- 多类（M 类）情况的贝叶斯最小风险判别

  对于 M 类情况，若 $r_i(\boldsymbol{x}) < r_j(\boldsymbol{x})$, $j = 1, 2, \ldots, M$, $j \neq i$，则 $x \in \omega_i$。

  L 可如下取值（仍按判对失分为 0，判错失分为 1 记）：

  $$L_{ij} = \begin{cases} 0 & when\ i = j \\ 1 & when\ i \neq j \end{cases}$$

  则条件平均风险可写成：

  $$
  \begin{aligned}
  r_j(\boldsymbol{x}) &= \sum_{i=1}^{M} L_{ij} p(\boldsymbol{x} \mid \omega_i) P(\omega_i) \\
  &= L_{1j} p(\boldsymbol{x} \mid \omega_1) P(\omega_1) + \cdots + L_{jj} p(\boldsymbol{x} \mid \omega_j) P(\omega_j) + \cdots + L_{Mj} p(\boldsymbol{x} \mid \omega_M) P(\omega_M) \\
  &= \sum_{i=1}^{M} p(\boldsymbol{x} \mid \omega_i) P(\omega_i) - p(\boldsymbol{x} \mid \omega_j) P(\omega_j) \\
  &= p(\boldsymbol{x}) - p(\boldsymbol{x} \mid \omega_j) P(\omega_j)
  \end{aligned}
  $$

  由 $r_i(\boldsymbol{x}) < r_j(\boldsymbol{x})$，有当 $p(\boldsymbol{x} \mid \omega_i) P(\omega_i) > p(\boldsymbol{x} \mid \omega_j) P(\omega_j)$ 时，$\boldsymbol{x} \in \omega_i$，对应于判别函数为：取 $d_i(\boldsymbol{x}) = p(\boldsymbol{x} \mid \omega_i) P(\omega_i), i = 1, 2, \ldots, M$，则对于全部 $j \neq i$ 的值，若 $d_i(\boldsymbol{x}) > d_j(\boldsymbol{x})$，则 $\boldsymbol{x} \in \omega_i$。