Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Matemáticas
Departamento de Matemática
Profesor: Mauricio Bustamante – Estudiante: Benjamín Mateluna

Taller de Trabajo - MAT3094
Informe Taller de Trabajo
04 de agosto de 2025

Índice

Introducción

1. Preliminares

1.1. Simplices

1.2. Complejos Simpliciales y Mapas Simpliciales

1.3. Complejos Simpliciales Abstractos

1.4. Revisión de Grupos Abelianos

1.5. Grupos de Homología

1.6. Categorías y Funtores

2. Cohomología

2.1. El Funtor Hom

Definición: *Sean A y G grupos abelianos, entonces el conjunto $Hom(A,G)$ que consiste en todos los morfismos de A a G es un grupo abeliano con la operación $(\varphi+\psi)(a) := \varphi(a)+\psi(a)$.*

Hay que probar que esta operación esta bien definida, esto es, debemos verificar que $\varphi+\psi$ es un morfismo de A a G, notemos que

$$(\varphi+\psi)(a+b) = \varphi(a+b)+\psi(a+b) = \varphi(a)+\psi(a)+\varphi(b)+\psi(b) = (\varphi+\psi)(a)+(\varphi+\psi)(b)$$

La identidad en $Hom(A,G)$ resulta ser el morfismo trivial y el inverso de φ es $-\varphi$.

Ejemplo:
Definición: *Un morfismo $f: A \to B$ da resultado a un* ***morfismo dual*** *$\widetilde{f}: Hom(B,G) \to Hom(A,G)$. Donde $\widetilde{f}$ le asigna a un morfismo $\varphi: B \to G$ el morfismo $\widetilde{f}(\varphi) = \varphi \circ f$.*

Se verifica que $\widetilde{f}$ esta bien definido, en otras palabras, que $\widetilde{f}(\varphi)$ es un morfismo. Para G fijo, la asignación $A \to Hom(A,G)$ y $f \to \widetilde{f}$ define un funtor contravariante de la categoría de grupos abelianos y morfismos a si mismo.

2.2. Grupo de Cohomología Simplicial