

- 固定增量的逐次调整算法

设取准则函数为：

$$J(\mathbf{w}, \mathbf{x}) = \frac{|\mathbf{w}^T \mathbf{x}| - \mathbf{w}^T \mathbf{x}}{2}$$

则 J 对 \mathbf{w} 的微分式：

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{w}} = \frac{1}{2} [\mathbf{x} \cdot \text{sign}(\mathbf{w}^T \mathbf{x}) - \mathbf{x}]$$

定义：

$$\text{sign}(\mathbf{w}^T \mathbf{x}) = \begin{cases} +1 & \text{if } \mathbf{w}^T \mathbf{x} > 0 \\ -1 & \text{if } \mathbf{w}^T \mathbf{x} \leq 0 \end{cases}$$

则由梯度法中 $\mathbf{w}(k+1)$ 和 $\mathbf{w}(k)$ 的关系有：

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \frac{C}{2} [\mathbf{x}^k - \mathbf{x}^k \cdot \text{sign}(\mathbf{w}^T(k) \mathbf{x}^k)]$$

其中 \mathbf{x}^k 是训练模式样本， k 是指第 k 次迭代。

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + C \cdot \begin{cases} 0 & \text{if } \mathbf{w}^T \mathbf{x}^k > 0 \\ \mathbf{x}^k & \text{if } \mathbf{w}^T \mathbf{x}^k \leq 0 \end{cases}$$

可以看出，当 $\mathbf{w}^T \mathbf{x}^k > 0$ 时，则 $\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k)$ ，此时不对权向量进行修正；当 $\mathbf{w}^T \mathbf{x}^k \leq 0$ 时，则 $\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + C\mathbf{x}^k$ ，需对权向量进行校正，初始权向量 $\mathbf{w}(1)$ 的值可任选，显然这就是前面所说的感知器算法，因此感知器算法是梯度法的一个特例。在上式中 C 是预先选好的固定值，在迭代过程中，只要 $\mathbf{w}^T \mathbf{x}^k \leq 0$ ，就要对权向量修正 $C\mathbf{x}^k$ 值，因此称为**固定增量算法**。