

# Progressão aritmética e progressão geométrica

**Profº. Tarik Ponciano**

# Sumário

1. Progressão aritmética – características;
2. Progressão aritmética – tipos;
3. Progressão aritmética – fórmula do termo geral;
4. Progressão aritmética – soma dos termos de uma P.A;
5. Progressão aritmética – exercícios;
6. Progressão geométrica – características;
7. Progressão geométrica – tipos;
8. Progressão geométrica – fórmula do termo geral;
9. Progressão geométrica – soma dos termos de uma P.G;
10. Progressão geométrica – exercícios;

# Progressão aritmética - características

É uma sequência de números onde a diferença entre dois termos consecutivos é sempre a mesma. Essa diferença constante é chamada de razão da P.A.

Sendo assim, a partir do segundo elemento da sequência, os números que surgem são resultantes da soma da constante com o valor do elemento anterior.

As progressões aritméticas podem apresentar um número determinado de termos (P.A. finita) ou um número infinito de termos (P.A. infinita).

A sequência (4, 7, 10, 13, 16, ...) é uma P.A. infinita.

A sequência (70, 60, 50, 40, 30, 20, 10) é uma P.A. finita.

# Progressão aritmética - características

Para indicar que uma sequência continua indefinidamente utilizamos reticências, por exemplo: a sequência (4, 7, 10, 13, 16, ...) é uma **P.A. infinita**. A sequência (70, 60, 50, 40, 30, 20, 10) é uma **P.A. finita**.

Cada termo de uma P.A. é identificado pela posição que ocupa na sequência e para representar cada termo utilizamos uma letra , seguida de um número que indica sua posição na sequência.

Por exemplo, o termo  $a_3$  na P.A (2, 4, 6, 8, 10) é o número 6, pois é o número que ocupa a 3ª posição na sequência.

# Progressão aritmética - tipos

De acordo com o valor da razão, as progressões aritméticas são classificadas em:

**Constante:** quando a razão for igual a zero. Por exemplo: (4, 4, 4, 4, 4...), sendo  $r = 0$ .

**Crescente:** quando a razão for maior que zero. Por exemplo: (2, 4, 6, 8, 10...), sendo  $r = 2$ .

**Decrescente:** quando a razão for menor que zero (15, 10, 5, 0, - 5,...), sendo  $r = - 5$

# Progressão aritmética – Fórmula do Termo Geral

$$A_n = A_1 + (n - 1) \cdot R$$

$A_n$ : termo que queremos calcular.

$A_1$ : primeiro termo da P.A.

$n$ : posição do termo que queremos descobrir.

$R$ : razão.

# Progressão aritmética – Aplicando a fórmula.

1. Calcule o 10º termo da P.A.: (26, 31, 36, 41, ...)?

**Solução: Primeiro devemos identificar que:**

$$A_1 = 26$$

$$R = 31 - 26 = 5$$

$$n = 10 \text{ (10º termo).}$$


**Substituindo esses valores na fórmula do termo geral, temos:**

$$A_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$A_{10} = 26 + (10-1) \cdot 5$$

$$A_{10} = 26 + 9 \cdot 5$$

$A_{10} = 71$  Portanto, o décimo termo da progressão aritmética indicada é igual a 71.



**E SE NÓS SOUBESSESMOS O  
10º TERMO MAS NÃO O  
PRIMEIRO?**



# Progressão aritmética – Aplicando a fórmula.

1. Sabendo que o número 71 é o 10º termo, calcule o 1º termo da P.A.: (...66,71,76,81).

**Solução: Primeiro devemos identificar que:**

$$A_{10} = 71$$

$$R = 71 - 76 = 5$$

$$n = 1 \text{ (1º termo)}.$$

**Substituindo esses valores na fórmula do termo geral, temos:**

$$A_n = a_{10} + (n - 10) \cdot r$$

$$A_1 = 71 + (1 - 10) \cdot 5$$

$$A_1 = 71 - 9 \cdot 5$$

$A_1 = 26$  Portanto, o primeiro termo da progressão aritmética indicada é igual a 26.

# Progressão aritmética – Fórmula do Termo Geral

$$A_n = A_x + (n - x) \cdot R$$

$A_n$ : termo que queremos calcular.

$A_x$ : termo conhecido da P.A.

$n$ : posição do termo que queremos descobrir.

$x$ : posição do termo conhecido

$R$ : razão.

# Progressão aritmética – Soma dos termos de uma P.A

1.  $S_n = ((A_1 + A_n) \cdot n) / 2$

$S_n$ : soma dos n primeiros termos da P.A.

$A_1$ : primeiro termo da P.A.

$A_n$ : ocupa a enésima posição na sequência (uma termo na posição n).

n: posição do termo.

# Progressão aritmética – Soma dos termos de uma P.A

**1.**  $S_n = ((A_x + A_y) \cdot n) / 2$

$S_n$ : soma dos n primeiros termos da P.A.

$A_x$ : termo inicial da Soma da P.A.

$A_y$ : termo final da posição da Soma da P.A.

$n$ : número de termos da soma.  $(1 + (y - x))$

# Progressão aritmética – Exercícios

1. Em uma progressão aritmética em que o primeiro termo é 23 e a razão é  $-6$ , a posição ocupada pelo elemento  $-13$  é:
2. Qual é o centésimo primeiro termo de uma PA cujo primeiro termo é 107 e a razão é 6?
3. Qual é a posição do termo 109 em uma PA de razão 3, cujo primeiro termo é igual a 10?

# Progressão aritmética – Exercícios

1. Se  $(a_1, a_2, \dots, a_{13})$  é uma progressão aritmética (PA) cuja soma dos termos é igual a 78, então  $a_7$  é igual a?
2. Considere a PA  $(-1, -3, -5, -7, -9)$ . Indique o primeiro termo  $a_1$  e a razão  $r$ .
3. Encontre o quinto termo de uma PA em que  $a_1=3$  e  $q=2$ ;
4. Determine o vigésimo termo da PA  $(1, 6, 11, \dots)$ .

# Progressão geométrica - características

Progressão Geométrica (PG) corresponde a uma sequência numérica cujo quociente ( $q$ ) ou razão entre um número e outro (exceto o primeiro) é sempre igual.

Em outras palavras, o número multiplicado pela razão ( $q$ ) estabelecida na sequência, corresponderá ao próximo número, por exemplo:

**PG: (2,4,8,16, 32, 64, 128, 256...)**

# Progressão geométrica - tipos

**PG Crescente:** A razão é sempre positiva ( $q > 0$ ) formada por números crescentes, por exemplo: (1, 3, 9, 27, 81, ...), onde  $q = 3$ .

**PG Decrescente:** A razão é sempre positiva ( $q > 0$ ) e diferente de zero (0) formada por números decrescentes. Ou seja, os números da sequência são sempre menores do que seus antecessores, por exemplo: (-1, -3, -9, -27, -81, ...) onde  $q = 3$ .

**PG Constante:** A razão é sempre igual a 1 formada pelos mesmos números  $a$ , por exemplo: (5, 5, 5, 5, 5, 5, ...) onde  $q = 1$ .



# Progressão geométrica – Fórmula do termo Geral

Para encontrar qualquer elemento da PG, utiliza-se a expressão:

$$A_n = A_1 \cdot q^{(n-1)}$$

**Onde:**

$A_n$ : número que queremos obter

$A_1$ : o primeiro número da sequência

$q^{(n-1)}$ : razão elevada ao número que queremos obter, menos 1.

**Assim, para identificar o termo 20 de uma PG de razão  $q = 2$  e número inicial 2, calcula-se:**

PG: (2,4,8,16, 32, 64, 128,...)

$$a_{20} = 2 \cdot 2^{(20-1)}$$

$$a_{20} = 2 \cdot 2^{19}$$

$$a_{20} = 1048576$$

# Progressão geométrica – soma dos termos

Para calcular a soma dos números presentes numa PG, utiliza-se a seguinte fórmula:

$$S_n = A_1 (q^n - 1) / q - 1$$

**onde:**

$S_n$ : Soma dos números da PG

$A_1$ : primeiro termo da sequência

$q$  : razão

$n$ : quantidade de elementos da PG

Dessa forma, para calcular a soma dos 10 primeiros termos da seguinte PG (1,2,4,8,16, 32,...):

$$S_{10} = 1(2^{10} - 1)/2 - 1 = 1023$$



**E COMO FICARIA  
GENERALIZANDO?**

# Progressão geométrica – Exercícios

1. Determine o décimo termo de uma progressão geométrica cujo primeiro termo é 2 e a razão é 3.
2. O oitavo termo de uma PG é 256 e o quarto termo dessa mesma PG é 16. Calcule seu primeiro termo.
3. Qual é o décimo quinto termo da PG  $(1, 2, 4, 8, \dots)$ ?

# Progressão geométrica – Exercícios

1. A sequência seguinte é uma progressão geométrica, observe: (2, 6, 18, 54...). Determine o 8º termo dessa progressão.
2. Sabendo que uma PG tem  $a_1 = 4$  e razão  $q = 2$ , determine a soma dos 10 primeiros termos dessa progressão.
3. Calcule o oitavo termo da PG (3, 6, 12, ...).
4. Calcule a razão de uma PG, sabendo que  $a_5=64$  e  $a_1=4$  e escreva a PG. Calcule o 10º (décimo) termo da PG: 1, 3, 9, 27, 81, ...

**obrigado!**



# Referências

1. <https://www.todamateria.com.br/progressao-aritmetica/>
2. <https://www.todamateria.com.br/progressao-geometrica/>
3. <https://www.preparaenem.com/matematica/soma-dos-terminos-uma-pa.htm>