



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

**Introducción a la Geometría - MAT1304**  
**Ayudantía 24 - Repaso Geometría Cartesiana**  
**05 de noviembre de 2025**

**Problema 1.** Sea  $(x_0, y_0)$  un cero de  $x^2 - y^2$ . Demuestre que la recta que pasa  $(x_0, y_0)$  y el origen esta contenida en el conjunto de ceros de  $x^2 - y^2$ .

**Problema 2.** Muestre que el polinomio  $x^2 - 4x + y^2 - 2y - 4$  describe una circunferencia. Encuentre su radio y centro.

**Problema 3.** Las parábolas descritas por los polinomios  $x^2 - x - 4 - y$  y  $y^2 - 5y + 1 - x$  se intersectan en cuatro puntos. Muestre que tales puntos pertenecen a una circunferencia.

**Problema 4.** Dada la circunferencia  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ , determine los valores de  $m$  para los cuales, la recta  $y = mx + 3$ :

- (1) Intersecte a la circunferencia en dos puntos.
- (2) Sea tangente a la circunferencia.
- (3) No tenga puntos en común con la circunferencia.

**Problema 5.** Halle el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que son tangentes a la recta  $y = 1$  y la circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 = 9$ .