

MATERI 8

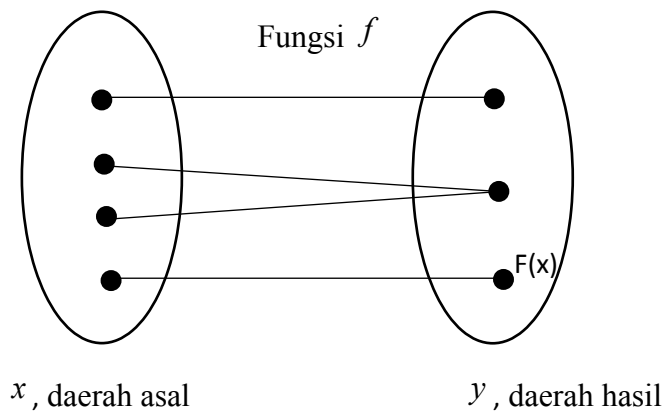
Pokok Bahasan : **Fungsi dan Operasi pada Fungsi**

Referensi : Dale Varberg, Edwin J. Purcel, Kalkulus , Halaman 57-71.
atau referensi lain yang relevan.

Salam, Semoga kita selalu dalam lindungan Tuhan*

Fungsi

Suatu Fungsi f adalah suatu aturan yang menghubungkan setiap x dalam suatu himpunan yang disebut daerah asal dengan sebuah nilai tunggal $f(x)$ dari suatu himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh disebut daerah hasil.



$$f : x \rightarrow f(x)$$

$$f(x)$$

Misal :

$$f(x) = x^3 - 4$$

$$f(2) = 2^3 - 4 = 4$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 4 = -5$$

$$f(a) = a^3 - 4$$

$$\begin{aligned} f(a+h) &= (a+h)^3 - 4 \\ &= a^3 + 3a^2h + 3ah^2 + h^2 + h^3 - 4 \end{aligned}$$

Contoh :

1. $f(x) = x^2 - 2x$

Tentukan :

a. $f(4)$

b. $f(4+h)$

c. $\frac{f(4+h) - f(4)}{h}$

Jawab :

a. $f(x) = x^2 - 2x$

$$f(4) = 4^2 - 2 \times 4 = 8$$

b. $f(4+h) = (4+h)^2 - 2(4+h)$

$$= 16 + 8h + h^2 - 8 - 2h$$

$$= 8 + 6h + h^2$$

c. $\frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \frac{8 + 6h + h^2 - 8}{h}$

$$= \frac{6h + h^2}{h}$$

$$= 6 + h$$

2. Diketahui : $f(x) = \frac{1}{(x-3)}$
Tentukan daerah asal

Penyelesaian :

Daerah asal untuk f adalah $\{x \in f \mid x \neq 3\}$
Jadi daerah asal $x \neq 3$

3. Tentukan daerah asal dari $f(x) = \sqrt{9-x^2}$

Penyelesaian :

Daerah asal adalah $9-x^2 > 0$
Jika

$$9-x^2 = 0$$

$$(3-x)(3+x) = 0$$

$$x = 3 \quad \vee \quad x = -3$$

Jadi daerah asal adalah $x \neq 3$ atau $x \neq -3$

- Fungsi genap jika $f(-x) = f(x)$
Fungsi ganjil jika $f(-x) = -f(x)$

Contoh :

$$f(x) = x^3 - 2x$$

$$f(-x) = (-x)^3 - 2(-x)$$

$$= -x^3 + 2x$$

$$= -(x^3 - 2x)$$

$$= -f(x)$$

Jadi $f(x) = x^3 - 2x$ adalah fungsi ganjil.

Operasi pada Fungsi

1. $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
2. $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
3. $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
4. $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$
5. Komposisi Fungsi
 $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Contoh :

$$f(x) = \frac{6x}{(x^2 - 9)}$$

$$g(x) = \sqrt{3x}$$

Tentukan :

$$\begin{aligned} \text{a. } f(0) &= \frac{6(0)}{0^2 - 9} = 0 \\ \text{b. } f(1) &= \frac{6(1)}{1^2 - 9} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4} \\ \text{c. } f(a) &= \frac{6(a)}{(a^2 - 9)} = \frac{6a}{(a^2 - 9)} \\ \text{d. } (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{3x}) \\ &= \frac{6\sqrt{3x}}{((\sqrt{3x})^2 - 9)} = \frac{6\sqrt{3x}}{3x - 9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g\left(\frac{6x}{x^2 - 9}\right) \\ &= \sqrt{3\left(\frac{6x}{x^2 - 9}\right)} \\ &= \sqrt{\frac{18x}{x^2 - 9}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) \\ &= \frac{6x}{x^2 - 9} \cdot \sqrt{3x} \\ &= \frac{6x\sqrt{3x}}{x^2 - 9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g. } (f+g)(x) &= f(x) + g(x) \\ &= \frac{6x}{x^2-9} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

Kerjakan soal di bawah ini

1. Diket $f(-x) = 1 - x^2$
Hitung

- a. $f(1)$
- b. $f(-1)$
- c. $f(0)$
- d. $f(k)$
- e. $f\left(\frac{1}{2}\right)$
- f. $f(3t)$
- g. $f(2x)$
- h. $f(a)$
- i. $f(a+h)$

2. Apakah $f(x)$ fungsi genap atau fungsi ganjil

- a. $f(x) = \frac{x^3 + 3x}{x^4 - 3x^2 + 4}$
- b. $f(x) = -4$
- c. $f(x) = 3x$
- d. $f(x) = 3x - \sqrt{2}$

3. Diketahui $f(x) = -x + 3$ dan $g(x) = x^2$

- a. $(f+g)(2)$
- b. $(f \bullet g)(0)$
- c. $(f \cdot g)(x)$
- d. $(g \cdot f)(1)$

4. Diketahui $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ dan $g(x) = \frac{2}{x}$

- a. $(f \cdot g)(x)$
- b. $(g \cdot f)(x)$
- c. $(f \cdot g)(x)$
- d. $(g \cdot f)(x)$

5. Diketahui $f(x) = x^2 + x$

Hitung

a. $f'(a)$

b. $\frac{f(a+h) - f(h)}{h}$

Selamat Belajar