

# INVERS MATRIKS

**Ilham R Arvianto, M.Pd**

[ir.arvianto@akakom.ac.id](mailto:ir.arvianto@akakom.ac.id)

# Invers (Lawan)

$$A \cdot A^{-1} = 1$$

$$2 \cdot 2^{-1} = 1$$
$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

# Matriks Invers

- Jika  $A$  dan  $B$  matriks persegi serta berlaku  $\mathbf{AB = BA = I}$  ( $I$  matriks identitas), maka dikatakan bahwa  $A$  dapat dibalik (*invertible*) dan  $B$  adalah matriks invers dari  $A$ . **Notasi:**  $A^{-1}$
- Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow AB = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

Maka dikatakan  $\mathbf{A = B^{-1}}$  atau  $\mathbf{B = A^{-1}}$

# Latihan

Tunjukkan apakah matriks  $B$  merupakan invers dari matriks  $A$

$$a) A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ dan } B = -\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$b) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

# **Menentukan Invers Matriks dengan Metode Operasi Baris Elementer (OBE)**

# Invers Matriks dengan OBE

- ❑ Terlebih dahulu **matriks  $A$**  ditulis dalam bentuk **matriks  $[A|I]$** , dengan ordo matriks  $I$  sama dengan ordo matriks  $A$ .
- ❑ Invers dari matriks  $A$  dapat dihitung dengan mengubah **matriks  $[A|I]$**  menjadi **matriks  $[I/A^{-1}]$**  menggunakan OBE.
- ❑ Kondisi
  - Jika  **$A$  memiliki invers** maka dengan OBE **akan terbentuk  $[I/A^{-1}]$** .
  - Jika  **$A$  tidak memiliki invers** maka dengan OBE, **tidak akan terbentuk  $[I/A^{-1}]$** .

## Contoh 1

Diketahui  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  Tentukan  $A^{-1}$ , jika ada!

### Penyelesaian

$$(A|I) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 2 & 5 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3 & -5 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 & -3 \end{array} \right) = (I|A^{-1})$$

$$\text{Jadi } A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -5 \\ -3 & 4 & 5 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

## Contoh 2

Diketahui  $B = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 2 & 4 & -1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$  Tentukan  $B^{-1}$ , jika ada!

### Penyelesaian

$$(B|I) = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 6 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & -9 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

Walaupun matriks  $B$  belum dalam bentuk  $I$ , tapi perhitungan sudah dapat dihentikan. Pada tahap ini sudah terlihat bahwa bentuk  $[I/B^{-1}]$  tidak akan bisa didapatkan, sehingga disimpulkan matriks  **$B$  tidak memiliki invers**.



# Hubungan Determinan dan Invers

- Jika matriks  $A$  memiliki  $\det(A) \neq 0$ , maka matriks  $A$  memiliki invers.
- Jika matriks  $A$  memiliki  $\det(A) = 0$ , maka matriks  $A$  tidak memiliki invers.

# Latihan

Tentukan invers dari matriks berikut (jika ada)!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

**Terima Kasih**