

## MODUL 10 PROBABILITAS



### CAPAIAN PEMBELAJARAN

---

1. Menentukan nilai probabilitas



### KEBUTUHAN ALAT/BAHAN/SOFTWARE

---

1. Komputer
2. Software R



### DASAR TEORI

---

Definisi Probabilitas adalah kemungkinan yang dapat terjadi dalam suatu peristiwa tertentu. Definisi probabilitas dapat dilihat dari tiga macam pendekatan, yaitu pendekatan klasik, pendekatan frekuensi relatif dan pendekatan subjektif.

#### A. Pendekatan Klasik Menurut pendekatan klasik,

Andaikata suatu peristiwa random dapat terjadi dalam  $n$  cara yang masing-masing memiliki kemungkinan yang sama, dan apabila sejumlah  $n_A$  cara memberikan hasil  $A$ , maka probabilitas terjadinya peristiwa dengan hasil  $A$  adalah. Dirumuskan:

$$\text{prob}(A) = \frac{n_A}{n}$$

dengan:

$P(A)$  = probabilitas terjadinya peristiwa  $A$

$n(A)$  = jumlah peristiwa  $A$

$n(S)$  = jumlah peristiwa yang mungkin

Dalam definisi di atas,  $n$  adalah himpunan semua yang mungkin terjadi. Definisi di atas berasumsi bahwa  $n$  diketahui, padahal himpunan semua cara yang mungkin pada kenyataannya tidak selalu diketahui atau tidak terjadi atau tidak diamati atau tidak dihitung.

### B. Pendekatan Frekuensi Relatif

Menurut pendekatan frekuensi relatif, probabilitas dapat diartikan sebagai berikut:

1. Proporsi waktu terjadinya suatu peristiwa dalam jangka panjang, jika kondisi stabil.
2. Frekuensi relatif dari seluruh peristiwa dalam sejumlah besar percobaan. Probabilitas berdasarkan pendekatan ini sering disebut sebagai probabilitas empiris. Nilai probabilitas ditentukan melalui percobaan, sehingga nilai probabilitas itu merupakan limit dari frekuensi relatif peristiwa tersebut. Dirumuskan:

$$P(A) = \frac{f}{n}$$

$f$  = frekuensi kemunculan kejadian A,  $n$  = jumlah sampel

### C. Pendekatan Subjektif

Probabilitas adalah sebagai tingkat kepercayaan individu atau kelompok yang didasarkan pada fakta-fakta atau peristiwa masa lalu yang ada atau berupa terkaan saja.

Misalnya, seorang direktur akan memilih seorang karyawan dari tiga calon yang telah lulus ujian saringan. Ketiga calon tersebut sama pintar, sama lincah dan semuanya penuh kepercayaan. Probabilitas tertinggi (kemungkinan diterima) menjadi karyawan ditentukan secara subjektif oleh sang direktur.

### Probabilitas Beberapa Peristiwa

Peristiwa atau kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel pada suatu percobaan atau hasil yang dimaksud dari percobaan yang bersangkutan.

#### a. Peristiwa Saling Lepas (Mutually Exclusive)

Dua peristiwa atau lebih disebut peristiwa saling lepas apabila kedua atau lebih peristiwa tersebut tidak bisa terjadi pada saat bersamaan. Untuk dua peristiwa A dan peristiwa B yang saling lepas, maka probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah sebagai berikut:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

**b. Peristiwa Tidak Saling Lepas (Non Mutually Exclusive)**

Dua atau lebih peristiwa dikatakan peristiwa tidak saling lepas apabila kedua atau lebih peristiwa tersebut dapat terjadi pada saat yang bersamaan. Untuk dua peristiwa A dan B yang tidak saling lepas, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**c. Peristiwa Saling Bebas**

Dua peristiwa atau lebih dikatakan saling bebas apabila terjadinya peristiwa yang satu tidak mempengaruhi atau dipengaruhi terjadinya peristiwa yang lainnya. Untuk dua peristiwa A dan peristiwa B yang saling bebas, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

**d. Peristiwa Tidak Saling Bebas**

Dua peristiwa atau lebih dikatakan peristiwa tidak saling bebas apabila terjadinya peristiwa yang satu mempengaruhi atau dipengaruhi terjadinya peristiwa yang lainnya. Untuk dua peristiwa A dan B yang tidak saling bebas, probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah sebagai berikut:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

**e. Peristiwa Bersyarat**

Peristiwa bersyarat merupakan suatu peristiwa yang akan terjadi dengan syarat lain telah terjadi. Jika Peristiwa B bersyarat terhadap peristiwa A, maka probabilitas terjadinya peristiwa tersebut adalah sebagai berikut:

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

**f. Peristiwa Komplementer**

Peristiwa komplementer adalah peristiwa yang saling melengkapi. Jika peristiwa A

komplementer terhadap peristiwa B, maka probabilitas peristiwa tersebut adalah sebagai berikut:

$$P(A) + P(B) = 1$$

Untuk membantu pemahaman konsep dasar probabilitas terlebih dahulu harus memahami analisis kombinatorial, yaitu analisis bilangan faktorial, permutasi dan kombinasi.

### 1. Bilangan Faktorial

Faktorial adalah perkalian antara bilangan bulat positif (bilangan asli) yang kurang dari atau sama dengan  $n$ . Faktorial ditulis sebagai  $n!$  dan disebut  $n$  faktorial. Secara umum dapat dituliskan sebagai:

$$n! = n(n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1$$

### 2. Permutasi

Permutasi adalah penyusunan atau pengaturan beberapa objek dalam urutan yang berbeda dari urutan yang semula.

Bila himpunan itu terdiri atas  $n$  anggota dan diambil sebanyak  $r$ , tentu  $r \leq n$ , maka banyak susunan yang dapat dibuat dengan permutasi adalah...

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

### 3. Kombinasi

Kombinasi adalah suatu penyusunan beberapa objek tanpa memperhatikan urutan objek tersebut.

Rumus:

$${}_nC_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$



## PRAKTIK

---

### Praktik 1

Dalam sebuah keranjang terdapat 10 butir telur bebek, 20 butir telur ayam. Apabila diambil sebuah telur, tentukan peluang terambilnya telur bebek.

Jawab

Misal

B = terambil telur bebek

$n(B) = 10$

$n = \text{jumlah semua telur dikeranjang} = 10 + 20 = 30$

Maka

```
> n=10+20
> B=10
> P_B = B/n
> P_B
[1] 0.3333333
```

Peluang terambilnya telur bebek 0.33333

### Praktik 2

Sebuah kotak berisi 10 kelereng merah, 18 kelereng hijau, dan 22 kelereng kuning. Kecuali warna, lain-lainnya identik. Bila semua kelereng dimasukkan ke dalam kotak dan diaduk-aduk, maka berapakah peluang warna merah atau hijau yang terambil dari kotak jika kelereng diambil secara acak dengan mata tertutup?

**Jawab:**

Misal

A = mengambil warna merah

B = mengambil warna kuning

C = mengambil warna hijau

$$n(A) = 10$$

$$n(B) = 18$$

$$n(C) = 22$$

$$n = n(A) + n(B) + n(C) = 10 + 18 + 22$$

Ketiga peristiwa di atas adalah saling eksklusif, sehingga berlaku:

```
> n=10+18+22
> A=10
> C=22
> P_AatauC = A/n + C/n
> P_AatauC
[1] 0.64
```

Sehingga peluang terambil kelereng warna merah atau kuning adalah 0.64

### Praktik 3

Dari 45 siswa pada suatu kelas, diketahui 28 siswa senang matematika, 22 siswa bahasa inggris, dan 10 siswa suka kedua-duanya. Jika seorang siswa dipilih secara acak, tentukan peluang yang terpilih siswa yang menyukai matematika atau bahasa Inggris!

**Penyelesaian :**

Misal

M : suka Matematika

B : suka bahasa Inggris

$$n = 45$$

banyaknya yang suka matematika  $n(M) = 28$

banyaknya yang suka bahasa Inggris  $n(B) = 22$

banyaknya yang suka keduanya  $n(M \cap B) = 10$

Peluang terpilih yang suka matematika atau bahasa Inggris ialah :

```
> n = 45
> M = 28
> B = 22
> MdanB = 10
> P_MatauB = M/n + B/n - MdanB/n
> P_MatauB
[1] 0.8888889
```

Jadi peluang terpilih siswa yang menyukai matematika atau bahasa Inggris adalah 0.88889

#### Praktik 4

Dua buah dadu dilambungkan bersama-sama, tentukan peluang bahwa jumlah mata kedua dadu lebih dari 3!

#### Penyelesaian :

Dua buah dadu dilambungkan bersama, maka  $n = 6 \times 6 = 36$

Jika  $A = \{\text{jumlah mata kedua dadu} \leq 3\} = \{(1,1), (1,2), (2,1)\}$

$$n(A) = 3$$

$$B = \{\text{jumlah mata kedua dadu} > 3\}$$

Maka

```
> n = 6*6
> A = 3
> bukanA = 1 - A/n
> bukanA
[1] 0.9166667
```

Jadi peluang bahwa jumlah mata kedua dadu  $> 3$  adalah 0.9167

#### Praktik 5

Jika dilakukan undian dengan melempar sebuah mata uang sebanyak dua kali. Tentukan peluang keduanya tampak Angka

Jawab

Misal A adalah tampak Angka saat pelemparan pertama

B adalah tampak Angka saat pelemparan kedua

peristiwa A dan B adalah independent.

Peluang peristiwa A dan peluang peristiwa B

```
> A = 1/2
> B = 1/2
> P_AdanB = A*B
> P_AdanB
[1] 0.25
```

Sehingga peluang keduanya tampak Angka adalah 0.25

## Praktik 6

Di dalam sebuah kotak terdapat 5 bola merah dan 4 bola putih. Dari dalam kotak tersebut diambil dua bola sekaligus. Berapa peluang kedua bola itu berwarna putih?

**Penyelesaian :**

$$n = {}_9C_2 = 36$$

A = terambil dua bola putih

$$n(A) = {}_4C_2 = 6$$

Maka

```
> n = choose(9,2)
> A = choose(4,2)
> P_A = A/n
> P_A
[1] 0.1666667
```

Jadi peluang kedua bola itu berwarna putih adalah 0.1667



## LATIHAN

---

### Latihan 1

Tiga buah bola diambil secara acak dari sebuah kantong yang terdiri dari 8 bola merah dan 6 bola biru. Berapa peluang mendapatkan sedikitnya satu bola biru?

### Latihan 2

Dari setumpuk kartu bridge (52 lembar) diambil secara acak. Berapa peluang terambilnya kartu bernomor 10 atau kartu AS?



### Latihan 3

Dari satu kelas terdiri dari 35 siswa, setelah didata ternyata 20 siswa senang bermain bola basket, 18 siswa senang bermain bola volley dan 8 siswa senang keduanya. Jika dipanggil salah satu siswa secara acak, maka berapa peluang yang terpilih itu senang bermain basket atau bola volley?

### Latihan 4

Jika peluang hari esok akan hujan adalah 0,35, berapa peluang bahwa cuaca akan cerah esok hari?

### Latihan 5

A menyatakan si Y akan hidup dalam tempo 80 tahun, B menyatakan si Z akan hidup dalam tempo juga 80 tahun. Jika diberikan  $P(A) = 0,65$  dan  $P(B) = 0,52$ . Berapakah peluang si Y dan si Z dua-duanya akan hidup dalam tempo 80 tahun?

### Latihan 6

Dalam sebuah kotak terdapat 30 lampu, 5 diantaranya mati (rusak). Jika diambil 5 lampu secara acak, berapa peluang mendapatkan sedikitnya 2 lampu tidak rusak?



### TUGAS

---

1. Panitia pertunjukan panggung terbuka mengundang 10 orang penyanyi yang terdiri dari 7 wanita dan 3 pria. Berhubung keterbatasan waktu, hanya ditampilkan 5 orang penyanyi dan masing-masing penyanyi mempunyai hak yang sama untuk tampil. Berapa peluang terambilnya 5 penyanyi itu jika disyaratkan bahwa:
  - a. Sekurang-kurangnya 2 penyanyi wanita.
  - b. Sekurang-kurangnya 2 penyanyi pria
2. Suatu fasilitas produksi mempekerjakan 20 orang karyawannya pada shift pagi, 15 karyawan pada shift sore dan 10 orang karyawan pada shift malam. Seorang konsultan control mutu ingin memilih 6 orang karyawan untuk suatu wawancara.

Misalkan pemilihan ini dilakukan sedemikian rupa sehingga kelompok 6 orang tertentu tersebut memiliki kesempatan yang sama untuk terpilih seperti hanya kelompok lainnya, tentukanlah:

- a. Probabilitas bahwa 6 karyawan yang terpilih seluruhnya berasal dari shift pagi.
- b. Probabilitas bahwa 6 karyawan yang terpilih seluruhnya berasal dari shift yang sama.
- c. Probabilitas bahwa 6 karyawan yang terpilih sekurang-kurangnya berasal dari dua shift yang berbeda.



## REFERENSI

---

### PUSTAKA :

- [1] John Verzani, "Using R for Introductory Statistics," Second Edition, CUNY/College of Staten Island New York, USA, 2014.
- [2] Emmanuel Paradis, "R for Beginners",
- [3] Suhartono, "Analisis Data Statistik dengan R", Graha Ilmu, Yogyakarta, 2009
- [4] W. John Braun and Duncan J. Murdoch, "A First Course in Statistical Programming with R", Second Edition
- [5] Tony Fischetti "Data Analysis with R" Packt Publishing Ltd., Birmingham, 2015

