- 线性判别函数

取 $f_i(\boldsymbol{x})$为一次函数，例如 x_i，则变换后的模式 $\boldsymbol{x}^*=\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{x}^*$的维数为 $\boldsymbol{x}$ 的维数是 n，此时广义线性化后的判别式仍为：

$$d(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} + w_{n+1}$$

- $f_i(\boldsymbol{x})$选用二次多项式函数

1. $\boldsymbol{x}$ 是二维的情况，即 $\boldsymbol{x} =(x_1\ x_2)^{\mathrm{T}}$。若原判别函数为：

$$d(\boldsymbol{x}) = w_{11}x_1^2 + w_{12}x_1x_2 + w_{22}x_2^2 + w_1x_1 + w_2x_2 + w_3$$

要线性化为 $d(\boldsymbol{x}^*) = \boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^*$，须定义：

$$\boldsymbol{x}^* = (x_1^2 \quad x_1x_2 \quad x_2^2 \quad x_1 \quad x_2 \quad 1)^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{w} = (w_{11} \quad w_{12} \quad w_{22} \quad w_1 \quad w_2 \quad w_3)^{\mathrm{T}}$$

此时，只要把模式空间 $\boldsymbol{x}^*$中的分量定义成 $\boldsymbol{x}$ 的单值实函数，$\boldsymbol{x}^*$即变成线性可分。此时 $\boldsymbol{x}^*$的维数（这里为 6）大于 $\boldsymbol{x}$ 的维数（这里为 2）。

2. $\boldsymbol{x}$ 是 n 维的情况，此时原判别函数设为：

$$d(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{n} w_{jj}x_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1}\sum_{k=j+1}^{n} w_{jk}x_jx_k + \sum_{j=1}^{n} w_jx_j + w_{n+1}$$

式中各项的组成应包含 $\boldsymbol{x}$ 的各个分量的二次项、一次项和常数项，其中平方项 n 个，二次项 n(n-1)/2 个，一次项 n 个，常数项一个，其总项数为：

$$n + n(n-1)/2 + n + 1 = (n+1)(n+2)/2 > n$$

显然，对于 $d(\boldsymbol{x}^*)=\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}^*$，$\boldsymbol{x}^*$的维数大于 $\boldsymbol{x}$ 的维数，$\boldsymbol{w}$ 分量的数目也与 $\boldsymbol{x}^*$的维数相应。$\boldsymbol{x}^*$的各分量的一般化形式为：

$$f_i(\boldsymbol{x})=x_{p_1}^s x_{p_2}^t,\ p_1,p_2=1,2,\cdots,n,\ \ s,t=0,1$$