



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

Introducción a la Geometría - MAT1304

Ayudantía 12

24 de septiembre de 2025

Problema 1. Muestre que el decágono, esto es, un polígono regular de 10 lados, es constructible.

Problema 2. Demuestre que $\cos(3\alpha) = 4\cos^3(\alpha) - 3\cos(\alpha)$ para todo $\alpha \in \mathbb{R}$.

Problema 3. Resuelva la ecuación $\sin^4(x) + \cos^4(x) = \frac{1}{2}$ para $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

Problema 4. Para $x, y \in \mathbb{R}$, demuestre las siguientes identidades de prostaferisis

$$2 \sin(x)\sin(y) = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos(x)\cos(y) = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

Problema 5. Sean α y β ángulos tales que

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \text{y} \quad \cos(\alpha) + \cos(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Calcule $\tan(\alpha + \beta)$.