



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROFESOR: GIANCARLO URZÚA – AYUDANTE: BENJAMÍN MATELUNA

Introducción a la Geometría - MAT1304
Ayudantía 24 - Repaso Geometría Cartesiana
05 de noviembre de 2025

Problema 1. Muestre que el polinomio $x^2 - 4x + y^2 - 2y - 4$ describe una circunferencia. Encuentre su radio y centro.

Problema 2. Las parábolas descritas por los polinomios $x^2 - x - 4 - y$ y $y^2 - 5y + 1 - x$ se intersectan en cuatro puntos. Muestre que tales puntos pertenecen a una circunferencia.

Problema 3. Considere la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$. Encuentre la recta tangente que pasa por el punto $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ y demuestre que es perpendicular a la recta $y = x$.

Problema 4. Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$, determine los valores de m para los cuales, la recta $y = mx + 3$:

- (1) Intersecte a la circunferencia en dos puntos.
- (2) Sea tangente a la circunferencia.
- (3) No tenga puntos en común con la circunferencia.

Problema 5. Halle el lugar geométrico de los centros de las circunferencias que son tangentes a la recta $y = 1$ y la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 9$.