



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

**Introducción a la Geometría - MAT1304**  
**Ayudantía 13**  
**29 de septiembre de 2025**

**Problema 1.** Sea  $\triangle ABC$  un triángulo con  $\angle ACB = \frac{\pi}{4}$  y  $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ . Sea  $D \in \overline{BC}$  tal que  $3\overline{BD} = \overline{CD}$ . Encuentre el valor de

$$\frac{\sin(\angle BAD)}{\sin(\angle CAD)}$$

**Problema 2.** Sea  $\triangle ABC$  y  $P$  en el segmento  $\overline{BC}$  tal que  $\overline{AP} = p$ ,  $\overline{BP} = m$  y  $\overline{PC} = n$ . Demostrar que  $a(p^2 + mn) = b^2m + c^2n$ .

**Problema 3.** Usando el Teorema del Coseno, demuestre que en  $\triangle ABC$ , la mediana  $m_a$  hacia el lado  $a$  satisface

$$m_a^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$$

**Problema 4.** Sea  $\triangle ABC$  y  $x \in \mathbb{R}$  positivo. Supongamos que  $a = 2x$ ,  $b = x + 1$ ,  $c = x + 2$  y que  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ . Pruebe que  $\beta$  es constructible con regla y compás.

**Problema 5.** Considere  $\triangle ADC$  rectángulo en  $C$ . Sea  $B \in \overline{AC}$  y  $2\angle DAC = \angle DBC$ . Si  $\overline{BC} = \frac{3}{5}\overline{AB}$ . Calcule el área de  $\triangle ADC$  en función de  $\overline{BC}$ .