



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

Introducción a la Geometría - MAT1304
Ayudantía 21
27 de octubre de 2025

Problema 1. Demuestre que $x^2 + y^2 + 4x + 6 - 23 = 0$ y $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 25 = 0$ son tangentes.

Problema 2. Demuestre que la expresión

$$\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}, \frac{2t}{1+t^2} \right)$$

con $t \in \mathbb{R}$, es una parametrización de los ceros de $x^2 + y^2 = 1$ sin $(-1, 0)$. Más aún, usando lo anterior encuentre todas las ternas pitagóricas.

Problema 3. Dados los puntos $A = (1, 1, 1)$, $B = (0, 2, 2)$, $C = (1, 0, -1)$, $D = (0, 1, 0)$. Muestre que A, B, C, D están dentro de un mismo plano, encontrando la ecuación del plano que los contiene.

Problema 4. Sea (x_0, y_0, z_0) un cero de $xy + xz + yz$. Demuestre que la recta que pasa por (x_0, y_0, z_0) y el origen está contenida en el conjunto de ceros de $xy + xz + yz$.

Problema 5. Pruebe que los polinomios homogéneos de grado d en tres variables, están en correspondencia con los hiperplanos \mathbb{R}^N donde $N = \binom{d+2}{d}$.