



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

Introducción a la Geometría - MAT1304
Ayudantía 18
15 de octubre de 2025

Problema 1. Halle un polinomio $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ de grado 5, con raíces $-1 + i$, $\sqrt{2}i$ y 1 tal que $p(-1) = -6$.

Problema 2. Sea $p(x) = x^2 - (3 - 2i)x + 2 - 2i$. Encuentre $q(x) \in \mathbb{R}[x]$ no nulo tal que toda raíz de $p(x)$ es una raíz de $q(x)$.

Problema 3. Factorice completamente $x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$ en $\mathbb{Q}[x]$ y en $\mathbb{C}[x]$.

Problema 4. Demuestre que un polinomio en $\mathbb{R}[x]$ es irreducible si es lineal o es de grado dos con discriminante negativo.

Problema 5. Sea $p(x) = x^2 - a$ con $a \in \mathbb{Z}$, muestre que $p(x)$ es reducible en $\mathbb{Z}[x]$ si y solo si existe $\alpha \in \mathbb{Z}$ tal que $\alpha^2 = a$.