Part II ： Airy Disk

使用 Python 库 scipy 中自带的贝塞尔函数进行绘制，采用的是第一类贝塞尔函数，调用方式为：

```
import scipy.special as ss
J1 = ss.jv(1, x)
```

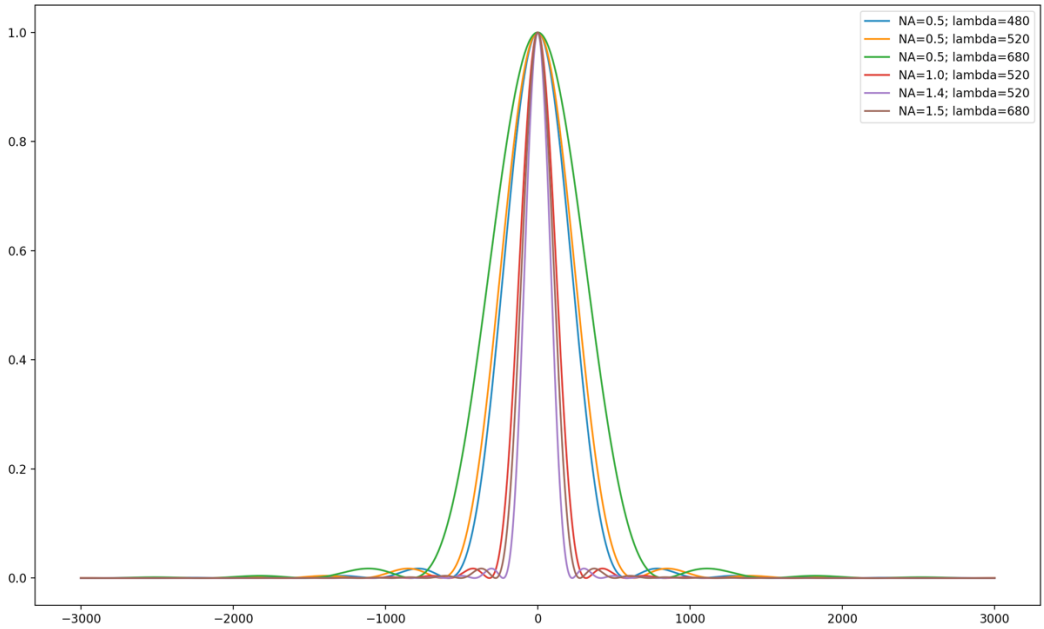
Airt Disk 对应为理想显微镜透镜具有圆形的点扩散函数 $h(r)$，其形式为：

$$h(r) = \left(\frac{2\,J_1(ar)}{ar}\right)^2, with \;\; a = \frac{2\pi \cdot NA}{\lambda}$$

使用 python，编写对应函数，得到各个测例的艾里斑半径如下所示：

```
NA=0.5; lambda=480 , and the radius is : 585.6
NA=0.5; lambda=520 , and the radius is : 634.4
NA=0.5; lambda=680 , and the radius is : 829.6
NA=1.0; lambda=520 , and the radius is : 317.2
NA=1.4; lambda=520 , and the radius is : 226.57142857142858
NA=1.5; lambda=680 , and the radius is : 276.53333333333336
```

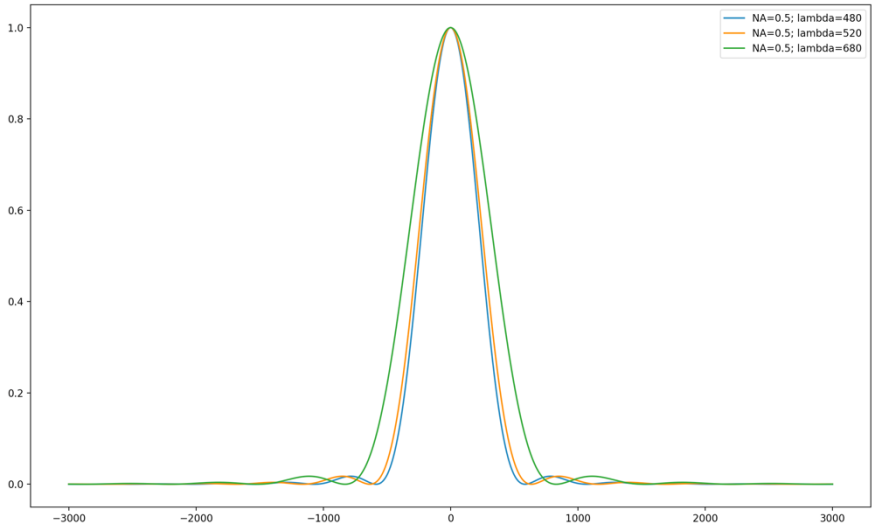
绘制对应图像如下图所示：



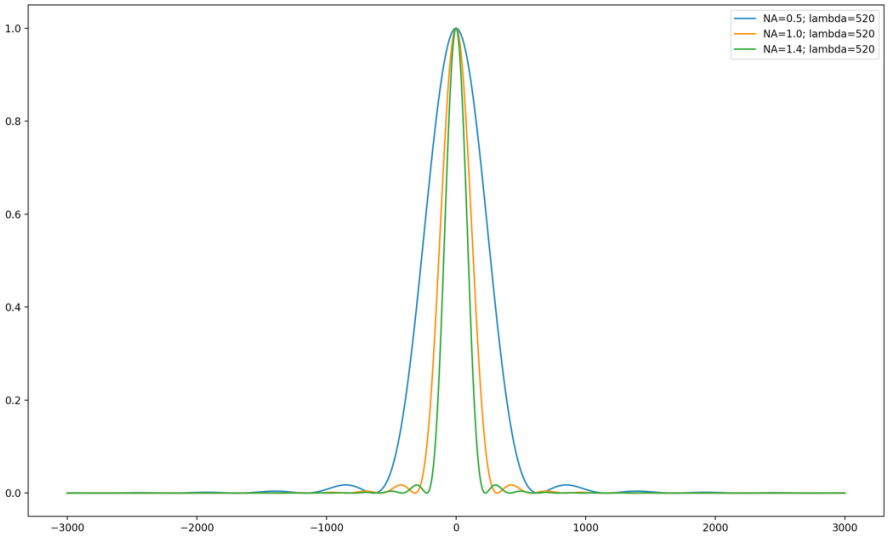
为了使得对比更加清晰，我们采取控制变量法，研究各个量对整体艾里斑的影响：

a) 固定 $NA = 0.5$，而 $\lambda = [480,\ 520,\ 680]$；

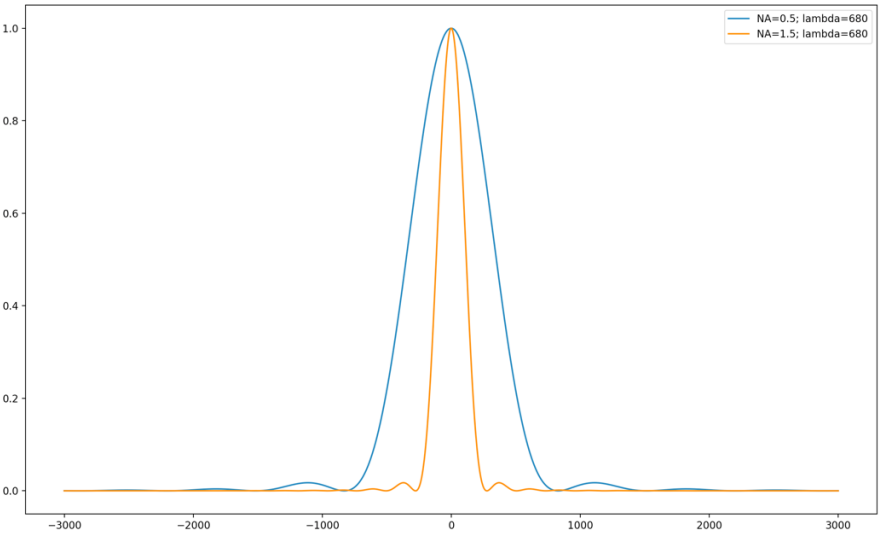
可以看出，随着 λ 的增加，艾里斑半径逐渐增大，图像逐渐变胖。



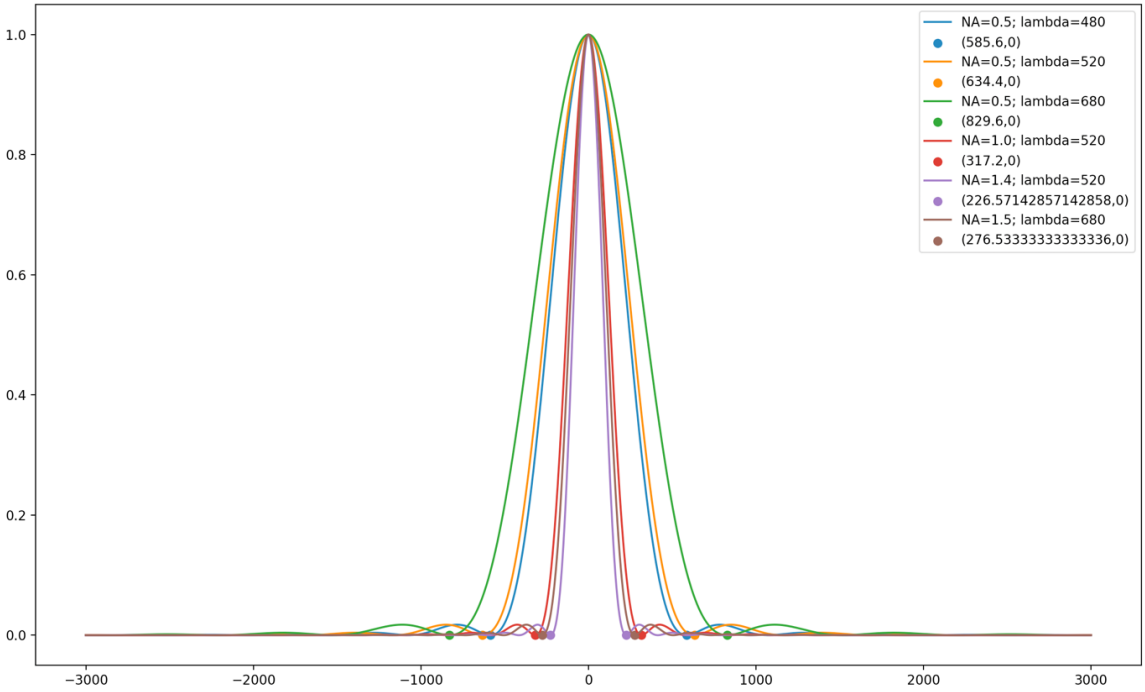
b) 固定 $\lambda = 520$，而 $NA = [0.5,\ 1.0,\ 1.4\ ]$；
随着 NA 的逐渐增大，艾里斑半径逐渐减小，图像变的细长瘦高。



c) 固定 $\lambda = 680$，而 $NA = [0.5,\ 1.5]$；
随着 NA 增大，图像变得细长瘦高，艾里斑半径减小。在该图中非常明显。



因此可以看出，艾里斑半径与 λ 正相关，与 NA 负相关。绘制带有零点的图，可知零点符合半径公式：



2.2 使用 astropy 库进行一维高斯拟合，可以得到拟合曲线的均值和方差：

```
from astropy.modeling import models, fitting
g_init = models.Gaussian1D(amplitude=1., mean=0, stddev=1.)
fit_g = fitting.LevMarLSQFitter()
```

这样就建立了一个高斯拟合模型，之后带入艾里函数曲线上的点进行拟合即可：

```
g = fit_g(g_init, x, hr)
mean, sigma = g.mean.value, g.stddev.value
```

因此，对六个测例分别进行高斯拟合，得到各自的拟合均值、方差，以及方差与半径的比值：

```
====================  NA: 0.5  Lambda: 480   ====================
Gaussian: mean = -1.831861989995287e-13 sigma = 201.93388116423068
r / sigma =  2.89995911841925
====================  NA: 0.5  Lambda: 520   ====================
Gaussian: mean = -9.427724578142955e-13 sigma = 218.76169627266415
r / sigma =  2.8999592287366665
====================  NA: 0.5  Lambda: 680   ====================
Gaussian: mean = -2.761244367131191e-09 sigma = 286.0530891017808
r / sigma =  2.900160954754868
====================  NA: 1.0  Lambda: 520   ====================
Gaussian: mean = -5.261804060727754e-14 sigma = 109.3808500917339
r / sigma =  2.899959176894085
====================  NA: 1.4  Lambda: 520   ====================
Gaussian: mean = -9.349957243419902e-16 sigma = 78.12917039141149
r / sigma =  2.8999594829479323
====================  NA: 1.5  Lambda: 680   ====================
Gaussian: mean = -3.9743597670970306e-14 sigma = 95.35766865522852
r / sigma =  2.8999590408733305
```

从上述数值可以看出，拟合均值约为 0，方差大小不一，但是艾里斑半径与方差的比值约为 3，因此可以认为，使用高斯函数拟合艾里斑函数有规律：

$$\frac{r}{\sigma} = 3, \qquad with\ r = 0.61 \cdot \frac{\lambda}{NA}$$

下图展示了各自拟合曲线与原艾里斑曲线的关系。