



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

Introducción a la Geometría - MAT1304
Ayudantía 4
20 de agosto de 2025

Problema 1. Considere un cuadrilátero convexo $ABCD$, se traza además el segmento \overline{AC} , demuestre que

- (1) La recta determinada por los puntos medios de \overline{AB} y \overline{BC} es paralela a \overline{AC} .
- (2) Sean M, N, O, P los puntos medios de cada lado del cuadrilátero, entonces $MNOP$ es un paralelogramo.

Problema 2. Sea $ABCD$ un paralelogramo y desde D tracemos una recta que intersecta al lado \overline{AB} en un punto E . Llamemos F al punto de intersección de \overline{DE} con \overline{CB} . Muestre que

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{FB}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{FC}}{\overline{CD}}$$

Problema 3. Dado $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo con ángulo recto en A , demuestre que la bisectriz en A divide en dos ángulos iguales al ángulo formado por la altura y la transversal de gravedad que unen a A con la hipotenusa.

Problema 4. Sea O el centro de una circunferencia inscrita en $\triangle ABC$. El rayo \overrightarrow{AO} intersecta a \overline{BC} en D . Demuestre que

$$\overline{AO} \cdot \overline{BC} = \overline{OD} \cdot (\overline{AB} + \overline{AC})$$

Problema 5. Sea $\triangle ABC$ y D el punto sobre \overleftrightarrow{AB} tal que \overline{CD} es la bisectriz externa de C , entonces se tiene que

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$$