

ANALISIS RUNTUT WAKTU DAN PERAMALAN (*Time Series and Forecasting*) – Analisis Tren

P.E.N.D.A.H.U.L.U.A.N

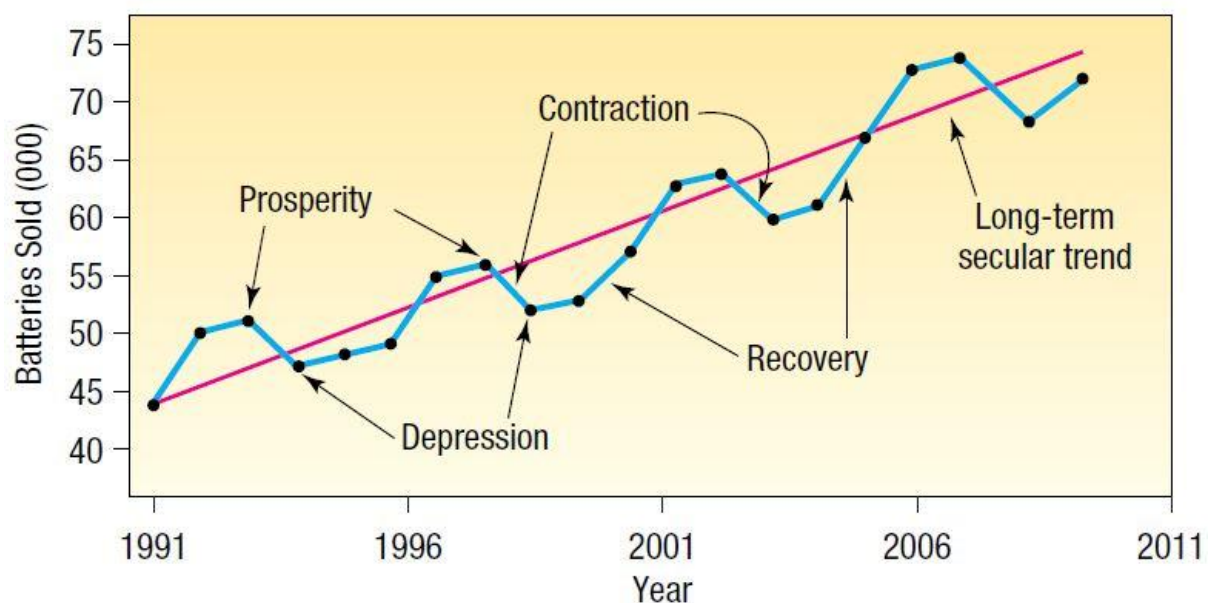
Runtut waktu merupakan kumpulan data yang tercatat sepanjang periode waktu tertentu (contohnya: mingguan, bulanan, atau tahunan).

Analisis runtut waktu adalah analisis pergerakan atau perubahan variabel dari waktu ke waktu.

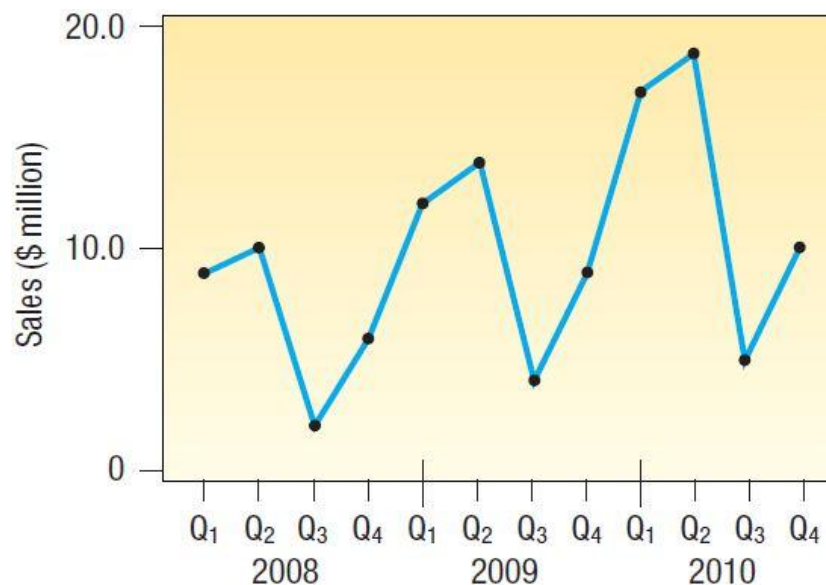
Dalam analisis runtut waktu ini, sejumlah kumpulan data digunakan untuk meramal kejadian pada masa mendatang. Pertama, mengamati komponen runtut waktu. Lalu, menganalisis data dengan menggunakan beberapa teknik (dalam hal ini, digunakan teknik analisis tren). Dan terakhir, meramalkan peristiwa pada masa mendatang berdasarkan hasil analisis data.

K.O.M.P.O.N.E.N R.U.N.T.U.T W.A.K.T.U

- 1) Tren sekuler (*secular trend*):
Pergerakan variabel yang *cenderung* ke satu arah (naik atau turun)
Contoh: peningkatan GNP,
volume penjualan dari waktu ke waktu.
- 2) Variasi siklis (*cylical variation*):
Arah pergerakan mengikuti siklus (hidup) bisnis.
Terdapat fluktuasi cukup besar yang terbentang selama lebih dari setahun.
Contoh: penjualan baterai tahunan dari tahun 1991 hingga 2010. Ada masa pemulihan, kemakmuran, kontraksi, atau depresi.



- 3) Variasi musiman (*seasonal variation*):
 Arah pergerakan berubah secara periodik. Artinya, pola yang ada *cenderung* berulang setiap tahunnya.
 Contoh: penjualan perlengkapan baseball dalam tahun 2008, 2009, dan 2010.



- 4) Variasi tak beraturan (*irregular variation*)
 Arah pergerakannya di luar tiga komponen runtut waktu sebelumnya, yakni meliputi kejadian-kejadian yang tidak terduga.
 Contoh: pengaruh bencana alam terhadap produksi/penjualan suatu barang

Pada kesempatan ini, komponen runtut waktu yang akan dibahas adalah tren sekuler.

T.R.E.N S.E.K.U.L.E.R

Kegunaan tren sekuler:

- menggambarkan pergerakan/perubahan variabel
- peramalan → dilakukan dengan ekstrapolasi persamaan garis/kurva tren sekuler

Jenis-jenis tren sekuler:

- tren linier
- tren nonlinier:
 - tren kuadratik
 - tren eksponensial

Analisis tren pada kali ini memanfaatkan metode kuadrat terkecil (*least square method*).

T.R.E.N L.I.N.I.E.R

Persamaan tren linier:

$$\hat{Y} = a + bt$$

Keterangan:

\hat{Y} (dibaca Y topi), merupakan nilai proyeksi variabel Y untuk nilai t yang terpilih.

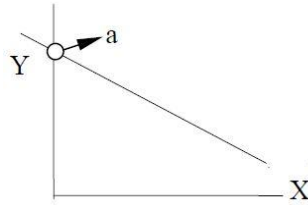
a , merupakan titik potong (*intercept*) Y , yakni perkiraan nilai Y saat $t = 0$ (garis memotong sumbu- y).

b , kemiringan garis, yakni perubahan rata-rata \hat{Y} untuk setiap kenaikan dari satu unit t .

t , merupakan nilai/kode yang dipilih.

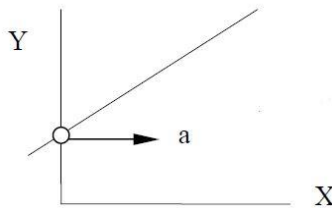
saat b bernilai negatif;

Tren linier negatif.



saat b bernilai positif;

Tren linier positif.



Nilai a dan b dapat diperoleh dengan rumus:

$$b = \frac{\sum t_i Y_i}{\sum t_i^2}$$

$$a = \sum \frac{Y_i}{n}$$

Contoh 1: (untuk n genap)

Produksi tahunan kursi goyang berukuran besar di CapJempol Production sejak tahun 2010 sebagai berikut:

Tahun	Produksi (dalam ribuan)
2010	4
2011	8
2012	5
2013	8
2014	11
2015	9
2016	11
2017	14

- Tentukan persamaan tren linier untuk data produksi di atas !
- Berdasarkan persamaan tren linier yang diperoleh, berapa perkiraan jumlah produksi pada tahun 2020 ?

J A W A B :

- Tabulasi Data

Tahun	Produksi (Y_i)	t_i	$t_i \cdot Y_i$	t_i^2
2010	4	- 7	- 28	49
2011	8	- 5	- 40	25
2012	5	- 3	- 15	9
2013	8	- 1	- 8	1
2014	11	1	11	1
2015	9	3	27	9
2016	11	5	55	25
2017	14	7	98	49
JUMLAH	70	0	100	168

$$\hat{Y} = a + bt$$

$$b = \frac{\sum t_i Y_i}{\sum t_i^2} = \frac{100}{168} = 0,5952$$

$$a = \sum \frac{Y_i}{n} = \frac{70}{8} = 8,75$$

Jadi, persamaan tren liniernya adalah:

$$\hat{Y} = 8,75 + 0,5952 t$$

b. Tahun 2020

Jika tahun 2010 adalah tahun ke-1, maka tahun 2020 adalah tahun ke-11. Ini berarti bahwa:

$$t_i = t_1 + (i - 1) \times \text{beda} \rightarrow t_{11} = -7 + (11 - 1) \cdot 2 = 13$$

$$\hat{Y} = 8,75 + 0,5952 (13) = 16,4881$$

Jadi, pada tahun 2020, jumlah produksi diperkirakan mencapai 16.488 kursi.

Contoh 2: (untuk n ganjil)

Tabel berikut mencakup jumlah potongan kaca tahunan yang diproduksi oleh CapJempol Production dari tahun 2013:

Tahun	Potongan kaca (dalam ton)
2013	2
2014	4
2015	3
2016	5
2017	6

- Tentukan persamaan tren linier untuk data produksi di atas !
- Perkirakan jumlah produksi potongan kaca pada tahun 2019 !

J A W A B :

- Tabulasi Data

Tahun	Produksi (Y_i)	t_i	$t_i \cdot Y_i$	t_i^2
2013	2	- 2	- 4	4
2014	4	- 1	- 4	1
2015	3	0	0	0
2016	5	1	5	1
2017	6	2	12	4
JUMLAH	20	0	9	10

$$\hat{Y} = a + bt$$

$$b = \frac{\sum t_i Y_i}{\sum t_i^2} = \frac{9}{10} = 0,9$$

$$a = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{20}{5} = 4$$

Jadi, persamaan tren liniernya adalah:

$$\hat{Y} = 4 + 0,9 t$$

b. Tahun 2019

Jika tahun 2013 adalah tahun ke-1, maka tahun 2019 adalah tahun ke-7. Ini berarti bahwa:

$$t_i = t_1 + (i - 1) \times \text{beda} \rightarrow t_7 = -2 + (7 - 1) \cdot 1 = 4$$

$$\hat{Y} = 4 + 0,9 (4) = 7,6$$

Jadi, pada tahun 2019, jumlah produksi potongan kaca diperkirakan mencapai 7,6 ton.

Penentuan nilai/kode t pada tren linier di atas, juga berlaku untuk tren kuadratik maupun tren eksponensial.

T.R.E.N K.U.A.D.R.A.T.I.K

Persamaan tren kuadrat:

$$\hat{Y} = a + bt + ct^2$$

Nilai a , b dan c dapat diperoleh dengan rumus:

$$c = \frac{n \cdot \sum t_i^2 Y_i - \sum t_i^2 \cdot \sum Y_i}{n \cdot \sum t_i^4 - (\sum t_i^2)^2}$$

$$b = \frac{\sum t_i Y_i}{\sum t_i^2}$$

$$a = \frac{\sum Y_i - c \cdot \sum t_i^2}{n}$$

Contoh 3: (soal serupa dengan Contoh 2)

Tabel berikut mencakup jumlah potongan kaca tahunan yang diproduksi oleh CapJempol Production dari tahun 2013:

Tahun	Potongan kaca (dalam ton)
2013	2
2014	4
2015	3
2016	5
2017	6

- Tentukan persamaan tren kuadrat untuk data produksi di atas !
- Perkirakan jumlah produksi potongan kaca pada tahun 2019 !

J A W A B :

- Tabulasi Data

Tahun	Potongan kaca (Y_i)	t_i	$t_i \cdot Y_i$	t_i^2	$t_i^2 \cdot Y_i$	t_i^4
2013	2	- 2	- 4	4	8	16
2014	4	- 1	- 4	1	4	1
2015	3	0	0	0	0	0
2016	5	1	5	1	5	1
2017	6	2	12	4	24	16
JUMLAH	20	0	9	10	41	34

$$\hat{Y} = a + bt + ct^2$$

$$c = \frac{n \cdot \sum t_i^2 Y_i - \sum t_i^2 \cdot \sum Y_i}{n \cdot \sum t_i^4 - (\sum t_i^2)^2} = \frac{5 \cdot 41 - 10 \cdot 20}{5 \cdot 34 - 10^2} = 0,0714$$

$$b = \frac{\sum t_i Y_i}{\sum t_i^2} = \frac{9}{10} = 0,9$$

$$a = \frac{\sum Y_i - c \cdot \sum t_i^2}{n} = \frac{20 - 0,0714 \cdot 10}{5} = 3,8572$$

Jadi, persamaan tren kuadratnya ialah:

$$\hat{Y} = 3,8572 + 0,9 t + 0,0714 t^2$$

- Tahun 2019

Jika tahun 2013 adalah tahun ke-1, maka tahun 2019 adalah tahun ke-7. Ini berarti bahwa:

$$t_i = t_1 + (i - 1) \times \text{beda} \rightarrow t_7 = -2 + (7 - 1) \cdot 1 = 4$$

$$\hat{Y} = 3,8572 + 0,9 (4) + 0,0714 (4)^2 = 8,6$$

Jadi, pada tahun 2019, jumlah produksi potongan kaca diperkirakan mencapai 8,6 ton.

T.R.E.N E.K.S.P.O.N.E.N.S.I.A.L

Persamaan tren eksponen:

$$\hat{Y} = a \cdot b^t$$

Persamaan di atas, dapat juga dituliskan sebagai berikut:

$$\log \hat{Y} = \log a + \log b$$

Oleh sebab itu, tren eksponensial sering juga disebut tren logaritma.

Tren eksponensial ini biasanya digunakan untuk mengukur suatu runtut waktu yang mengalami kenaikan atau penurunan yang cepat.

Nilai a dan b dapat diperoleh dengan rumus:

$$b = \text{anti log} \left(\frac{\sum t_i \log Y_i}{\sum t_i^2} \right)$$

$$a = \text{anti log} \left(\frac{\sum \log Y_i}{n} \right)$$

Contoh 4:

Perusahaan Jomblo Group merupakan pemasok perangkat lunak komputer yang tumbuh pesat di daerah Serang. Penjualan selama lima tahun terakhir tertera di bawah ini.

Tahun	Penjualan (dalam ratusan juta rupiah)
2012	1,1
2013	1,5
2014	2,0
2015	2,4
2016	3,1

- Tentukan persamaan tren eksponen untuk data penjualan produk di atas !
- Perkirakan penjualan untuk tahun 2020 !

J A W A B :

- Tabulasi Data

Tahun	Penjualan (Y_i)	t_i	t_i^2	$\log Y_i$	$t_i \cdot \log Y_i$
2012	1,1	-2	4	0,0414	-0,0828
2013	1,5	-1	1	0,1761	-0,1761
2014	2,0	0	0	0,3010	0
2015	2,4	1	1	0,3802	0,3802
2016	3,1	2	4	0,4914	0,9828
JUMLAH	10,1	0	10	1,3901	1,1041

$$\hat{Y} = a \cdot b^t$$

$$b = \text{anti log} \left(\frac{\sum t_i \log Y_i}{\sum t_i^2} \right) = \text{anti log} \left(\frac{1,1041}{10} \right) = 1,2895$$

$$a = \text{anti log} \left(\frac{\sum \log Y_i}{n} \right) = \text{anti log} \left(\frac{1,3901}{5} \right) = 1,8968$$

Jadi, persamaan tren eksponen untuk data penjualan di atas adalah:

$$\hat{Y} = 1,8968 \cdot 1,2895^t$$

b. Tahun 2020

Jika tahun 2012 adalah tahun ke-1, maka tahun 2020 adalah tahun ke-9. Ini berarti bahwa:

$$t_i = t_1 + (i - 1) \times \text{beda} \quad \rightarrow \quad t_9 = -2 + (9 - 1) \cdot 1 = 6$$

$$\hat{Y} = 1,8968 \cdot 1,2895^6 = 8,7206$$

Jadi, pada tahun 2020, total penjualan diperkirakan mencapai Rp 872.060.000,00.

LATIHAN SOAL

Grafik berikut ini merupakan grafik banyaknya perjalanan kereta *Commuter Line* per harinya dari tahun 2011 sampai 2015.



Dengan melihat banyaknya perjalanan yang terealisasi, jika dibutuhkan minimal 1400 perjalanan kereta per harinya untuk mencapai target minimal 1,2 juta penumpang, maka perkirakanlah pada tahun berapa target tersebut akan tercapai !

(*petunjuk*: gunakanlah salah satu teknik dari analisis tren yang sudah kalian ketahui)