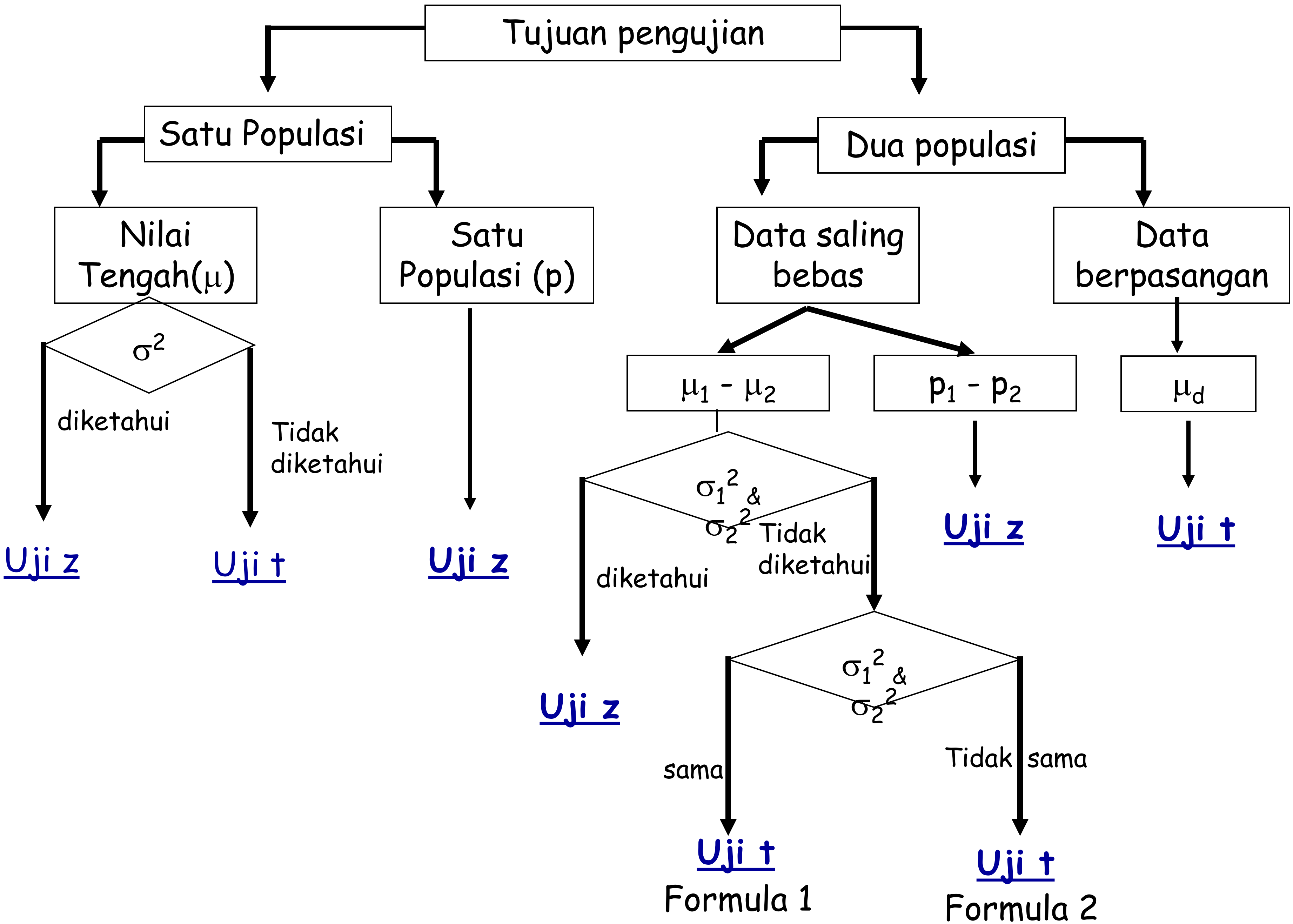
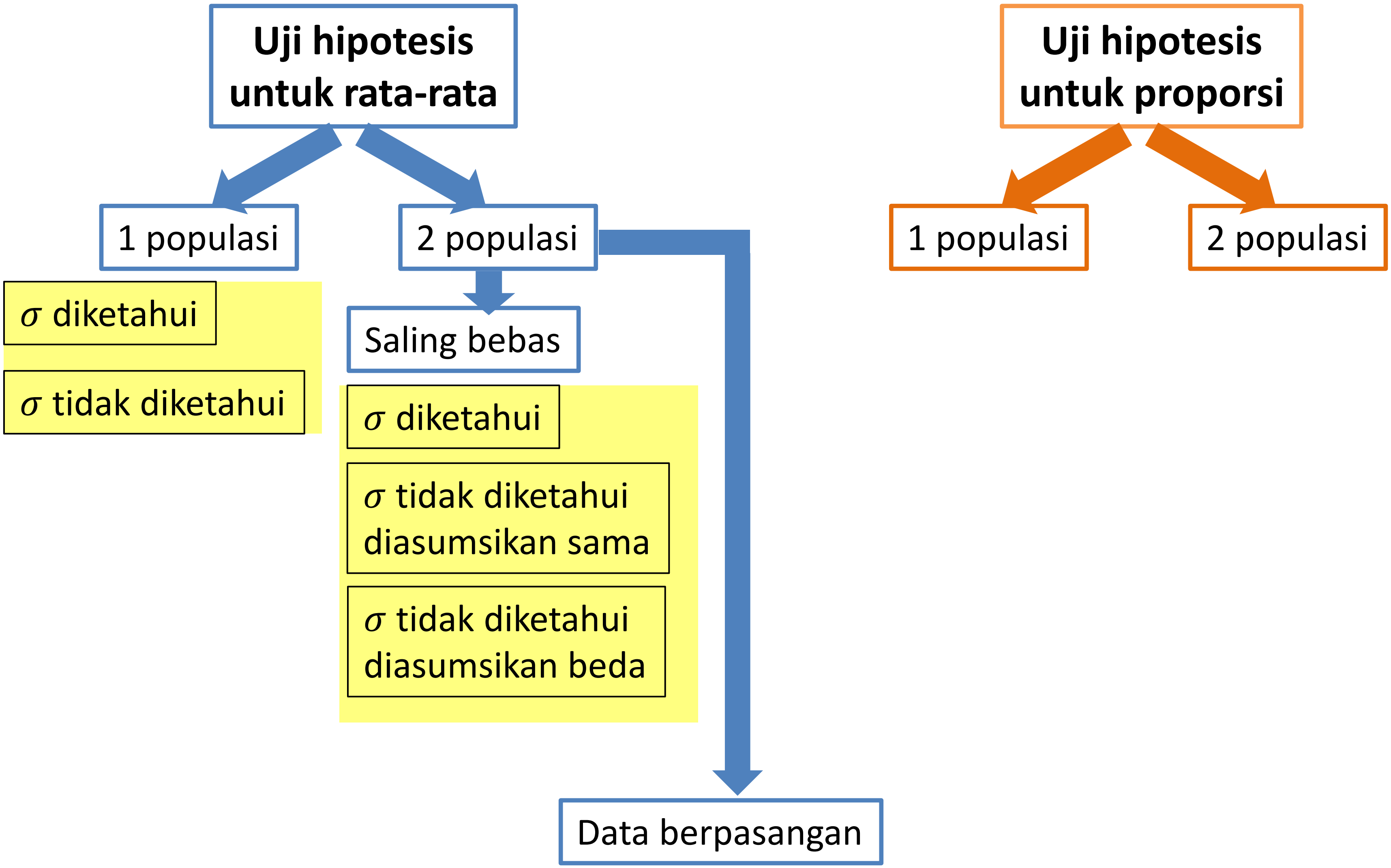
Metode Statistika
STK211/ 3(2-3)

Pertemuan XI

Uji Hipotesis


Tujuan pengujian
Satu Populasi
Dua populasi
Nilai Tengah(μ)
Satu Populasi (p)
Data saling bebas
Data berpasangan
σ2
diketahui
Tidak diketahui
Uji z
Uji t
Uji z
μ1 - μ2
p1 - p2
μd
σ1 2 & σ2 2
diketahui
Tidak diketahui
Uji z
Uji t
Uji z
σ1 2 & σ2 2
sama
Tidak sama
Uji t
Formula 1
Uji t
Formula 2

Uji Hipotesis



Uji hipotesis untuk rata-rata (μ) 1 populasi

- Hipotesis

Hipotesis satu arah

- $H_0 : \mu \geq \mu_0$ vs $H_1 : \mu < \mu_0$
- $H_0 : \mu \leq \mu_0$ vs $H_1 : \mu > \mu_0$

Hipotesis dua arah

- $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu \neq \mu_0$

- Statistik uji:
  - Jika ragam populasi (σ^2) diketahui

$$z_{hit} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

  - Jika ragam populasi (σ^2) tidak diketahui

$$t_{hit} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

- Titik kritis

Uji 1 arah: $z_{tabel} = z_{\alpha}$

Uji 2 arah: $z_{tabel} = z_{\frac{\alpha}{2}}$

Uji 1 arah: $t_{tabel} = t_{\alpha(n-1)}$

Uji 2 arah: $t_{tabel} = t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}$

Latihan 1

- Batasan yang ditentukan oleh pemerintah terhadap emisi gas CO kendaraan bermotor adalah 50 ppm. Sebuah perusahaan baru yang sedang mengajukan ijin pemasaran mobil, diperiksa oleh petugas pemerintah untuk menentukan apakah perusahaan tersebut layak diberikan ijin.
- Sebanyak 20 mobil diambil secara acak dan diuji emisi CO-nya. Dari data didapatkan, rata-ratanya 55 dan ragamnya 4.2. Dengan menggunakan taraf nyata 5%, layakkah perusahaan tersebut mendapat ijin ?

Jawaban 1

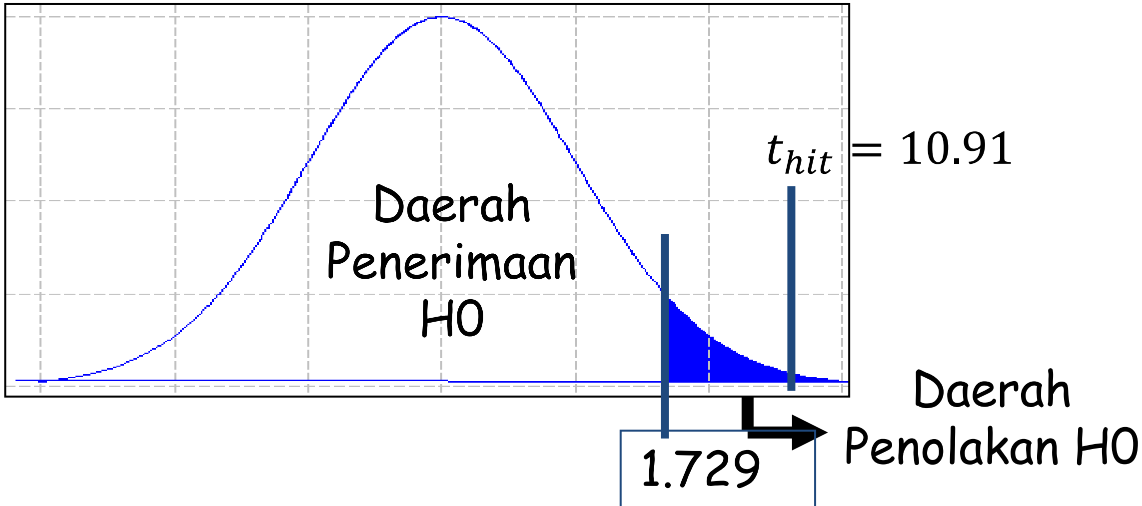
- Hipotesis: $H_0 : \mu \leq 50$ vs $H_1 : \mu > 50$
- Statistik Uji

$$t_{hit} = \frac{55 - 50}{\sqrt{4.2}/\sqrt{20}} = 10.91$$

- Titik Kritis

$$t_{tabel} = t_{\alpha(n-1)} = t_{0.05(19)} = 1.729$$

- Wilayah penolakan H_0



Tolak H_0

→ Cukup bukti untuk menyatakan bahwa perusahaan mobil tersebut tidak layak diberikan izin pada taraf nyata 5%

Latihan 2

- Ada yang mengatakan bahwa jarak yang ditempuh sebuah mobil secara rata-rata kurang dari 20000 km dalam 1 tahun. Untuk menguji pendapat ini suatu contoh acak 100 pemilik mobil diminta mencatat km yg ditempuhnya. Apakah anda sependapat dengan pernyataan di atas jika contoh tsb menghasilkan rata-rata 23500 km dgn simpangan baku 3900 km?

Untuk latihan mandiri

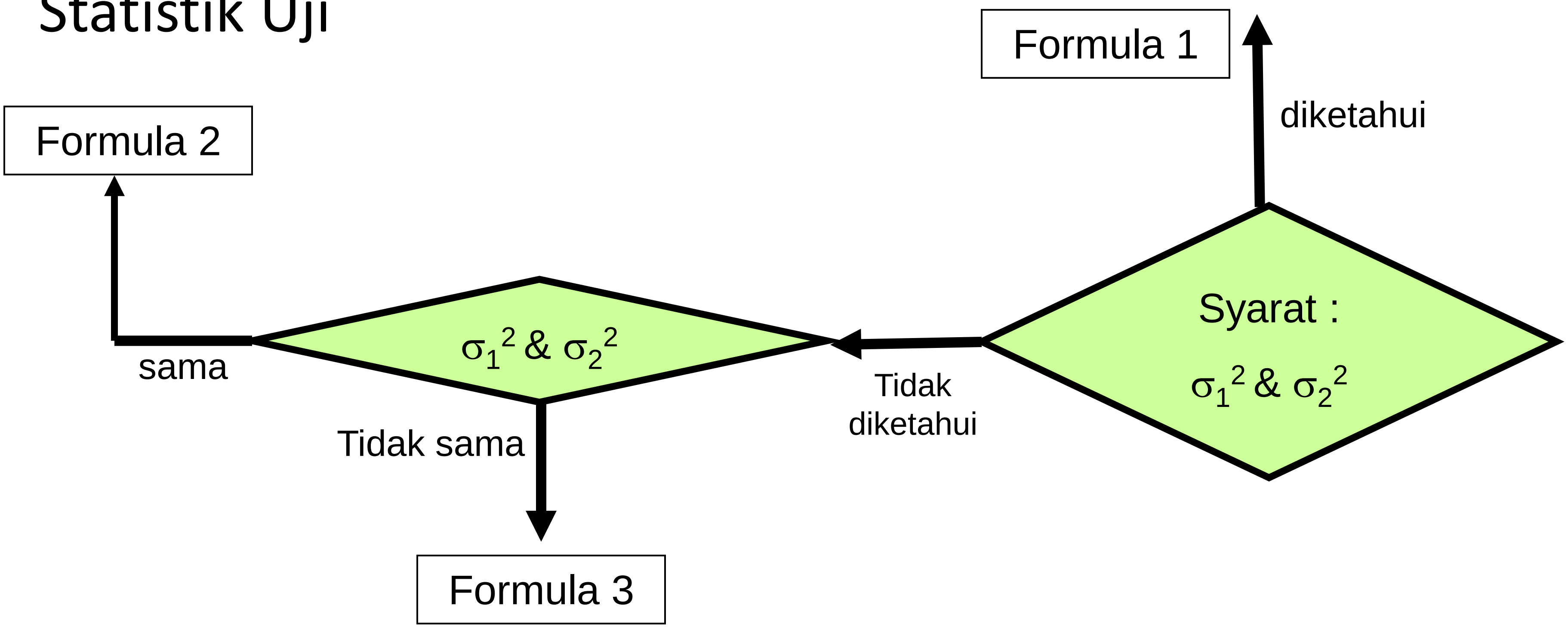
Uji hipotesis untuk selisih rata-rata ($\mu_1 - \mu_2$) 2 populasi saling bebas

Hipotesis

- Hipotesis satu arah:
  - $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta_0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta_0$
  - $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta_0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta_0$
- Hipotesis dua arah:
  - $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0$

$$z_h = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta_0}{\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}$$

Statistik Uji



Uji Hipotesis bagi selisih rata-rata $(\mu_1 - \mu_2)$ 2 populasi

a. Jika σ_1^2 dan σ_2^2 diketahui

- Statistik Uji $$z_{hit} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

- Titik kritis

  Uji 1 arah: $z_{tabel} = z_{\alpha}$
  Uji 2 arah: $z_{tabel} = z_{\frac{\alpha}{2}}$

Uji Hipotesis bagi selisih rata-rata $(\mu_1 - \mu_2)$ 2 populasi

b. Jika σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui dan diasumsikan sama

- Statistik Uji

$$t_{hit} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta_0}{\sqrt{s_{gab}^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$s_{gab}^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- Titik kritis

Uji 1 arah: $t_{tabel} = t_{\alpha(v)}$

Uji 2 arah: $t_{tabel} = t_{\frac{\alpha}{2}(v)}$

$$v = n_1 + n_2 - 2$$

Uji Hipotesis bagi selisih rata-rata $(\mu_1 - \mu_2)$ 2 populasi

c. Jika σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui dan diasumsikan beda

- Statistik Uji

$$t_{hit} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta_0}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}}$$

- Titik kritis

Uji 1 arah: $t_{tabel} = t_{\alpha(v)}$

Uji 2 arah: $t_{tabel} = t_{\frac{\alpha}{2}(v)}$

$$v = \frac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2\right)^2}{\left[\left(s_1^2/n_1\right)^2/(n_1 - 1)\right] + \left[\left(s_2^2/n_2\right)^2/(n_2 - 1)\right]}$$

Latihan 3

- Seorang manager minyak pengangkutan meyakini bahwa paket-paket yang dikiriman pada akhir bulan lebih berat daripada paket-paket yang dikirimkan pada awal bulan. Untuk menguji keyakinan tersebut seorang peneliti mengambil sampel 15 paket pada awal bulan dan diperolah rata-rata 40 kg dan simpangan baku 6 kg, sedangkan sampel 10 paket yg dipilih akhir bulan rata-rata beratnya 50 kg dgn simpangan baku 10,2 kg.
- Jika diasumsikan ragam kedua populasi sama, dapatkah kita menyimpulkan bahwa pendapat manager itu benar pada taraf nyata 10% ?

Jawaban 3

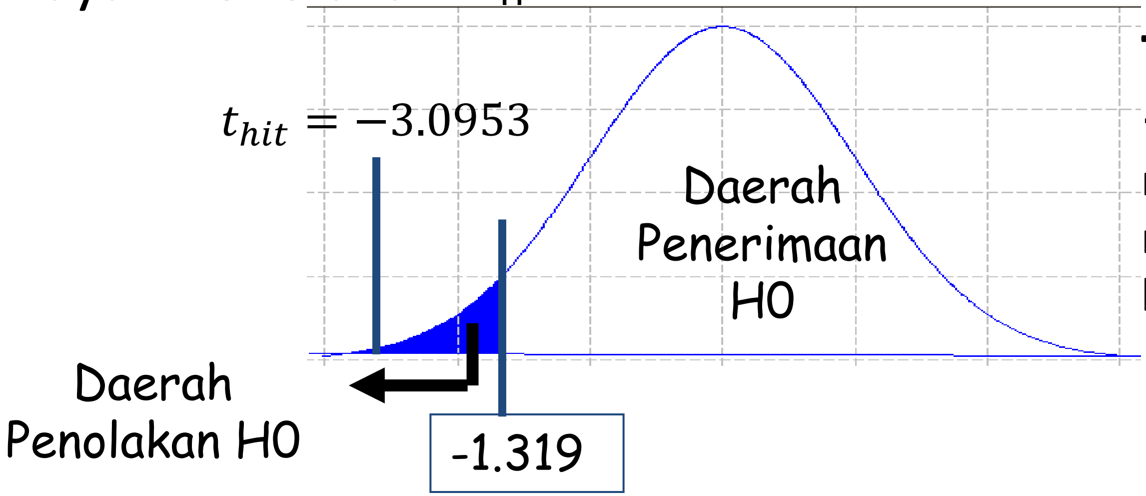
- Misalkan: 1 → awal; 2 → akhir
- Hipotesis: H_0: $\mu_1 \geq \mu_2$; H_1: $\mu_1 < \mu_2$
- Statistik Uji:

$$t_{hit} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta_0}{\sqrt{s_{gab}^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{-10}{\sqrt{62.624\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{10}\right)}} = -3.0953$$

- Titik Kritis

$$t_{tabel} = t_{0.1(23)} = 1.319$$

- Wilayah Penolakan H_0



Tolak H_0

→ Cukup bukti untuk menyatakan pendapat meneger minyak tersebut benar pada taraf nyata 5%

Uji hipotesis untuk rata-rata selisih 2 populasi tidak saling bebas (data berpasangan)

- Hipotesis
  - Hipotesis satu arah:

    $H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta_0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta_0$ atau $H_0: \mu_D \geq \delta_0$ vs $H_1: \mu_D < \delta_0$

    $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta_0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta_0$ atau $H_0: \mu_D \leq \delta_0$ vs $H_1: \mu_D > \delta_0$
  - Hipotesis dua arah:

    $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0$ vs $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0$ atau $H_0: \mu_D = \delta_0$ vs $H_1: \mu_D \neq \delta_0$

- Statistik Uji

$$t_{hit} = \frac{\bar{d} - \delta_0}{s/\sqrt{n}}$$

Pasangan data	**1**	**...**	**n**
Data awal (X1)	x_{11}	...	x_{1n}
Data akhir (X2)	x_{21}	...	x_{2n}
d = X1 – X2	d_1	...	d_n

$$\bar{d} = \frac{\sum_i d_i}{n};\, s_d^2 = \frac{\sum_i \left(d_i - \bar{d}\right)^2}{n-1};\; d_i = x_{1i} - x_{2i}$$

- Titik kritis

  Uji 1 arah: $t_{tabel} = t_{\alpha(n-1)}$

  Uji 2 arah: $t_{tabel} = t_{\frac{\alpha}{2}(n-1)}$

Latihan 4

- Suatu klub kesegaran jasmani ingin mengevaluasi program diet, kemudian dipilih secara acak 10 orang anggotanya untuk mengikuti program diet tersebut selama 3 bulan. Data yang diambil adalah berat badan sebelum dan sesudah program diet dilaksanakan, yaitu:

Berat Badan	Peserta									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sebelum (X1)	90	89	92	90	91	92	91	93	92	91
Sesudah (X2)	85	86	87	86	87	85	85	87	86	86
D=X1-X2	5	3	5	4	4	7	6	6	6	5

- Apakah program diet tersebut dapat mengurangi berat badan minimal 5 kg? Lakukan pengujian pada taraf nyata 5%!

Jawaban 4

- Karena kasus ini merupakan contoh berpasangan, maka:
- Hipotesis:

  H0 : $\mu_D \geq 5$ vs H1 : $\mu_D < 5$
- Deskripsi:

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{51}{10} = 5.1 \qquad s_d^2 = \frac{n\sum d_i^2 - \left(\sum d_i\right)^2}{n(n-1)} = \frac{10(273)-(51)^2}{10(9)} = 1.43$$

$$s_d = \sqrt{1.43} = 1.20$$

- Statistik uji:

$$t_{hit} = \frac{\bar{d}-\delta_0}{s_{\bar{d}}} = \frac{\bar{d}-\delta_0}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{5.1-5}{1.20/\sqrt{10}} = 0.26$$

- Daerah kritis pada α=5%

  Tolak H_0, jika $t_{hit} < -t_{(\alpha=5\%,db=9)} = -1.833$

- Kesimpulan:

  Tidak tolak H_0, cukup bukti untuk menyatakan program diet tersebut dapat mengurangi berat badan minimal 5 kg pada taraf nyata 5%

Uji hipotesis untuk proporsi (p) 1 populasi

- Hipotesis

  Hipotesis satu arah

  - H0 : $p \geq p_0$ vs H1 : $p < p_0$
  - H0 : $p \leq p_0$ vs H1 : $p > p_0$

  Hipotesis dua arah

  - H0 : $p = p_0$ vs H1 : $p \neq p_0$

- Statistik Uji

$$z_{hit} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

- Titik kritis

  Uji 1 arah: $z_{tabel} = z_{\alpha}$

  Uji 2 arah: $z_{tabel} = z_{\frac{\alpha}{2}}$

Latihan 5

- Menurut suatu artikel suatu obat baru yang diekstrak dari suatu jamur, cyclosporin A, mampu meningkatkan tingkat kesuksesan dalam operasi transplantasi organ. Menurut artikel tersebut, 32 pasien yang menjalani operasi transplantasi ginjal diberikan obat baru tersebut. Dari 32 pasien tersebut, 19 diantaranya sukses dalam operasi transpalntasi ginjal.

  Sebagai informasi ahwa keberhasilan dengan menggunakan prosedur yang standar adalah sekitar 60%!
- Apakah dapat dikatakan bahwa obat baru tersebut lebih baik dari prosedur yang standar?

Jawaban 5

$$\hat{p} = \frac{19}{22} = 0.86$$

Ditanya : p > 0.6?

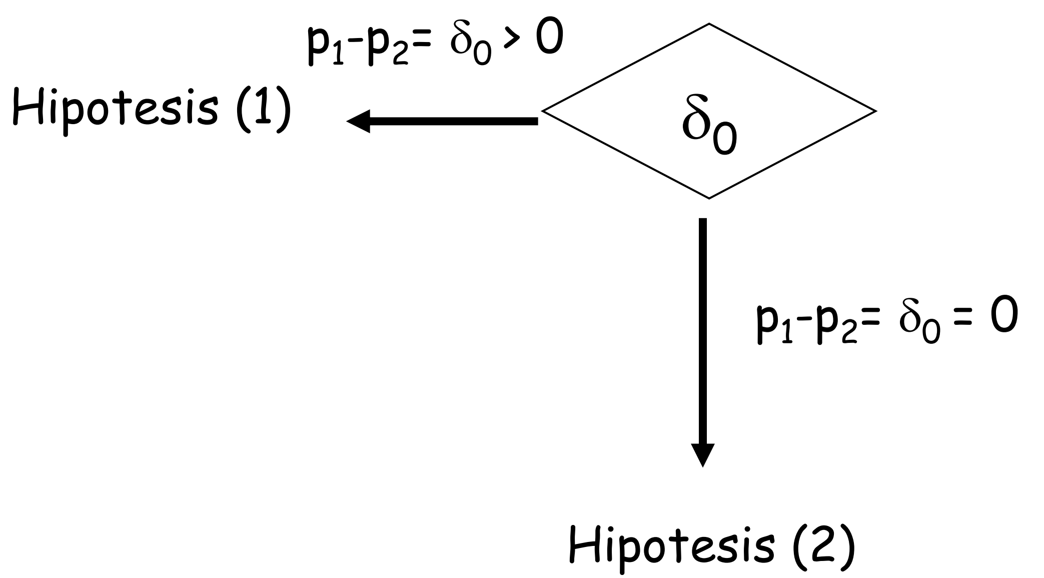
H0 : $p \leq 0.6$ vs H1 : $p > 0.6$

$$z_{hit} = \frac{0.86 - 0.6}{\sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{22}}} = 2.6$$

Kesimpulan ?

Uji hipotesis untuk selisih proporsi $(p_1 - p_2)$ 2 populasi

besar perbedaan antara dua proporsi (p_1-p_2= δ_0)



Hipotesis (1)

- Hipotesis satu arah:

  H_0: p_1- p_2 $\geq\delta_0$ vs H_1: p_1- p_2 $<\delta_0$

  H_0: p_1- p_2 $\leq \delta_0$ vs H_1: p_1- p_2 $>\delta_0$

- Hipotesis dua arah:

  H_0: p_1- p_2 $=\delta_0$ vs H_1: p_1- p_2 $\neq\delta_0$

• Statistik Uji

$$z_{hit} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$$

• Titik kritis

Uji 1 arah: $z_{tabel} = z_\alpha$
Uji 2 arah: $z_{tabel} = z_{\frac{\alpha}{2}}$

Hipotesis (2)

- Hipotesis satu arah:

  $H_0: p_1 \geq p_2$ vs $H_1: p_1 < p_2$

  $H_0: p_1 \leq p_2$ vs $H_1: p_1 > p_2$

- Hipotesis dua arah:

  $H_0: p_1 = p_2$ vs $H_1: p_1 \neq p_2$

- Statistik Uji

$$z_{hit} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}};\ \hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

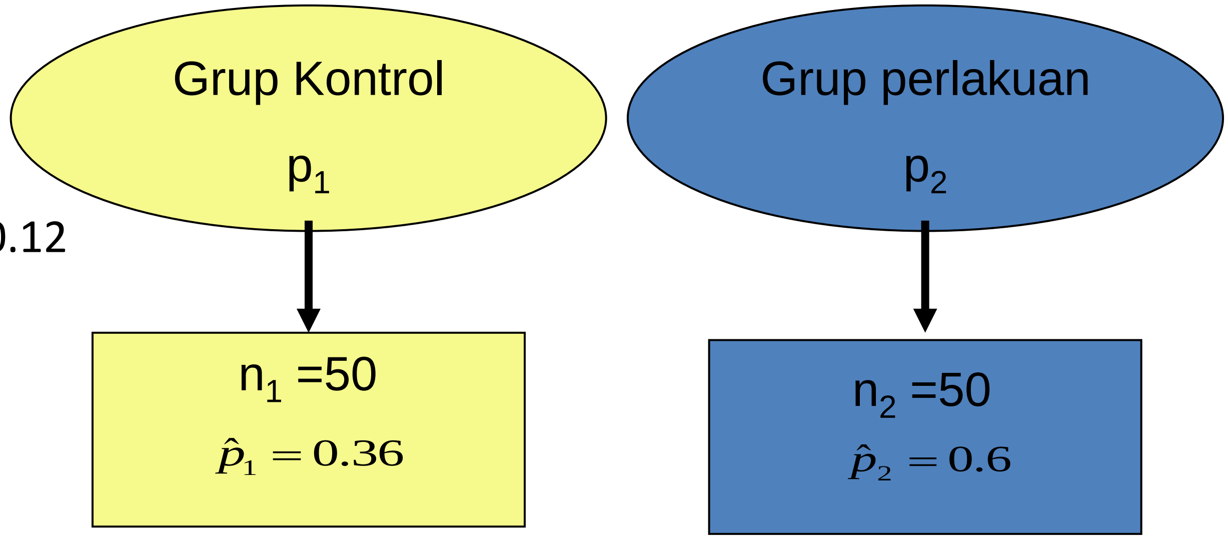
- Titik kritis

Uji 1 arah: $z_{tabel} = z_{\alpha}$
Uji 2 arah: $z_{tabel} = z_{\frac{\alpha}{2}}$

Latihan 6

- Sebuah penelitian dilakukan untuk menguji pengaruh obat baru untuk viral infection. 100 ekor tikus diberikan suntikan infeksi kemudian dibagi secara acak ke dalam dua grup masing-masing 50 ekor tikus. Grup 1 sebagai kontrol, dan grup 2 diberi obat baru tersebut. Setelah 30 hari, proporsi tikus yang hidup untuk grup 1 adalah 36% dan untuk grup 2 adalah 60%. Apakah obat tersebut efektif?
- Obat dikatakan efektif jika perbedaan antara grup perlakuan dengan grup kontrol lebih dari 12%

Jawaban 6



Ditanya : $p_2 - p_1 > 0.12$?

H_0: $p_2 - p_1 \leq 0.12$ vs H_1: $p_2 - p_1 > 0.12$
$\alpha = 5\%$

Statistik uji :

$$z_{hit} = \frac{(0.6 - 0.36) - 0.12}{\sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{50} + \frac{0.36(1-0.36)}{50}}} = 1.23$$

Wilayah kritik : Tolak H_0 jika $z_{hit} > z_{0.05} = 1.645$

Kesimpulan: karena $z_{hit} = 1.23 < z_{0.05} = 1.645$ maka Terima H_0 (belum cukup bukti untuk Tolak H_0) dengan kata lain berdasarkan informasi dari sampel yang ada belum menunjukkan bahwa obat tersebut efektif

Thank you, see you next week ☺