



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

**Introducción a la Geometría - MAT1304**  
**Ayudantía 3**  
**18 de agosto de 2025**

**Problema 1.** Dado  $\triangle ABC$ , consideremos  $Z$  un punto en  $\overline{AB}$ . Se traza el segmento  $\overline{CZ}$ , trazamos la recta paralela a  $\overline{CZ}$  que intersecta a  $\overline{BC}$  en  $X$ . Del mismo modo, se traza la recta paralela a  $\overline{CZ}$  que pasa por  $B$  y que intersecta a  $\overline{AC}$  en  $Y$ . Muestre que

$$\frac{1}{AX} + \frac{1}{BY} = \frac{1}{CZ}$$

**Problema 2.** Sea  $\triangle ABC$  un triángulo cualquiera. Consideremos los puntos  $D, E, F$  en  $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$  respectivamente, tales que  $\overline{AD}, \overline{BE}$  y  $\overline{CF}$  concurren dentro del triángulo. Muestre que si  $\overline{FE}$  y  $\overline{BC}$  son paralelas, entonces  $\overline{BD} = \overline{DC}$ .

**Problema 3.** Sea  $\triangle ABC$  un triángulo cualquiera. Sean  $D, E$  en  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  respectivamente tales que los segmentos  $\overline{AE}$  y  $\overline{CD}$  son alturas. Muestre que  $\triangle ABE \sim \triangle CBD$ .<sup>1</sup>

**Problema 4.** Dados  $\triangle ABC$  y  $\triangle DEF$  semejantes con razón  $k$ , pruebe que

$$\frac{|\triangle ABC|}{|\triangle DEF|} = k^2$$

**Problema 5.** Deducir geométicamente las desigualdades

$$\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

---

<sup>1</sup>Este problema puede ser útil para la tarea