PRML第二次作业

黄磊 2022E8013282156 702班

■ 设以下模式类别具有正态概率密度函数：

ω_1：{$(0\ 0)^T$, $(2\ 0)^T$, $(2\ 2)^T$, $(0\ 2)^T$}

ω_2：{$(4\ 4)^T$, $(6\ 4)^T$, $(6\ 6)^T$, $(4\ 6)^T$}

（1）设$P(\omega_1)= P(\omega_2)=1/2$，求这两类模式之间的贝叶斯判别界面的方程式。

（2）绘出判别界面。

(1) ① 求均值向量：$\vec{m_i} = \frac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{N_i}\vec{x_{ij}}$ ， $i=1,2$

得到 $\vec{m_1} = [1,1]^T$ ， $\vec{m_2} = [5,5]^T$

② 求协方差矩阵 $C_i = \frac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{N_i}(x_{ij}-m_i)(x_{ij}-m_i)^T$

对第一类中样本：$(x_{11}-m_1)(x_{11}-m_1)^T = \begin{bmatrix}-1\\-1\end{bmatrix}[-1,-1] = \begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}$

$(x_{12}-m_1)(x_{12}-m_1)^T = \begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}[1\ -1] = \begin{bmatrix}1&-1\\-1&1\end{bmatrix}$

$(x_{13}-m_1)(x_{13}-m_1)^T = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}[1,1] = \begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix}$

$(x_{14}-m_1)(x_{14}-m_1)^T = \begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}[-1\ 1] = \begin{bmatrix}1&-1\\-1&1\end{bmatrix}$

$\therefore C_1 = \frac{1}{4}\begin{bmatrix}4&0\\0&4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

同理，对第二类样本．$C_2 = \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ 故 $C_1 = C_2$

③ 判别函数：$g_1(x) = \ln P(\omega_1) - \frac{1}{2}\ln|C_1| - \frac{1}{2}(x-m_1)^T C_1^{-1}(x-m_1)$

$g_2(x) = \ln P(\omega_2) - \frac{1}{2}\ln|C_2| - \frac{1}{2}(x-m_2)^T C_2^{-1}(x-m_2)$

故 $d(x) = g_1(x) - g_2(x)$，而 $P(\omega_1)=P(\omega_2)$，$C_1=C_2=C$，$C^{-1} = \begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}(x-m_2)^T C^{-1}(x-m_2) - \frac{1}{2}(x-m_1)^T C^{-1}(x-m_1)$

$= \frac{1}{2}[x_1-5\ \ x_2-5]\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1-5\\x_2-5\end{bmatrix} - \frac{1}{2}[x_1-1\ \ x_2-1]\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1-1\\x_2-1\end{bmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(x_1-5)^2+(x_2-5)^2-(x_1-1)^2-(x_2-1)^2]$

$= 24-4x_1-4x_2$

故分界面方程为：$d(x)$：$24-4x_1-4x_2=0$

(2) 利用python绘图（具体见代码）