2. 课本323页习题7.16

**7.16** 式(7.3.5)和式(7.3.6)中的DWT是起始尺度 $j_0$ 的函数。

(a)令 $j_0=1$(而不是0)重新计算例7.8中函数 $f(n)=\{1,4,-3,0\}$ 在区间 $0\leqslant n\leqslant 3$ 内的一维DWT。

(b)使用(a)的结果根据变换值计算 $f(1)$。

(a) 因为本题是单尺度变换，开始尺度 $j_0=1$，所以j只能是1，相应的k=0或1，根据书上公式（7.3.5）和（7.3.6）计算M=4的一维DWT系数。

$$W_\varphi(1,0)=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{n=0}^{3}f(n)\varphi_{1,0}(n)=\frac{1}{2}\times\left(1\times\sqrt{2}+4\times\sqrt{2}-3\times 0+0\times 0\right)=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$W_\varphi(1,1)=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{n=0}^{3}f(n)\varphi_{1,1}(n)=\frac{1}{2}\times\left(1\times 0+4\times 0-3\times\sqrt{2}+0\times\sqrt{2}\right)=-\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$W_\psi(1,0)=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{n=0}^{3}f(n)\psi_{1,0}(n)=\frac{1}{2}\times\left(1\times\sqrt{2}-4\times\sqrt{2}-3\times 0+0\times 0\right)=-\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$W_\psi(1,1)=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{n=0}^{3}f(n)\psi_{1,1}(n)=\frac{1}{2}\times\left(1\times 0+4\times 0-3\times\sqrt{2}-0\times\sqrt{2}\right)=-\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

所以DWT系数为$\left\{\frac{5\sqrt{2}}{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}$，函数$f(n)$的展开形式为

$$f(n)=\frac{\sqrt{2}}{4}\left[5\varphi_{1,0}(n)-3\varphi_{1,1}(n)-3\psi_{1,0}(n)-3\psi_{1,1}(n)\right]$$

（b）根据上式结果

$$f(1)=\frac{\sqrt{2}}{4}\left[5\times\sqrt{2}-3\times 0-3\times\left(-\sqrt{2}\right)-3\times 0\right]=4$$