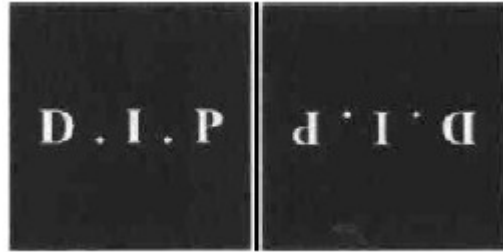


3、 观察如下所示图像。右边的图像这样得到：(a)在原始图像左边乘以 $(-1)^{x+y}$ ；(b) 计算离散傅里叶变换(DFT)；(c) 对变换取复共轭；(d) 计算傅里叶反变换；(d) 结果的实部再乘以 $(-1)^{x+y}$ 。(用数学方法解释为什么会产生右图的效果。)



假设原始图像为： $f(x,y)$ ，各步骤得到的结果分析如下：

a)  $f_a(x,y) = (-1)^{x+y} f(x,y)$ ;

b)  $DFT$  :

$$\mathcal{F}[f_a(x,y)] = \mathcal{F}[(-1)^{x+y} f(x,y)] = F\left(u - \frac{M}{2}, v - \frac{N}{2}\right)$$

c) 取复共轭得到：

$$F^*\left(u - \frac{M}{2}, v - \frac{N}{2}\right) = F\left(-\left(u - \frac{M}{2}\right), -\left(v - \frac{N}{2}\right)\right)$$

d)  $IDFT$  :

$$\mathcal{F}^{-1}\left[F\left(-\left(u - \frac{M}{2}\right), -\left(v - \frac{N}{2}\right)\right)\right] = (-1)^{x+y} f(-x, -y)$$

e) 再乘 $(-1)^{x+y}$ 得到：

$$f_e(x,y) = (-1)^{x+y}(-1)^{x+y} f(-x, -y) = f(-x, -y)$$

因此最后得到关于原点中心对称的旋转图像。