中国科学院大学

试 题 专 用 纸

课程编号：251M002H

课程名称：图像处理与分析

任课教师：王伟强

姓名魏之桐　　学号201828014629002　　成绩______

考试时间：120 分钟=2 小时

※ 本试卷中填空题、选择题、判断题的答案请填写在本试卷中的合适位置，其余试题书写在答题纸上。

一、 填空题（请将回答填写在横线空白处，每题 2 分，共 16 分）

1. (2 分) 阴极射线管是早期显示系统的重要组成部分，它显示图像时输入 r 与输出s遵循着幂次变换。若现在有一个阴极射线管它的输入与输出满足$s = r^2$，这将使得显示系统产生比希望的效果更暗的图像，此时伽马校正通常在信号进入显示器前被进行预处理，令 p 与 q 表示伽马校正的输入与输出，则 p 与 q 之间的映射关系式表示为 $q = p^{1/2}$。

2. (2 分)卷积是一种图像处理领域最有影响力的计算之一，对于一幅输入图像$f(x,y)$，我们可以通过卷积运算产生一幅新的图像$g(x,y)$，若$g(x,y) = 0.1f(x+1,y) + 0.2f(x-1,y) + 0.3f(x,y) + 0.2f(x,y-1) + 0.2f(x,y+1)$，这里 x 表示行坐标，y 表示图像中像素位置的列坐标，请用一个 3×3 的矩阵来表示这个卷积核 $\begin{pmatrix} 0 & 0.2 & 0 \\ 0.1 & 0.3 & 0.2 \\ 0 & 0.2 & 0 \end{pmatrix}$。

3. (2 分) 我们处理一幅图像可以在空域中通过线性滤波运算进行处理，也可以在频域内对它进行处理达到同样的效果。该事实的理论基础就是基于傅立叶变换的 卷积 定理，若我们用 $f(x,y), g(x,y)$ 表示图像与线性滤波核，它们对应的傅立叶变换分别用 $F(u,v), G(u,v)$ 表示，则该定理可形式化描述为 $f(x,y) * g(x,y) \to F(u,v)G(u,v)$，$f(x,y)\cdot g(x,y) \to F(u,v) * G(u,v)$。

4. (2 分) 拉普拉斯滤波器的频域表示的函数形式为 $H(u,v) = -4\pi^2(u^2+v^2)$。

5. (2 分) 假设我们有一个在 0-1 区间的均匀分布随机数发生器 w，若已知一个满足瑞利分布的随机变量累加分布函数 CDF 是

$$F_z(z) = \begin{cases} 1-\exp(-(z-a)^2/b) & z \ge a \\ 0 & z < a \end{cases}$$

则基于 w 的瑞利分布的随机数发生器 z 的方程为 $z = a + \sqrt{-b\ln(1-w)}$。

6. (2分) 若高斯低通滤波器在频域中的表示为 $H(u,v)=\exp[-\frac{D^2(u,v)}{2D_0^{\ 2}}]$，则对应的高斯高通滤波器在频域中的表示为 $H_h(u,v)=1-\exp[-\frac{D^2(u,v)}{2D_0^{\ 2}}]$。

7. (2 分) Weiner 滤波是一种进行一般性图像恢复的著名方法，它的计算方法为

$$F(u,v)=[\frac{1}{H(u,v)}\cdot\frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2+S_\eta(x,y)/S_f(x,y)}]G(u,v)$$

，其中 $S_\eta(x,y)$ 代表 噪声功率谱，H(u,v)代表 退化函数(的频域表示)。

8. (2分) 在彩色空间中有许多是与人对颜色的感知相联系的，比如 YCbCr，HSI 空间等，YCbCr 中的Y代表 明度，Cb与Cr代表 蓝色与红色的浓度偏移，HSV中的H代表 色调，S代表 饱和度。

二、 选择题：(为了阅卷方便，请将选项字母写在题号前面，每题2分，共12分)

A 1. 采用对比度拉伸是实现灰度图像的增强的一种重要思路，而分段线性变换函数是一种常被采用的技术。针对某一段输入灰度范围，若你想扩大输出灰度的动态范围，所构造的那一段线性映射函数的斜率 k 应满足：

A. k>1 **B**. k=1 **C**. k<1 **D**. 取任何值都可以

D 2. 若一幅图像中存在椒盐噪声，下面哪种滤波器可选择来去除它们:

A. 算术均值滤波器 **B**. 反调和滤波器 **C**. 拉普拉斯滤波器 **D**. 中值滤波器

A 3. 通过卷积运算对图像进行各种目的的滤波是图像处理的重要内容。对于离散的两个一维信号 f=[3, 5, 6], g=[1, -1], 对应的卷积结果是

-1 1

A. [3, 2, 1, -6] **B**.[2,1] **C**.[-3,-2,-1,6] **D**. [-2,-1]

A 4. 高斯低通滤波器 $H(u,v)=\exp[-\frac{D^2(u,v)}{2D_0^{\ 2}}]$ 中存在一个参数 D_0，对于一幅中年妇女面部特写图像，若发现采用 $D_0=100$ 时，去除该妇女眼部的皱纹不彻底，则应该：

A. 适当减小 D_0 **B**. 适当加大 D_0 **C**. 保持 D_0 不变 **D**. 前面选项都不对

B 5. 对于一个具有正交性质的完美重建滤波器组，若它的滤波器之间具有如下的关系：

$$g_1(n)=(-1)^n g_0(2K-1-n)$$

$$h_i(n)=g_i(2K-1-n) \quad i=0,1$$

$h_1=g_1(2K-1-n)$
$=(-1)^{2K-1-n}g_0(n)$
$(-1)^{2K-1-n}$
$(-1)\cdot(-1)^{-n}$

A. $(-1)^n h_0(2K-1-n)$　　B. $(-1)^{n+1} h_0(2K-1-n)$

C. $(-1)^n h_0(n)$　　D. $(-1)^{n+1} h_0(n)$

C　6. 信息论是信息压缩的理论基础，而互信息是信息论中一个非常重要的概念，信源 z 与信道输出 v 之间互信息 $I(z,v)$ 的意义为

$H(z)-H(z|v)$

A. 信源 z 与信道输出 v 间的平均信息量

B. 观察单一信道输出符号时接收到的平均信息

C. 观测到输出 v 后信源符号的平均信息量

D. 信道可靠传输信息的最大传送率

三、　判断题（请在后面的括号中对正确的叙述画 √，错误的画 ×，每题 2 分，共 18 分）

1. 对一幅数字图像进行一次直方图均衡处理后，通常不会产生非常绝对平坦的直方图。即便我们对处理后的图像再进行一次直方图处理，理论上也不会产生任何效果。（ √ ）
2. 拉普拉斯滤波器与统计排序滤波器均不是一种卷积运算。（ × ）
3. 卷积运算具有交换性与结合性。（ √ ）
4. 低通高阶巴特沃斯滤波器存在振铃效应，而低通高斯滤波器不存在振铃效应。（ √ ）
5. 我们可以用阶数Q < 0的逆谐波均值滤波器来去除盐噪声。 Q>0（ √ ）
6. 给定一幅图像，若我们能准确估计噪声的均值与方差，则可以知道噪声的能量（所有像素位置的噪声强度的平方和）。（ √ ）
7. 在图像编码中，涉及信源编码与信道编码，两者都是为了实现信息的压缩表示。（ × ）
8. 对于一个事件，它发生的概率越小，它的熵越大。$H=-\sum P\log P$（ × ）
9. 若一幅图像中含有一些噪声点或干扰性微小结构，可采用形态处理中的开操作作为一种处理手段来去除它。（ × ）

四、　简述说明题：（共 26 分）

1、（4 分）简要说明什么是线性移不变系统。

2、（6 分）用 $f(x,y)$ 表示一幅图像，对 $f(x,y)$ 进行如下的计算变换：（a）在原始图像 $f(x,y)$ 左边乘以 $(-1)^{x+y}$；（b）计算离散傅立叶变换；（c）对变换结果取复数的共轭；（d）计算离散傅立叶反变换；（e）对变换结果取实部，并乘以 $(-1)^{x+y}$，得到结果图像 $g(x,y)$。请问：$g(x,y)$

与 $f(x,y)$ 具有怎样的关系，用数学方法解释为什么？

3. （4 分）每一个小波的尺度函数都遵循 Mallat 提出的多分辨率分析的 4 个基本要求，请描述这 4 个基本要求的内容。

4. （4 分）请用数学公式描述**一维**傅立叶变换的平移性（空域），共轭对称性，比例性，周期性。

5. （4 分）请描述怎样构造高斯金字塔与拉普拉斯金子塔？

6. （4 分）请用集合的语言描述形态学中的腐蚀与膨胀，并用进一步用数学公式定义开运算与闭运算。

五、 计算推导题（共 28 分）

1. (7 分) 一幅具有 8 个灰度级的图像的归一化直方图为[0.10 0.25 0.05 0.26 0.17 0.08 0.02 0.07]，求直方图均衡后的灰度级和对应概率，并画出均衡后归一化直方图的示意图。

2. (6 分) Z 变换是一种信号分析的重要工具。它有许多重要的性质，请对如下性质进行证明：
   (1) 若 $x(n)$的 Z 变换为 $X(z)$，则$(-1)^n x(n)$ 的 Z 变换为 $X(-z)$
   (2) 若 $x(n)$的 Z 变换为$X(z)$，则 $x(-n)$ 的 Z 变换为$X(\frac{1}{z})$

3. （5 分） 形式化描述什么是拉普拉斯算子，并证明拉普拉斯算子具有旋转不变性质。

   （提示：二维平面内的旋转变换计算公式为$x' = x\cos\theta - y\sin\theta, y' = x\sin\theta + y\cos\theta$）

4. (10 分) 在分析信号时小波分解与重建是一个重要的工具，离散 haar 小波是一种重要而简单的小波，它的尺度与小波向量分别为$h_\varphi(n) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & n = 0,1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$，

$$h_\psi(n) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & n = 0 \\ -1/\sqrt{2} & n = 1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

   (1) 现在假设我们有一个长度为 8 的信号 f=[1, -3 , 3, 1 , 2, 0, -2, 1]，利用快速哈尔小波变换进行三层的分解，计算各层的滤波器输出。

   (2) 若利用哈尔小波对某个信号进行三层的分解的滤波器输出 $W = [W_\varphi(1,0), W_\psi(1,0), W_\psi(2,0), W_\psi(2,1), W_\psi(3,0), W_\psi(3,1), W_\psi(3,2), W_\psi(3,3)]$ =[1,1,-1,-1, 1,0,1,0],，请计算重建原来的信号。