5.哈尔变换可以用矩阵的形式表示为：

其中，是一个的图像矩阵，是变换矩阵，是变换结果。对于哈尔变换，变换矩阵包含基函数，它们定义在连续闭区间，其中。为了生成矩阵，定义整数，即（这里，当p=0时q=0，或1；当时，）。可得哈尔基函数为：



且

N×N哈尔变换矩阵的第行包含了元素，其中。计算当时的矩阵。



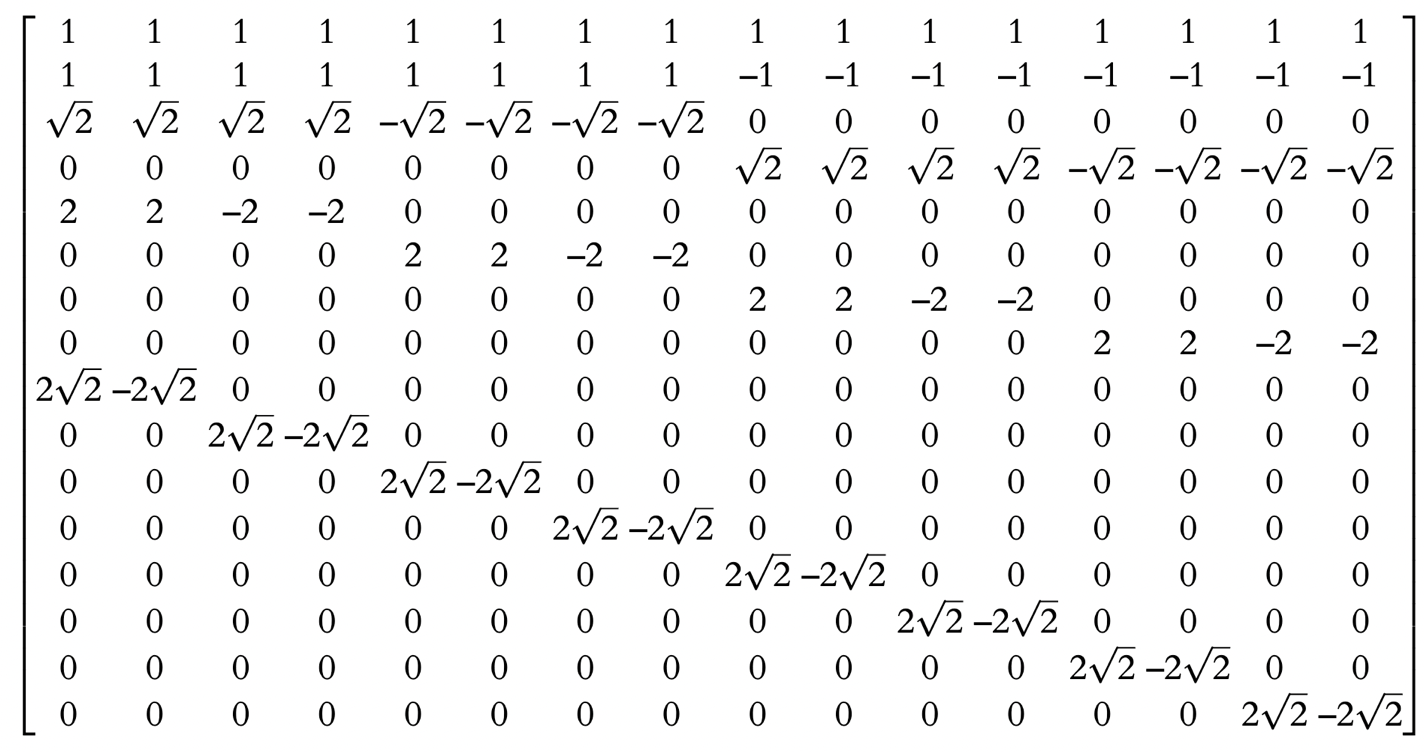
得到表格：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

第行元素为：

其中在本题中：

得到的变换矩阵为：（矩阵应用LaTex书写截图所得）

****

**矩阵源码：**

\begin{equation\*}

\setlength{\arraycolsep}{1.5pt}

\addtocounter{MaxMatrixCols}{16}

\begin{bmatrix}

1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\

1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1\\

\sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\

0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2}\\

2 & 2 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\

0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\

0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0\\

0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & -2 & -2 \\

2\sqrt{2} & -2\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\

0 & 0 & 2\sqrt{2} & -2\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\

0 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2} & -2\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\

0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2} & -2\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\

0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2} & -2\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\

0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2} & -2\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0\\

0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2} & -2\sqrt{2} & 0 & 0\\

0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{2} & -2\sqrt{2}\\

\end{bmatrix}

\end{equation\*}