



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

**Introducción a la Geometría - MAT1304**  
**Ayudantía 25 - Repaso I3**  
**07 de noviembre de 2025**

**Problema 1.** Demuestre que  $x^4 + 3x^2 + 2$  y  $x^3 + x^2 + x + 1$  tienen un factor en común en  $\mathbb{R}[x]$ .

**Problema 2.** Factorice completamente en irreducibles el polinomio  $x^{12} - 1 = 0$  en  $\mathbb{Q}[x]$ ,  $\mathbb{R}[x]$ ,  $\mathbb{Z}[x]$ .

**Problema 3.** Considere los puntos  $A = (0, 0)$ ,  $B = (1, 0)$ ,  $C = (1, 1)$  y  $D = (0, 1)$ . Demuestre, usando geometría cartesiana que las diagonales del cuadrado  $ABCD$  son perpendiculares.

**Problema 4.** Demuestre que la tangente de la elipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  por el punto  $(x_0, y_0)$  es

$$\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$$

**Problema 5.** Sean  $A = (1, 0)$  y  $B = (2, 3)$ . Encontrar todos los puntos  $C$  tales que  $\triangle ABC$  es equilátero.