



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

Introducción a la Geometría - MAT1304

Ayudantía 1

11 de agosto de 2025

Problema 1. Dado un triángulo $\triangle ABC$, denotamos por M al punto medio de \overline{AB} . Demuestre, que si $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$, entonces $\angle BCA = 90^\circ$.

Problema 2. Probar que dos rectas son paralelas si y solo si se cumple la propiedad de ángulos alternos internos. Esto es, dadas dos rectas paralelas y una recta secante a ambas, entonces los ángulos alternos internos son iguales.

Definición: La bisectriz de un ángulo es el rayo con origen en el vértice del ángulo tal que lo divide en dos ángulos iguales.

Problema 3. Demuestre que la bisectriz del ángulo opuesto a un triángulo isósceles es perpendicular a la base y la divide (i.e. la divide en segmentos congruentes).

Problema 4. Sea $\triangle ABC$ isósceles de base \overline{BC} , sean E y D puntos en \overline{AB} y \overline{AC} respectivamente, de forma que $\overline{AE} = \overline{AD}$.

- (a) Demuestre que $\overline{ED} \parallel \overline{BC}$.
- (b) Sea $P \in \overline{EC} \cap \overline{DB}$, demuestre que \overline{AP} es bisectriz de $\angle BAC$.

Definición: Dado un segmento \overline{AB} y M su punto medio, se dice que la recta L es simetral si es perpendicular a \overline{AB} y pasa por el punto M .

Problema 5. Sea \overline{AB} un segmento y L su simetral, demuestre que dado $P \in L$, se tiene que $\overline{AP} = \overline{BP}$.

Problema 6. Sea P un polígono regular de n lados con $n \geq 3$. Pruebe que las simetrales de tres lados contiguos de P son concurrentes.¹

¹Este resultado puede ser útil para la tarea.