



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

**Introducción a la Geometría - MAT1304**

**Ayudantía 25 - Repaso I3**

**07 de noviembre de 2025**

**Problema 1.** Sea  $\omega \in \mathbb{C}$  una raíz  $n$ -ésima de la unidad y  $p(x) \in \mathbb{R}[x]$  tal que  $p(\omega) = 0$ . Demuestre que  $p(x)$  y  $q(x) = \sum_{i=0}^{n-1} x^i$  tienen un factor en común en  $\mathbb{R}[x]$ .

**Problema 2.** Encuentre el máximo común divisor en  $\mathbb{Q}[x]$ ,  $\mathbb{R}[x]$  y  $\mathbb{C}[x]$  de los polinomios

$$x^4 - 1 \quad \text{y} \quad x^4 + x^3 + x - 1$$

**Problema 3.** Considere los puntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  que forman un cuadrado en el plano. Demuestre, usando geometría cartesiana que las diagonales del cuadrado  $ABCD$  son perpendiculares.

**Problema 4.** Encuentre la recta tangente a la parábola  $x^2 = y$  que es paralela a la recta  $y = x + 1$ .

**Problema 5.** Sean  $A = (1, 0)$  y  $B = (2, 3)$ . Encontrar todos los puntos  $C$  tales que  $\triangle ABC$  es equilátero.