



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

## Introducción a la Geometría - MAT1304

### Ayudantía 1

11 de agosto de 2025

**Problema 1.** Dado un triángulo  $\triangle ABC$ , denotamos por  $M$  al punto medio de  $\overline{AB}$ . Demuestre, que si  $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ , entonces  $\angle BCA = 90^\circ$ .

**Problema 2.** Probar que dos rectas son paralelas si y solo si se cumple la propiedad de ángulos alternos internos. Esto es, dadas dos rectas paralelas y una recta secante a ambas, entonces los ángulos alternos internos son iguales.

**Definición:** La bisectriz de un ángulo es el rayo con origen en el vértice del ángulo tal que lo divide en dos ángulos iguales.

**Problema 3.** Demuestre que la bisectriz del ángulo opuesto a la base en un triángulo isósceles es perpendicular a la base y la divide (i.e. la divide en dos segmentos congruentes).

**Problema 4.** Sea  $\triangle ABC$  isósceles de base  $\overline{BC}$ , sean  $E$  y  $D$  puntos en  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  respectivamente, de forma que  $\overline{AE} = \overline{AD}$ .

- (a) Demuestre que  $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$ .
- (b) Sea  $P \in \overline{EC} \cap \overline{DB}$ , demuestre que  $\overline{AP}$  es bisectriz de  $\angle BAC$ .

**Definición:** Dado un segmento  $\overline{AB}$  y  $M$  su punto medio, se dice que la recta  $L$  es simetral si es perpendicular a  $\overline{AB}$  y pasa por el punto  $M$ .

**Problema 5.** Sea  $\overline{AB}$  un segmento y  $L$  su simetral, demuestre que dado  $P \in L$ , se tiene que  $\overline{AP} = \overline{BP}$ .

**Problema 6.** Sea  $P$  un polígono regular de  $n$  lados con  $n \geq 3$ . Pruebe que las simetrales de tres lados contiguos de  $P$  son concurrentes.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Este resultado puede ser útil para la tarea.