

- 类内距离

n 维空间中同一类内各模式样本点集 $\{\mathbf{x}^i\}_{i=1,2,\dots,K}$ ，其内部各点的均方距离为 $\overline{D^2(\{\mathbf{x}^j\}, \{\mathbf{x}^i\})}$ ，其中 $i, j = 1, 2, \dots, K, i \neq j$ ，即：

$$\overline{D^2(\{\mathbf{x}^j\}, \{\mathbf{x}^i\})} = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \left[\frac{1}{K-1} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^K \sum_{k=1}^n (x_k^j - x_k^i)^2 \right]$$

可证明：

$$\overline{D^2} = 2 \sum_{k=1}^n \sigma_k^2$$

其中 σ_k^2 为 $\{\mathbf{x}^{(i)}\}$ 在第 k 个分量上的无偏方差，即：

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K (x_k^i - \bar{x}_k)^2$$

其中 $\bar{x}_k = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K x_k^i$ 为 $\{\mathbf{x}^i\}$ 在第 k 个分量方向上的均值。

[证明作为练习]