

## ● 多类情况 2

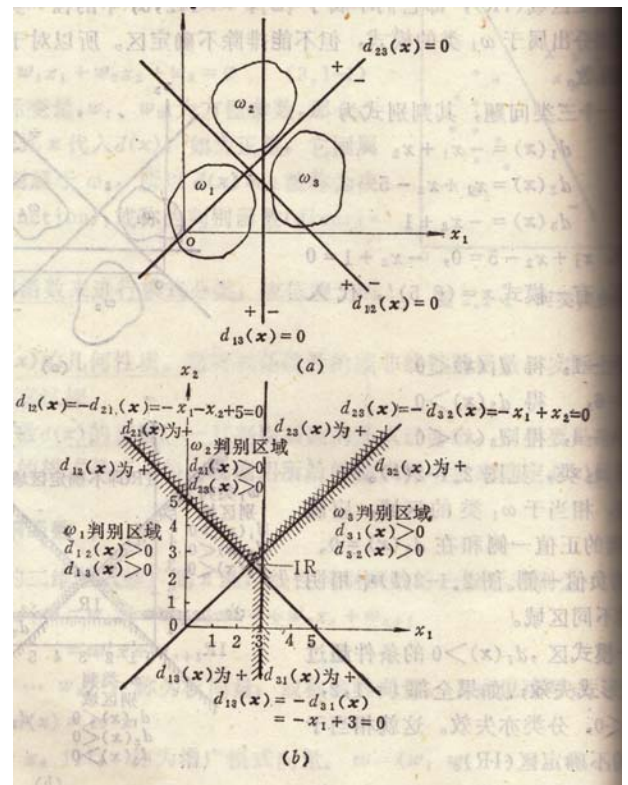
采用每对划分，即  $\omega_i / \omega_j$  两分法，  
此时一个判别界面只能分开两种类别，  
但不能把它与其余所有的界面分开。  
其判别函数为：

$$d_{ij}(\mathbf{x}) = \mathbf{w}_{ij}^T \mathbf{x}$$

若  $d_{ij}(\mathbf{x}) > 0, \forall j \neq i$ ，则  $\mathbf{x} \in \omega_i$

重要性质： $d_{ij} = -d_{ji}$

图例：对一个三类情况， $d_{12}(\mathbf{x})=0$  仅能  
分开  $\omega_1$  和  $\omega_2$  类，不能分开  $\omega_1$   
和  $\omega_3$  类。



要分开  $M$  类模式，共需  $M(M-1)/2$  个判别函数。

不确定区域：若所有  $d_{ij}(\mathbf{x})$ ，找不到  $\forall j \neq i, d_{ij}(\mathbf{x}) > 0$  的情况。

$d$  负责区分是  $w_1$  还是  $w_2$ ，而不是只区分“是否”（变成了特殊疑问句）

例：设有一个三类问题，其判别函数为：

$$d_{12}(\mathbf{x}) = -x_1 - x_2 + 5, \quad d_{13}(\mathbf{x}) = -x_1 + 3, \quad d_{23}(\mathbf{x}) = -x_1 + x_2$$

若  $\mathbf{x} = (4, 3)^T$ ，则： $d_{12}(\mathbf{x}) = -2, d_{13}(\mathbf{x}) = -1, d_{23}(\mathbf{x}) = -1$

$$\text{有: } \begin{cases} d_{12}(\mathbf{x}) < 0 \\ d_{13}(\mathbf{x}) < 0 \end{cases}, \begin{cases} d_{21}(\mathbf{x}) = -d_{12}(\mathbf{x}) > 0 \\ d_{23}(\mathbf{x}) < 0 \end{cases}, \begin{cases} d_{31}(\mathbf{x}) = -d_{13}(\mathbf{x}) > 0 \\ d_{32}(\mathbf{x}) = -d_{23}(\mathbf{x}) > 0 \end{cases}$$

从而  $\mathbf{x} \in \omega_3$

若  $\mathbf{x} = (2.8, 2.5)^T$ ，则： $d_{12}(\mathbf{x}) = -0.3, d_{13}(\mathbf{x}) = 0.2, d_{23}(\mathbf{x}) = -0.3$

$$\text{有: } \begin{cases} d_{12}(\mathbf{x}) < 0 \\ d_{13}(\mathbf{x}) > 0 \end{cases}, \begin{cases} d_{21}(\mathbf{x}) > 0 \\ d_{23}(\mathbf{x}) < 0 \end{cases}, \begin{cases} d_{31}(\mathbf{x}) < 0 \\ d_{32}(\mathbf{x}) > 0 \end{cases}$$

分类失败。