

- 两类问题且其类模式都是正态分布的情况 **多类模式时已推出**:

$$d_i(\mathbf{x}) = \ln P(\omega_i) - \frac{1}{2} \ln |C_i| - \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T C_i^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i), i = 1, 2, \dots, M$$

(1) 当 $C_1 \neq C_2$ 时, 两类模式的正态分布为: $p(\mathbf{x} | \omega_1)$ 表示为 $N(\mathbf{m}_1, C_1)$,

$p(\mathbf{x} | \omega_2)$ 表示为 $N(\mathbf{m}_2, C_2)$, ω_1 和 ω_2 两类的判别函数对应为:

$$d_1(\mathbf{x}) = \ln P(\omega_1) - \frac{1}{2} \ln |C_1| - \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_1)^T C_1^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_1)$$

$$d_2(\mathbf{x}) = \ln P(\omega_2) - \frac{1}{2} \ln |C_2| - \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_2)^T C_2^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_2)$$

$$d_1(\mathbf{x}) - d_2(\mathbf{x}) = \begin{cases} > 0 & \mathbf{x} \in \omega_1 \\ < 0 & \mathbf{x} \in \omega_2 \end{cases}$$

(2) 当 $C_1 = C_2 = C$ 时, 有:

$$d_i(\mathbf{x}) = \ln P(\omega_i) - \frac{1}{2} \ln |C| - \frac{1}{2} \mathbf{x}^T C^{-1} \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T C^{-1} \mathbf{m}_i + \frac{1}{2} \mathbf{m}_i^T C^{-1} \mathbf{x} - \frac{1}{2} \mathbf{m}_i^T C^{-1} \mathbf{m}_i, i = 1, 2$$

因 C 为对称矩阵, 上式可简化为:

$$d_i(\mathbf{x}) = \ln P(\omega_i) - \frac{1}{2} \ln |C| - \frac{1}{2} \mathbf{x}^T C^{-1} \mathbf{x} + \mathbf{m}_i^T C^{-1} \mathbf{x} - \frac{1}{2} \mathbf{m}_i^T C^{-1} \mathbf{m}_i, i = 1, 2$$

由此可导出类别 ω_1 和 ω_2 间的 **判别界面**为:

$$d_1(\mathbf{x}) - d_2(\mathbf{x}) = \ln P(\omega_1) - \ln P(\omega_2) + (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)^T C^{-1} \mathbf{x} - \frac{1}{2} \mathbf{m}_1^T C^{-1} \mathbf{m}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{m}_2^T C^{-1} \mathbf{m}_2 = 0$$