



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

Introducción a la Geometría - MAT1304
Ayudantía 20
22 de octubre de 2025

Problema 1. Sean $f, g \in k[x, y]$, demuestre que

- (1) El conjunto de ceros de fg es igual a la unión del conjunto de ceros de f y g .
- (2) Si $k = \mathbb{R}$, el conjunto de ceros de $f^2 + g^2$ es igual a la intersección del conjunto de ceros de f y g .

Problema 2. Halle el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan del origen y $(-1, 1)$. Después, grafíquelo en el plano.

Problema 3. Considere la recta que pasa por el punto $(5, 3)$ y que forma un ángulo de $-\pi/4$ con respecto al eje x . Calcule la distancia entre el punto $(1, 2)$ y el único punto de la recta que tiene sus dos coordenadas iguales.

Problema 4. Determine todos los posibles valores de x_0 para los que la intersección de la recta de ecuación $2x + y - 1 = 0$ y la recta de ecuación $y = x_0x - 3$ tenga coordenadas enteras.

Problema 5. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por los puntos de intersección de

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4 \end{cases}$$