



# 人工智能



中国科学院计算技术研究所  
Institute Of Computing Technology Chinese Academy Of Sciences

罗平 [luop@ict.ac.cn](mailto:luop@ict.ac.cn)

# 定理自动证明 的历史回顾

数学家把机器定理证明当作工具，而逻辑学家则把机器定理证明当作目标。

摘录自《人工智能简史》（尼克著）

# 定理自动证明

- **Automatic Theorem Proving, Mechanical Theorem Proving**
  - 使用计算机来证明数学定理
- **希尔伯特的梦想：构架数学的大厦**
  - 依据
    - 一阶谓词逻辑的可靠性和完备性
    - 数学定理“希望”都能被一阶谓词逻辑表达
  - 梦想：构建数学的基础的KB，根据一阶谓词逻辑推演出所有的数学性质
- **梦想的破灭：哥德尔不完备定理**
  - 对任何关于自然数结构的有限个公理 $\Sigma$ ，存在一个关于自然数的命题 $\theta$ ， $\theta$ 是真的，但不能由 $\Sigma$ 推出
    - 找不到一个公理系统，能推演出所有正确的数学性质

# 定理自动证明

- 当前的研究
  - 找对一个相对可控的子领域，然后针对这个子领域的特性，找到有效的算法

# Logic Theorist

- invented by Allen Newell, Herbert A. Simon, and Cliff Shaw
- 被认为是AI历史上最重要的原创性工作之一，他们的程序可以证明怀特海和罗素《数学原理》第一卷中命题逻辑部分的一个很大的子集



# 吴文俊的工作

## ■ 自动定理证明，数学机械化（Mechanization of Mathematics）

- 在研究中国数学史时，受到启发，针对某一大类的初等几何问题给出了高效的算法
- 后来，他的方法还被推广到一类微分几何问题上
- 1977年，《初等几何判定问题与机器证明》发表在《中国科学》上

## ■ 吴文俊学术工作的推广

- 周咸青（1978年考入计算所），师从唐稚松；旁听了吴文俊几何定理证明的课程，拿到了吴老师尚未出版的《几何定理机器证明的基本原理》的手稿
- 周咸青后来去UT Austin留学，师从Robert S. Boyer和Woody Bledsoe
- 两位大咖听到吴的工作后非常兴奋
- 周的博士论文基本就是吴方法的实现
- 吴文俊的名字由此传向自动定理证明界

## ■ 对吴文俊工作的反思

- 在定理证明的早期，研究者追求“一招鲜吃遍天”，就是找到一个超级算法能证明所有的问题，最典型的例子是归结原理。王浩不认可这种思路，他认为自己的早期工作和吴文俊的方法都表明最有效的方法是**先找一个相对可控的子领域，然后针对这个子领域的特性，找到有效的算法。**

# 对计算机辅助证明的评论

- 但当我们面临一个有几百TB的证明，这恐怕比深度学习都更难解释，比深度学习学出来的黑盒子更黑
- “黑盒子”的证明是证明吗？

# 一阶谓词逻辑 研究回顾



# Unification合一算子

- invented by Dag Prawitz

## Dag Prawitz

Swedish philosopher



Dag Prawitz is a Swedish philosopher and logician. He is best known for his work on proof theory and the foundations of natural deduction. Prawitz is a member of the Norwegian Academy of Science and Letters, of the Royal Swedish Academy of Letters and Antiquity and the Royal Swedish Academy of Science.

[Wikipedia](#)

**Place of birth:** [Stockholm, Sweden](#)

**Affiliation:** Stockholm University

**Citations:** 6,751

**h-index:** 29

**Research interests:** Philosophy, Logic



# Resolution 归结原理

- invented by John Alan Robinson
- 受到Dag Prawitz工作的启发，拓展了他的原始合一算子，发明了归结原理
- 以前的定理证明技术会用到很多规则，有了归结后，所有的证明推导只要有归结这一条规则就可以了

# Prolog

## ■ invented by Robert Kowalski

### Robert Kowalski



American-British logician

Robert Anthony Kowalski is an American-British logician and computer scientist, whose research is concerned with developing both human-oriented models of computing and computational models of human thinking. He has spent most of his career in the United Kingdom. [Wikipedia](#)

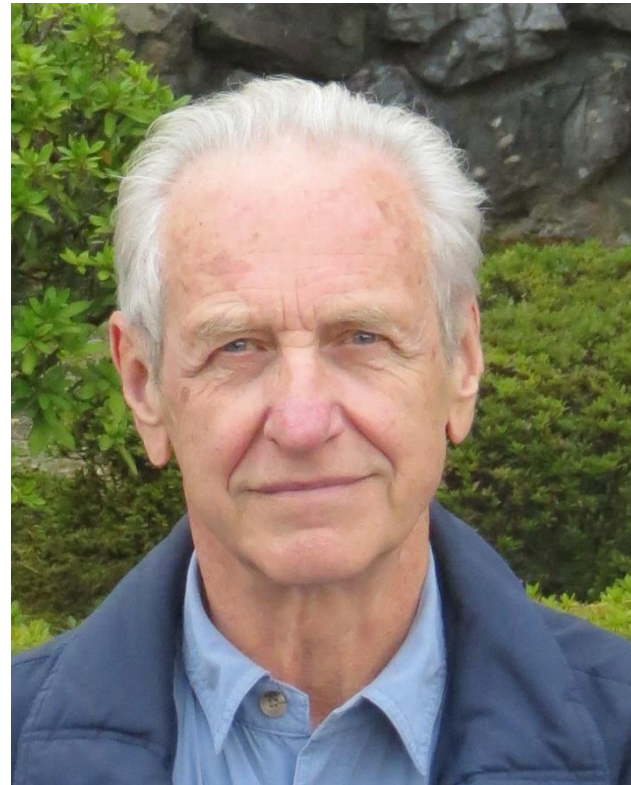
**Born:** May 15, 1941 (age 80 years), [Bridgeport, Connecticut, United States](#)

**Affiliation:** Imperial College London

**Research interests:** Logic and Artificial Intelligence

**Fields:** Logic; Computer science

**Awards:** [IJCAI Award for Research Excellence](#)



# 深度学习应用到定理证明中

- 一阶逻辑证明中的难题是：如何从已经证明的子句集合中选取下一对可归结的子句
- Deep Network Guided Proof Search
  - <https://arxiv.org/abs/1701.06972>
  - 数据集： <http://www.mizar.org/library/>