Cramer's Rule

Jika $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ *adalah sebuah sistem persamaan linear n dari persamaan dalam n yang tidak diketahui sedemikian rupa sehingga* $\det(A) \neq 0$*, maka sistem tersebut memiliki solusi yang unik. Solusi ini adalah*

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}, \qquad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}, \ldots, \qquad x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

Dimana A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri pada kolom ke-*j* dari A dengan entri dalam matriks

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Penjelasan latihan halaman 2

a. (1) x + y = 2 dan (2) x-y =2

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ det(A) = -1-1 = -2

$A_! = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ det(A_1) = -2-2 = -4

$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ det(A_2)= 2-2 = 0

$$x = \frac{\det(A_1)}{\det(A)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$y = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{0}{-2} =$$

b. (1) x +2y+3z = 1 (2) 2x+5y+3z=6 (3) x+8z = -6

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix} \qquad \det(A) = \left|\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{matrix} \qquad = -1$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 3 \\ -6 & 0 & 8 \end{pmatrix} \qquad \det(A_1) = \left|\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 3 \\ -6 & 0 & 8 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 2 \\ 6 & 5 \\ -6 & 0 \end{matrix} \qquad = -2$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 6 & 3 \\ 1 & -6 & 8 \end{pmatrix} \qquad \det(A_2) = \left|\begin{matrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 6 & 3 \\ 1 & -6 & 8 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 6 \\ 1 & -6 \end{matrix} \qquad = -1$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & -6 \end{pmatrix} \qquad \det(A_3) = \left|\begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 0 & -6 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{matrix} \qquad = 1$$

$$x = \frac{\det(A_1)}{\det(A)} = \frac{-2}{-1} = 2$$

$$y = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$z = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{1}{-1} = -1$$

Latihan. Selesaikan persamaan linear berikut dengan metode Cramer

1.

$$\begin{aligned} x_1 + + 2x_3 &= 6 \\ -3x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 30 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 &= 8 \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} 7x_1 - 2x_2 &= 3 \\ 3x_1 + \ \ x_2 &= 5 \end{aligned}$$

3.
$$\begin{aligned} 4x + 5y \quad &= 2 \\ 11x + y + 2z &= 3 \\ x + 5y + 2z &= 1 \end{aligned}$$

4.
$$\begin{aligned} x - 4y + z &= 6 \\ 4x - y + 2z &= -1 \\ 2x + 2y - 3z &= -20 \end{aligned}$$

5.
$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 - x_2 \quad &= -2 \\ 4x_1 \quad - 3x_3 &= 0 \end{aligned}$$