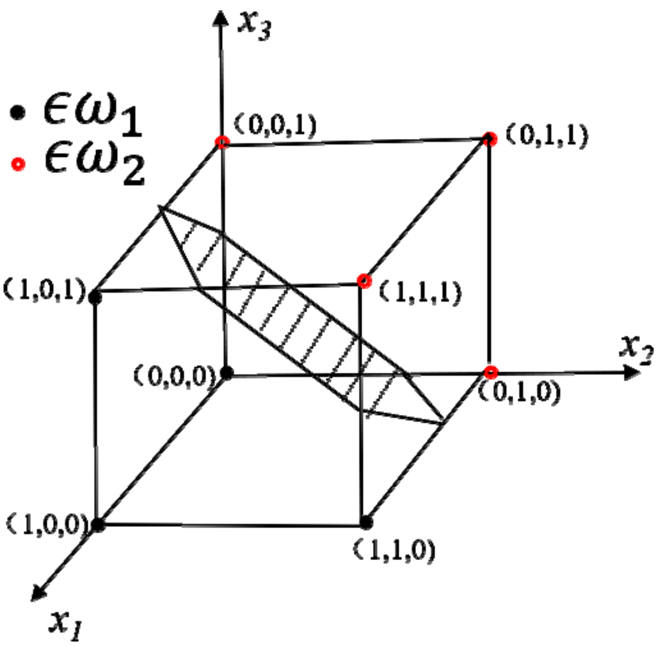
● 两类问题且其类模式都是正态分布的实例

$P(\omega_1)=P(\omega_2)=1/2$，求其判别界面。



模式的均值向量 $\boldsymbol{m}_i$ 和协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_i$ 可用下式估计：

$$\boldsymbol{m}_i=\frac{1}{N_i}\sum_{\boldsymbol{x}^j\in\omega_i}\boldsymbol{x}^j \quad i=1,2$$

$$\boldsymbol{C}_i=\frac{1}{N_i}\sum_{\boldsymbol{x}^j\in\omega_i}(\boldsymbol{x}^j-\boldsymbol{m}_i)(\boldsymbol{x}^j-\boldsymbol{m}_i)^T \quad i=1,2$$

其中 N_i 为类别 ω_i 中模式的数目。由上式可求出：

$$\boldsymbol{m}_1=\frac{1}{4}(3\ \ 1\ \ 1)^T$$

$$\boldsymbol{m}_2=\frac{1}{4}(1\ \ 3\ \ 3)^T$$

$$\boldsymbol{C}_1=\boldsymbol{C}_2=\boldsymbol{C}=\frac{1}{16}\begin{pmatrix}3&1&1\\1&3&-1\\1&-1&3\end{pmatrix}，\quad \boldsymbol{C}^{-1}=4\begin{pmatrix}2&-1&-1\\-1&2&1\\-1&1&2\end{pmatrix}$$

设 $P(\omega_1)=P(\omega_2)=1/2$，因 $\boldsymbol{C}_1=\boldsymbol{C}_2$，

根据两类问题且其类模式都是正态分布（协方差矩阵相同）时的判别界面方程：

$$d_1(\boldsymbol{x})-d_2(\boldsymbol{x})=\ln P(\omega_1)-\ln P(\omega_2)+(\boldsymbol{m}_1-\boldsymbol{m}_2)^T\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{x}-\frac{1}{2}\boldsymbol{m}_1^T\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{m}_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{m}_2^T\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{m}_2=0$$

则判别界面为：

$$\begin{aligned}d_1(\boldsymbol{x})-d_2(\boldsymbol{x})&=(\boldsymbol{m}_1-\boldsymbol{m}_2)^T\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{x}-\frac{1}{2}\boldsymbol{m}_1^T\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{m}_1+\frac{1}{2}\boldsymbol{m}_2^T\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{m}_2\\&=8x_1-8x_2-8x_3+4=0\end{aligned}$$