

Lógica Proposicional – Equivalências

Profº. Tarik Ponciano

Links da Disciplina

1. Discord: <https://discord.gg/wt5CVZZWJs>
2. Drive: tiny.cc/DrivedaTurma1
3. Github:
<https://github.com/TarikPonciano/Programador-de-Sistema-SENAC>

Equivalência Lógica

1. Dizemos que duas proposições são logicamente equivalentes (ou simplesmente equivalentes) quando os resultados de suas tabelas-verdade são idênticos
2. Uma consequência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

Equivalências Básicas

1. $p \text{ e } p = p$ Ex: André é inocente e inocente = André é inocente
2. $p \text{ ou } p = p$ Ex: Ana foi ao cinema ou ao cinema = Ana foi ao cinema
3. $p \text{ e } q = q \text{ e } p$ Ex: O cavalo é forte e veloz = O cavalo é veloz e forte

Equivalências Básicas

1. $p \text{ ou } q = q \text{ ou } p$ Ex: O carro é branco ou azul = O carro é azul ou branco
2. $p \leftrightarrow q = q \leftrightarrow p$ Ex: Amo se e somente se vivo = Vivo se e somente se amo.
3. $p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \text{ e } (q \rightarrow p)$ Ex: Amo se e somente se vivo = Se amo então vivo, e se vivo então amo

Equivalências Básicas

$p \text{ e } p$	p
$p \text{ ou } p$	p
$p \text{ e } q$	$q \text{ e } p$
$p \text{ ou } q$	$q \text{ ou } p$
$p \leftrightarrow q$	$q \leftrightarrow p$
$p \leftrightarrow q$	$(p \rightarrow q) \text{ e } (q \rightarrow p)$

Equivalências da Condicional

Estas equivalências podem ser verificadas, ou seja, demonstradas, por meio da comparação entre as tabelas-verdade.

Se p então q = Se não q então não p .

Ex: Se chove então me molho = Se não me molho então não chove

Se p então q = Não p ou q .

Ex: Se estudo então passo no concurso = Não estudo ou passo no concurso

$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
$p \rightarrow q$	$\sim p \vee q$

Leis Associativas, Distributivas e da Dupla Negação

→ Leis Associativas

$(p \text{ e } q) \text{ e } s$	$p \text{ e } (q \text{ e } s)$
$(p \text{ ou } q) \text{ ou } s$	$p \text{ ou } (q \text{ ou } s)$

→ Leis Distributivas

$p \text{ e } (q \text{ ou } s)$	$(p \text{ e } q) \text{ ou } (p \text{ e } s)$
$p \text{ ou } (q \text{ e } s)$	$(p \text{ ou } q) \text{ e } (p \text{ ou } s)$

→ Leis da Dupla Negação

$\sim(\sim p)$	p
----------------	-----

Leis Associativas, Distributivas e da Dupla Negação

S não é não P = S é P
Todo S não é não P = Todo S é P
Algum S não é não P = Algum S é P
Nenhum S não é não P = Nenhum S é P

Exemplos:

- 1) A bola de futebol não é não esférica = A bola de futebol é esférica**
- 2) Todo número inteiro não é não racional = Todo número inteiro é racional**
- 3) Algum número racional não é não natural = Algum número racional é natural**
- 4) Nenhum número negativo não é não natural = Nenhum número negativo é natural**

Negação de Proposição Simples

O símbolo que representa a negação é uma pequena *cantoneira* (\neg) ou um sinal de til.

Basta pôr a palavra **não** antes da sentença, e já a tornamos uma negativa. Exemplos:

*João é médico. Negativa: João **não** é médico.*
*Maria é estudante. Negativa: Maria **não** é estudante.*

Negação de Proposição Conjuntiva

Para negar uma proposição no formato de conjunção (**p e q**), faremos o seguinte:

1. Negaremos a primeira parte ($\sim p$);
2. Negaremos a segunda parte ($\sim q$);
3. Trocaremos e por ou.

Negação de Proposição Conjuntiva

Exemplo: a questão dirá: “Não é verdade que João é médico e Pedro é dentista”, e pedirá que encontremos, entre as opções de resposta, aquela frase que seja logicamente equivalente a esta fornecida.

Solução:

1. Nega-se a primeira parte ($\sim p$) = **João não é médico;**
2. Nega-se a segunda parte ($\sim q$) = **Pedro não é dentista;**
3. Troca-se E por OU, e o resultado final será o seguinte:

Negação de Proposição Conjuntiva

Exemplo: a questão dirá: “Não é verdade que João é médico e Pedro é dentista”, e pedirá que encontremos, entre as opções de resposta, aquela frase que seja logicamente equivalente a esta fornecida.

Solução:

1. Nega-se a primeira parte ($\sim p$) = **João não é médico;**
2. Nega-se a segunda parte ($\sim q$) = **Pedro não é dentista;**
3. Troca-se E por OU, e o resultado final será o seguinte:

JOÃO NÃO É MÉDICO OU PEDRO NÃO É DENTISTA.

Negação de Proposição Conjuntiva

Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$$

Como fomos chegar à essa conclusão?

$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
F	F
V	V
V	V
V	V

Negação de Proposição Disjuntiva

Para negar uma proposição no formato de disjunção (**p ou q**), faremos o seguinte:

1. Negaremos a primeira parte ($\sim p$);
2. Negaremos a segunda parte ($\sim q$);
3. Trocaremos ou por e.

Negação de Proposição Disjuntiva Inclusiva

Para negar uma proposição no formato de disjunção (**p ou q**), faremos o seguinte:

1. Negaremos a primeira parte ($\sim p$);
2. Negaremos a segunda parte ($\sim q$);
3. Trocaremos ou por e.

Negação de Proposição Disjuntiva Inclusiva

Exemplo: a questão dirá: “Não é verdade que Pedro é dentista ou Paulo é engenheiro”, e pedirá que encontremos, entre as opções de resposta, aquela frase que seja logicamente equivalente a esta fornecida.

Solução:

1. Nega-se a primeira parte ($\sim p$) = **Pedro não é dentista;**
2. Nega-se a segunda parte ($\sim q$) = **Paulo não é engenheiro;**
3. Troca-se OU por E, e o resultado final será o seguinte:

Negação de Proposição Disjuntiva Inclusiva

Exemplo: a questão dirá: “Não é verdade que Pedro é dentista ou Paulo é engenheiro”, e pedirá que encontremos, entre as opções de resposta, aquela frase que seja logicamente equivalente a esta fornecida.

Solução:

1. Nega-se a primeira parte ($\sim p$) = **Pedro não é dentista;**
2. Nega-se a segunda parte ($\sim q$) = **Paulo não é engenheiro;**
3. Troca-se OU por E, e o resultado final será o seguinte:

PEDRO NÃO É DENTISTA E PAULO NÃO É ENGENHEIRO.

Negação de Proposição Disjuntiva Inclusiva

Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

Como chegamos a essa conclusão?

$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
F	F
F	F
F	F
V	V

Negação de Proposição Disjuntiva Exclusiva

Para negar uma proposição no formato de disjunção exclusiva (**ou p ou q**), faremos o seguinte:

- 1. Trocamos a disjunção por um bicondicional;**

Negação de Proposição Disjuntiva Exclusiva

Exemplo: “Ou João é rico ou Pedro é bonito.”

P = João é rico

Q = Pedro é bonito

Negando-a temos;

“João é rico **se e somente se** Pedro é bonito”

$$\sim(P \oplus Q) = P \leftrightarrow Q$$

Negação de Proposição Disjuntiva Exclusiva

P	Q	$P \oplus Q$	$\sim(P \oplus Q)$	$P \leftrightarrow Q$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Negação de Proposição Condicional

Para negar uma proposição no formato condicional ($p \rightarrow q$), faremos o seguinte:

- 1. Mantém-se a primeira parte (p);**
- 2. Nega-se a segunda parte ($\sim q$).**

Negação de Proposição Condicional

Exemplo: *Como fica a negativa de “se chover então levarei o guarda-chuva”.*

Sol:

1. Mantém-se a primeira parte (p) = **Chove;**
2. Nega-se a segunda parte ($\sim q$) = **Não levo o guarda-chuva;**

CHOVE E NÃO LEVO O GUARDA-CHUVA.

Negação de Proposição Condicional

Traduzindo para a linguagem da lógica, dizemos que:

$$\sim(p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$$

Como ficaria a tabela verdade?

???

Negação de Proposição Bicondicional

Para negar uma proposição no formato condicional ($p \leftrightarrow q$), faremos o seguinte:

1. Transformamos em condicional ligadas por conjunção: $p \leftrightarrow q = [(p \rightarrow q) \text{ e } (q \rightarrow p)]$
2. Nega-se toda a expressão

$$\sim(p \leftrightarrow q) = [(p \text{ e } \sim q) \text{ ou } (q \text{ e } \sim p)]$$

(Obs: a BICONDICIONAL tem esse nome: porque equivale a duas condicionais!)

Tabela de Negação

Negativa de (p e q)	$\sim p$ ou $\sim q$
Negativa de (p ou q)	$\sim p$ e $\sim q$
Negativa de (ou p ou q)	$p \leftrightarrow q$
Negativa de ($p \rightarrow q$)	p e $\sim q$
Negativa de ($p \leftrightarrow q$)	$[(p \text{ e } \sim q) \text{ ou } (q \text{ e } \sim p)]$

Resumo das principais equivalências e negações

DESCRIÇÃO	RESUMO
Equivalência da condicional	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$
Equivalência da condicional	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$
Negação da condicional	$\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$
Equivalência da disjunção	$p \vee q \Leftrightarrow \sim p \rightarrow q$
Equivalência da disjunção	$p \vee q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow p$
Equivalência da disjunção	$p \vee q \Leftrightarrow \sim((\sim p) \wedge (\sim q))$
Negação da conjunção	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p) \vee (\sim q)$
Negação da disjunção	$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$
Negação da conjunção	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow p \rightarrow \sim q$
Negação da conjunção	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow q \rightarrow \sim p$
Equivalência da bicondicional	$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
Equivalência da bicondicional	$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
Negação da bicondicional	$\sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow p \underline{\vee} q$
Negação da disjunção exclusiva	$\sim(p \underline{\vee} q) \Leftrightarrow p \leftrightarrow q$
Equivalência da disjunção (exclusiva)	$p \underline{\vee} q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (\sim(p \wedge q))$
Negação de "Todo a é b"	"Algum a não é b"
Negação de "Nenhum a é b"	"Algum a é b"
Negação de "Algum a é b"	"Nenhum a é b"
Negação de "Algum a não é b"	"Todo a é b"

obrigado!



Referências

<https://www.infoescola.com/matematica/logica-proposicional/>

<https://www.infoescola.com/matematica/conectivos-logicos/>

<https://www.infoescola.com/matematica/classificacao-de-proposicoes-logicas/>

<https://educative.com.br/wp-content/uploads/2019/08/Exerc%C3%ADcios-neg-e-equiv.pdf>

<https://voceconcurado.com.br/blog/equivalencia-logica-aula-pratica-completa/>

<https://www.atfcursosjuridicos.com.br/repositorio/material/15053377219336-11fichadeaulaequivalenciasenegacoes.pdf>

Referências

<https://docente.ifrn.edu.br/cleone lima/disciplinas/fundamentos-de-programacao-2.8401.1m/fundamentos-de-logica-e-algoritmos-1.8401.1v/apostila-equivalencias-logicas>

<https://docente.ifrn.edu.br/cleone lima/disciplinas/fundamentos-de-programacao-2.8401.1m/fundamentos-de-logica-e-algoritmos-1.8401.1v/negacao-de-proposicoes-simples-e-compostas/view>