

2、已知一个退化系统的退化函数  $H(u,v)$ ，以及噪声的均值与方差，请描述如何利用约束最小二乘方算法计算出原图像的估计。

【解答】

频域中原图像的估计由下式给出

$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma |P(u, v)|^2} \right] G(u, v)$$

其中  $P(u, v)$  是拉普拉斯算子的傅里叶变换。

定义“残差”向量  $\mathbf{r} = \mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}$ ，由于  $\hat{F}(u, v)$  是  $\gamma$  的函数，则  $\hat{\mathbf{f}}$  和  $\mathbf{r}$  都是  $\gamma$  的函数。令

$$\phi(\gamma) = \mathbf{r}^T \mathbf{r} = \|\mathbf{r}\|^2$$

则它是  $\gamma$  的单调递增函数。

再调整  $\gamma$  使  $\|\mathbf{r}\|^2 = \|\eta\|^2 \pm a$ ， $a$  是一个精确度因子。

已知噪声的均值为  $m_u$ ，方差  $\sigma_\eta^2$ ，和  $H(u, v)$ 、 $P(u, v)$ ，

(1) 设定一个  $\gamma$  的初始值，

(2) 计算  $\|\mathbf{r}\|^2$ ，

(3) 若满足  $\|\mathbf{r}\|^2 = \|\eta\|^2 \pm a$  则执行第 4 步，若不满足，则调整  $\gamma$  大小，然后返回第 2 步。

(4) 使用最新的  $\gamma$ ，计算

$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma |P(u, v)|^2} \right] G(u, v)$$

(5) 再通过傅里叶反变换即可得到估计图像。