INTEGRAL

$$\int x^{n} dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c, \quad n \neq -1$$

Integral Tertentu

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = [F(x)]_{a}^{b} = F(b) - F(a)$$

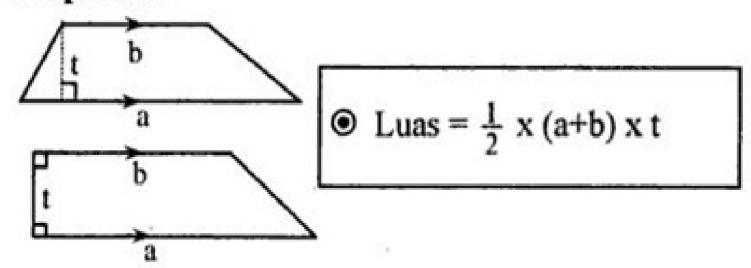
Contoh:
$$1 \int_{0}^{5} (3x) dx$$

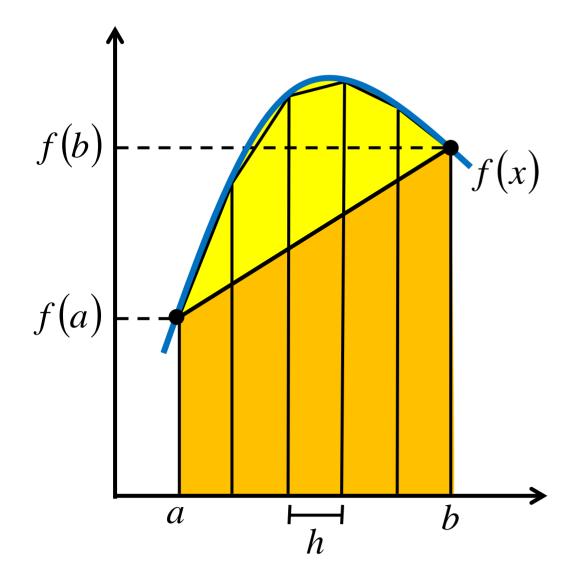
 $2 \int_{1}^{2} (5x^{2} + 7) dx$
 $3 \int_{1}^{2} (3x + 5 + x^{3}) dx$

Metode Trapesium

RUMUS TRAPESIUM:

G. Trapesium





Motode Trapesium

$$I = \int_{a}^{b} f(x)dx = \text{luas daerah di bawah kurva}$$

Jika interval a sampai dengan b dibagi sebanyak n bagian dengan panjang interval h.

$$h = \frac{b-a}{n}$$

$$I = \int_{a}^{b} f(x)dx \approx \frac{h}{2} \left(f(a) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b) \right)$$

Rumus Metode Trapesium

Visualisasi metode trapesium

www.youtube.com/watch?v=e29rSS-c7gs

--,-----

Contoh. Diberikan tabel data berikut:

Hitung luasan di bawah fungsi f(x) dan di antara x = 0 dan x = 4, dengan menggunakan metode trapesium dan trapesium dengan koreksi ujung.

Penyelesaian:

Integral numerik dihitung dengan persamaan (5.6):

$$I = \frac{\Delta x}{2} \left[f(a) + f(b) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right] = \frac{1}{2} \left[1 + 33 + 2(3+9+19) \right] = 48.$$

Contoh. Gunakan metode trapesium empat pias dengan lebar pias adalah $\Delta x = 1$ untuk menghitung:

$$I = \int_{0}^{4} e^{x} dx$$

Penyelesaian:

Metode trapesium dengan 4 pias, sehingga panjang pias adalah:

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{4-0}{4} = 1.$$

Luas bidang dihitung dengan persamaan (5.6):

$$I = \frac{\Delta x}{2} \left[f(a) + f(b) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[e^0 + e^4 + 2 \left(e^1 + e^2 + e^3 \right) \right] = 57,991950.$$

Kesalahan relatif terhadap nilai eksak:

Soal 1: Motode Trapesium

Gunakan metode trapezium untuk menghitung

$$\int_{2}^{4} f(x) dx$$

yang nilai fungsinya diberikan dalam table berikut

| X | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|
| f(x) | 1,7321 | 1,8708 | 2,0000 | 2,1213 | 2,2361 |

Soal 2: Motode Trapesium

Diketahui

$$f(x) = 3x^2 \, \operatorname{dan} \int_{1}^{6} f(x) dx$$

Hitunglah nilai dari I (luas daerah di bawah kurva) menggunakan: (1) cara analitik dan (2) cara numeric menggunakan metode trapezium (dengan n = 5), kemudian bandingkan hasilnya!

Contoh 3: Motode Trapesium

Diketahui

$$f(x) = 2x^2 + 4x + 6 \operatorname{dan} \int_{1}^{3} f(x) dx$$

Hitunglah nilai dari I (luas daerah di bawah kurva) menggunakan: (1) cara analitik dan (2) cara numeric menggunakan metode trapezium (dengan interval h = 0,4), kemudian bandingkan hasilnya!

Metode Simpsons 1/3

Motode Simpson 1/3

Rumus Metode Simpsons 1/3

$$I = \int_{a}^{b} f(x)dx \approx \frac{h}{3} \left(f(a) + 4 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{i=2}^{n-2} f(x_i) + f(b) \right)$$

$$\approx \frac{h}{3} \left(f(a) + 4 \left(\underbrace{f(x_1) + f(x_3) + \ldots + f(x_{n-1})}_{\text{Indeks ganjil}} \right) + 2 \left(\underbrace{f(x_2) + f(x_4) + \ldots + f(x_{n-2})}_{\text{Indeks genap}} \right) + f(b) \right)$$

Banyaknya interval (n) pada metode Simpsons 1/3 harus bernilai genap.

Contoh 4: Motode Simpsons 1/3

Gunakan metode Simpsons 1/3 untuk menghitung

$$\int_{2}^{4} f(x) dx$$

yang nilai fungsinya diberikan dalam table berikut

| X | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|
| f(x) | 1,7321 | 1,8708 | 2,0000 | 2,1213 | 2,2361 |

soal 1: Motode Simson 1/3

Diketahui

$$f(x) = 3x^2 \, \operatorname{dan} \int_{1}^{7} f(x) dx$$

Hitunglah nilai dari I (luas daerah di bawah kurva) menggunakan: (1) cara analitik dan (2) cara numeric menggunakan metode simpson 1/3 (dengan n = 6), kemudian bandingkan hasilnya!

Contoh 5: Motode Simpsons 1/3

Evaluasi

$$I = \int_{0}^{1} \left(\frac{1}{1+x}\right) dx$$

menggunakan metode (1) trapezium dan (2) Simpsons 1/3 dengan h = 0.25 sampai ketelitian 3 tempat decimal.

Tugas Pertemuan 12:

- Selesaikan soal 1(hal 10) dan soal 2 (hal 11) menggunakan metode trapesium
- Dikerjakan tulis tangan
- Tugas dikirimkan via email dg judul Metnumti3p12-NIM
- Max hari jumat 11/12/21 pukul 15.00 wib

Terima Kasih