PERTEMUAN 4 dan 5

Materi 1

Kalimat Deklaratif (Proposisi)

Pengertian Kalimat Deklaratif (Proposisi)

Kalimat Deklaratif (Proposisi) adalah kalimat tertutup yang bernilai benar/*true* (**T**) atau salah/*false* (**F**). Proposisi tidak berbentuk kalimat terbuka, kalimat perintah, ataupun kalimat tanya.

Contoh Proposisi

a) 3 + 3 = 6.
b) 8 adalah bilangan ganjil.
c) Jakarta adalah ibukota negara Indonesia.
d) 7 adalah bilangan prima

Contoh Bukan Proposisi

a) Dimana kah letak pulau Buru?
b) Siapakah namamu?
c) $x + y = 4$
d) 0,45 mencintai 3
e) Kerjakan soal ini!
f) Tutuplah pintu itu!

Latihan 1

Manakah di antara kalimat-kalimat berikut ini yang merupakan proposisi? Jika termasuk proposisi, bernilai benar atau salahkah pernyataan tersebut?

a) $2 + 2 = 4$
b) Siapakah namamu?
c) Kevin lebih tinggi dari Dea.
d) $64 = 2^6$
e) $x = 25$

Latihan 2

Buatlah masing-masing 3 contoh proposisi dan bukan proposisi!

Materi 2

Kata Penghubung Kalimat (Operator Proposisi)

Pengantar

Sering kali, beberapa kalimat perlu digabungkan menjadi satu kalimat yang lebih panjang.

Contoh:

"4 adalah bilangan genap dan 3 adalah bilangan ganjil"

Tabel Operator Proposisi

Simbol	Arti	Bentuk
$\neg$ ($\overline{\ }$)	Tidak / Bukan / Not / Negasi	tidak ….
$\wedge$	Dan / And / Konjungsi	… dan …
$\vee$	Atau / Or / Disjungsi	… atau …
$\Rightarrow$	Implikasi	Jika … maka …
$\Leftrightarrow$	Biimplikasi	… jika dan hanya jika …

Catatan:

- Proposisi dinyatakan dalam huruf kapital (A/B/C/…)
- Nilai kebenaran dinyatakan dalam T (true) dan F (false)

Contoh 1

"4 adalah bilangan genap dan 3 adalah bilangan ganjil"

Misal

A : 4 adalah bilangan genap

B : 3 adalah bilangan ganjil"

$$A \wedge B$$

Contoh 2

Misal

A : hari ini hujan

B : hari ini cerah

Nyatakan kalimat di bawah ini dengan symbol logika

a) Hari ini tidak hujan tetapi cerah.
b) Hari ini tidak hujan dan tidak cerah.
c) Tidak benar bahwa hari ini hujan dan cerah.

Contoh 3

Nyatakan kalimat di bawah ini dengan symbol logika

a) Apabila saya lulus, maka ayah akan membelikan sepeda motor.
b) Apabila kamu tidak belajar, maka kamu tidak akan lulus.
c) Jika 2 + 2 = 4, maka bunga melati berwarna putih

Latihan 1

Misal

A : Udara dingin

B : Hujan sedang turun

Nyatakan symbol logika berikut dalam kalimat!

a) $\neg A$

b) $A \vee B$

c) $B \Leftrightarrow A$

d) $A \Rightarrow \neg B$

e) $\neg (B \Rightarrow A)$

Latihan 2

Misal

A : Dia tinggi

B : Dia tampan

Nyatakan kalimat berikut dalam symbol logika!

a) Dia tinggi dan tampan
b) Dia tinggi tetapi tidak tampan
c) Tidak benar bahwa dia tidak tinggi atau tampan
d) Dia tidak tinggi dan juga tidak tampan
e) Dia tinggi, atau dia tidak tinggi dan tampan
f) Tidak benar bahwa dia tidak tinggi dan tidak tampan

Latihan 3

Misal

A : Kokom orang kaya

B : Kokom bersuka cita

Anggaplah ingkaran dari **kaya** adalah **miskin** dan ingkaran dari **bersuka cita** adalah **sedih**. Nyatakan kalimat berikut dalam symbol logika!

a) Kokom orang yang miskin tapi bersuka cita
b) Kokom orang yang kaya atau ia sedih
c) Kokom tidak kaya ataupun bersuka cita
d) Kokom seorang yang miskin, atau kaya tetapi sedih

Latihan 4

Misal

A : Kevin sedang bermain di taman

B : Kevin ada di dalam rumah

C : Kevin sedang mengerjakan PR

D : Kevin sedang mendengarkan musik

Soal

a) Nyatakan kalimat "**Jika Kevin tidak bermain di taman, maka ia sedang mengerjakan PR di dalam rumah sambil mendengarkan musik**" dalam bentuk simbolik!
b) Nyatakan kalimat "**Kevin sedang mengerjakan PR jika ia mendengarkan musik**" dalam bentuk simbolik!
c) Kalimat apakah yang dinyatakan dalam bentuk simbolik **$\neg B \vee \neg D$**!

Materi 3

Tabel Kebenaran

Operator Propsisi

Simbol	Arti	Bentuk
¬…	Negasi	tidak ….
…∧…	Konjungsi	… dan …
…∨…	Disjungsi	… atau …
…□…	Implikasi	Jika … maka …
…□…	Biimplikasi	… jika dan hanya jika …

Negasi (Ingkaran)

- Contoh:

  A : Semarang ibukota Jawa Tengah

  Negasi (ingkaran) dari pernyataan A tersebut adalah

  ¬A : Semarang **bukan** ibukota Jawa Tengah

  atau

  ¬A : **Tidak benar bahwa** Semarang ibukota Jawa Tengah

- Jika A di atas bernilai benar/*true* **(T)**, maka ingkaran A (¬A) adalah bernilai salah/*false* **(F)** dan begitu juga sebaliknya.

Tabel Kebenaran Negasi (Ingkaran)

A	¬A
T	F
F	T

Banyak Baris (BB) pada Tabel Kebenaran

$$\mathbf{BB = 2^{\mathit{n}}}$$

dengan ***n*** adalah banyaknya proposisi.

Konjungsi

- Konjungsi adalah suatu pernyataan majemuk yang menggunakan penghubung “DAN/AND” dengan notasi “$\wedge$”
- Contoh:

  A : Fahmi makan nasi

  B : Fahmi minum kopi

  Sehingga, A $\wedge$ B : Fahmi makan nasi **dan** minum kopi
- Pada konjungsi A $\wedge$ B akan bernilai benar **(T)** jika A maupun B bernilai benar **(T)**, selain itu bernilai salah **(F).**

Tabel Kebenaran Konjungsi

A	B	A∧B
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

KONJUNGSI

Bernilai BENAR jika keduanya BENAR, selain itu bernilai SALAH

Disjungsi

- Disjungsi adalah pernyataan majemuk yang menggunakan penghubung “ATAU/OR” dengan notasi “$\vee$”.
- Contoh :

  A : 7 adalah bilangan prima

  B : 7 adalah bilangan ganjil

  Sehingga, A $\vee$ B : 7 adalah bilangan prima **atau** ganjil

- Pada disjungsi A $\vee$ B akan bernilai salah **(F)** jika A maupun B bernilai salah **(F)**, selain itu bernilai benar **(T).**

Tabel Kebenaran Disjungsi

A	B	AvB
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

DISJUNGSI

Bernilai SALAH jika keduanya SALAH, selain itu bernilai BENAR

Implikasi

- Misalkan ada 2 pernyataan A dan B, untuk menunjukkan atau membuktikan bahwa jika A bernilai benar akan menjadikan B bernilai benar juga, diletakkan kata "JIKA" sebelum pernyataan pertama lalu diletakkan kata "MAKA" sebelum pernyataan kedua sehingga didapatkan suatu pernyataan majemuk yang disebut dengan "IMPLIKASI / PERNYATAAN BERSYARAT / KONDISIONAL / HYPOTHETICAL dengan notasi "$\Rightarrow$".

- Notasi A $\Rightarrow$ B dapat dibaca :
  1. Jika A maka B
  2. B jika A

Implikasi

- Contoh :

  A : Pak Ali adalah seorang haji.

  B : Pak Ali adalah seorang muslim.

  Sehingga, $A \Rightarrow B$: **Jika** Pak Ali adalah seorang haji **maka** pastilah dia seorang muslim.

- Pada implikasi $A \Rightarrow B$ akan bernilai salah **(F)** jika A bernilai benar **(T)** dan B bernilai salah **(F),** selain itu bernilai benar **(T)**.

Tabel Kebenaran Implikasi

A	B	A□B
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

IMPLIKASI

Bernilai SALAH jika BENAR lalu SALAH, selain itu bernilai BENAR

Biimplikasi

- Biimplikasi atau bikondisional adalah pernyataan majemuk dari dua pernyataan A dan B yang dinyatakan dengan notasi “A $\Leftrightarrow$ B” yang bernilai sama dengan (A $\Rightarrow$ B) $\wedge$ (B $\Rightarrow$ A) sehingga dapat dibaca “ A jika dan hanya jika B”.
- Biimplikasi 2 pernyataan hanya akan bernilai benar **(T)** jika kedua pernyataannya kembar, sebaliknya bernilai salah **(F).**
- Contoh :

  A : Dua garis saling berpotongan adalah tegak lurus.

  B : Dua garis saling membentuk sudut 90 derajat.

  Sehingga, A $\Leftrightarrow$ B : Dua garis saling berpotongan adalah tegak lurus **jika dan hanya jika** dua garis saling membentuk sudut 90 derajat.

Tabel Kebenaran Biimplikasi

A	B	A□B
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

BIIMPLIKASI

Bernilai BENAR jika keduanya kembar, selain itu bernilai SALAH

Contoh

Buatlah tabel kebenaran untuk kalimat dalam bentuk simbol-simbol di bawah ini :

a) $\neg(\neg A \vee \neg B)$

A	B	¬A	¬B	¬A ∨ ¬B	¬(¬A ∨ ¬B)
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F
F	F	T	T	T	F

Contoh

Buatlah tabel kebenaran untuk kalimat dalam bentuk simbol-simbol di bawah ini :

b) ¬(¬A □ B)

A	B	¬A	¬A ⇔ B	¬(¬A ⇔ B)
T	T	F	F	T
T	F	F	T	F
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

Contoh

Buatlah tabel kebenaran untuk kalimat dalam bentuk simbol-simbol di bawah ini :

c) $(A \Rightarrow B) \wedge \neg(A \vee B)$

A	B	$A \Rightarrow B$	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$	$(A \Rightarrow B) \wedge \neg(A \vee B)$
T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	T	T	F	F
F	F	T	F	T	T

Latihan

Buatlah tabel kebenaran untuk kalimat dalam bentuk simbol-simbol di bawah ini :

¬(A □¬B)

A	B	¬B	A ⇒ ¬B	¬(A ⇒ ¬B)
T	T	F	F	T
T	F	T	T	F
F	T	F	T	F
F	F	T	T	F

Latihan

Buatlah tabel kebenaran untuk kalimat dalam bentuk simbol-simbol di bawah ini :

$(\neg A \wedge (\neg B \wedge C)) \vee (B \wedge C) \vee (A \wedge C)$

A	B	C	$\neg A$	$\neg B$	$\neg B \wedge C$	$\neg A \wedge (\neg B \wedge C)$	$B \wedge C$	$A \wedge C$	$(\neg A \wedge (\neg B \wedge C)) \vee (B \wedge C) \vee (A \wedge C)$
T	T	T	F	F	F	F	T	T	T
T	T	F	F	F	F	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T	F	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F	F	T	F	T
F	T	F	T	F	F	F	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T	F	F	T
F	F	F	T	T	F	F	F	F	F

Contoh

Jika

A, B bernilai benar (T)

C, D bernilai salah (F)

Tentukan nilai kebenaran kalimat ini!

a) $A \vee (B \wedge C)$

b) $(A \wedge B \wedge C) \wedge \neg((A \vee B) \wedge (C \vee D))$

c) $(\neg(A \wedge B) \vee \neg C) \vee (((\neg A \wedge B) \vee \neg C) \wedge D)$

Contoh

Tentukan nilai kebenaran dari setiap pernyataan gabungan berikut.

a) Jika 3 + 2 = 7, maka 4 + 4 = 8.
b) Tidak benar bahwa 2 + 2 = 5 jika dan hanya jika 4 + 4 = 10.
c) Paris berada di Inggris atau London berada di Perancis

Materi 4

Ekuivalensi

Ekuivalensi

EKUIVALENSI adalah dua kalimat yang mempunyai nilai kebenaran yang sama untuk semua substitusi nilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya.

A ekuivalen dengan B dituliskan sebagai **(A ≡ B)**.

Contoh

Tentukan apakah pasangan kalimat-kalimat di bawah ini ekuivalen

¬(¬A) dengan A

A	¬A	¬(¬A)
T	F	T
F	T	F

Jadi, ¬(¬A) ≡ A

Contoh

¬(A ∧ B) dengan ¬A ∨¬B

A	B	A∧B	¬(A∧B)	¬A	¬B	¬A ∨ ¬B
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

Jadi, ¬(A ∧ B) ≡ ¬A ∨¬B

Contoh

$A \Rightarrow B$ dengan $\neg A \vee B$

A	B	$A \Rightarrow B$	$\neg A$	$\neg A \vee B$
T	T	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

Jadi, $A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

Latihan

Gunakan tabel kebenaran untuk membuktikan apakah pernyataan di bawah ini ekuivalen?

$\neg(A \wedge B)$ dengan $\neg A \wedge \neg B$

Materi 5

Hukum Ekuivalensi Logika

(1) Hukum Komutatif

$$A \wedge B \equiv B \wedge A$$

$$A \vee B \equiv B \vee A$$

(2) Hukum Asosiatif

$(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$ $(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$

(3) Hukum Distributif

$$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

(4) Hukum Identitas

$$A \wedge T \equiv A$$

$$A \vee F \equiv A$$

(5) Hukum Ikatan

$$A \vee T \equiv T$$

$$A \wedge F \equiv F$$

(6) Hukum Negasi

$$A \vee \neg A \equiv T$$

$$A \wedge \neg A \equiv F$$

(7) Hukum Negasi Ganda

$$\neg(\neg A) \equiv A$$

(8) Hukum Idempoten

$$A \land A \equiv A$$

$$A \lor A \equiv A$$

(9) Hukum De Morgan

$$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$$

(10) Hukum Absorbsi (Penyerapan)

$$A \vee (A \wedge B) \equiv A$$

$$A \wedge (A \vee B) \equiv A$$

(11) Hukum Negasi T dan F

$$\neg T \equiv F$$

$$\neg F \equiv T$$

(12) Hukum Implikasi

$$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

(13) Hukum Kontraposisi

$$A \Rightarrow B \equiv \neg B \Rightarrow \neg A$$

(14) Hukum Biimplikasi

$$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$$

Rangkuman | Hukum Ekuivalensi Logika

(1) Hukum Komutatif
$A \wedge B \equiv B \wedge A$
$A \vee B \equiv B \vee A$

(2) Hukum Asosiatif
$(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$ $(A \vee$
$B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$

(3) Hukum Distributif
$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

(4) Hukum Identitas
$A \wedge T \equiv A$
$A \vee F \equiv A$

(5) Hukum Ikatan
$A \vee T \equiv T$
$A \wedge F \equiv F$

(6) Hukum Negasi
$A \vee \neg A \equiv T$
$A \wedge \neg A \equiv F$

(7) Hukum Negasi Ganda
$\neg(\neg A) \equiv A$

(8) Hukum Idempoten
$A \wedge A \equiv A$
$A \vee A \equiv A$

(9) Hukum De Morgan
$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$
$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

(10) Hukum Absorbsi
$A \vee (A \wedge B) \equiv A$ A
$\wedge (A \vee B) \equiv A$

(11) Hukum Negasi T dan F
$\neg T \equiv F$
$\neg F \equiv T$

(12) Hukum Implikasi
$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

(13) Hukum Kontraposisi
$A \Rightarrow B \equiv \neg B \Rightarrow \neg A$

(14) Hukum Biimplikasi
$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$

CATATAN

Bila suatu kalimat yang melibatkan operator $\Rightarrow$ (implikasi) atau $\Leftrightarrow$ (biimplikasi), maka operator tersebut terlebih dahulu diubah menjadi operator $\wedge, \vee$ serta $\neg$.

Contoh

Sederhanakan bentuk

$\neg(\neg A \wedge B) \wedge (A \vee B)$

Rangkuman

(1) Hukum Komutatif

$A \wedge B \equiv B \wedge A$

$A \vee B \equiv B \vee A$

(2) Hukum Asosiatif

$(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$

$(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$

(3) Hukum Distributif

$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

(4) Hukum Identitas

$A \wedge T \equiv A$

$A \vee F \equiv A$

(5) Hukum Ikatan

$A \vee T \equiv T$

$A \wedge F \equiv F$

(6) Hukum Negasi

$A \vee \neg A \equiv T A$

$\wedge \neg A \equiv F$

(7) Hukum Negasi Ganda

$\neg(\neg A) \equiv A$

(8) Hukum Idempoten

$A \wedge A \equiv A$

$A \vee A \equiv A$

(9) Hukum De Morgan

$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$

$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

(10) Hukum Absorbsi

$A \vee (A \wedge B) \equiv A \quad A$

$\wedge (A \vee B) \equiv A$

(11) Hukum Negasi T dan F

$\neg T \equiv F$

$\neg F \equiv T$

(12) Hukum Implikasi

$A \Rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

(13) Hukum Kontraposisi

$A \Rightarrow B \equiv \neg B \Rightarrow \neg A$

(14) Hukum Biimplikasi

$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$

Latihan

Sederhanakan bentuk

a) $\neg(A \lor \neg B)$

b) $(A \lor B) \land \neg A$

c) $\neg(A \Rightarrow \neg B)$

d) $\neg(\neg A \Rightarrow B)$

Rangkuman

(1) Hukum Komutatif
$A \land B \equiv B \land A$
$A \lor B \equiv B \lor A$

(2) Hukum Asosiatif
$(A \land B) \land C \equiv A \land (B \land C)$
$(A \lor B) \lor C \equiv A \lor (B \lor C)$

(3) Hukum Distributif
$A \land (B \lor C) \equiv (A \land B) \lor (A \land C)$
$A \lor (B \land C) \equiv (A \lor B) \land (A \lor C)$

(4) Hukum Identitas
$A \land T \equiv A$
$A \lor F \equiv A$

(5) Hukum Ikatan
$A \lor T \equiv T$
$A \land F \equiv F$

(6) Hukum Negasi
$A \lor \neg A \equiv T$ A
$\land \neg A \equiv F$

(7) Hukum Negasi Ganda
$\neg(\neg A) \equiv A$

(8) Hukum Idempoten
$A \land A \equiv A$
$A \lor A \equiv A$

(9) Hukum De Morgan
$\neg(A \land B) \equiv \neg A \lor \neg B$
$\neg(A \lor B) \equiv \neg A \land \neg B$

(10) Hukum Absorbsi
$A \lor (A \land B) \equiv A$ A
$\land (A \lor B) \equiv A$

(11) Hukum Negasi T dan F
$\neg T \equiv F$
$\neg F \equiv T$

(12) Hukum Implikasi
$A \Rightarrow B \equiv \neg A \lor B$

(13) Hukum Kontraposisi
$A \Rightarrow B \equiv \neg B \Rightarrow \neg A$

(14) Hukum Biimplikasi
$A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \land (B \Rightarrow A)$

Cara Membuktikan Ekuivalensi A ≡ B

1) A (rumit) ≡ B (sederhana)

Caranya A diturunkan terus menerus, sehingga akhirnya didapat B.

2) A (sederhana) ≡ B (rumit)

Caranya B diturunkan terus menerus, sehingga akhirnya didapat A.

3) A (rumit) ≡ B (rumit)

Caranya A dan B masing-masing diturunkan secara terpisah, sehingga akhirnya sama-sama didapat C.

Contoh dan Latihan

Buktikan ekuivalensi kalimat-kalimat di bawah ini **tanpa menggunakan tabel kebenaran**.

1) $\neg(A \vee \neg B) \vee (\neg A \wedge \neg B) \equiv \neg A$
2) $\neg((\neg A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)) \vee (A \wedge B) \equiv A$
3) $(A \wedge (\neg(\neg A \vee B))) \vee (A \wedge B) \equiv A$

Contoh

Tunjukkan ingkaran dari kalimat

"Calon mahasiswa diterima ***jika dan hanya jika*** *dewasa"*

Latihan

Sederhanakan setiap pernyataan berikut!

a) Tidak benar bahwa jika bunga mawar berwarna merah maka bunga melati berwarna biru.

Contoh

Jika

A : Mahasiswa minimal mendapat nilai 70 untuk aljabar

B : Mahasiswa minimal mendapat nilai 70 untuk ilmu ukur

Soal

a) Nyatakan pernyataan berikut dalam symbol logika!

"Mahasiswa yang LULUS adalah mahasiswa yang minimal mendapat nilai 70 pada sekurang-kurangnya satu dari kedua mata kuliah di atas."

b) Bagaimana symbol logika untuk calon yang TIDAK LULUS? Apa artinya?

Materi 6

Tautologi, Kontradiksi dan Kontingensi

Tautologi, Kontradiksi dan Kontingensi

TAUTOLOGI adalah suatu bentuk kalimat yang selalu bernilai benar (T), tidak peduli bagaimanapunnilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya.

KONTRADIKSI adalah suatu bentuk kalimat yang selalu bernilai salah (F), tidak peduli bagaimanapun nilai kebenaran masing-masing kalimat penyusunnya.

KONTINGENSI adalah suatu bentuk kalimat yang tidak selalu bernilai benar (T) atau salah (S).

Menentukan Tautologi, Kontradiksi dan Kontingensi

1. **Menggunakan Tabel Kebenaran**
   - Tautologi : kolom terakhir seluruhnya bernilai **T**
   - Kontradiksi : kolom terakhir seluruhnya bernilai **F**
   - Kontingensi : kolom terakhir bernilai campuran (**T** dan **F**)

2. **Menggunakan Hukum Logika**
   - Tautologi : hasil terakhirnya bernilai **T**
   - Kontradiksi : hasil terakhirnya bernilai **F**
   - Kontingensi : hasil terakhirnya berupa proposisi

Contoh Tautologi

A	¬A	A ∨ ¬A
T	F	T
F	T	T

Coba buktikan dengan Hukum Logika!

Contoh Kontradiksi

A	¬A	A ∧ ¬A
T	F	F
F	T	F

Coba buktikan dengan Hukum Logika!

Contoh Kontingensi

A	¬A	A ⇒ ¬A
T	F	F
F	T	T

Coba buktikan dengan Hukum Logika!

Contoh 1

Tunjukkan bahwa kalimat-kalimat di bawah ini adalah Tautologi dengan menggunakan tabel kebenaran

$$(A \wedge B) \Rightarrow B$$

A	B	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \Rightarrow B$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

Semua baris bernilai T
Jadi $(A \wedge B) \Rightarrow B$
TAUTOLOGI

Coba buktikan dengan Hukum Logika!

Contoh 2

Tunjukkan bahwa kalimat-kalimat di bawah ini adalah Tautologi dengan menggunakan tabel kebenaran

$$B \Rightarrow (A \vee B)$$

A	B	$A \vee B$	$B \Rightarrow (A \vee B)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	T

Semua baris bernilai T
Jadi $B \Rightarrow (A \vee B)$
TAUTOLOGI

Coba buktikan dengan Hukum Logika!

Latihan

Menggunakan hukum-hukum logika, selidikilah ekspresi logika

$$(A \wedge \neg B) \Rightarrow (\neg A \vee B)$$

termasuk dalam Tautologi, Kontradiksi atau Kontingensi?

Contoh 3

Tunjukkan bahwa $\mathbf{(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)}$ merupakan suatu Tautologi dengan menggunakan hukum-hukum ekuivalensi logika!

<u>Penyelesaian</u>

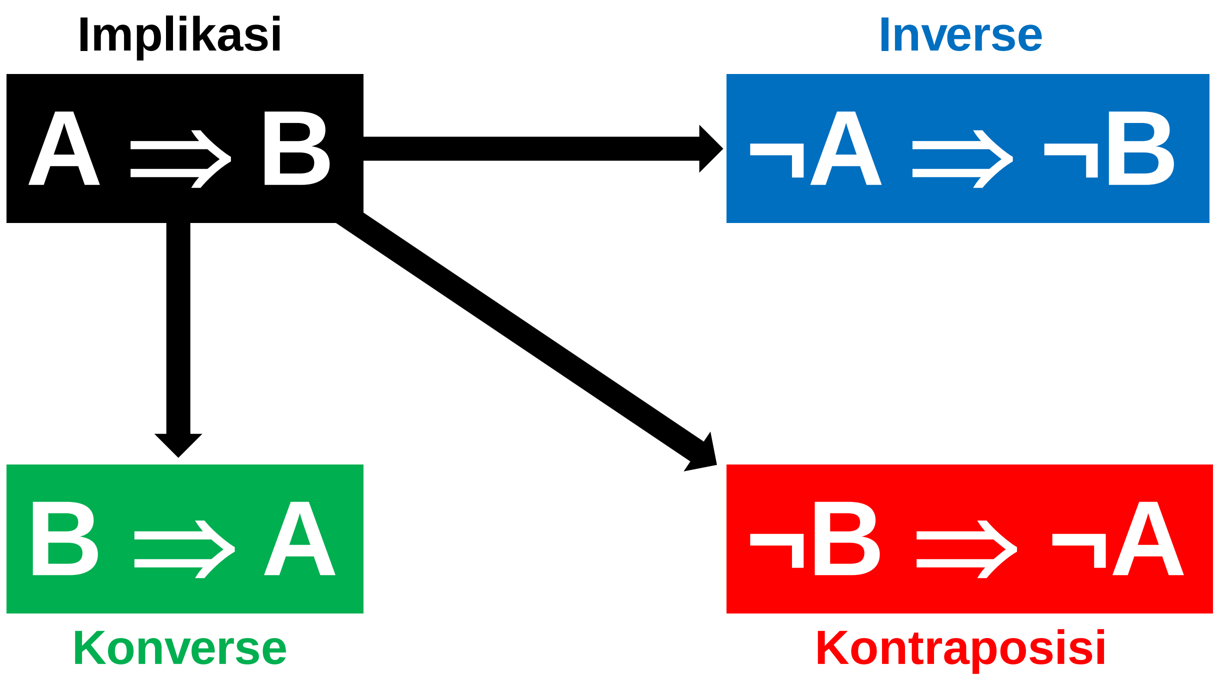
$\mathbf{(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)}$

$\equiv ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)) \wedge ((\neg B \Rightarrow \neg A) \Rightarrow (A \Rightarrow B))$	(Biimplikasi)
$\equiv ((\neg A \vee B) \Rightarrow (B \vee \neg A)) \wedge ((B \vee \neg A) \Rightarrow (\neg A \vee B)$	(Implikasi)
$\equiv (\neg(\neg A \vee B) \vee (B \vee \neg A)) \wedge (\neg(B \vee \neg A) \vee (\neg A \vee B))$	(Implikasi)
$\equiv ((A \wedge \neg B) \vee (B \vee \neg A)) \wedge ((\neg B \wedge A) \vee (\neg A \vee B))$	(De Morgan)
$\equiv ((A \wedge \neg B) \vee (B \vee \neg A)) \wedge ((A \wedge \neg B) \vee (B \vee \neg A))$	(Komutatif)
$\equiv (A \wedge \neg B) \vee (B \vee \neg A)$	(Idempoten)
$\equiv \neg(\neg A \vee B) \vee (B \vee \neg A)$	(De Morgan)
$\equiv \neg(\neg A \vee B) \vee (\neg A \vee B)$	(Komutatif)
$\equiv T$	(Negasi)

Materi 7

Konverse, Inverse dan Kontraposisi

Konverse, Inverse dan Kontraposisi



Konverse, Inverse dan Kontraposisi

A	B	¬A	¬B	Implikasi ($A \Rightarrow B$)	Konverse ($B \Rightarrow A$)	Inverse ($\neg A \Rightarrow \neg B$)	Kontraposisi ($\neg B \Rightarrow \neg A$)
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T

Implikasi ≡ Kontraposisi

$$(A \Rightarrow B) \equiv (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

Contoh

Diberikan kalimat implikasi sebagai berikut.

"Jika A segitiga sama kaki maka A suatu segitiga."

Tentukan invers, konverse dan kontraposisi dari kalimat di atas!

Penyelesaian

Konverse : Jika A suatu segitiga maka A segitiga sama kaki

Inverse : Jika A bukan segitiga sama kaki maka A bukan suatu segitiga

Kontraposisi : Jika A bukan suatu segitiga maka A bukan segitiga sama kaki

Perhatikan kalimat di atas!

Implikasi bernilai **T**, kontraposisi bernilai **T** (Implikasi ≡ Kontraposisi). Sedangkan, untuk Konverse dan Inverse belum tentu bernilai T (berbeda dengan implikasinya)

Latihan

Diberikan kalimat implikasi sebagai berikut.

"Jika P bilangan prima (selain 2) maka P bilangan ganjil."

Tentukan invers, konverse dan kontraposisi dari kalimat di atas beserta nilai kebenarannya!

<u>Penyelesaian</u>

Implikasi	: Jika P bil. prima (selain 2) maka P bil. ganjil	**(T)**
Konverse	: Jika P bil. ganjil maka P bil. prima (selain 2)	**(F)**
Inverse	: Jika P <u>bukan</u> bil. prima (selain 2) maka P <u>bukan</u> bil. ganjil	**(F)**
Kontraposisi	: Jika P <u>bukan</u> bil. ganjil maka P <u>bukan</u> bil. prima (selain 2)	**(T)**

Materi 8

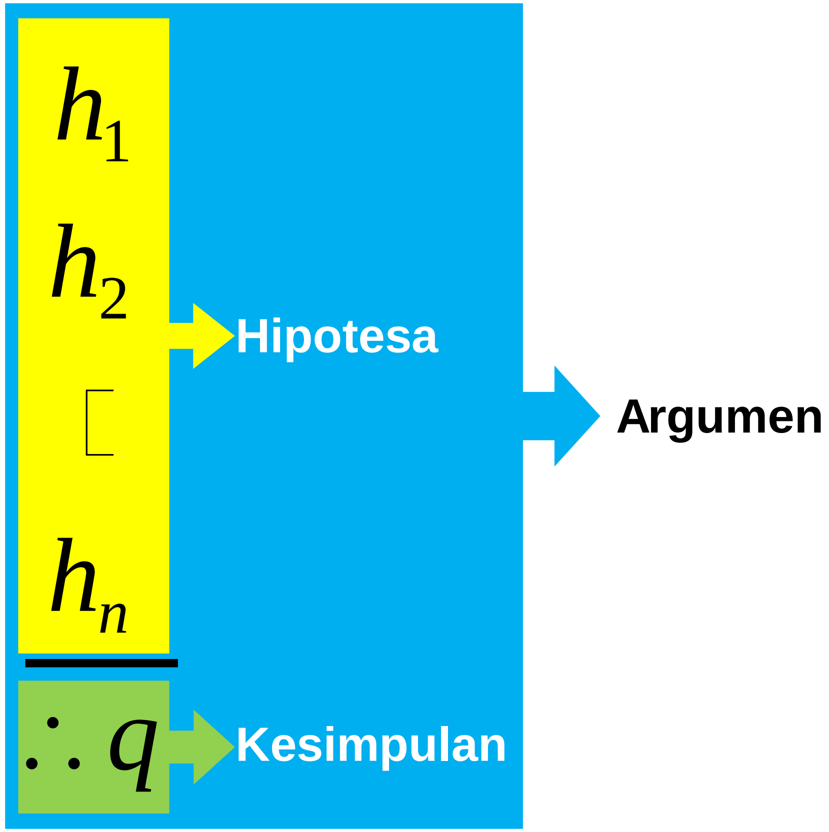
Argumen Valid dan Invalid pada Inferensi Logika

Pengertian Inferensi

INFERENSI adalah cara menurunkan kesimpulan berdasarkan hipotesa (dugaan) yang ada.

Argumen

- **ARGUMEN** adalah rangkaian kalimat-kalimat.
- Semua kalimat-kalimat ter-sebut **kecuali** yang terakhir disebut **HIPOTESA** (ASUMSI/ PREMISE).
- Kalimat terakhir pada argumen disebut **KESIMPULAN**



Argumen Valid dan Invalid

- Argumen dikatakan **VALID** jika untuk sembarang pernyataan yang disubstitusikan kedalam hipotesa, **jika semua hipotesa tersebut benar, maka kesimpulan juga benar.**
- Sebaliknya, meskipun **semua hipotesa benar tetapi ada kesimpulan yang salah,** maka argumen tersebut dikatakan **INVALID**.
- Jika suatu argumen dan semua hipotesanya bernilai benar, maka kebenaran nilai konklusi dikatakan sebagai “diinferensikan (diturunkan) dari kebenaran hipotesa”

Argumen Valid dan Invalid

Untuk mengecek apakah suatu argumen merupakan kalimat yang Valid, dapat dilakukan lagkah-langkah sebagai berikut:

1) Tentukan hipotesa dan kesimpulan kalimat
2) Buat tabel yang menunjukkan nilai kebenaran untuk semua hipotesa dan kesimpulan
3) Carilah **BARIS KRITIS**, yaitu baris di mana semua **hipotesa bernilai benar**
4) Dalam baris kritis tersebut,
   - Jika **semua** nilai kesimpulan **benar**, maka argumen itu **VALID**.
   - Jika **ada** nilai kesimpulan **salah**, maka argumen itu **INVALID**.

Contoh

Tentukan apakah Argumen di bawah ini Valid/Invalid?

a) $A \vee (B \vee C)$

$\quad \underline{\neg C \qquad\qquad\qquad}$

$\quad \therefore A \vee B$

b) $A \Rightarrow (B \vee \neg C)$

$\quad \underline{B \Rightarrow (A \wedge C)}$

$\quad \therefore A \Rightarrow C$

Penyelesaian (a)

$A \vee (B \vee C)$
$\neg C$
$\therefore A \vee B$

Hipotesa : $A \vee (B \vee C)$ dan $\neg C$
Kesimpulan : $A \vee B$

Tabel kebenaran dari hipotesa-hipotesa dan kesimpulan tersebut adalah:

Baris ke	A	B	C	$B \vee C$	$A \vee (B \vee C)$	$\neg C$	$A \vee B$
1	T	T	T	T	**T**	**F**	**T**
2	T	T	F	T	**T**	**T**	**T**
3	T	F	T	T	**T**	**F**	**T**
4	T	F	F	F	**T**	**T**	**T**
5	F	T	T	T	**T**	**F**	**T**
6	F	T	F	T	**T**	**T**	**T**
7	F	F	T	T	**T**	**F**	**F**
8	F	F	F	F	**F**	**T**	**F**

Baris kritis adalah baris 2, 4 dan 6 (baris yang semua hipotesanya bernilai T). Pada baris tersebut **seluruh** kesimpulannya bernilai T. Maka argumen tersebut **VALID**.

Penyelesaian (b)

$A \Rightarrow (B \vee \neg C)$
$\underline{B \Rightarrow (A \wedge C)}$
$\therefore A \Rightarrow C$

Hipotesa : $A \Rightarrow (B \vee \neg C)$ dan $B \Rightarrow (A \wedge C)$
Kesimpulan : $A \Rightarrow C$

Tabel kebenaran dari hipotesa-hipotesa dan kesimpulan tersebut adalah:

Baris ke	A	B	C	$\neg C$	$(B \vee \neg C)$	$A \wedge C$	$A \Rightarrow (B \vee \neg C)$	$B \Rightarrow (A \wedge C)$	$A \Rightarrow C$
1	T	T	T	F	T	T	**T**	**T**	**T**
2	T	T	F	T	T	F	**T**	**F**	**F**
3	T	F	T	F	F	T	**F**	**T**	**T**
4	T	F	F	T	T	F	**T**	**T**	**F**
5	F	T	T	F	T	F	**T**	**F**	**T**
6	F	T	F	T	T	F	**T**	**F**	**T**
7	F	F	T	F	F	F	**T**	**T**	**T**
8	F	F	F	T	T	F	**T**	**T**	**T**

Baris kritis adalah baris 1, 4, 7 dan 8. Pada baris tersebut **TIDAK** seluruh kesimpulannya bernilai T (baris ke-4 bernilai F). Maka argumen tersebut **INVALID**.

Latihan

Tentukan apakah Argumen di bawah ini Valid/Invalid?

a)
$$\begin{array}{ll} A \Rightarrow B & \text{(hipotesa 1)} \\ A & \text{(hipotesa 2)} \\ \hline \therefore\ B & \text{(kesimpulan)} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{ll} A \Rightarrow B & \text{(hipotesa 1)} \\ B \Rightarrow C & \text{(hipotesa 2)} \\ \hline \therefore\ A \Rightarrow C & \text{(kesimpulan)} \end{array}$$

Contoh

Tentukan apakah Argumen di bawah ini Valid/Invalid?

Jika Boby rajin belajar, maka nilainya bagus.

Nilai Boby <u>tidak</u> bagus.

∴ Boby <u>tidak</u> rajin belajar.

Latihan

Tentukan apakah Argumen di bawah ini Valid/Invalid?

Nanti malam, Adi akan mengajak saya nonton bioskop atau makan di restoran.

Jika Adi mengajak saya nonton bioskop, maka saya akan senang.

Jika Adi mengajak saya makan di restoran, maka saya akan senang.

$\therefore$ *Nanti malam saya akan senang.*

Latihan

Tentukan apakah Argumen di bawah ini Valid/Invalid?

Jika Indonesia suatu negara demokrasi, maka rakyatnya berhak untuk memilih.

Rakyat Indonesia berhak untuk memilih.

Kesimpulannya : Indonesia adalah suatu negara demokrasi.

Materi 9

Metode-Metode Inferensi

Metode-Metode Inferensi

- Metode-metode inferensi yaitu teknik untuk menurunkan kesimpulan (konklusi) berdasarkan hipotesa yang ada, **TANPA** harus menggunakan tabel kebenaran.

- Metode Inferensi
  1) Modus Ponens
  2) Modus Tollens
  3) Penambahan Disjungtif
  4) Penyederhanaan Konjungtif
  5) Silogisme Disjungtif
  6) Silogisme Hipotesis
  7) Dilema
  8) Konjungsi

(1) Modus Ponens

$$\begin{array}{ll} A \Rightarrow B & \text{(hipotesa 1)} \\ A & \text{(hipotesa 2)} \\ \hline \therefore B & \text{(kesimpulan)} \end{array}$$

Pada tabel kebenaran

Baris ke	A	B	$A \Rightarrow B$	A	B
1	T	T	T	T	T
2	T	F	F	T	F
3	F	T	T	F	T
4	F	F	T	F	F

Baris kritis adalah baris 1. Pada baris tersebut, konklusi bernilai T, sehingga argumennya valid.

Contoh:

Jika bilangan p habis dibagi 2, maka bilangan p adalah genap.

Bilangan p habis dibagi 2.

$\therefore$ *Bilangan p adalah genap.*

(2) Modus Tollens

$$
\begin{array}{rl}
A \Rightarrow B & \text{(hipotesa 1)} \\
\neg B & \text{(hipotesa 2)} \\
\hline
\therefore\ \neg A & \text{(kesimpulan)}
\end{array}
$$

Contoh:

Jika Boby rajin belajar, maka nilainya bagus.

Nilai Boby <u>tidak</u> bagus.

∴ Boby <u>tidak</u> rajin belajar.

(3) Penambahan Disjungtif

$$\frac{A \quad \text{(hipotesa)}}{\therefore A \vee B \text{ (kesimpulan)}}$$

$$\frac{B \quad \text{(hipotesa)}}{\therefore A \vee B \text{ (kesimpulan)}}$$

Contoh:

Erna adalah siswa SMA.

∴ *Erna adalah siswa SMA atau SMK.*

(4) Penyederhanaan Konjungtif

$$\frac{A \wedge B \quad \text{(hipotesa)}}{\therefore A \quad \text{(kesimpulan)}} \qquad \frac{A \wedge B \quad \text{(hipotesa)}}{\therefore B \quad \text{(kesimpulan)}}$$

Contoh:

Anna menguasai bahasa Perancis dan Inggris.

∴ Anna menguasai bahasa Perancis.

(5) Silogisme Disjungtif

$$\begin{array}{ll} A \vee B & \text{(hipotesa 1)} \\ \neg A & \text{(hipotesa 2)} \\ \hline \therefore B & \text{(kesimpulan)} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} A \vee B & \text{(hipotesa 1)} \\ \neg B & \text{(hipotesa 2)} \\ \hline \therefore A & \text{(kesimpulan)} \end{array}$$

Contoh:

Leptopku ada di dalam tas atau tertinggal di rumah.

*Leptopku **tidak** ada di dalam tas*

∴ Leptopku tertinggal di rumah.

(6) Silogisme Hipotesis

$$\begin{array}{ll} A \Rightarrow B & \text{(hipotesa 1)} \\ B \Rightarrow C & \text{(hipotesa 2)} \\ \hline \therefore A \Rightarrow C & \text{(kesimpulan)} \end{array}$$

Contoh:

Jika Indah rajin belajar, maka nilainya bagus.

Jika Indah memiliki nilai bagus, maka dia akan senang.

$\therefore$ *Jika Indah rajin belajar, maka dia akan senang.*

(7) Dilema

$A \vee B$ (hipotesa 1) $A \Rightarrow C$ (hipotesa 2) $B \Rightarrow C$ (hipotesa 3)

$\therefore C$ (kesimpulan)

Contoh:

Nanti malam, Adi akan mengajak saya nonton bioskop atau makan di restoran.

Jika Adi mengajak saya nonton bioskop, maka saya akan senang.

Jika Adi mengajak saya makan di restoran, maka saya akan senang.

$\therefore$ *Nanti malam saya akan senang.*

(8) Konjungsi

A	(hipotesa 1)
B	(hipotesa 2)
$\therefore A \wedge B$	(kesimpulan)

Contoh:

Hari ini hari Minggu

Hari ini libur

$\therefore$ *Hari ini hari Minggu dan libur.*

Contoh 1

Pada suatu hari, Anda hendak pergi ke kampus dan baru sadar bahwa Anda tidak memakai kaca mata. Setelah mengingat-ingat, ada beberapa fakta yang Anda pastikan kebenarannya:

a) Jika kacamataku ada di meja dapur, maka aku pasti sudah melihatnya ketika sarapan pagi.
b) Aku membaca koran di ruang tamu atau aku membacanya di dapur.
c) Jika aku membaca koran di ruang tamu, maka pastilah kacamataku kuletakkan di meja tamu.
d) Aku tidak melihat kacamataku pada waktu sarapan pagi.
e) Jika aku membaca buku di ranjang, maka kacamata kuletakkan di meja samping ranjang.
f) Jika aku membaca koran di dapur, maka kacamataku ada di meja dapur.

Berdasarkan fakta-fakta tersebut, tentukan di mana letak kacamata tersebut!

Penyelesaian

Untuk memudahkan pemahaman dan penggunaan hukum-hukum inferensi, maka kalimat-kalimat tersebut terlebih dulu dinyatakan dalam simbol-simbol logika.

Misal

A. : Kacamataku ada di meja dapur
B.: Aku melihat kacamataku ketika sarapan pagi
C : Aku membaca koran di ruang tamu
D. : Aku membaca koran di dapur
E. : Kacamata kuletakkan di meja tamu
F. : Aku membaca buku di ranjang
G. : Kacamata kuletakkan di meja samping ranjang

Penyelesaian

Dengan simbol-simbol tersebut maka fakta-fakta di atas dapat ditulis sebagai berikut :

a) $A \Rightarrow B$
b) $C \vee D$
c) $C \Rightarrow E$
δ) $\neg B$
e) $F \Rightarrow G$
f) $D \Rightarrow A$

Penyelesaian

Inferensi yang dapat dilakukan adalah sebagai berikut :

1)	$A \Rightarrow B$	fakta (a)
	$\neg B$	fakta (d)
	$\therefore \neg A$	dengan Modus Tollen
2)	$D \Rightarrow A$	fakta (f)
	$\neg A$	kesimpulan dari (1)
	$\therefore \neg D$	dengan Modus Tollen
3)	$C \vee D$	fakta (b)
	$\neg D$	kesimpulan dari (2)
	$\therefore C$	dengan Silogisme Disjungtif
4)	$C \Rightarrow E$	fakta (c)
	C	kesimpulan dari (3)
	$\therefore E$	dengan Modus Ponen

KESIMPULAN: Kacamata ada di meja tamu

Catatan

Perhatikan bahwa untuk mencapai kesimpulan akhir, tidak semua fakta di-pergunakan. Seperti pada kasus ini, fakta (e) tidak dipergunakan. Hal ini tidak menjadi masalah selama penurunan dilakukan dengan menggunakan metode inferensi yang benar.

Contoh 2

Buktikan kevalidan Argumen di bawah ini dengan menggunakan prinsip-prinsip inferensi logika

$$\begin{array}{l} A \wedge B \\ (A \vee B) \Rightarrow C \\ \hline \therefore C \end{array}$$

Penyelesaian:

1.	$\underline{A \wedge B}$	hipotesa
	$\therefore A$	Penyederhanaan Konjungtif
2.	$\underline{A}$	hasil dari (1)
	$\therefore A \vee B$	Penambahan Disjungtif
3.	$(A \vee B) \Rightarrow C$	hipotesa
	$\underline{A \vee B}$	hasil dari (2)
	$\therefore C$	Modus Ponen

Jadi terbukti Argumen di atas merupakan argumen yang valid.

Contoh 3

Benar atau salahkah pernyataan berikut ini menurut inferensi logika?

Jika Indonesia suatu negara demokrasi, maka rakyatnya berhak untuk memilih.

Rakyat Indonesia berhak untuk memilih.

Kesimpulannya : Indonesia adalah suatu negara demokrasi.

Contoh 4

Benar atau salahkah pernyataan berikut ini menurut inferensi logika?

Dalam negara parlementer, pimpinan eksekutif dipilih secara langsung oleh rakyat.

(Di Inggis, Perdana Menteri adalah pimpinan eksekutif).

Perdana Menteri di Inggris tidak dipilih secara langsung oleh rakyat.

Kesimpulannya : Inggris bukan negara parlemen.

Contoh 5

Benar atau salahkah pernyataan berikut ini menurut inferensi logika?

Orang Indonesia adalah orang Belanda

Orang Belanda adalah manusia.

Kesimpulannya : Orang Indonesia adalah manusia.

Contoh 6

Benar atau salahkah pernyataan berikut ini menurut inferensi logika?

Jika Joni adalah programmer, maka ia mengetahui secara tepat kode suatu program dan mengetahui spesifikasi komputer.

Karena itu, jika Joni tidak mengetahui waktu secara tepat kode suatu program atau tidak mengetahui spesifikasi komputer, maka ia bukan programer.

Contoh 7

Benar atau salahkah pernyataan berikut ini menurut inferensi logika?

Jika Deni tidak mengetahui nama dosen pengampu mata kuliah Logika Informatika, maka ia tidak dapat lulus mata kuliah tersebut.

Karena itu, jika Deni benar-benar lulus mata kuliah Logika Informatika, maka ia akan mengetahui nama dosen pengampunya.