou seja, demonstradas, por meio da comparação entre as tabelas-verdade.

Se p então q = Se não q então não p.

Ex: Se chove então me molho = Se não me molho então não chove

Se p então q = Não p ou q.

Ex: Se estudo então passo no concurso = Não estudo ou passo no concurso

$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$

Leis Associativas, Distributivas e da Dupla Negação

➔ **Leis Associativas**

(p e q) e s	p e (q e s)
(p ou q) ou s	p ou (q ou s)

➔ **Leis Distributivas**

p e (q ou s)	(p e q) ou (p e s)
p ou (q e s)	(p ou q) e (p ou s)

➔ **Leis da Dupla Negação**

~(~p)	p

Leis Associativas, Distributivas e da Dupla Negação

S não é não P = S é P
Todo S não é não P = Todo S é P
Algum S não é não P = Algum S é P
Nenhum S não é não P = Nenhum S é P

Exemplos:

1) A bola de futebol não é não esférica = A bola de futebol é esférica
2) Todo número inteiro não é não racional = Todo número inteiro é racional
3) Algum número racional não é não natural = Algum número racional é natural
4) Nenhum número negativo não é não natural = Nenhum número negativo é natural

Negação de Proposição Simples

O símbolo que representa a negação é uma pequena *cantoneira* (¬) ou um sinal de til.

Basta pôr a palavra **não** antes da sentença, e já a tornamos uma negativa. Exemplos:

João é médico. **Negativa:** *João* ***não*** *é médico.*

Maria é estudante. **Negativa:** *Maria* ***não*** *é estudante.*

Senac
Fecomércio
Sesc

Negação de Proposição Conjuntiva

Para negar uma proposição no formato de conjunção (**p e q**), faremos o seguinte:

1. **Negaremos a primeira parte (~p);**
2. **Negaremos a segunda parte (~q);**
3. **Trocaremos e por ou.**

Senac
Fecomércio
Sesc

Negação de Proposição Conjuntiva

Exemplo: a questão dirá: “Não é verdade que João é médico e Pedro é dentista”, e pedirá que encontremos, entre as opções de resposta, aquela frase que seja logicamente equivalente a esta fornecida.

Solução:

1. **Nega-se a primeira parte (~p) = João não é médico;**
2. **Nega-se a segunda parte (~q) = Pedro não é dentista;**
3. **Troca-se E por OU, e o resultado final será o seguinte:**

Senac
Fecomércio
Sesc

Negação de Proposição Conjuntiva

Exemplo: a questão dirá: “Não é verdade que João é médico e Pedro é dentista”, e pedirá que encontremos, entre as opções de resposta, aquela frase que seja logicamente equivalente a esta fornecida.

Solução:

1. **Nega-se a primeira parte (~p) = João não é médico;**
2. **Nega-se a segunda parte (~q) = Pedro não é dentista;**
3. **Troca-se E por OU, e o resultado final será o seguinte:**

JOÃO NÃO É MÉDICO OU PEDRO NÃO É DENTISTA.

Negação de Proposição Conjuntiva

Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim(p \land q) = \sim p \lor \sim q$$

Como fomos chegar à essa conclusão?

$\sim(p \land q)$	$\sim p \lor \sim q$
F	F
V	V
V	V
V	V

Senac
Fecomércio
Sesc

Negação de Proposição Disjuntiva

Para negar uma proposição no formato de disjunção (**p ou q**), faremos o seguinte:

1. **Negaremos a primeira parte (~p);**
2. **Negaremos a segunda parte (~q);**
3. **Trocaremos ou por e.**

Senac
Fecomércio
Sesc

Negação de Proposição Disjuntiva Inclusiva

Para negar uma proposição no formato de disjunção (**p ou q**), faremos o seguinte:

1. **Negaremos a primeira parte (~p);**
2. **Negaremos a segunda parte (~q);**
3. **Trocaremos ou por e.**

Senac
Fecomércio
Sesc

Negação de Proposição Disjuntiva Inclusiva

Exemplo: *a questão dirá: "Não é verdade que Pedro é dentista ou Paulo é engenheiro", e pedirá que encontremos, entre as opções de resposta, aquela frase que seja logicamente equivalente a esta fornecida.*

Solução:

1. **Nega-se a primeira parte (~p) = Pedro não é dentista;**
2. **Nega-se a segunda parte (~q) = Paulo não é engenheiro;**
3. **Troca-se OU por E, e o resultado final será o seguinte:**

Negação de Proposição Disjuntiva Inclusiva

Exemplo: *a questão dirá: "Não é verdade que Pedro é dentista ou Paulo é engenheiro", e pedirá que encontremos, entre as opções de resposta, aquela frase que seja logicamente equivalente a esta fornecida.*

Solução:

1. **Nega-se a primeira parte (~p) = Pedro não é dentista;**
2. **Nega-se a segunda parte (~q) = Paulo não é engenheiro;**
3. **Troca-se OU por E, e o resultado final será o seguinte:**

PEDRO NÃO É DENTISTA E PAULO NÃO É ENGENHEIRO.

Negação de Proposição Disjuntiva Inclusiva

Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

Como chegamos a essa conclusão?

$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
F	F
F	F
F	F
V	V

Negação de Proposição Disjuntiva Exclusiva

Para negar uma proposição no formato de disjunção exclusiva (**ou p ou q**), faremos o seguinte:

1. **Trocamos a disjunção por um bicondicional;**

Negação de Proposição Disjuntiva Exclusiva

Exemplo: "Ou João é rico ou Pedro é bonito."
P = João é rico
Q = Pedro é bonito

Negando-a temos;

"João é rico **se e somente se** Pedro é bonito"

$$\sim(P \oplus Q) = P \leftrightarrow Q$$

Negação de Proposição Disjuntiva Exclusiva

P	Q	$P \oplus Q$	$\sim(P \oplus Q)$	$P \leftrightarrow Q$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Senac
Fecomércio
Sesc

Negação de Proposição Condicional

Para negar uma proposição no formato condicional (**p → q**), faremos o seguinte:

1. **Mantém-se a primeira parte (p);**
2. **Nega-se a segunda parte (~q).**

Negação de Proposição Condicional

Exemplo: *Como fica a negativa de "se chover então levarei o guarda-chuva".*

Sol:

1. **Mantém-se a primeira parte (p) = Chove;**
2. **Nega-se a segunda parte (~q) = Não levo o guarda-chuva;**

CHOVE E NÃO LEVO O GUARDA-CHUVA.

Negação de Proposição Condicional

Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim(p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$$

Como ficaria a tabela verdade?

? ? ?

Negação de Proposição Bicondicional

Para negar uma proposição no formato condicional (**p ↔ q**), faremos o seguinte:

1. **Transformamos em condicional ligadas por conjunção: p ↔ q = [(p → q) e (q → p)]**

2. **Nega-se toda a expressão**

~(p ↔ q) = [(p e ~q) ou (q e ~p)]

(Obs: a BICONDICIONAL tem esse nome: porque equivale a duas condicionais!)

Tabela de Negação

Negativa de (p e q)	~p ou ~q
Negativa de (p ou q)	~p e ~q
Negativa de (ou p ou q)	p ↔ q
Negativa de (p → q)	p e ~q
Negativa de (p↔q)	[(p e ~q) ou (q e ~p)]

obrigado!

Referências

https://www.infoescola.com/matematica/logica-proposicional/
https://www.infoescola.com/matematica/conectivos-logicos/
https://www.infoescola.com/matematica/classificacao-de-proposicoes-logicas/

https://educative.com.br/wp-content/uploads/2019/08/Exerc%C3%ADcios-neg-e-equiv.pdf

https://voceconcursado.com.br/blog/equivalencia-logica-aula-pratica-completa/

https://www.atfcursosjuridicos.com.br/repositorio/material/15053377219336-11fichadeaulaequivalenciasenegacoes.pdf

Referências

https://docente.ifrn.edu.br/cleonelima/disciplinas/fundamentos-de-programacao-2.8401.1m/fundamentos-de-logica-e-algoritmos-1.8401.1v/apostila-equivalencias-logicas

https://docente.ifrn.edu.br/cleonelima/disciplinas/fundamentos-de-programacao-2.8401.1m/fundamentos-de-logica-e-algoritmos-1.8401.1v/negacao-de-proposicoes-simples-e-compostas/view

Senac
Fecomércio
Sesc