



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

**Introducción a la Geometría - MAT1304**  
**Ayudantía 23 - Repaso Polinomios**  
**03 de noviembre de 2025**

**Problema 1.** Considere  $a, b, c$  reales positivos. Muestre que no es posible que  $p(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $q(x) = bx^2 + cx + a$  y  $r(x) = cx^2 + ax + b$  tengan raíces reales de manera simultánea.

**Problema 2.** Halle el máximo común divisor del par de polinomios  $x^3 + 2x - i$  y  $x^2 + 1$  en  $\mathbb{C}[x]$  y halle una combinación del Lema de Bézout.

**Problema 3.** Demuestre que el polinomio  $y^2 - x^3$  es irreducible en  $\mathbb{C}[x, y]$ .

**Problema 4.** Encontrar  $p(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 \in \mathbb{R}[x]$  tal que  $p(-1 + 2i) = 0$ ,  $p(1) = 0$  y  $p(-1) = 5$ .

**Problema 5.** Sea  $(x_0, y_0)$  un cero de  $x^2 - y^2$ . Demuestre que la recta que pasa  $(x_0, y_0)$  y el origen esta contenida en el conjunto de ceros de  $x^2 - y^2$ .