黄磊 计702 2022E8013282156

1. **给定如下训练数据集，**

***x*1=[3 3], *x* 2=[4 3], y1=1, y2=1**

***x* 3=[1 1], y3=-1**

**通过求解SVM的原始问题来求解最大间隔的分离超平面。**

解答：

由题：

则优化问题为：

1式和3式相加，得到：

结合目标函数，解得此问题的最优解为:

于是得到最大间隔分离超平面为：

其中，为支持向量。

1. **给定如下训练数据集，**

***x*1=[3 3], *x* 2=[4 3], y1=1, y2=1**

***x* 3=[1 1],y3=-1**

**通过求解SVM的对偶问题来求解最大间隔的分离超平面。**

解答：

对偶问题：

将代入目标函数，得到：

求偏导数：

取偏导数为0，得到极值点为：

但不满足正值条件，因此极值在边界取得。

当，最小值为当，最小值为

因此，最小值点为：

因此得到：

分离超平面为：

1. **推导软间隔SVM的对偶形式。**

解答：对于原问题：

引入拉格朗日乘子：

得到拉格朗日函数：

根据对偶性，原问题的对偶问题是极大极小问题：

先利用 对 求偏导：

解得：

带入得到：

之后求对得极大，得到对偶问题：

1. **Show that, irrespective of the dimensionality of the data space, a data set consisting of just two data points (call them x(1) and x(2), one from each class) is sufficient to determine the maximum-margin hyperplane. Fully explain your answer, including giving an explicit formula for the solution to the hard margin SVM (i.e., w) as a function of x(1)and x(2).**

假设数据空间维数为N，得到数据点对应为：

求解SVM原问题为：

将两个不等式相加得到：

另，则上式展开即得到：

根据柯西不等式：

因此：

当且仅当：

时候取等号，此时得到最优解，进而确定了最优分类面。

1. Gaussian kernel takes the form:



Try to show that the Gaussian kernel can be expressed as the inner product of an infinite-dimensional feature vector.

Hint: Making use of the following expansion, and then expanding the middle factor as a power series.



解答：

首先，有泰勒级数展开：

对于高斯核函数：

左右两项都是常数，将其乘积结果记作，即：

因此得到高斯核为：

对于分子使用多项式展开，系数和是，多项式展开结果为：

其中：

因此高斯核变形为：

令：

因此得到：

故高斯核可被映射为两个无限维空间向量的内积。