

Menentukan Invers Matriks dengan Matriks Adjoint

Ilham R Arvianto, M.Pd
ir.arvianto@akakom.ac.id

Pendahuluan

Ingat kembali istilah **Minor (M_{ij})** dan **Kofaktor (C_{ij})**

- **Minor elemen a_{ij} (M_{ij})** yaitu determinan yang didapatkan dengan menghilangkan baris- i dan kolom- j matriks awalnya.
- **Kofaktor elemen a_{ij} (C_{ij})** $= (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$

Dari matriks A berikut ini,
tentukan nilai kofaktornya

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$


$$C_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = M_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 3 = -1$$

$$C_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = -M_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = -(2 - 4) = 2$$

$$C_{13} = (-1)^{1+3} M_{13} = M_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = (6 - 8) = -2$$

Matrks Adjoint

Adjoint dari matrks A adalah matrks yang dibentuk dari hasil transpose matrks kofaktor A.


$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$C_A = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{pmatrix} \longrightarrow adj(A) = (C_A)^T = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{21} & \cdots & C_{n1} \\ C_{12} & C_{22} & \cdots & C_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \cdots & C_{nn} \end{pmatrix}$$

Matriks Adjoint

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

↓

$$C_A = \begin{pmatrix} -1 & 7 & -4 \\ 2 & -11 & 5 \\ -2 & 5 & -2 \end{pmatrix} \rightarrow \text{adj}(A) = (C_A)^T = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 7 & -11 & 5 \\ -4 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$

Menentukan Invers Matriks dengan Adjoint

Jika matriks A **memiliki invers**, maka berlaku:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \text{adj}(A)$$

Menentukan Invers Matriks dengan Adjoint

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{11} & -\frac{7}{11} & \frac{4}{11} \\ -\frac{2}{11} & 1 & -\frac{5}{11} \\ \frac{2}{11} & -\frac{5}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix}$$

Menentukan Invers Matriks dengan Adjoint

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Latihan

Tentukan invers dari matriks berikut dengan adjoint matriks (jika ada)!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Terima Kasih