

姓名_____

学号_____

成绩_____

考试时间: 100 分钟

※ 本试卷中填空题、选择题、判断题的答案请填写在本试卷中的合适位置, 其余试题书写在答题纸上。

一、 填空题 (请将回答填写在横线空白处, 每题 2 分或 3 分, 共 17 分)

1. (2 分) 阴极射线管是早期显示系统的重要组成部分, 它显示图像时输入 r 与输出 s 遵循着幂次变换。若现在有一个阴极射线管它的输入与输出满足 $s = r^2$, 这将使得显示系统产生比希望的效果更暗的图像, 此时伽马校正通常在信号进入显示器前被进行预处理, 令 p 与 q 表示伽马校正的输入与输出, 则 p 与 q 之间的映射关系式表示为_____。
2. (2 分) 卷积是一种图像处理领域最有影响力的计算之一, 对于一幅输入图像 $f(x, y)$, 我们可以通过卷积运算产生一幅新的图像 $g(x, y)$, 若 $g(x, y) = 0.1f(x + 1, y) + 0.2f(x - 1, y) + 0.3f(x, y) + 0.2f(x, y - 1) + 0.2f(x, y + 1)$, 这里 x 表示行坐标, y 表示图像中像素位置的列坐标, 请用一个 3×3 的矩阵来表示这个卷积核_____。
3. (3 分) 我们处理一幅图像可以在空域中通过线性滤波运算进行处理, 也可以在频域内对它进行处理达到同样的效果。该事实的理论基础就是基于傅立叶变换的_____定理, 若我们用 $f(x, y), g(x, y)$ 表示图像与线性滤波核, 它们对应的傅立叶变换分别用 $F(u, v), G(u, v)$ 表示, 则该定理可形式化描述为_____。
4. (2 分) 拉普拉斯滤波器的频域表示的函数形式为_____。
5. (2 分) 假设我们有一个在 0-1 区间的均匀分布随机数发生器 w , 若已知一个满足瑞利分布的随机

$$F_z(z) = \begin{cases} 1 - \exp(-(z-a)^2/b) & z \geq a \\ 0 & z < a \end{cases}$$

变量累加分布函数 CDF 是

则基于 w 的瑞利分布的随机数发生器 z 的方程为_____。

6. (2 分) 若高斯低通滤波器在频域中的表示为 $H(u, v) = \exp[-\frac{D^2(u, v)}{2D_0^2}]$, 则对应的高斯高通滤波器在频域中的表示为_____。

7. (2 分) Wiener 滤波是一种进行一般性图像恢复的著名方法, 它的计算方法为

$$F(u, v) = \frac{1}{H(u, v) \sqrt{H(u, v)^2 + S_\eta(x, y) / S(x, y)}}, \quad \text{其中 } S_\eta(x, y) \text{ 代表}, H(u, v) \text{ 代表}.$$

8. (2 分) 在彩色空间中许多是与人对颜色的感知相联系的, 比如 YCbCr, HSI 空间等, YCbCr 中的 Y 代表_____, Cb 与 Cr 代表_____, HSV 中的 H 代表_____, S 代表_____。

二、 选择题: (为了阅卷方便, 请将选项字母写在题号前面, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 采用对比度拉伸是实现灰度图像的增强的一种重要思路, 而分段线性变换函数是一种常被采用的技术。针对某一段输入灰度范围, 若你想扩大输出灰度的动态范围, 所构造的那一段线性映射函数的斜率 k 应满足:

- A. $k > 1$ B. $k = 1$ C. $k < 1$ D. 取任何值都可以

2. 若一幅图像中存在椒盐噪声, 下面哪种滤波器可选择来去除它们:

- A. 算术均值滤波器 B. 反调和滤波器 C. 拉普拉斯滤波器 D. 中值滤波器

3. 通过卷积运算对图像进行各种目的的滤波是图像处理的重要内容。对于离散的两个一维信号 $f = [3, 5, 6]$, $g = [1, -1]$, 对应的卷积结果是

- A. $[3, 2, 1, -6]$ B. $[2, 1]$ C. $[-3, -2, -1, 6]$ D. $[-2, -1]$

4. 高斯低通滤波器 $H(u, v) = \exp[-\frac{D^2(u, v)}{2D_0^2}]$ 中存在一个参数 D_0 , 对于一幅中年妇女面部特写图像, 若发现采用 $D_0 = 100$ 时, 去除该妇女眼部的皱纹不彻底, 则应该:

- A. 适当减小 D_0 B. 适当加大 D_0 C. 保持 D_0 不变 D. 前面选项都不对

5. 对于一个具有正交性质的完美重建滤波器组, 若它的滤波器之间具有如下的关系:

$$g_1(n) = (-1)^n g_0(2K - 1 - n)$$

$$h_i(n) = g_i(2K - 1 - n) \quad i = 0, 1,$$

由此我们可知 $h_1(n) =$

- A. $(-1)^n h_0(2K-1-n)$ B. $(-1)^{n+1} h_0(2K-1-n)$
- C. $(-1)^n h_0(n)$ D. $(-1)^{n+1} h_0(n)$

6. 信息论是信息压缩的理论基础，而互信息是信息论中一个非常重要的概念，信源 z 与信道输出 v 之间互信息 $I(z, v)$ 的意义为

- A. 信源 z 与信道输出 v 间的平均信息量
- B. 观察单一信道输出符号时接收到的平均信息
- C. 观测到输出 v 后信源符号的平均信息量
- D. 信道可靠传输信息的最大传送率

三、 判断题（请在后面的括号中对正确的叙述画√，错误的画×，每题 2 分，共 18 分）

1. 对一幅数字图像进行一次直方图均衡处理后，通常不会产生非常绝对平坦的直方图。即便我们对处理后的图像再进行一次直方图处理，理论上也不会产生任何效果。 (☒)
2. 拉普拉斯滤波器与统计排序滤波器均不是一种卷积运算。 (☒)
3. 卷积运算具有交换性与结合性。 (☒)
4. 低通高阶巴特沃斯滤波器存在振铃效应，而低通高斯滤波器不存在振铃效应。 (☒)
5. 我们可以用阶数 $Q < 0$ 的逆谐波均值滤波器来去除盐噪声。 (☒)
6. 给定一幅图像，若我们能准确估计噪声的均值与方差，则可以知道噪声的能量（所有像素位置的噪声强度的平方和）。 (☒)
7. 在图像编码中，涉及信源编码与信道编码，两者都是为了实现信息的压缩表示。 (☒)
8. 对于一个事件，它发生的概率越小，它的熵越大。 (☒)
9. 与傅立叶变换一样，各种小波变换都存在对应的快速小波变换算法。 (☒)

四、 简述说明题：（共 25 分）

- 1、（5 分）简要说明什么是线性移不变系统。
- 2、（7 分）用 $f(x, y)$ 表示一幅图像，对 $f(x, y)$ 进行如下的计算变换：（a）在原始图像 $f(x, y)$ 左边乘以 $(-1)^{x+y}$ ；（b）计算离散傅立叶变换；（c）对变换结果取复数的共轭；（d）计算离散傅立叶反变换；（e）对变换结果取实部，并乘以 $(-1)^{x+y}$ ，得到结果图像 $g(x, y)$ 。请问： $g(x, y)$ 与 $f(x, y)$ 具有怎样的关系，用数学方法解释为什么？

3. (4 分) 每一个小波的尺度函数都遵循 Mallat 提出的多分辨率分析的 4 个基本要求, 请描述这 4 个基本要求的内容。
4. (4 分) 请用数学公式描述一维傅立叶变换的平移性 (空域), 共轭对称性, 比例性, 周期性。
5. (5 分) 请描述怎样构造高斯金字塔与拉普拉斯金字塔?

五、 计算推导题 (共 28 分)

1. (8 分) 一幅具有 8 个灰度级的图像的归一化直方图为[0.10 0.25 0.05 0.26 0.17 0.08 0.02 0.07], 求直方图均衡后的灰度级和对应概率, 并画出均衡后归一化直方图的示意图。
2. (8 分) Z 变换是一种信号分析的重要工具。它有许多重要的性质, 请对如下性质进行证明:
 - (1) 若 $x(n)$ 的 Z 变换为 $X(z)$, 则 $(-1)^n x(n)$ 的 Z 变换为 $X(-z)$
 - (2) 若 $x(n)$ 的 Z 变换为 $X(z)$, 则 $x(-n)$ 的 Z 变换为 $X(\frac{1}{z})$
3. (12 分) 在分析信号时小波分解与重建是一个重要的工具, 离散 haar 小波是一种重要而简单

的小波, 它的尺度与小波向量分别为 $h_\varphi(n) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & n=0,1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$,

$$h_\psi(n) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & n=0 \\ -1/\sqrt{2} & n=1 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

- (1) 现在假设我们有一个长度为 8 的信号 $f=[1, -3, 3, 1, 2, 0, -2, 1]$, 利用快速哈尔小波变换进行三层的分解, 计算各层的滤波器输出。
- (2) 若利用哈尔小波对某个信号进行三层的分解的滤波器输出 $W=[W_\varphi(1,0), W_\psi(1,0), W_\varphi(2,0), W_\psi(2,1), W_\varphi(3,0), W_\psi(3,1), W_\varphi(3,2), W_\psi(3,3)]$
 $=[1, 1, -1, -1, 1, 0, 1, 0]$, 请计算重建原来的信号。