



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

**Introducción a la Geometría - MAT1304**  
**Ayudantía 11**  
**22 de septiembre de 2025**

**Problema 1.** Demuestre la siguiente identidad trigonométrica para  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha)\tan(\beta)}$$

Usando lo anterior encuentre una fórmula para el ángulo doble de tangente y secante.

**Problema 2.** Para  $x \in \mathbb{R}$ , demuestre que

$$\cos^2(x) = \frac{\cos(2x) + 1}{2} \quad \text{y} \quad \sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

**Problema 3.** Muestre que

$$\cot(2x) = \frac{1}{2} (\cot(x) - \tan(x))$$

**Problema 4.** Demuestre que para todo  $n \in \mathbb{N}$  y para todo  $\alpha \in \mathbb{R}$  tal que  $\sin(\alpha) \neq 0$  se tiene que

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(2\alpha) \cdots \cos(2^n \alpha) = \frac{\sin(2^{n+1}\alpha)}{2^{n+1}\sin(\alpha)}$$

**Problema 5.** Encuentre un valor explícito para  $\sin(\frac{\pi}{12})$  y  $\cos(\frac{\pi}{12})$ . Calcule

$$\cos^4\left(\frac{\pi}{24}\right) - \sin^4\left(\frac{\pi}{24}\right)$$