- 类间距离和类间散布矩阵

在考虑有两个以上的类别，如集合$\{\boldsymbol{a}^{i}\}$和$\{\boldsymbol{b}^{j}\}$时，类间距离对类别的可分性起着重要作用，此时应计算：$\overline{D^2(\{\boldsymbol{a}^i\},\{\boldsymbol{b}^j\})}_{i=1,2,\ldots,K_a;\,j=1,2,\ldots,K_b}$。

为简化起见，常用两类样本各自质心间的距离作为类间距离，并假设两类样本出现的概率相等，则：

$$D^2 = \sum_{k=1}^{n}(m_{1_k} - m_{2_k})^2$$

其中 $\boldsymbol{m}_1$ 和 $\boldsymbol{m}_2$ 为两类模式样本集各自的均值向量，m_{1_k} 和 m_{2_k} 为 $\boldsymbol{m}_1$ 和 $\boldsymbol{m}_2$ 的第 k 个分量，n 为维数。

写成矩阵形式：$\boldsymbol{S}_{b2} = (\boldsymbol{m}_1 - \boldsymbol{m}_2)(\boldsymbol{m}_1 - \boldsymbol{m}_2)^T$ 为两类模式的类间散布矩阵。

对三个以上的类别，类间散布矩阵常写成：

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{S}_b &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}P(\omega_i)\sum_{j=1}^{M}P(\omega_j)(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_j)(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_j)^T \\
&= \sum_{i=1}^{M}P(\omega_i)(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_0)(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_0)^T \\
&\propto \sum_{i=1}^{M}N_i(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_0)(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_0)^T
\end{aligned}$$

其中，$\boldsymbol{m}_0$ 为多类模式（如共有 M 类）分布的总体均值向量，即：

$$\boldsymbol{m}_0 = E\{\boldsymbol{x}\} = \sum_{i=1}^{c}P(\omega_i)\boldsymbol{m}_i, \quad \forall \omega_i, i = 1,2,\ldots,M$$