

# 经典数学公式集

## Classic Mathematical Formulas

包含中英文对照的数学公式汇编

A Collection of Mathematical Formulas with Chinese and English  
Descriptions

编译日期 (Compiled Date): June 29, 2025

本文档由 Python 脚本自动生成

This document was automatically generated by a Python script

## 1 数学公式 (Mathematical Formulas)

### 1. 公式 1 (Formula 1)

$$a + b = b + a \quad (1)$$

中文说明: 加法交换律

**English Description:** Commutative law of addition

### 2. 公式 2 (Formula 2)

$$a \times b = b \times a \quad (2)$$

中文说明: 乘法交换律

**English Description:** Commutative law of multiplication

### 3. 公式 3 (Formula 3)

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad (3)$$

中文说明: 加法结合律

**English Description:** Associative law of addition

### 4. 公式 4 (Formula 4)

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) \quad (4)$$

中文说明: 乘法结合律

**English Description:** Associative law of multiplication

### 5. 公式 5 (Formula 5)

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c \quad (5)$$

中文说明: 乘法对加法的分配律

**English Description:** Distributive law of multiplication over addition

### 6. 公式 6 (Formula 6)

$$a - b = a + (-b) \quad (6)$$

中文说明: 减法的定义

**English Description:** Definition of subtraction

7. 公式 7 (Formula 7)

$$a \div b = a \times \frac{1}{b} \quad (b \neq 0) \quad (7)$$

中文说明: 除法的定义

**English Description:** Definition of division

8. 公式 8 (Formula 8)

$$S = a \times b \quad (8)$$

中文说明: 长方形的面积

**English Description:** Area of a rectangle

9. 公式 9 (Formula 9)

$$S = \frac{1}{2}a \times h \quad (9)$$

中文说明: 三角形的面积

**English Description:** Area of a triangle

10. 公式 10 (Formula 10)

$$C = 2\pi r \quad (10)$$

中文说明: 圆的周长公式

**English Description:** Circumference of a circle

11. 公式 11 (Formula 11)

$$S = \pi r^2 \quad (11)$$

中文说明: 圆的面积公式

**English Description:** Area of a circle

12. 公式 12 (Formula 12)

$$S = a \times a = a^2 \quad (12)$$

中文说明: 正方形的面积

**English Description:** Area of a square

13. 公式 13 (Formula 13)

$$P = 4a \quad (13)$$

中文说明: 正方形的周长

**English Description:** Perimeter of a square

14. 公式 14 (Formula 14)

$$P = 2(a + b) \quad (14)$$

中文说明: 长方形的周长

**English Description:** Perimeter of a rectangle

15. 公式 15 (Formula 15)

$$S = \frac{(a + b)h}{2} \quad (15)$$

中文说明: 梯形的面积

**English Description:** Area of a trapezoid

16. 公式 16 (Formula 16)

$$S = a \times h \quad (16)$$

中文说明: 平行四边形的面积

**English Description:** Area of a parallelogram

17. 公式 17 (Formula 17)

$$V = a^3 \quad (17)$$

中文说明: 正方体的体积

**English Description:** Volume of a cube

18. 公式 18 (Formula 18)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (18)$$

中文说明: 一元二次方程求根公式

**English Description:** Formula for finding roots of quadratic equation

19. 公式 19 (Formula 19)

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (19)$$

中文说明: 勾股定理

**English Description:** Pythagorean theorem

20. 公式 20 (Formula 20)

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \quad (20)$$

中文说明: 微积分基本定理

**English Description:** Fundamental theorem of calculus

21. 公式 21 (Formula 21)

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad (21)$$

中文说明: 等差数列第 n 项公式

**English Description:** Nth term of an arithmetic sequence

22. 公式 22 (Formula 22)

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \quad (22)$$

中文说明: 等差数列前 n 项和公式

**English Description:** Sum of the first n terms of an arithmetic sequence

23. 公式 23 (Formula 23)

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad (23)$$

中文说明: 等比数列第 n 项公式

**English Description:** Nth term of a geometric sequence

24. 公式 24 (Formula 24)

$$S_n = a_1 \frac{1 - r^n}{1 - r} \quad (24)$$

中文说明: 等比数列前 n 项和公式 ( $r \neq 1$ )

**English Description:** Sum of the first n terms of a geometric sequence ( $r \neq 1$ )

25. 公式 25 (Formula 25)

$$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a} \quad (25)$$

中文说明: 对数换底公式

**English Description:** Change of base formula for logarithms

26. 公式 26 (Formula 26)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (26)$$

中文说明: 组合数公式

**English Description:** Number of combinations (n choose k)

27. 公式 27 (Formula 27)

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad (27)$$

中文说明: 指数函数的泰勒展开式

**English Description:** Taylor expansion for exponential function

28. 公式 28 (Formula 28)

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (28)$$

中文说明: 三角恒等式

**English Description:** Pythagorean trigonometric identity

29. 公式 29 (Formula 29)

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b \quad (29)$$

中文说明: 正弦加减法公式

**English Description:** Sine addition and subtraction formulas

30. 公式 30 (Formula 30)

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b \quad (30)$$

中文说明: 余弦加减法公式

**English Description:** Cosine addition and subtraction formulas

31. 公式 31 (Formula 31)

$$\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b} \quad (31)$$

中文说明: 正切加减法公式

**English Description:** Tangent addition and subtraction formulas

32. 公式 32 (Formula 32)

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1} \quad (32)$$

中文说明: 幂函数求导法则

**English Description:** Power rule for differentiation

33. 公式 33 (Formula 33)

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x \quad (33)$$

中文说明: 正弦函数的导数

**English Description:** Derivative of sine function

34. 公式 34 (Formula 34)

$$\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x \quad (34)$$

中文说明: 余弦函数的导数

**English Description:** Derivative of cosine function

35. 公式 35 (Formula 35)

$$\frac{d}{dx}e^x = e^x \quad (35)$$

中文说明: 指数函数的导数

**English Description:** Derivative of exponential function

36. 公式 36 (Formula 36)

$$\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x} \quad (36)$$

中文说明: 自然对数的导数

**English Description:** Derivative of natural logarithm

37. 公式 37 (Formula 37)

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1) \quad (37)$$

中文说明: 幂函数的积分

**English Description:** Integral of power function

38. 公式 38 (Formula 38)

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C \quad (38)$$

中文说明: 指数函数的积分

**English Description:** Integral of exponential function

39. 公式 39 (Formula 39)

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \quad (39)$$

中文说明: 正弦函数的积分

**English Description:** Integral of sine function

40. 公式 40 (Formula 40)

$$\int \cos x dx = \sin x + C \quad (40)$$

中文说明: 余弦函数的积分

**English Description:** Integral of cosine function

41. 公式 41 (Formula 41)

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \quad (41)$$

中文说明: 前 n 个正整数的和

**English Description:** Sum of the first n positive integers



42. 公式 42 (Formula 42)

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (42)$$

中文说明: 前  $n$  个正整数的平方和

**English Description:** Sum of the squares of the first  $n$  positive integers

43. 公式 43 (Formula 43)

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \quad (43)$$

中文说明: 前  $n$  个正整数的立方和

**English Description:** Sum of the cubes of the first  $n$  positive integers

44. 公式 44 (Formula 44)

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (44)$$

中文说明: 同底数幂的乘法

**English Description:** Product of powers with same base

45. 公式 45 (Formula 45)

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (45)$$

中文说明: 幂的幂

**English Description:** Power of a power

46. 公式 46 (Formula 46)

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (46)$$

中文说明: 积的幂

**English Description:** Power of a product

47. 公式 47 (Formula 47)

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n} \quad (47)$$

中文说明:  $n$  次方根的定义

**English Description:** Definition of  $n$ -th root

48. 公式 48 (Formula 48)

$$\log_a 1 = 0 \quad (48)$$

中文说明: 1 的对数为 0

**English Description:** Logarithm of 1 is 0

49. 公式 49 (Formula 49)

$$\log_a a = 1 \quad (49)$$

中文说明: 以自身为底的对数为 1

**English Description:** Logarithm of base is 1

50. 公式 50 (Formula 50)

$$\log_a bc = \log_a b + \log_a c \quad (50)$$

中文说明: 对数的乘法公式

**English Description:** Logarithm of a product

51. 公式 51 (Formula 51)

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c \quad (51)$$

中文说明: 对数的除法公式

**English Description:** Logarithm of a quotient

52. 公式 52 (Formula 52)

$$\log_a b^n = n \log_a b \quad (52)$$

中文说明: 幂的对数

**English Description:** Logarithm of a power

53. 公式 53 (Formula 53)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad (53)$$

中文说明:  $\sin x/x$  在  $x$  趋近于 0 时的极限

**English Description:** Limit of  $\sin x$  over  $x$  as  $x$  approaches 0

54. 公式 54 (Formula 54)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (54)$$

中文说明: 欧拉数的定义

**English Description:** Definition of Euler's number

55. 公式 55 (Formula 55)

$$|a + b| \leq |a| + |b| \quad (55)$$

中文说明: 三角不等式

**English Description:** Triangle inequality

56. 公式 56 (Formula 56)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies ad = bc \quad (56)$$

中文说明: 比例的性质 (交叉相乘)

**English Description:** Proportion property (cross multiplication)

57. 公式 57 (Formula 57)

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (57)$$

中文说明: 二项式的平方 (加法)

**English Description:** Square of a binomial (addition)

58. 公式 58 (Formula 58)

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (58)$$

中文说明: 二项式的平方 (减法)

**English Description:** Square of a binomial (subtraction)

59. 公式 59 (Formula 59)

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad (59)$$

中文说明: 和与差的积

**English Description:** Product of sum and difference

60. 公式 60 (Formula 60)

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad (60)$$

中文说明: 立方和公式

**English Description:** Sum of cubes

61. 公式 61 (Formula 61)

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \quad (61)$$

中文说明: 立方差公式

**English Description:** Difference of cubes

62. 公式 62 (Formula 62)

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad (62)$$

中文说明: 正弦的二倍角公式

**English Description:** Double angle formula for sine

63. 公式 63 (Formula 63)

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \quad (63)$$

中文说明: 余弦的二倍角公式

**English Description:** Double angle formula for cosine

64. 公式 64 (Formula 64)

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \quad (64)$$

中文说明: 正切的二倍角公式

**English Description:** Double angle formula for tangent

65. 公式 65 (Formula 65)

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad (65)$$

中文说明: 正弦平方的降幂公式

**English Description:** Power reduction formula for sine squared

66. 公式 66 (Formula 66)

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad (66)$$

中文说明: 余弦平方的降幂公式

**English Description:** Power reduction formula for cosine squared

67. 公式 67 (Formula 67)

$$\tan^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} \quad (67)$$

中文说明: 正切平方的降幂公式

**English Description:** Power reduction formula for tangent squared

68. 公式 68 (Formula 68)

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} \quad (68)$$

中文说明: 正切的和公式

**English Description:** Tangent of sum formula

69. 公式 69 (Formula 69)

$$\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x \quad (69)$$

中文说明: 正切函数的导数

**English Description:** Derivative of tangent function

70. 公式 70 (Formula 70)

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C \quad (70)$$

中文说明:  $1/x$  的积分

**English Description:** Integral of  $1/x$

71. 公式 71 (Formula 71)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x \quad (71)$$

中文说明: 指数极限定义

**English Description:** Exponential limit definition

72. 公式 72 (Formula 72)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \quad (72)$$

中文说明:  $(1 - \cos x) / x^2$  在  $x$  趋近于 0 时的极限

**English Description:** Limit of  $(1 - \cos x) / x^2$  as  $x$  approaches 0

73. 公式 73 (Formula 73)

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \dots \quad (73)$$

中文说明: 函数在  $x=a$  处的泰勒展开式

**English Description:** Taylor series expansion of  $f(x)$  at  $x=a$

74. 公式 74 (Formula 74)

$$f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \quad (74)$$

中文说明: 二元函数的全微分

**English Description:** Total differential of a function of two variables

75. 公式 75 (Formula 75)

$$\frac{\partial z}{\partial x} \quad (75)$$

中文说明:  $z$  关于  $x$  的偏导数

**English Description:** Partial derivative of  $z$  with respect to  $x$

76. 公式 76 (Formula 76)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (76)$$

中文说明:  $f$  关于  $x$  的二阶偏导数

**English Description:** Second order partial derivative of  $f$  with respect to  $x$

77. 公式 77 (Formula 77)

$$\nabla f = \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right) \quad (77)$$

中文说明: 三元函数的梯度

**English Description:** Gradient of a scalar function in three dimensions

78. 公式 78 (Formula 78)

$$\operatorname{div} \vec{F} = \nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z} \quad (78)$$

中文说明: 三维向量场的散度

**English Description:** Divergence of a vector field in three dimensions

79. 公式 79 (Formula 79)

$$\operatorname{curl} \vec{F} = \nabla \times \vec{F} \quad (79)$$

中文说明: 向量场的旋度

**English Description:** Curl of a vector field

80. 公式 80 (Formula 80)

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (80)$$

中文说明: 三元函数的拉普拉斯算子

**English Description:** Laplacian of a function in three dimensions

81. 公式 81 (Formula 81)

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy \quad (81)$$

中文说明: 区域 D 上的二重积分

**English Description:** Double integral over region D

82. 公式 82 (Formula 82)

$$\iiint_E f(x, y, z) \, dx \, dy \, dz \quad (82)$$

中文说明: 区域 E 上的三重积分

**English Description:** Triple integral over region E

83. 公式 83 (Formula 83)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (83)$$

中文说明: 一维热传导方程, 经典偏微分方程

**English Description:** One-dimensional heat equation, a classic partial differential equation

84. 公式 84 (Formula 84)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (84)$$

中文说明: 一维波动方程

**English Description:** One-dimensional wave equation

85. 公式 85 (Formula 85)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (85)$$

中文说明: 二维拉普拉斯方程

**English Description:** Laplace's equation in two variables

86. 公式 86 (Formula 86)

$$\nabla^2 u = f(x, y, z) \quad (86)$$

中文说明: 三维泊松方程

**English Description:** Poisson equation in three dimensions

87. 公式 87 (Formula 87)

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \quad (87)$$

中文说明: 热方程的变量分离法解 (Dirichlet 边界条件)

**English Description:** Separation of variables solution for the heat equation with Dirichlet boundary conditions



88. 公式 88 (Formula 88)

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (88)$$

中文说明: 沿曲线 C 的向量场线积分

**English Description:** Line integral of a vector field along curve C

89. 公式 89 (Formula 89)

$$\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} \quad (89)$$

中文说明: 向量场在曲面 S 上的面积分

**English Description:** Surface integral of a vector field over surface S

90. 公式 90 (Formula 90)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (90)$$

中文说明: 三维拉普拉斯方程

**English Description:** Laplace's equation in three variables

91. 公式 91 (Formula 91)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 u = 0 \quad (91)$$

中文说明: 多维波动方程

**English Description:** Wave equation in multiple dimensions

92. 公式 92 (Formula 92)

$$u(x, y) = X(x)Y(y) \quad (92)$$

中文说明: 偏微分方程的变量分离形式

**English Description:** Separation of variables form for PDEs

93. 公式 93 (Formula 93)

$$\nabla \cdot (\nabla u) = \nabla^2 u \quad (93)$$

中文说明: 拉普拉斯算子的定义

**English Description:** Definition of Laplacian operator

94. 公式 94 (Formula 94)

$$\det(AB) = \det(A) \det(B) \quad (94)$$

中文说明: 两个矩阵乘积的行列式

**English Description:** Determinant of the product of two matrices

95. 公式 95 (Formula 95)

$$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1} \quad (95)$$

中文说明: 矩阵转置的逆

**English Description:** Inverse of the transpose of a matrix

96. 公式 96 (Formula 96)

$$\det(A^T) = \det(A) \quad (96)$$

中文说明: 矩阵转置的行列式

**English Description:** Determinant of the transpose of a matrix

97. 公式 97 (Formula 97)

$$\det(A) = 0 \iff A \text{ is singular} \quad (97)$$

中文说明: 行列式为 0 当且仅当矩阵奇异

**English Description:** A matrix is singular if and only if its determinant is zero

98. 公式 98 (Formula 98)

$$\text{rank}(A) = \text{number of linearly independent rows (or columns)} \quad (98)$$

中文说明: 矩阵秩的定义

**English Description:** Definition of matrix rank

99. 公式 99 (Formula 99)

$$A\vec{x} = \lambda\vec{x} \quad (99)$$

中文说明: 矩阵的特征值方程

**English Description:** Eigenvalue equation for matrix A

100. 公式 100 (Formula 100)

$$\det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = aei + bfg + cdh - ceg - bdi - afh \quad (100)$$

中文说明: 三阶矩阵的行列式公式。

**English Description:** Determinant of a 3x3 matrix.

101. 公式 101 (Formula 101)

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^4 (-1)^{1+j} a_{1j} M_{1j} \quad (101)$$

中文说明: 四阶矩阵按第一行展开的行列式公式。

**English Description:** Determinant of a 4x4 matrix by cofactor expansion along the first row.

102. 公式 102 (Formula 102)

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (102)$$

中文说明: 一般二阶线性阻尼运动方程 (质量-弹簧-阻尼系统)。

**English Description:** General second-order linear damped motion equation (mass-spring-damper system).

103. 公式 103 (Formula 103)

$$v_{n+1} = v_n + [-2\zeta\omega_0 v_n - \omega_0^2(x_n - x_{\text{target}})]\Delta t \quad (103)$$

中文说明: 朝目标的阻尼弹簧数值模拟中常用的速度更新公式。

**English Description:** Discrete velocity update for critically/underdamped spring to a target (game-friendly).

104. 公式 104 (Formula 104)

$$\sum_{i=1}^n a_i b_i \quad (104)$$

中文说明: 两个向量的点积

**English Description:** Dot product of two vectors

105. 公式 105 (Formula 105)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \quad (105)$$

中文说明: 点积的模和夹角表示

**English Description:** Dot product in terms of magnitude and angle

106. 公式 106 (Formula 106)

$$\vec{a} \times \vec{b} \quad (106)$$

中文说明: 两个向量的叉积

**English Description:** Cross product of two vectors

107. 公式 107 (Formula 107)

$$\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta \vec{n} \quad (107)$$

中文说明: 叉积的模和夹角表示

**English Description:** Cross product in terms of magnitude and angle

108. 公式 108 (Formula 108)

$$\sqrt{a^2 + b^2} \quad (108)$$

中文说明: 二维空间距离公式

**English Description:** Distance formula in 2D

109. 公式 109 (Formula 109)

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (109)$$

中文说明: 两点间距离公式

**English Description:** Distance between two points (x1, y1) and (x2, y2)

110. 公式 110 (Formula 110)

$$y = mx + b \quad (110)$$

中文说明: 直线斜截式方程

**English Description:** Slope-intercept form of a straight line

111. 公式 111 (Formula 111)

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad (111)$$

中文说明: 直线点斜式方程

**English Description:** Point-slope form of a straight line

112. 公式 112 (Formula 112)

$$Ax + By + C = 0 \quad (112)$$

中文说明: 直线的一般式方程

**English Description:** General equation of a straight line

113. 公式 113 (Formula 113)

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \quad (113)$$

中文说明: 已知圆心半径的圆的方程

**English Description:** Equation of a circle with center (h, k) and radius r

114. 公式 114 (Formula 114)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (114)$$

中文说明: 椭圆标准方程

**English Description:** Standard equation of an ellipse

115. 公式 115 (Formula 115)

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (115)$$

中文说明: 双曲线标准方程

**English Description:** Standard equation of a hyperbola

116. 公式 116 (Formula 116)

$$y^2 = 4ax \quad (116)$$

中文说明: 抛物线标准方程

**English Description:** Standard equation of a parabola

117. 公式 117 (Formula 117)

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n \quad (117)$$

中文说明: 二项式系数和

**English Description:** Sum of binomial coefficients

118. 公式 118 (Formula 118)

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k \quad (118)$$

中文说明: 二项式定理

**English Description:** Binomial theorem

119. 公式 119 (Formula 119)

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) \quad (119)$$

中文说明: 概率乘法公式

**English Description:** Multiplication rule for probability

120. 公式 120 (Formula 120)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (120)$$

中文说明: 概率加法公式

**English Description:** Addition rule for probability

121. 公式 121 (Formula 121)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (121)$$

中文说明: 条件概率公式

**English Description:** Conditional probability formula

122. 公式 122 (Formula 122)

$$P(A') = 1 - P(A) \quad (122)$$

中文说明: 对立事件的概率

**English Description:** Probability of the complement event

123. 公式 123 (Formula 123)

$$E[X] = \sum_i x_i P(x_i) \quad (123)$$

中文说明: 离散型随机变量的期望

**English Description:** Expected value of a discrete random variable

124. 公式 124 (Formula 124)

$$\text{Var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2 \quad (124)$$

中文说明: 随机变量的方差

**English Description:** Variance of a random variable

125. 公式 125 (Formula 125)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (125)$$

中文说明: 正态分布概率密度函数

**English Description:** Probability density function of the normal distribution

126. 公式 126 (Formula 126)

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (126)$$

中文说明: 样本方差公式

**English Description:** Sample variance formula

127. 公式 127 (Formula 127)

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x) \quad (127)$$

中文说明: 导数的链式法则

**English Description:** Chain rule for derivatives

128. 公式 128 (Formula 128)

$$\frac{d}{dx}(uv) = u'v + uv' \quad (128)$$

中文说明: 导数的乘积法则

**English Description:** Product rule for derivatives

129. 公式 129 (Formula 129)

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{u}{v} \right) = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (129)$$

中文说明: 导数的商法则

**English Description:** Quotient rule for derivatives

130. 公式 130 (Formula 130)

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x \quad (130)$$

中文说明: 数值积分 (黎曼和)

**English Description:** Numerical integration (Riemann sum)

131. 公式 131 (Formula 131)

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \quad (131)$$

中文说明: 两个集合的容斥原理

**English Description:** Inclusion-exclusion principle for two sets

132. 公式 132 (Formula 132)

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \quad (132)$$

中文说明: 三项式的平方公式

**English Description:** Square of a trinomial

133. 公式 133 (Formula 133)

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} \quad (133)$$

中文说明: 比例的通式



**English Description:** General form of a proportion

134. 公式 134 (Formula 134)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \quad (134)$$

中文说明:  $1/n$  在  $n$  趋于无穷时的极限

**English Description:** Limit of  $1/n$  as  $n$  approaches infinity

135. 公式 135 (Formula 135)

$$A \subseteq B \iff \forall x(x \in A \implies x \in B) \quad (135)$$

中文说明:  $A$  是  $B$  的子集, 当且仅当  $A$  的每个元素都是  $B$  的元素。

**English Description:**  $A$  is a subset of  $B$  if and only if every element of  $A$  is also an element of  $B$ .

136. 公式 136 (Formula 136)

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\} \quad (136)$$

中文说明:  $A$  与  $B$  的并集是所有属于  $A$  或  $B$  的元素组成的集合。

**English Description:** The union of  $A$  and  $B$  is the set of elements that are in  $A$  or in  $B$ .

137. 公式 137 (Formula 137)

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\} \quad (137)$$

中文说明:  $A$  与  $B$  的交集是所有既属于  $A$  又属于  $B$  的元素组成的集合。

**English Description:** The intersection of  $A$  and  $B$  is the set of elements that are in both  $A$  and  $B$ .

138. 公式 138 (Formula 138)

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \notin B\} \quad (138)$$

中文说明:  $A$  与  $B$  的差集是所有属于  $A$  但不属于  $B$  的元素组成的集合。

**English Description:** The difference of  $A$  and  $B$  is the set of elements that are in  $A$  but not in  $B$ .

139. 公式 139 (Formula 139)

$$A^c = U - A \quad (139)$$

中文说明: A 的补集是全集 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合。

**English Description:** The complement of A is the set of elements in the universal set U that are not in A.

140. 公式 140 (Formula 140)

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c \quad (140)$$

中文说明: 德摩根律: A 和 B 的并集的补集等于 A 的补集与 B 的补集的交集。

**English Description:** De Morgan's law: The complement of the union of A and B is the intersection of their complements.

141. 公式 141 (Formula 141)

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \quad (141)$$

中文说明: 德摩根律: A 和 B 的交集的补集等于 A 的补集与 B 的补集的并集。

**English Description:** De Morgan's law: The complement of the intersection of A and B is the union of their complements.

142. 公式 142 (Formula 142)

$$A \cup \emptyset = A \quad (142)$$

中文说明: 任意集合与空集的并集仍为该集合本身。

**English Description:** The union of any set and the empty set is the set itself.

143. 公式 143 (Formula 143)

$$A \cap \emptyset = \emptyset \quad (143)$$

中文说明: 任意集合与空集的交集仍为空集。

**English Description:** The intersection of any set and the empty set is the empty set.

144. 公式 144 (Formula 144)

$$A \cup A = A \quad (144)$$

中文说明: 集合与自身的并集等于自身。

**English Description:** The union of a set with itself is itself.

145. 公式 145 (Formula 145)

$$A \cap A = A \quad (145)$$

中文说明: 集合与自身的交集等于自身。

**English Description:** The intersection of a set with itself is itself.

146. 公式 146 (Formula 146)

$$A \cup B = B \cup A \quad (146)$$

中文说明: 并集满足交换律。

**English Description:** Union is commutative.

147. 公式 147 (Formula 147)

$$A \cap B = B \cap A \quad (147)$$

中文说明: 交集满足交换律。

**English Description:** Intersection is commutative.

148. 公式 148 (Formula 148)

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \quad (148)$$

中文说明: 并集满足结合律。

**English Description:** Union is associative.

149. 公式 149 (Formula 149)

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad (149)$$

中文说明: 交集满足结合律。

**English Description:** Intersection is associative.

150. 公式 150 (Formula 150)

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (150)$$

中文说明: 交集对并集满足分配律。

**English Description:** Intersection distributes over union.

151. 公式 151 (Formula 151)

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad (151)$$

中文说明: 并集对交集满足分配律。

**English Description:** Union distributes over intersection.

152. 公式 152 (Formula 152)

$$P(A) = 2^{|A|} \quad (152)$$

中文说明: A 的幂集的基数是 2 的 A 的基数次方。

**English Description:** The cardinality of the power set of A is 2 to the power of the cardinality of A.

153. 公式 153 (Formula 153)

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \quad (153)$$

中文说明: 有限集合 A 与 B 并集的基数公式。

**English Description:** Cardinality of the union of two finite sets.

154. 公式 154 (Formula 154)

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (154)$$

中文说明: 导数的定义

**English Description:** Definition of the derivative

155. 公式 155 (Formula 155)

$$|E| \leq \frac{n(n-1)}{2} \quad (155)$$

中文说明: 一个有 n 个顶点的简单无向图最多有  $n(n-1)/2$  条边。

**English Description:** The maximum number of edges in a simple undirected graph with n vertices.

156. 公式 156 (Formula 156)

$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E| \quad (156)$$

中文说明: 无向图中所有顶点的度之和等于边数的两倍。

**English Description:** The sum of the degrees of all vertices in an undirected graph equals twice the number of edges.

157. 公式 157 (Formula 157)

$$q = a + bi + cj + dk \quad (157)$$

中文说明: 四元数  $q$  由实部  $a$  和虚部  $b$ 、 $c$ 、 $d$  组成。

**English Description:** A quaternion  $q$  is composed of a real part  $a$  and three imaginary parts  $b$ ,  $c$ ,  $d$ .

158. 公式 158 (Formula 158)

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (158)$$

中文说明: 四元数单位  $i$ ,  $j$ ,  $k$  的基本关系。

**English Description:** The fundamental relations of quaternion units  $i$ ,  $j$ ,  $k$ .

159. 公式 159 (Formula 159)

$$q = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + (xi + yj + zk) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (159)$$

中文说明: 单位四元数表示绕单位向量  $(x, y, z)$  旋转  $\theta$  角。

**English Description:** A unit quaternion representing a rotation by  $\theta$  around the unit vector  $(x, y, z)$ .

160. 公式 160 (Formula 160)

$$v' = qvq^{-1} \quad (160)$$

中文说明: 用四元数  $q$  对向量  $v$  (视为纯四元数) 进行旋转。

**English Description:** Rotation of vector  $v$  (as a pure quaternion) by quaternion  $q$ .

161. 公式 161 (Formula 161)

$$C_n = \frac{n(n-1)}{2} \quad (161)$$

中文说明:  $n$  阶完全图的边数为  $n(n-1)/2$ 。

**English Description:** The number of edges in a complete graph with  $n$  vertices.

162. 公式 162 (Formula 162)

$$A_{ij}^k = \text{number of walks of length } k \text{ from vertex } i \text{ to } j \quad (162)$$

中文说明: 邻接矩阵的  $k$  次幂的  $(i,j)$  元素表示从顶点  $i$  到顶点  $j$  长度为  $k$  的步数。

**English Description:** The  $(i,j)$  entry of the  $k$ -th power of the adjacency matrix gives the number of walks of length  $k$  from vertex  $i$  to  $j$ .

163. 公式 163 (Formula 163)

$$|V| - |E| + |F| = 2 \quad (163)$$

中文说明: 欧拉公式: 平面图的顶点数减去边数加上面数等于 2。

**English Description:** Euler's formula for planar graphs: vertices minus edges plus faces equals 2.

164. 公式 164 (Formula 164)

$$a \mid b \iff \exists k \in \mathbb{Z}, b = ak \quad (164)$$

中文说明:  $a$  整除  $b$  当且仅当存在整数  $k$  使  $b=ak$ 。

**English Description:**  $a$  divides  $b$  if and only if there exists an integer  $k$  such that  $b = ak$ .

165. 公式 165 (Formula 165)

$$\gcd(a, b) = \max\{d \mid d \mid a \text{ and } d \mid b\} \quad (165)$$

中文说明: 最大公约数定义。

**English Description:** Greatest common divisor of  $a$  and  $b$ .

166. 公式 166 (Formula 166)

$$\text{If } \gcd(a, b) = 1, \exists x, y \in \mathbb{Z} \text{ such that } ax + by = 1 \quad (166)$$

中文说明: 裴蜀等式 (若  $a$  与  $b$  互素, 则存在整数  $x, y$  使  $ax+by=1$ )。

**English Description:** Bezout's identity for coprime integers.

167. 公式 167 (Formula 167)

$$\text{lcm}(a, b) = \frac{ab}{\gcd(a, b)} \quad (167)$$

中文说明: 最小公倍数公式。

**English Description:** Least common multiple of a and b.

168. 公式 168 (Formula 168)

$$a \equiv b \pmod{n} \iff n \mid (a - b) \quad (168)$$

中文说明: 模 n 同余的定义。

**English Description:** Definition of congruence modulo n.

169. 公式 169 (Formula 169)

$$\phi(n) = |\{1 \leq k \leq n \mid \gcd(k, n) = 1\}| \quad (169)$$

中文说明: 欧拉函数定义。

**English Description:** Euler's totient function.

170. 公式 170 (Formula 170)

$$a^{\phi(n)} \equiv 1 \pmod{n} \quad (\gcd(a, n) = 1) \quad (170)$$

中文说明: 欧拉定理。

**English Description:** Euler's theorem.

171. 公式 171 (Formula 171)

$$a^p \equiv a \pmod{p} \quad (171)$$

中文说明: 费马小定理 (p 为素数)。

**English Description:** Fermat's little theorem (p is prime).

172. 公式 172 (Formula 172)

$$\sum_{d \mid n} \phi(d) = n \quad (172)$$

中文说明: 欧拉函数在所有正约数上的和等于 n。

**English Description:** Sum of Euler's totient function over all divisors equals n.

173. 公式 173 (Formula 173)

$$\mu(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 0 & \text{if } n \text{ has a squared prime factor} \\ (-1)^k & n \text{ is a product of } k \text{ distinct primes} \end{cases} \quad (173)$$

中文说明: 莫比乌斯函数的定义。

**English Description:** Definition of the Möbius function.

174. 公式 174 (Formula 174)

$$\sigma(n) = \sum_{d|n} d \quad (174)$$

中文说明: 约数和函数。

**English Description:** Sum of divisors function.

175. 公式 175 (Formula 175)

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x} \quad (175)$$

中文说明: 素数定理, 素数分布的渐近公式。

**English Description:** Prime number theorem (asymptotic estimate for the number of primes  $\leq x$ ).

176. 公式 176 (Formula 176)

$$f(x+y) = f(x) + f(y) \quad (176)$$

中文说明: 阿贝尔-柯西方程。

**English Description:** Cauchy equation for additive functions.

177. 公式 177 (Formula 177)

$$B(x_0, r) = \{x \in X \mid d(x, x_0) < r\} \quad (177)$$

中文说明: 度量空间中的开球。

**English Description:** Open ball in a metric space.



178. 公式 178 (Formula 178)

$$U \text{ is open} \iff \forall x \in U, \exists \varepsilon > 0, B(x, \varepsilon) \subseteq U \quad (178)$$

中文说明: 度量空间中开集的定义。

**English Description:** Definition of open set in a metric space.

179. 公式 179 (Formula 179)

$$\overline{A} = \bigcap_{F \supseteq A, F \text{ closed}} F \quad (179)$$

中文说明: 集合 A 的闭包。

**English Description:** Closure of a set: intersection of all closed supersets.

180. 公式 180 (Formula 180)

$$A \text{ is closed} \iff X \setminus A \text{ is open} \quad (180)$$

中文说明: 集合闭集的定义。

**English Description:** A set is closed if and only if its complement is open.

181. 公式 181 (Formula 181)

$$f \text{ is continuous} \iff \forall U \subseteq Y \text{ open, } f^{-1}(U) \text{ is open in } X \quad (181)$$

中文说明: 连续映射的拓扑定义。

**English Description:** Topological definition of continuity.

182. 公式 182 (Formula 182)

$$\chi = V - E + F \quad (182)$$

中文说明: 欧拉示性数。

**English Description:** Euler characteristic for polyhedra (V: vertices, E: edges, F: faces).

183. 公式 183 (Formula 183)

$$\bigcup_{\alpha \in I} U_{\alpha} \text{ is open if every } U_{\alpha} \text{ is open} \quad (183)$$

中文说明: 任意多个开集的并仍为开集。

**English Description:** Arbitrary unions of open sets are open.

184. 公式 184 (Formula 184)

$$\bigcap_{i=1}^n U_i \text{ is open if every } U_i \text{ is open} \quad (184)$$

中文说明: 有限多个开集的交仍为开集。

**English Description:** Finite intersections of open sets are open.

185. 公式 185 (Formula 185)

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103 + 26390k)}{(k!)^4 396^{4k}} \quad (185)$$

中文说明: 拉马努金关于  $1/\pi$  的级数, 用于高精度计算  $\pi$ 。

**English Description:** Ramanujan's remarkable series for  $1/\pi$ , used in high-precision calculations of  $\pi$ .

186. 公式 186 (Formula 186)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \quad (186)$$

中文说明: 巴塞尔问题的解, 被拉马努金重新发现并扩展。

**English Description:** Basel problem solution, rediscovered and expanded by Ramanujan.

187. 公式 187 (Formula 187)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\frac{1}{2})_n^3}{n!^3} (6n+1) \frac{1}{4^n} = \frac{4}{\pi} \quad (187)$$

中文说明: 拉马努金提出的又一个  $1/\pi$  级数。

**English Description:** Another Ramanujan series for  $1/\pi$ .

188. 公式 188 (Formula 188)

$$e^{\pi\sqrt{163}} \approx 262537412640768743.99999999999925 \quad (188)$$

中文说明: 拉马努金的近似整数, 模函数中的著名“近整数”。

**English Description:** Ramanujan's almost integer, a famous example of an 'almost integer' from modular functions.

189. 公式 189 (Formula 189)

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{99^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(21460k + 1123)}{(k!)^4 396^{4k}} \quad (189)$$

中文说明: 拉马努金关于  $1/\pi$  的另一种级数。

**English Description:** A variant of Ramanujan's series for  $1/\pi$ .

190. 公式 190 (Formula 190)

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3 \quad (190)$$

中文说明: 著名的“出租车数”，由拉马努金提出。

**English Description:** The famous 'taxicab number', highlighted by Ramanujan.

191. 公式 191 (Formula 191)

$$\sigma(n) = \sum_{d|n} d \quad (191)$$

中文说明: 拉马努金对因子函数的研究,  $\sigma(n)$  表示  $n$  的所有因子的和。

**English Description:** Ramanujan's study of the divisor function, where  $\sigma(n)$  is the sum of the divisors of  $n$ .

192. 公式 192 (Formula 192)

$$p(n) \sim \frac{1}{4n\sqrt{3}} \exp\left(\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}\right) \quad (192)$$

中文说明: 拉马努金关于分割函数  $p(n)$  的渐近公式。

**English Description:** Ramanujan's asymptotic formula for the partition function  $p(n)$ .

193. 公式 193 (Formula 193)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^{2\pi n} - 1} = \frac{1}{24} - \frac{1}{8\pi} \quad (193)$$

中文说明: 拉马努金关于指数与  $\pi$  的级数。

**English Description:** A Ramanujan series involving exponential and  $\pi$ .

194. 公式 194 (Formula 194)

$$\zeta(s) = 2^s \pi^{s-1} \sin\left(\frac{\pi s}{2}\right) \Gamma(1-s) \zeta(1-s) \quad (194)$$

中文说明: 黎曼  $\zeta$  函数的函数方程, 拉马努金曾深入研究。

**English Description:** Functional equation of the Riemann zeta function, studied by Ramanujan.