

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE FACULTAD DE MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Profesor: Giancarlo Urzúa – Ayudante: Benjamín Mateluna

Introducción a la Geometría - MAT1304 Ayudantía 15 06 de octubre de 2025

Problema 1. Encuentre las 3 raíces del polinomio $x^3 + 3x^2 - 2x + 6$.

Problema 2. Demuestre que $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}=1$.

Problema 3. Mostrar que no existen $p, q \in \mathbb{Q}[x]$ tales que $x^3 + 101x^2 - 107x + 2 = p(x)q(x)$.

Problema 4. Demuestre que para $z \in \mathbb{C}$, se tiene que

(1) $z \in \mathbb{R}$ si y solo si $z = \overline{z}$.

(2) |z| = 1 y $z \neq 0$ entonces $\overline{z} = \frac{1}{z}$.

Problema 5. Sea $z \in \mathbb{C}$ con parte imaginaria no nula tal que $z + \frac{1}{z}$ es un número real. Calcule $z\overline{z}$.