



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

**Introducción a la Geometría - MAT1304**  
**Ayudantía 16**  
**08 de octubre de 2025**

**Problema 1.** Grafique en el plano complejo el conjunto

$$\mathcal{L} = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(\bar{z}) = \operatorname{Im}(z)\}$$

**Problema 2.** Resuelva las siguientes ecuaciones

(1)  $z^4 = \sqrt{i}$ .

(2)  $z^7 - 2iz^4 - iz^3 - 2 = 0$ .

**Problema 3.** Sea  $z = \operatorname{cis}(\frac{2\pi}{5})$ .

(1) Demuestre que  $z^4 + z^3 + z^2 + z^1 + 1 = 0$ .

(2) Pruebe que se cumple la siguiente expresión

$$\left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right) + \left(z + \frac{1}{z}\right) + 1 = 0$$

(3) Verifique que  $4\cos^2(\frac{2\pi}{5}) + 2\cos(\frac{2\pi}{5}) - 1 = 0$ .

(4) Deduzca que

$$\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

**Problema 4.** Calcule todos los valores que puede tomar la expresión  $(3-3i)\sqrt{1+i}$ .

**Problema 5.** Dado el número complejo  $z = \sqrt{3} + i$ , calcule sus raíces quintas.