

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ. ПРОЦЕСС ВИНЕРА.

СТОХАСТИЧЕСКОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

1. Сгенерировать 10^3 значений стандартной нормальной случайной величины.
2. Построить график винеровского процесса для моментов t из интервала $0 \leq t \leq 4$ года с шагом $h=4 \times 10^{-3}$.
3. Построить и изобразить реализацию винеровского процесса как случайное блуждание: пусть x_k – СВ, имеющая биномиальное распределение и принимающая значения ± 1 с одинаковыми вероятностями $p = 0.5$ и $q = 0.5$. Пусть N – число таких случайных величин. Тогда $W_t = \frac{x_1 + \dots + x_N}{\sqrt{N}}$ для некоторого момента времени t . Для отрисовки использовать $N = 10^4$.
4. В соответствии с номером варианта сгенерировать процесс ценообразования рискованного актива по формуле

$$S_t = S_0 \exp \left(\int_0^t \left(\mu_t - \frac{\sigma_t^2}{2} \right) dt + \int_0^t \sigma_t dW_t \right).$$

Интегралы вычислять численно методом трапеций и Монте-Карло для первого и второго интегралов соответственно с погрешностью не ниже 10^{-3} и вероятностью не ниже 0,95. Последовательно положить моменты времени равными $t=0,5;1;\dots;4$ года.

5. Сравнить данные, полученные для S_t , с данными цен облигаций $B_t = S_0 \exp \left(\int_0^t \mu_t dt \right)$ в те же моменты времени.
6. Решить методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности дифференциальное уравнение $dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dW_t, t \in [0,4]$. Сравнить с результатом, найденным в п.4 в те же моменты времени t .

Таблица 1

ВАРИАНТЫ РАСЧЕТА ЗАДАЧ

№ варианта	S_0	μ_t , доли	σ_t , %
1	30	$0.09 t$	$t^{3/2}$
2	15	$0.08 t$	$2^t + 1$
3	10	$0.1 t$	$6 + 2t$
4	20	$0.1 t$	$2t^2$
5	20	$0.05 t$	$1.5t + 4$
6	1	$0.02 t$	$5t$
7	10	$-0.05 t$	$3t$
8	20	$0.05 t$	$ t^2 - 3t $
9	25	$0.05 t$	$16 - t$
10	35	$-0.1 t$	$\exp(t)$
11	30	$-0.02 t$	$t + 2$

12	10	$0.1\ t$	t
13	15	$ 0.2t-0.3 $	$5t/2$
14	20	$0.09\ t$	$4t+1$
15	5	$0.01t^2$	$4+t^2$