

附件三 合肥工业大学课程设计任务书

设计 题目	四阶 RC 低通有源滤波器	成绩	
课程 设计 主要 内容	<p>1.设计制作一个增益可调，截止频率$\Omega_C=600\text{Hz}$ 的四阶 RC 有源低通滤波器。</p> <p>2.调整增益，观察截止频率的变化，并解释说明原因。</p> <p>3.在给定增益实现低通要求。然后给出增益对截止频率影响关系的解释和说明。</p>		
指导 教师 评语	建议：从学生的工作态度、工作量、设计（论文）的创造性、学术性、实用性及书面表达能力等方面给出评价。		

签名：

20 年 月 日

1 设计目的和要求

1.1 目的

巩固有源滤波器有关理论知识；通过自主设计滤波器，掌握相关设计方法；理论和实际相结合，体会工程实践之美；小组形式，学会与人合作的要领。

1.2 要求

- 设计制作一个截止频率为 600Hz 的四阶 RC 有源低通滤波器；
- 解释说明在增益变动时，截止频率随之变化的现象
- 阅读《信号与系统》（郑君里等编著，第 3 版）第十章第八节，理解 RC 有源滤波器；
- 查阅有关 RC 有源滤波器设计的相关资料，确定设计方案和元件数值；
- 用 multisim 模拟所得滤波器的频响特性（运放选用 NE5532）；
- 由于实验室只能提供特定的元件数值，按照能获得的元件数值对电路进行修正和模拟，获得最符合要求的电路元件参数；
- 按获得的电路及元件参数，用面包板焊接好滤波器，连接信号发生器、示波器，测试电路的频响，最终测量结果用 matlab 绘制成曲线；
- 撰写课程设计报告，分析实验结果：测试结果与模拟结果的差异及其原因及可能的改进方法。

2 选题背景和相关原理

2.1 低通滤波器原理

滤波器作为一种选频装置，是信号处理中的一个重要概念。目前主要由低通滤波器、高通滤波器和带通滤波器三种。利用电容通高频阻低频的特性，可以实现一个简易的低通滤波器，如图 1 所示是一个典型的 RC 低通滤波器模型。利用电路原理相关知识可以进行如下分析

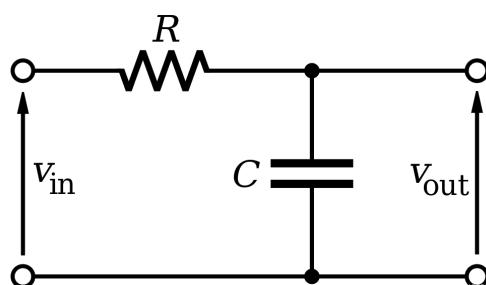


图 1：典型的 RC 低通滤波器

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1/jwC}{R + 1/jwC} \quad (1)$$

取绝对值可得

$$|\frac{V_o}{V_i}| = \frac{1/jwC}{R + 1/jwC} = \frac{1/wC}{\sqrt{R^2 + (1/wC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(wRC)^2 + 1}} \quad (2)$$

于是当频率越低时，输出输入比越大；反之，当频率增大时，输出输出比减小。折线化的幅频特性如图 2 所示。工程上将增益下降至通带最大增益的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 处的频率称为截止频率，以分

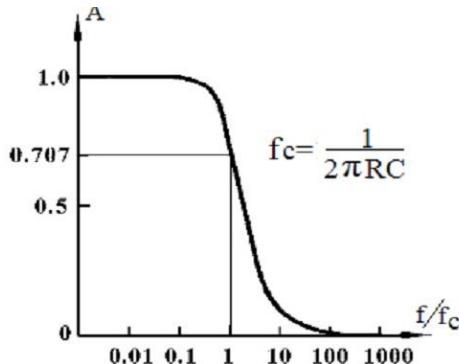


图 2: RC 低通滤波器的幅频特性曲线

贝表示则称为-3dB 点。

2.2 有源低通滤波器原理

按照电路工作原理，滤波器可以分为无源滤波器和有源滤波器。在工作频率较低的情况下，无源 LC 滤波器表现出明显的缺点，这时电感元件体积、重量较大，而且电感 Q 值下降；此外，无源滤波电路的滤波参数随负载变化，这对信号处理而言是不理想的。

为了解决这一矛盾，从 20 世纪 50 年代起，人们致力于研究 RC 有源滤波器，此后它在低频场合得到广泛应用。二阶低通滤波器既是常用的滤波单元，又是构成高阶滤波器的基本组成单位。RC 有源低通滤波器包含电阻、电容、运算放大器以及由此导出的电压控制电压源。

常见的二阶低通滤波电路主要有 MFB 形式和 Sallen-Key 形式。Sallen-Key 形式的二阶低通电路具有输入阻抗很高而输出阻抗很低、所需的精密电阻与电容器件较少、对运放要求较低等优点。如图 3 所示是一个二阶低通 Sallen-Key 实现。

2.3 高阶网络的级联实现原理

和无源滤波器的实现一样，高阶有源滤波器的实现，就是综合完成以下系统函数。

$$H_a(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (3)$$

当 $m \leq n$ 时， $H_a(s)$ 也可表示为乘积形式

$$H_a(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot \dots \cdot H_K(s) \quad (4)$$

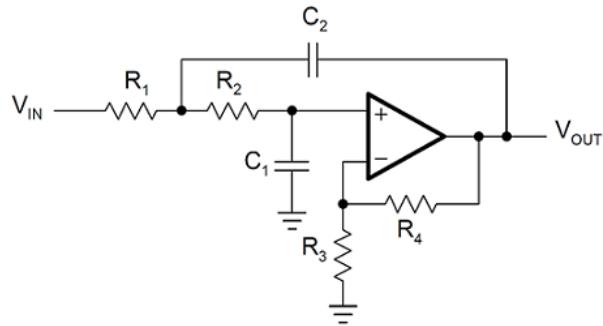


图 3: 二阶低通的 Sallen-Key 实现

因此高阶网络的实现方法可以有两种，一是直接法，即将系统函数完整地一步综合得到；二是间接法，即级联方法，级联方法是将系统函数分解为低阶系统子函数的乘积形式。

本课程设计采用 sallen-key 形式二阶滤波节作为组成四阶低通的基本单元，通过级联方式相连接，从而实现一个有源 RC 低通滤波器。

2.4 滤波器类型分析

滤波器根据类型可以分为 Butterworth 型、切比雪夫型、Bessel 型，它们的幅频特性综合在图 4 中进行比较。

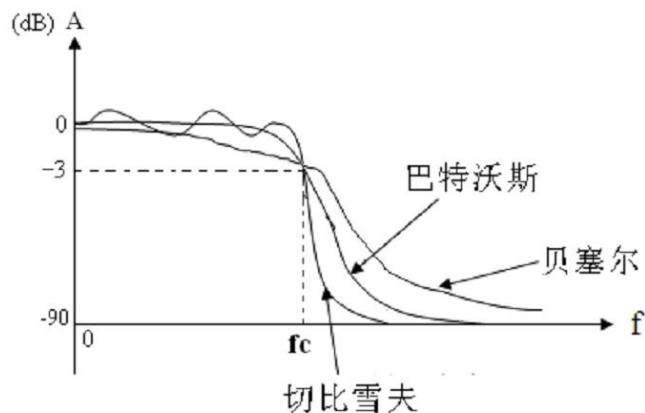


图 4: 不同低通滤波器的幅频特性比较

Butterworth 型 巴特沃斯滤波器的特点是通频带内的频率响应曲线最大限度平坦，没有起伏，而在阻频带则逐渐下降为零。在振幅的对数对角频率的波特图上，从某一边界角频率开始，振幅随着角频率的增加而逐步减少，趋向负无穷大。巴特沃斯滤波器的频率特性曲线，无论在通带内还是阻带内都是频率的单调函数。因此，当通带的边界处满足指标要求时，通带内肯定会有裕量。所以，更有效的设计方法应该是将精确度均匀的分布在整个通带或阻带内，或者同时分布在两者之内。这样就可用较低阶数的系统满足要求。这可通过选择具有等波纹特性的逼近函数来达到。

切比雪夫型 切比雪夫滤波器是在通带或阻带上频率响应幅度等波纹波动的滤波器，振幅特性在通带内是等波纹。在阻带内是单调的称为切比雪夫 I 型滤波器；振幅特性在通带内是单调的，在阻带内是等波纹的称为切比雪夫 II 型滤波器。采用何种形式的切比雪夫滤波器取决于实际用途。

Bessel 型 具有最大平坦的群延迟（线性相位响应）的线性过滤器。贝赛尔滤波器常用在音频天桥系统中。模拟贝赛尔滤波器描绘为几乎横跨整个通频带的恒定的群延迟，因而在通频带上保持了被过滤的信号波形。贝塞尔 (Bessel) 滤波器具有最平坦的幅度和相位响应。带通（通常为用户关注区域）的相位响应近乎呈线性。Bessel 滤波器可用于减少所有 IIR 椭圆滤波器固有的非线性相位失真。

本小组的课程设计是一个 Bessel 型的低通滤波器，在 3.1 节，我们将阐述这种设计如何实现，在 4.3 节我们将进一步验证设计结果是 Bessel 型的。

2.5 滤波器的增益实现原理

如图 5 所示，在运放中引入一个负反馈电路，这样就可以实现输出输入比的调节。运用模

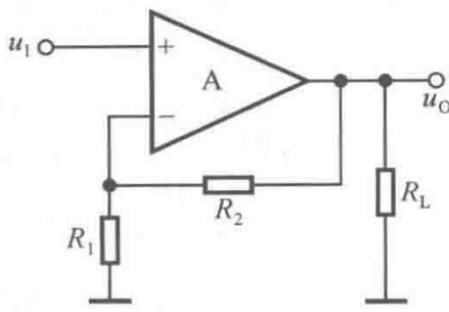


图 5：引入负反馈的运算放大器

拟电路的相关知识，认为集成运放是理想运放，满足“虚短”、“虚断”的使用条件，这样就可以通过建立回路方程等式来计算电压放大倍数。

由“虚短”知， $U_N = U_P = U_I$ ，又由电压关系可得

$$U_N = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_o$$

于是可得增益为

$$Gain = \frac{U_o}{U_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (5)$$

2.6 工具软件和测试环境介绍

工具软件介绍 本次课程设计的仿真部分基于 Multisim 软件。Multisim 是 Interactive Image Technologies 公司推出的一个专门用于电子电路仿真和设计的软件，在电路分析、仿真与设计等应用中广泛应用。软件具有直观的图形、丰富的元器件和强大的仿真能力；丰富的测试仪器，提供了多种虚拟仪器进行电路动作的测量，其中常用的有：万用表、函数信号发生器、示

波器、波特仪、频谱仪、测量探针；完备的分析手段，Multisim 提供了许多分析功能：直流工作点分析、交流分析、瞬态分析。

测试环境 Windows 10、Multisim 14.0

3 模拟设计过程

3.1 原理设计与参数计算

在 2.2 和 2.3 节，我们简单介绍了 Sallen-Key 实现方法和高阶网络的级联实现。如图 6 示是一个经典的低通 Sallen-Key 拓扑电路。

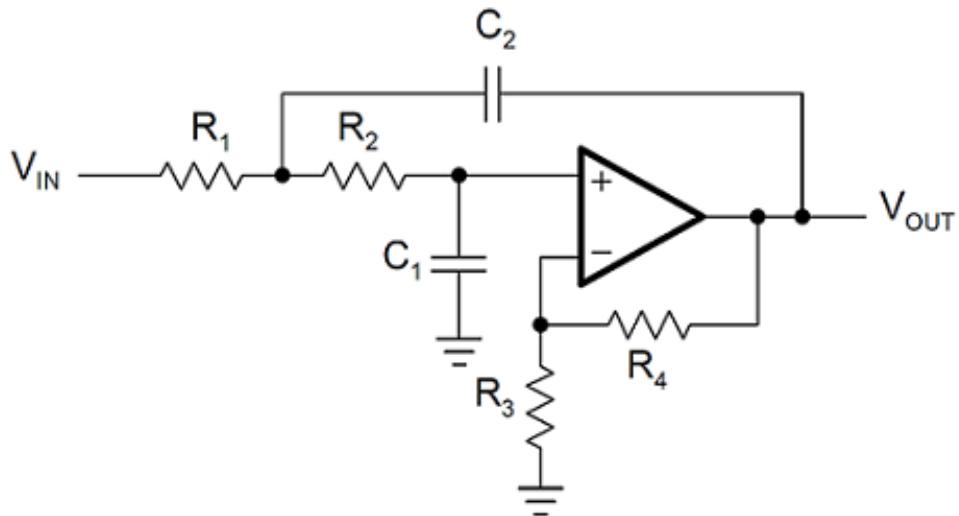


图 6: Sallen-Key 拓扑结构

下面具体求解其传输函数（分别定义 R_1 、 R_2 右侧的第一个节点电压为 V_1 、 V_2 ）
传输函数写为

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i}$$

由 KCL、KVL 方程可得

$$\begin{aligned} \frac{V_i - V_1}{R_1} &= \frac{V_1 - V_2}{R_2} + \frac{V_1 - V_o}{1/sC_2} \\ \frac{V_1 - V_2}{R_2} &= \frac{V_2}{1/sC_1} \\ V_2 &= \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_o \end{aligned}$$

综上可得

$$H(s) = \frac{1}{A + (B + C)R_1}$$

其中

$$\begin{cases} A = \frac{R_3}{R_3+R_4}(1 + sC_1R_2) \\ B = \frac{R_3}{R_3+R_4}sC_1 \\ C = sC_2[\frac{R_3}{R_3+R_4}(1 + sC_1R_2) - 1] \end{cases}$$

这个方程式略显复杂，利用 mathematic 工具对上述方程式进行整理，可得

$$H(s) = \frac{A}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + [C_1(R_1 + R_2) + (1 - A)C_2 R_1] s + 1} \quad (6)$$

由于第二级 Sallen-Key 网络的推导是完全一致的，这里不再赘述。考虑两个网络的级联，所以总的传输函数是两者之积。

$$H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s) \quad (7)$$

本小组的设计是一个 Bessel 型的滤波器。为了完成此目的，一个通常的做法是：写出“四阶 Bessel 低通滤波器”的归一化系统传输函数，然后与式 7 进行对比，令两者相等，这样就可以写出一个参数列表，然后根据元件参数要求进行选择。

上述是归一化的设计方法，这种设计方法可以提供较高的设计裕度，然而其问题是设计过程中的计算量繁杂。通常为了简化滤波器的设计过程，工程上还可以利用辅助系数表格进行设计，其相关的背景在这里不再进一步做介绍。针对本小组要设计的 Bessel 低通滤波器，需要的 Bessel 系数见表 1 所示。

我们的设计目标参数是：截止频率 $f_c = 600Hz$ ，通带增益 A 为 4。对于第一级网络而言，选取 $C_1 = 6.9nF$ 。

$$\begin{cases} C_2 \geq C_1 \frac{4b_1}{a_1^2} \\ R_1 = \frac{a_1 C_2 - \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4b_1 C_1 C_2}}{4\pi f_c C_1 C_2} \\ R_2 = \frac{a_1 C_2 + \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4b_1 C_1 C_2}}{4\pi f_c C_1 C_2} \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} a_1 = 1.3397 \\ b_1 = 0.4889 \\ a_2 = 0.7743 \\ b_2 = 0.3890 \end{cases}$$

这样计算得到的结果是： $C_2 \geq 11.2nF$ ， $R_1 = 28.9k$ ， $R_2 = 15.2k$ 。为了与实验室器件参数相匹配，选择 $C_2 = 12.2nF$ ， $R_1 = 30k$ ， $R_2 = 16k$ 。其中 C2 采用 10nF 电容和 2.2nF 电容相并联的方式，这样就实现了电容值的相加。

对于第二级网络，同样选取一个基准电容 $C_1 = 10nF$ ，按上述方法可计算得到

$$\begin{cases} C_2 \approx 10.89nF \\ R_1 = 29k \\ R_2 = 16.7k \end{cases} \quad (9)$$

同样选用实验室可选的器件参数，选择 $C_2 = 12.2nF$, $R_1 = 30k$, $R_2 = 16k$, 其中 C_2 采用 $10nF$ 电容和 $2.2nF$ 电容相并联的方式，这样就实现了电容值的相加。

另外，具有负反馈的运放网络的通带增益由下式确定：

$$A = 1 + \frac{R_4}{R_3} \quad (10)$$

对于级联网络而言，其通带增益为两级网络之积，所以为了实现增益为 4，在式 10 可选取 $R_3 = R_4 = 1k\Omega$ 。

之后利用这些元件参数在 Multisim 中进行布局，电路原理图如 7 所示。其中电容元件选择瓷片电容 (ceramic capacitor)，电容元件误差为 5%，电阻元件误差为 10%.

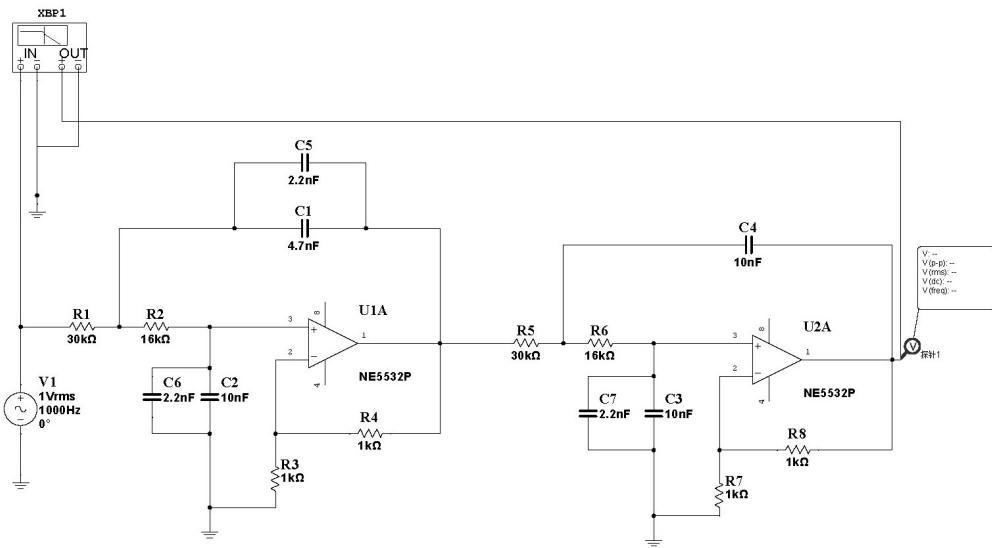


图 7: 原模拟电路图

3.2 模拟过程和结果

在参数计算时，我们对选用的元器件参数已经做了相关调整，但是计算结果和模拟结果可能存在一定的差异，但这个差异应当是合理的，否则意味着原理方法的错误。为了查看模拟设计的滤波器的截止频率，要观察其波特图，Multisim 提供了这样的功能：在软件侧栏中选择波特测试仪 XBP，正确连接线路后，即可查看其波特图波形。点击“仿真运行”后，双击波特测试仪元件，图 8 是测试仪的波形。

从图 8 中可以得到两个结论：截止频率约为 $607Hz$, 与要求的结果误差在 1% 左右；通带增益为 $12.04dB$, 转换成常规单元即为 4, 与设计目的一致。

此时截止频率已经可以满足精度要求，但我们做了进一步的工作：调整模拟电路参数以使误差更小。发现，在调整电容值时，电容大小的微小变动带来的截止频率变动是比较大的，这使得我们似乎无法通过调整电容来微调截止频率。既然这样的设计已经满足了设计要求，那么我们可以焊接电路板进行实际测量。

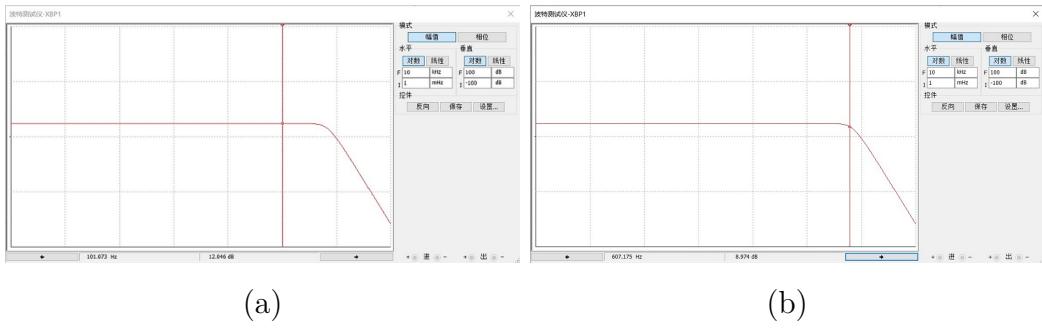


图 8: 波特仪的波形

3.3 增益和截止频率的关联分析

利用 Multisim 的 MonteCarlo 参数扫描功能，可以得到增益增进时波特图的变化呈现如图 9 的变化。可以看到，当增益逐渐增加，在截止频率处有一个逐渐隆起的上凸，当增益增加

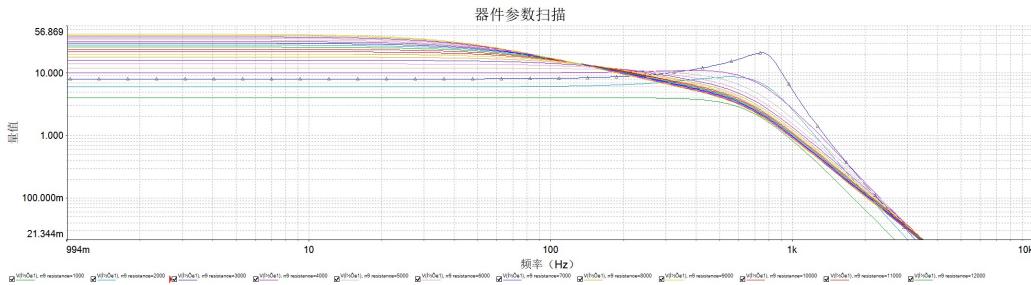


图 9: 增益变动时的幅频特性

至一定值时，上凸慢慢衰减变得平缓。

此前我们曾见过这样的如图 10 的图像。可以看出，随着 Q 值的提高，幅频特性在截止频

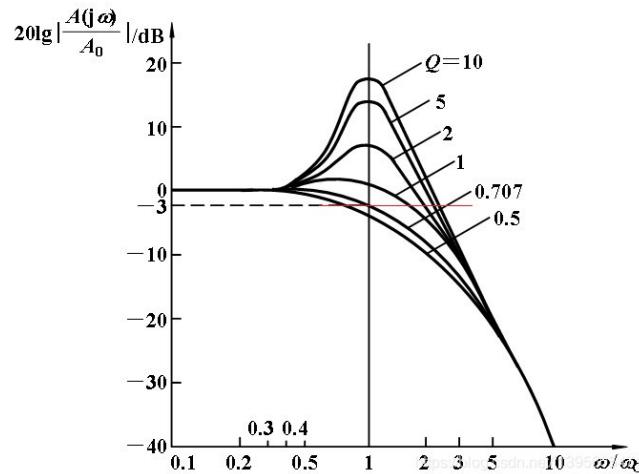


图 10: Q 值变动时截止频率的变化

率处的上凸逐渐提高。而图 9 展示的扫描结果也呈现了逐渐变化的上凸，这提示我们可以从 Q 值的角度去分析增益变化时截止频率变化的原因。所以，下面我们可以从两个角度来讨论这个问题：

增益 Gain 与 Q 值之间的关系 这需要从传输函数的角度来理解，根据式 6，其中

$$\alpha = w_c [C_1 (R_1 + R_2) + (1 - A) C_2 R_1]$$

品质因数

$$Q = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{w_c [C_1 (R_1 + R_2) + (1 - A) C_2 R_1]} \quad (11)$$

不难发现，当 $A > 1$ 时，若提高增益，则 Q 值提高，这是一个定性的分析，符合了图 9 所示的扫频结果。

Q 值与截止频率之间的关系 这可以从图像上直观理解，当 Q 值提高时，原定的截止频率处实际不再是-3dB 点，如果做一条-3dB 点的横线，如图 10 中红线所示，它与不同 Q 值对应的幅频特性曲线会有一个交点，交点的横坐标就是传统意义的截止频率，不难发现截止频率提高了。

4 测试结果与分析

4.1 实验电路板的搭建

列出所需元器件表格，在实验室选取相应元件，搭建的电路板如图 11 所示

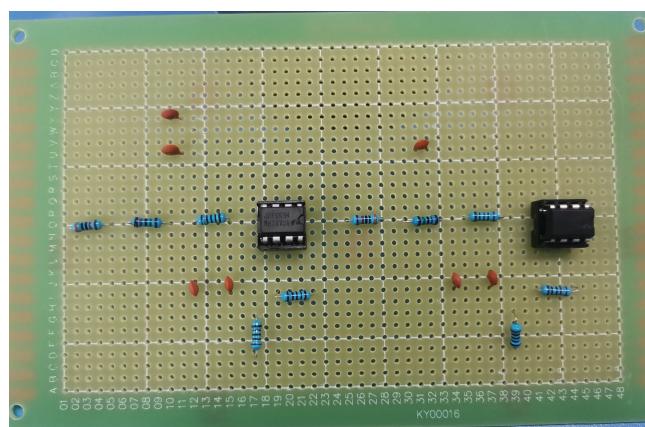


图 11: 原电路板

焊接注意点

- 公共地线要锡焊，且应焊得圆润平滑
- 输入输出口可以用引脚固定在板子上，便于仪器测量
- 尽量少的飞线，可以避免干扰和提高整洁度

仪器连接

- 示波器通道一接 V_i , 通道二接 V_o , 注意共地;
- 信号发生器设置为峰峰值 1V, 初始频率为 100Hz, 输出正弦波。接入 V_i , 注意共地;
- 直流源设置为 series 模式 (相当于两节干电池串接) 其中正极接 $+V_{cc}$, 负极接 $-V_{cc}$, 设置为 10V, 为运放芯片 NE5532P 供电。

4.2 测量和调试过程

利用示波器的函数计算功能, 计算 $\max(CH2) / \max(CH1)$, 此即增益。测量得到通带增益为 4; 然后逐渐增加信号源输入频率, 找到增益为 2.83 的频率点, 此即截止频率。发现当增益为 2.83 (-3dB) 时, 频率为 542Hz, 也就是说截止频率 $f_c = 542\text{Hz}$, 这是不符合初始设计的。

分析截止频率小了的原因。由于在使用元器件前, 我们并未测量其实际值, 所以猜测可能是由于元器件的误差导致的。方案: 利用实验室测量仪器对焊接的电路板进行点位测量, 根据测量结果调整模拟仿真元件的参数。经测量后提取的元器件模型如 12 所示。

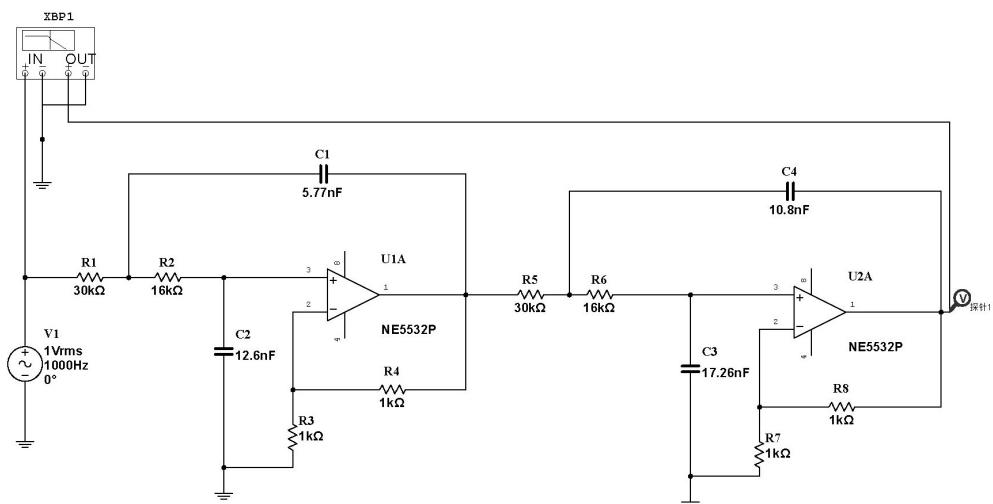


图 12: 实际提取参数模型

不难发现, 其中的电容值存在不同大小的变化, 在 3.2 节我们曾提到: 电容大小的微小变动带来的截止频率变动是比较大的。可以合理猜测, 实际和模拟结果的差异可能是电容值的不准确带来的。相应的, 我们应从实际电路出发, 对调整

上面截止频率小了, 原理式 $f_c = 1/2\pi RC$ 告诉我们除了减小电容之外, 通过减小电阻也可以使截止频率提高。调整办法是将 $R1$ 和 $R5$ 由 $30\text{k}\Omega$ 电阻减小为 $18\text{k}\Omega$ 的电阻。

连接示波器和信号源后进行对比测量, 得到截止频率在 550Hz 附近, 说明电阻还是大了, 那么应继续减小电阻, 将 $R1$ 由 $18\text{k}\Omega$ 电阻改为 $12\text{k}\Omega$ 电阻。

连接线路后进行测试, 由图 13 可知截止频率在 630Hz 附近, 说明刚才电阻减小的太多了, 我们考虑将 $R1$ 由 $12\text{k}\Omega$ 电阻改为 $15\text{k}\Omega$ 电阻。



图 13: 630Hz 示波器显示

再次连接线路后进行粗测，由图 14 可见截止频率为 580Hz，说明电阻还是大了，此时只需要将两级的 16k 改为 15k，为了方便后面的调整，所以先采用将电阻短路的方式修改。

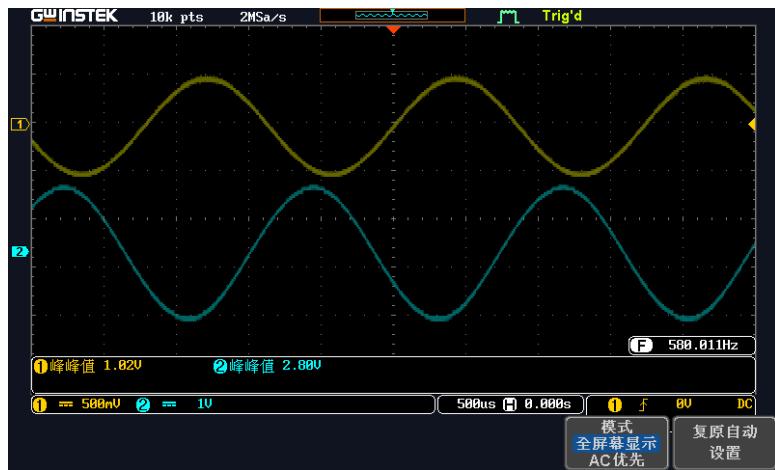


图 14: 580Hz 示波器显示

此时粗测发现，截止频率为 599Hz，符合设计要求；接下来摘除 1k 的串联电阻，然后锡焊一条短线完成连接；然而在背面焊锡后，测量得到截止频率为 566Hz，不能满足 5% 精度要求；加上 1k 电阻后还是不对，然后尝试把它短接；短接后测量，发现截止频率为 599Hz，满足精度要求。锡焊完成后，小组再次对电路进行测量，然而却发现其截止频率又变回了 560Hz 处，最初我们猜测是锡焊的问题，可能没有焊好导致两点之间呈现较大阻抗，于是用万用表对其进行测量，发现其阻值只有零点几欧姆，表明该位置焊接是没有问题的。

小组最终发现，是由于外接的杜邦线松动导致的截止频率变化，换用连接紧密的杜邦线后再次测量发现结果恢复正常，如图 15 所示。

4.3 最终结果展示

最终的模拟电路图如图 16 所示，焊接电路如图 17 所示。为了防止连接线出错，我们在板子正面附上了标签，标明了正负直流源的接口和输出口位置。



图 15: 600Hz 示波器显示

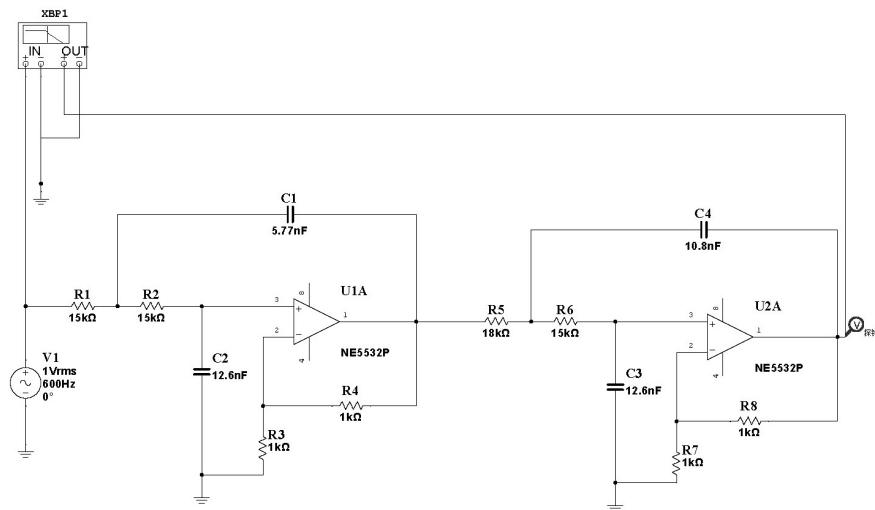


图 16: 调整后的模拟电路图

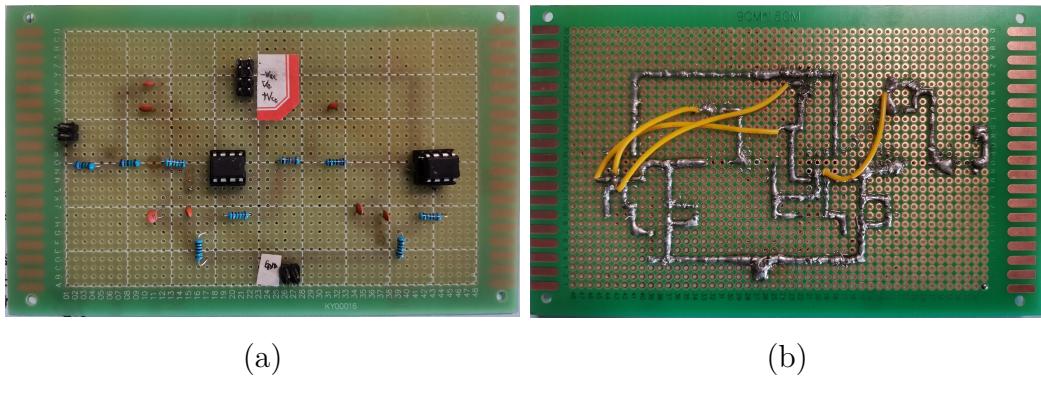


图 17: 电路板实物图

由于小组设计的是截止频率为 600Hz 的低通滤波器，实际测量时发现：如果测量范围是 100Hz~10kHz，按照要求的点位进行测量时，绘制出的幅频特性曲线不能很好的展示截止频率附近的曲线特点，而且在 3kHz 处，由示波器得到的滤波器的增益已经几乎为零，因此对于 3kHz 之后的点位，实际上增益已经不再具有任何意义。

根据上述的经验，我们重新设计了测量范围为 100Hz~3kHz，在截止频率附近设置更加密集的测量数据点，另外还增加了相频特性的测量，测量数据见附录 2。

将测量得到的数据点输入 MATLAB, 绘制幅频特性曲线和相频特性曲线如图 18所示. 由

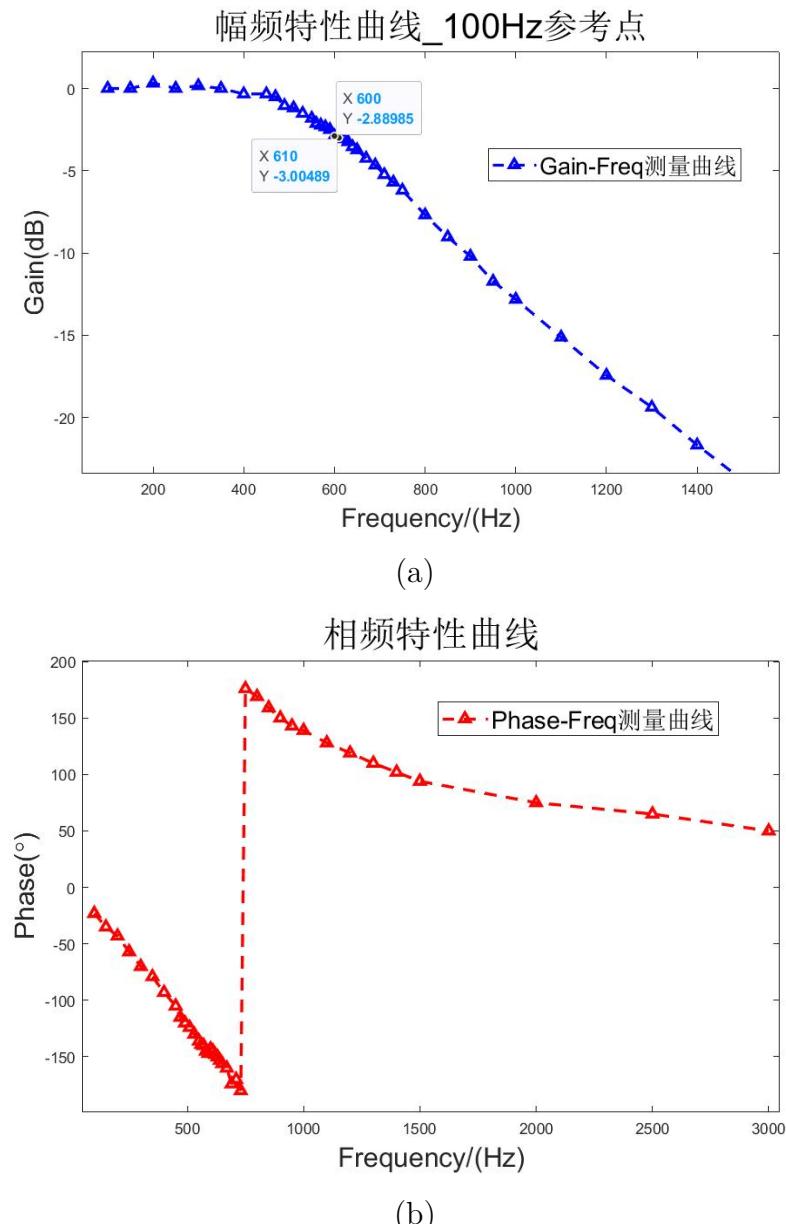


图 18: 测量数据绘制的频响特性曲线

图 18(a) 可知, 截止频率为 600Hz 左右; 由图 18(b) 可知, 这符合 Bessel 滤波器的相频特性。通过绘制波形的实际体会, 我们认为先前的实验测量数据点还可以改进, 应在截止频率附近增加更多的频率点 (此前我们在截止频率处的测试步进值是 10Hz), 比如可以设置步进值为 5Hz, 这样可以得到更加精确的拟合曲线。

5 心得体会