

INTERPOLASI NEWTON

Pendahuluan

INTERPOLASI digunakan untuk memperkirakan nilai (tengah) di antara titik-titik dari satu himpunan yang sudah diketahui.

Pendahuluan

x	y
1.0	1.00
1.1	1.21
1.2	1.44
1.3	1.69
1.4	1.96
1.5	2.25

$$y = f(1.45) \dots ???$$

Dengan mengasumsikan $f(x)$ adalah **fungsi linier**, maka $f(1.45)$ diperoleh dari titik tengah $f(1.4)$ dan $f(1.5)$, sehingga diperoleh:

$$f(1.45) = \frac{f(1.4) + f(1.5)}{2} = \frac{1.96 + 2.25}{2} = 2.0325$$

Cara ini disebut, **INTERPOLASI LINIER**

Interpolasi Linier

Interpolasi linier adalah bentuk interpolasi yang paling sederhana, yaitu dengan menghubungkan dua titik data dengan garis lurus.

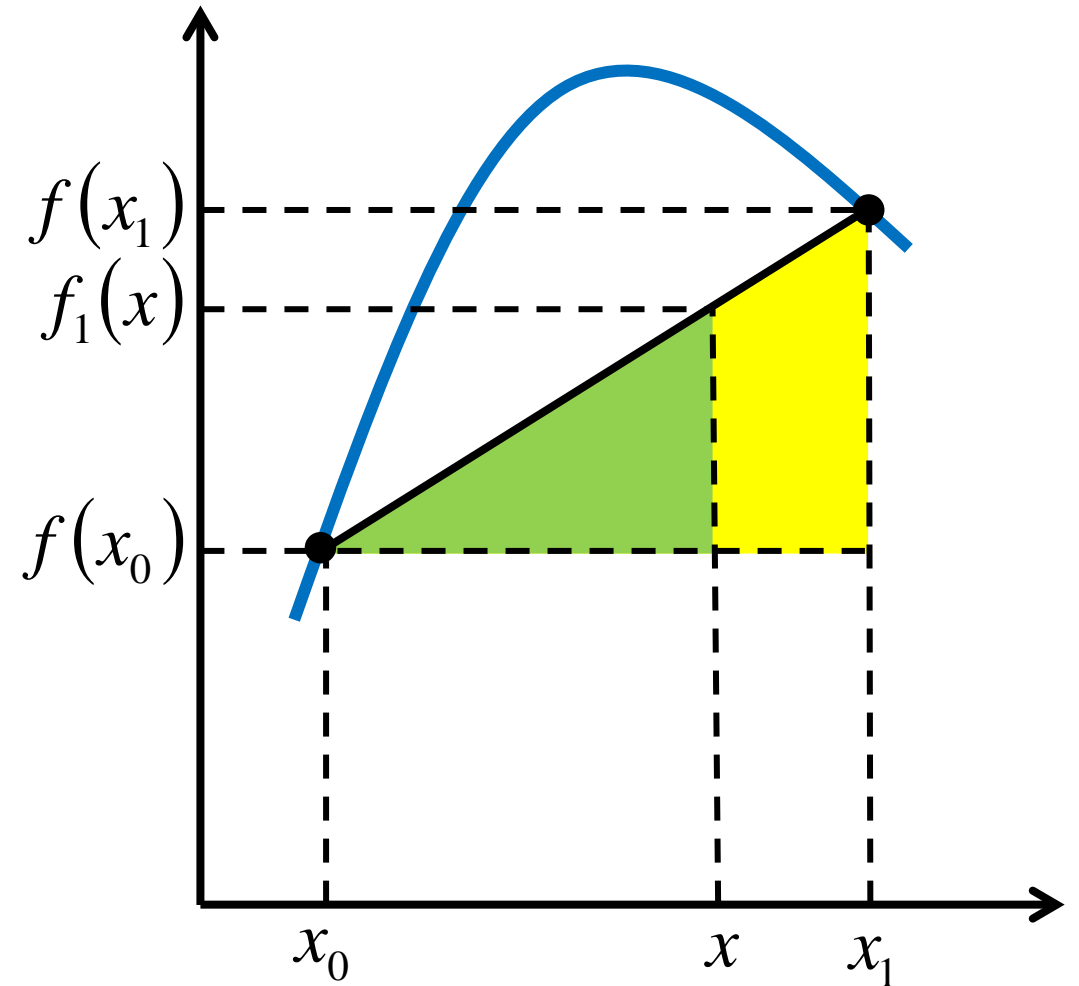
Dengan memakai segitiga sebangun,

$$\frac{f_1(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

↓

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} (x - x_0)$$

Rumus Interpolasi Linier



Contoh Interpolasi Linier

Data berikut ini menunjukkan hubungan kecepatan dan jarak yang dibutuhkan untuk menghentikan kendaraan.

Kecepatan (mil/jam)	10	20	30	40	50	60	70
Jarak henti (feet)	12	21	46	65	90	111	148

Perkirakan **dengan interpolasi linier** jarak henti yang dibutuhkan bagi sebuah kendaraan yang melaju dengan kecepatan 45 mil/jam

$$f_1(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} (x - x_0)$$

Interpolasi Kuadrat

- Seringkali interpolasi linier **tidak memuaskan** karena kebanyakan fungsi yang diinterpolasikan tidak linier.
- Pendekatan lain yang dapat digunakan adalah anggapan bahwa fungsi-fungsi tersebut berperilaku sebagai **FUNGSI KUADRAT**.
- Misalnya, tiga titik berdekatan x_0 , x_1 dan x_2 , maka nilai $f(x)$ dapat didekati dengan:

$$f_2(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1)$$

Rumus Interpolasi Kuadrat

Dengan $b_0 = f(x_0)$

$$b_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$b_2 = \frac{\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_1}$$

Contoh Interpolasi Kuadrat

Kecepatan (mil/jam)	10	20	30	40	50	60	70
Jarak henti (feet)	12	21	46	65	90	111	148

Perkirakan **dengan interpolasi kuadrat** jarak henti yang dibutuhkan bagi sebuah kendaraan yang melaju dengan kecepatan 45 mil/jam

$$b_0 = f(x_0)$$
$$b_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$
$$b_2 = \frac{\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_1}$$

$$f_2(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1)$$

Interpolasi Polinomial Newton

Rumus Interpolasi Polinomial Newton:

$$f_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + \dots + b_n(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{n-1})$$

Di mana

$$b_0 = f(x_0)$$

$$b_1 = f[x_1, x_0]$$

$$b_2 = f[x_2, x_1, x_0]$$

\vdots

$$b_n = f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_0]$$

Bila ditinjau dari:

- Fungsi diferensi terbagi hingga orde pertama:

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j}$$

- Fungsi diferensi terbagi hingga orde kedua:

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_j, x_k]}{[x_i - x_k]}$$

Interpolasi Polinomial Newton

Secara grafis dapat dilihat

i	x_i	$f(x_i)$	Orde		
			Pertama	Kedua	Ketiga
0	x_0	$b_0 = f(x_0)$			
			$b_1 = f[x_1, x_0]$		
1	x_1	$f(x_1)$		$b_2 = f[x_2, x_1, x_0]$	
			$f[x_2, x_1]$		$b_3 = f[x_3, x_2, x_1, x_0]$
2	x_2	$f(x_2)$		$f[x_3, x_2, x_1]$	
			$f[x_3, x_2]$		
3	x_3	$f(x_3)$			

Latihan 1 Interpolasi Newton

Kecepatan (mil/jam)	10	20	30	40	50	60	70
Jarak henti (feet)	12	21	46	65	90	111	148

Perkirakan **dengan interpolasi Newton** jarak henti yang dibutuhkan bagi sebuah kendaraan yang melaju dengan kecepatan 45 mil/jam! Gunakan empat data terakhir.

Contoh Interpolasi Newton

i	x_i	$f(x_i)$	Orde		
			Pertama	Kedua	Ketiga
0	40	$b_0 = 65$			
			$b_1 = 2.5$		
1	50	90		$b_2 = -0.02$	
			2.1		$b_3 = 0.0033$
2	60	111		0.08	
			3.7		
3	70	148			

Latihan 2 - Interpolasi Newton

Tentukan nilai dari **f(0.9)** berdasar dari nilai $f(0.5) = 0.479$, $f(1) = 0.841$ dan $f(2) = 0.909$

i	x_i	$f(x_i)$	Orde	
			Pertama	Kedua
0	0.5	$b_0 = 0.479$		
			$b_1 = 0.724$	
1	1	0.841		$b_2 = -0.437$
			0.068	
2	2	0.909		

Latihan 3 - Interpolasi Newton

Tentukan nilai dari **Sin(0.3)** berdasar dari nilai $\text{Sin}(-0.5) = 0.521$, $\text{Sin}(0) = 0$ dan $\text{Sin}(1) = 1.175$

i	x_i	$f(x_i)$	Orde	
			Pertama	Kedua
0	-0.5	$b_0 = 0.521$		
			$b_1 = 1.042$	
1	0	0		$b_2 = 0.133$
			1.175	
2	1	1.175		

Tugas bab 10 metode numerik

- Silahkan dikerjakan latihan 1, 2 dan 3, tulis tangan dikumpulkan max besok jumat 26/11/21 pukul 16.00 wib, via email dg judul MetnumTi3p10-NIM

Terima Kasih