



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

Introducción a la Geometría - MAT1304

Ayudantía 25 - Repaso I3

07 de noviembre de 2025

Problema 1. Demuestre que $x^4 + 3x^2 + 2$ y $x^3 + x^2 + x + 1$ tienen un factor en común en $\mathbb{R}[x]$.

Problema 2. Factorice completamente en irreducibles el polinomio $x^{12} - 1 = 0$ en $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{PR}[x]$, $\mathbb{Z}[x]$.

Problema 3. Consideré los puntos $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (1, 1)$ y $D = (0, 1)$. Demuestre, usando geometría cartesiana que las diagonales del cuadrado $ABCD$ son perpendiculares.

Problema 4. Demuestre que la tangente de la elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ por el punto (x_0, y_0) es

$$\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$$

Problema 5. Sean $A = (1, 0)$ y $B = (2, 3)$. Encontrar todos los puntos C tales que $\triangle ABC$ es equilátero.