



Akar-Akar Persamaan

Merarinta Ginting, S.T., M.Eng

Metode Pencarian Akar Persamaan

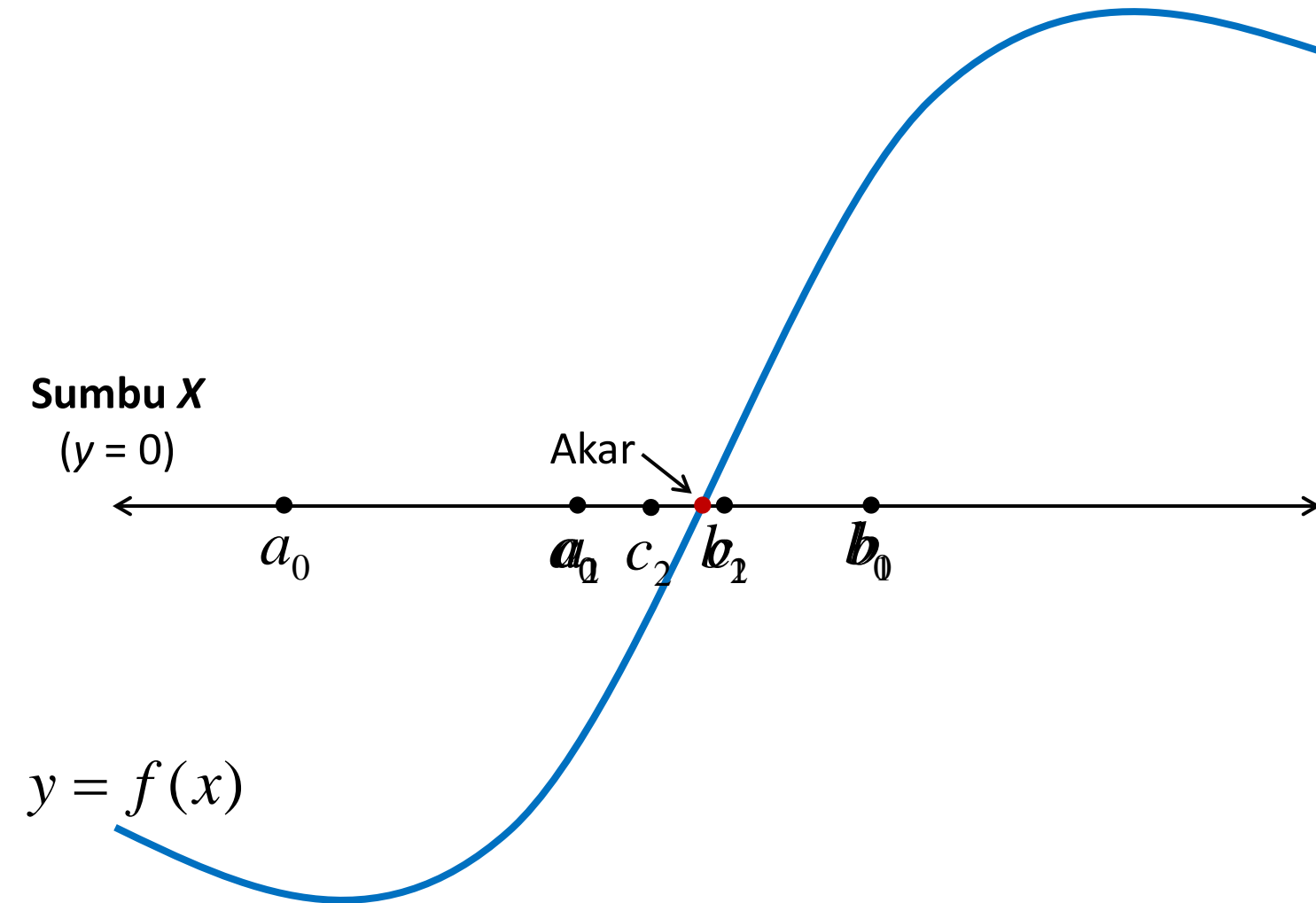
A. Metode Pengurung

1. Bagi Dua (*Bisection*)
2. Kedudukan Palsu (*Regula Falsi*)

B. Metode Terbuka

1. Newton Raphson
2. Secant

Bagi Dua (*Bisection*)



$$[a_i, b_i] \rightarrow c_i = \frac{a_i + b_i}{2}$$

- $f(a_i) \cdot f(c_i) < 0$

$$a_{i+1} = a_i$$

$$b_{i+1} = c_i$$

- $f(a_i) \cdot f(c_i) > 0$

$$a_{i+1} = c_i$$

$$b_{i+1} = b_i$$

Contoh soal :

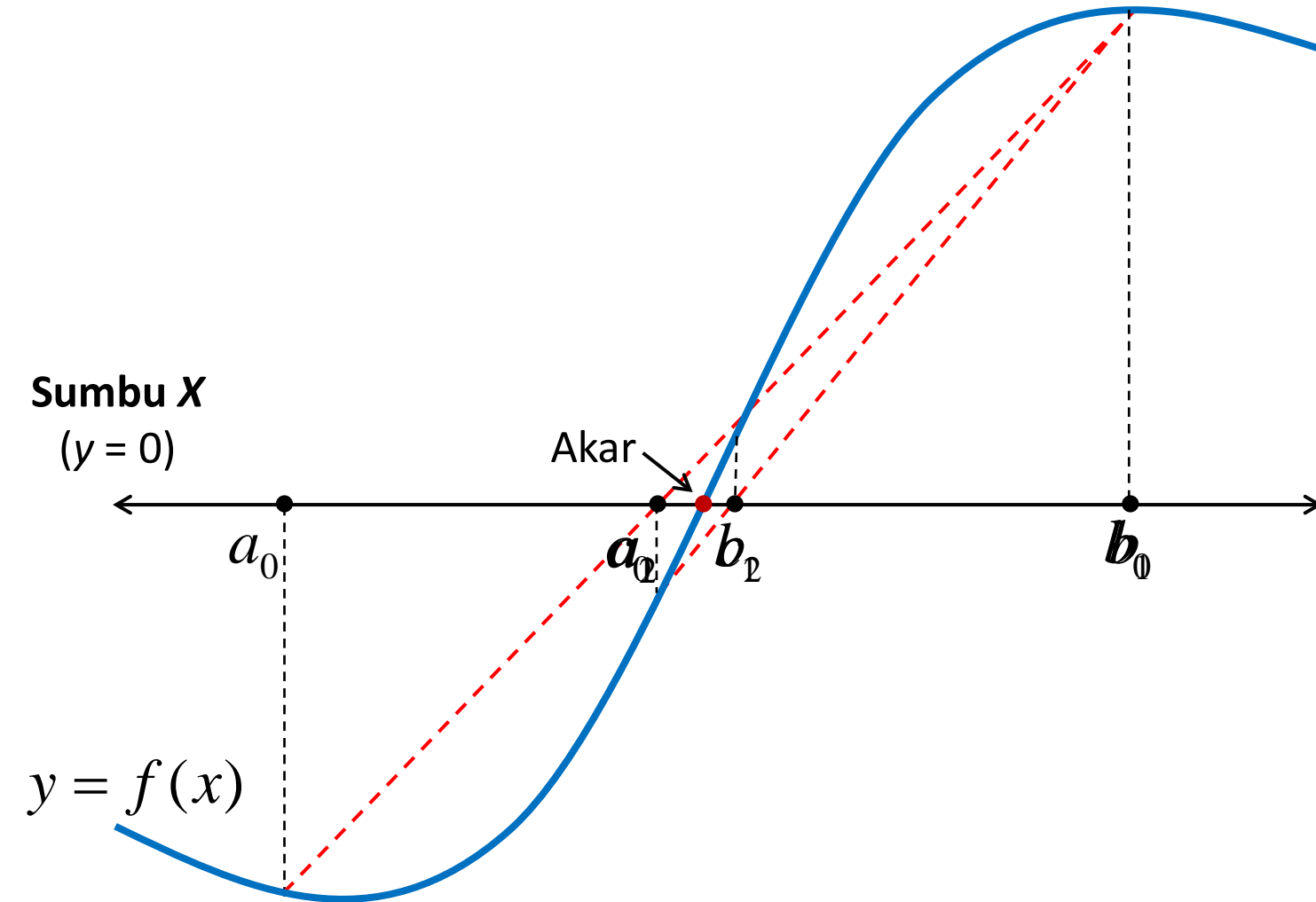
- Carilah akar persamaan dibawah ini dg metode bisection,

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

dengan interval antara -5 sampai 2.

Langkah sampai iterasi ke-3.

Kedudukan Palsu (*Regula Falsi*)



$$[a_i, b_i] \rightarrow c_i = \frac{f(b_i)a_i - f(a_i)b_i}{f(b_i) - f(a_i)}$$

- $f(a_i) \cdot f(c_i) < 0$

$$a_{i+1} = a_i$$

$$b_{i+1} = c_i$$

- $f(a_i) \cdot f(c_i) > 0$

$$a_{i+1} = c_i$$

$$b_{i+1} = b_i$$

Algoritma Metode Posisi Palsu

Iterasi ke-n

- 1. Hitung nilai dari $f(a)$, $f(b)$ dan $f(x_r)$. a : batas bawah b : batas atas

$$x_r = \frac{(f(b))a - (f(a))b}{f(b) - f(a)} \quad \text{atau} \quad x_r = b - \frac{f(b)(b - a)}{f(b) - f(a)}$$

2. Hitung nilai dari $f(a)f(x_r)$.

- Jika $f(a)f(x_r) \leq 0$ maka iterasi berikutnya $a_{\text{baru}} = a_{\text{lama}}$ dan $b_{\text{baru}} = x_r$
- Jika $f(a)f(x_r) > 0$ maka iterasi berikutnya $a_{\text{baru}} = x_r$ dan $b_{\text{baru}} = b_{\text{lama}}$

$$\varepsilon_a = \frac{x_r \text{ sekarang} - x_r \text{ sebelumnya}}{x_r \text{ sekarang}} \times 100\%$$

$$\text{Syarat: } |\varepsilon_a| < \varepsilon_s$$

Tugas pertemuan 6: dikumpul mx bsok jumat pukul 12.00 wib, dg judul metnumti3p6-nim

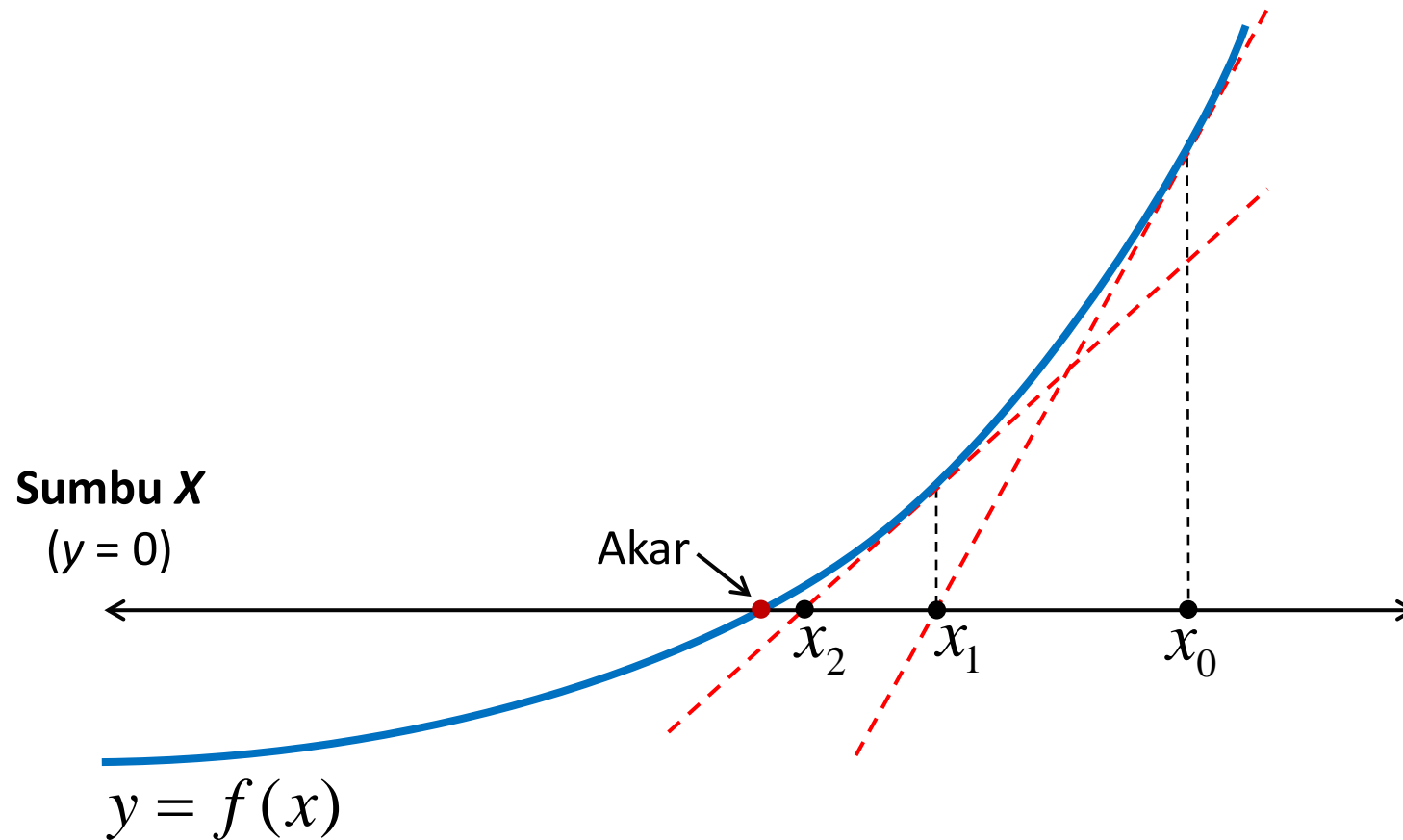
Carilah akar dari $x+1 = x^3$ di dalam selang $[1,2]$ sampai 3 iterasi

Menggunakan metode Regula Falsi

Quis : (waktu 20 menit)

- Buatlah flow chart metode Regulasi Falsi

Newton Raphson



$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Kemiringan/gradien/slope dari garis singgung adalah $f'(x_i)$

Tentukan akar dari persamaan $4x^3 - 15x^2 + 17x - 6 = 0$ menggunakan Metode Newton Raphson. Penyelesaian :

$$f(x) = 4x^3 - 15x^2 + 17x - 6$$

$$f'(x) = 12x^2 - 30x + 17$$

iterasi 1 :

ambil titik awal $x_0 = 3$

$$f(3) = 4(3)^3 - 15(3)^2 + 17(3) - 6 = 18$$

$$f'(3) = 12(3)^2 - 30(3) + 17 = 35$$

$$x_1 = 3 - 18/35 = 2.48571$$

iterasi 2 :

$$f(2.48571) = 4(2.48571)^3 - 15(2.48571)^2 + 17(2.48571) - 6 = 5.01019$$

$$f'(2.48571) = 12(2.48571)^2 - 30(2.48571) + 17 = 16.57388$$

$$x_2 = 2.48571 - 5.01019/16.57388 = 2.18342$$

iterasi 3 :

$$f(2.18342) = 4(2.18342)^3 - 15(2.18342)^2 + 17(2.18342) - 6 = 1.24457$$

$$f'(2.18342) = 12(2.18342)^2 - 30(2.18342) + 17 = 8.70527$$

$$x_3 = 2.18342 - 1.24457/8.70527 = 2.04045$$

iterasi 4 :

$$f(2.04045) = 4(2.04045)^3 - 15(2.04045)^2 + 17(2.04045) - 6 = 0.21726$$

$$f'(2.04045) = 12(2.04045)^2 - 30(2.04045) + 17 = 5.74778$$

$$x_4 = 2.04045 - 0.21726/5.74778 = 2.00265$$

iterasi 5 :

$$f(2.00265) = 4(2.00265)^3 - 15(2.00265)^2 + 17(2.00265) - 6 = 0.01334$$

$$f'(2.00265) = 12(2.00265)^2 - 30(2.00265) + 17 = 5.04787$$

$$x_5 = 2.00265 - 0.01334/5.04787 = 2.00001$$

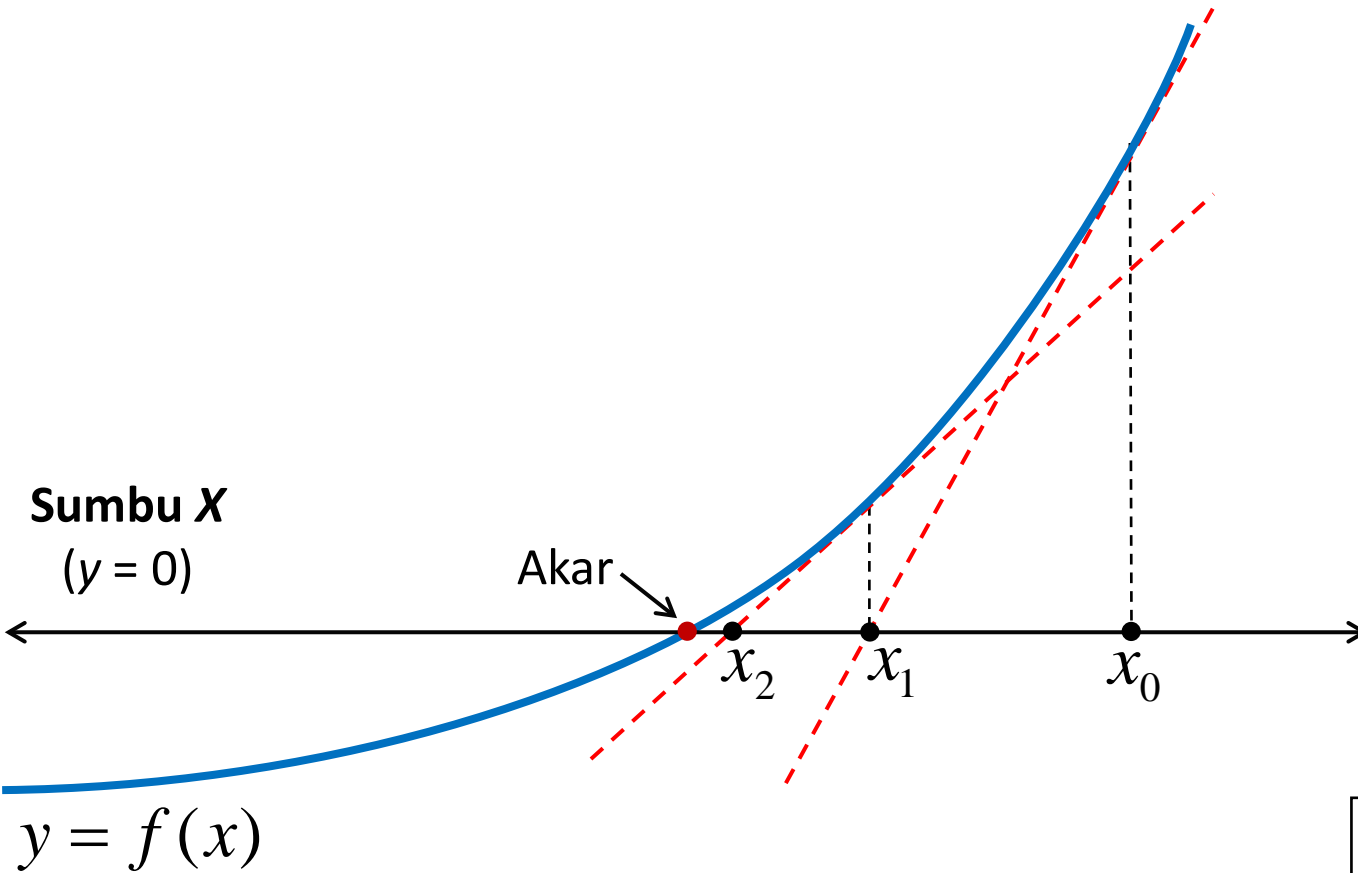
Contoh :

Selesaikan persamaan :

$$f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$$

dengan metode Newton Raphson, dg x awal = 1

Secant



Newton Raphson:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \rightarrow \text{Kadang susah mencari } f'(x_i)$$

$$f'(x_i) \cong \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}}$$



$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

Contoh Soal

- Penyelesaian
- $x^2 - (x + 1) e^{-x} = 0$?

ambil $x_0 = 0,8$ dan $x_1 = 0,9$ maka dapat dihitung

$$y_0 = F(x_0) = -0,16879$$

$$y_1 = F(x_1) = 0,037518$$

Iterasi Metode Secant adalah sebagai berikut :

$$\text{Iterasi 1 : } x_2 = x_1 - y_1 \frac{x_1 - x_0}{y_1 - y_0} = 0,881815$$

$$y_2 = 0,00153$$

$$\text{Iterasi 2 : } x_3 = x_2 - y_2 \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = 0,882528$$

$$y_3 = 1,3 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Iterasi 3 : } x_4 = x_3 - y_3 \frac{x_3 - x_2}{y_3 - y_2} = 0,882534$$

$$y_4 = 4,91 \cdot e^{-9}$$

Diperoleh akar $x = 0,882534$

Soal 2:

Selesaikan persamaan: $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0$

dengan metode Secant dg dua nilai awal $x_1 = 1$ dan $x_2 = 2$

Tugas pertemuan 7

- Selesaikan soal 1 tentang Newton Raphson dan soal 2 tentang metode Secant
- Dikumpul via email max besok sjumat 22/10/21 pukul 10.00 wib
- Tulis tangan dg judul email Metnumti3p7-NIM

Aturan-aturan diferensiasi

$$1. \frac{d}{dx}(\sin u) = \cos u \frac{du}{dx}$$

$$2. \frac{d}{dx}(\cos u) = -\sin u \frac{du}{dx}$$

$$3. \frac{d}{dx}(\tan u) = \sec^2 u \frac{du}{dx}$$

$$4. \frac{d}{dx}(\cot u) = -\csc^2 u \frac{du}{dx}$$

$$5. \frac{d}{dx}(\sec u) = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$$

$$6. \frac{d}{dx}(\csc u) = -\csc u \cot u \frac{du}{dx}$$

2. Aturan diferensiasi

$$1. \frac{d}{dx}(\log_a u) = \frac{1}{u} \log_a e \frac{du}{dx}$$

$$2. \frac{d}{dx}(\ln u) = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$$

$$3. \frac{d}{dx}(a^u) = a^u \ln a \frac{du}{dx}$$

$$4. \frac{d}{dx}(e^u) = e^u \frac{du}{dx}$$