● 贝叶斯判别

根据概率判别规则，有：

若 $P(\omega_1 \mid \boldsymbol{x}) > P(\omega_2 \mid \boldsymbol{x})$，则 $\boldsymbol{x} \in \omega_1$

若 $P(\omega_1 \mid \boldsymbol{x}) < P(\omega_2 \mid \boldsymbol{x})$，则 $\boldsymbol{x} \in \omega_2$

由贝叶斯定理，后验概率 $P(\omega_i \mid \boldsymbol{x})$可由类别 $\omega_i$ 的先验概率 $P(\omega_i)$和 $\boldsymbol{x}$ 的条件概率密度 $p(\boldsymbol{x} \mid \omega_i)$来计算，即：

$$P(\omega_i \mid \boldsymbol{x}) = \frac{p(\boldsymbol{x} \mid \omega_i)P(\omega_i)}{p(\boldsymbol{x})} = \frac{p(\boldsymbol{x} \mid \omega_i)P(\omega_i)}{\sum_{i=1}^{2} p(\boldsymbol{x} \mid \omega_i)P(\omega_i)}$$

这里 $p(\boldsymbol{x} \mid \omega_i)$也称为似然函数。将该式代入上述判别式，有：

若 $p(\boldsymbol{x} \mid \omega_1)P(\omega_1) > p(\boldsymbol{x} \mid \omega_2)P(\omega_2)$，

则 $\boldsymbol{x} \in \omega_1$

若 $p(\boldsymbol{x} \mid \omega_1)P(\omega_1) < p(\boldsymbol{x} \mid \omega_2)P(\omega_2)$，

则 $x \in \omega_2$

或

若 $l_{12}(\boldsymbol{x}) = \dfrac{p(\boldsymbol{x} \mid \omega_1)}{p(\boldsymbol{x} \mid \omega_2)} > \dfrac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)}$，则 $\boldsymbol{x} \in \omega_1$

若 $l_{12}(\boldsymbol{x}) = \dfrac{p(\boldsymbol{x} \mid \omega_1)}{p(\boldsymbol{x} \mid \omega_2)} < \dfrac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)}$，则 $\boldsymbol{x} \in \omega_2$

其中，$l_{12}$ 称为似然比，$P(\omega_2)/P(\omega_1)=\theta_{21}$ 称为似然比的判决阈值，此判别称为贝叶斯判别。

贝叶斯定理：

条件概率

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

全概公式：

$$P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap B^C)=P(A|B)\times P(B)+P(A|B^c)\times P(B^c)$$