

ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ



Εισαγωγή στα Γραφικά Υπολογιστών

Εργαστήριο 9

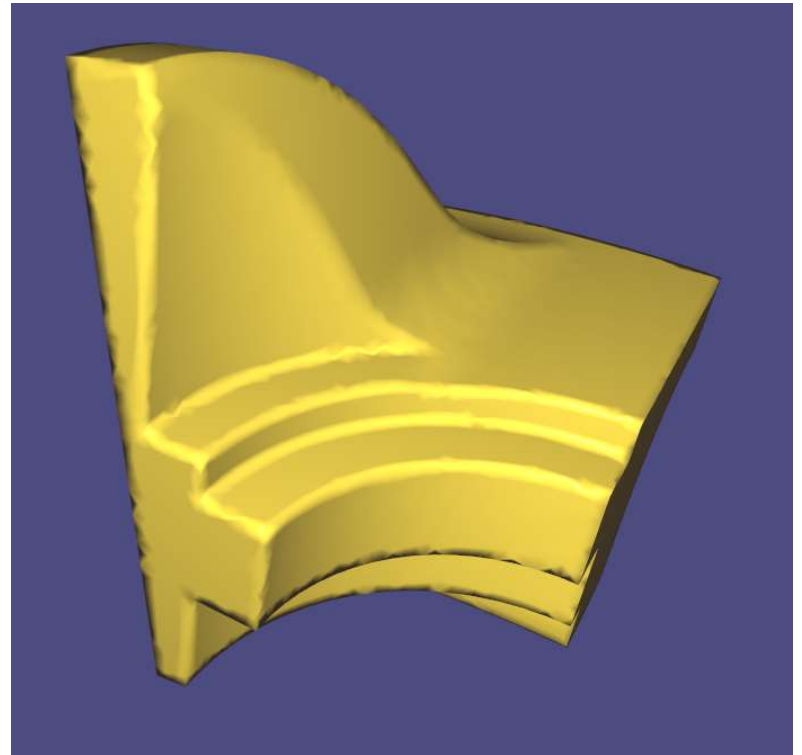
Normals – per face

- Τα κανονικά διανύσματα ορίζονται για κάθε πρόσωπο του αντικειμένου ως ένα διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο που σχηματίζεται από το τρίγωνο.
- Ο φωτισμός για κάθε τρίγωνο είναι διαφορετικός άρα είναι εύκολα διακριτή η γεωμετρία του σχήματος (μη ομαλότητα)
- `igl::per_face_normals(V,F,N_faces);`



Normals – per vertex

- Τα κανονικά διανύσματα αποθηκεύονται σε κάθε κορυφή και μέσω γραμμικής παρεμβολής αποδίδεται το κανονικό διάνυσμα για κάθε fragment (ομαλό αποτέλεσμα, οι κορυφές εξομαλύνονται).
- Οι περισσότερες τεχνικές υπολογίζουν τα κανονικά διανύσματα για κάθε κορυφή παίρνοντας το μέσο όρο των γειτονικών κανονικών διανυσμάτων από κάθε πρόσωπο.
- `igl::per_vertex_normals(V,F,N_vertices);`

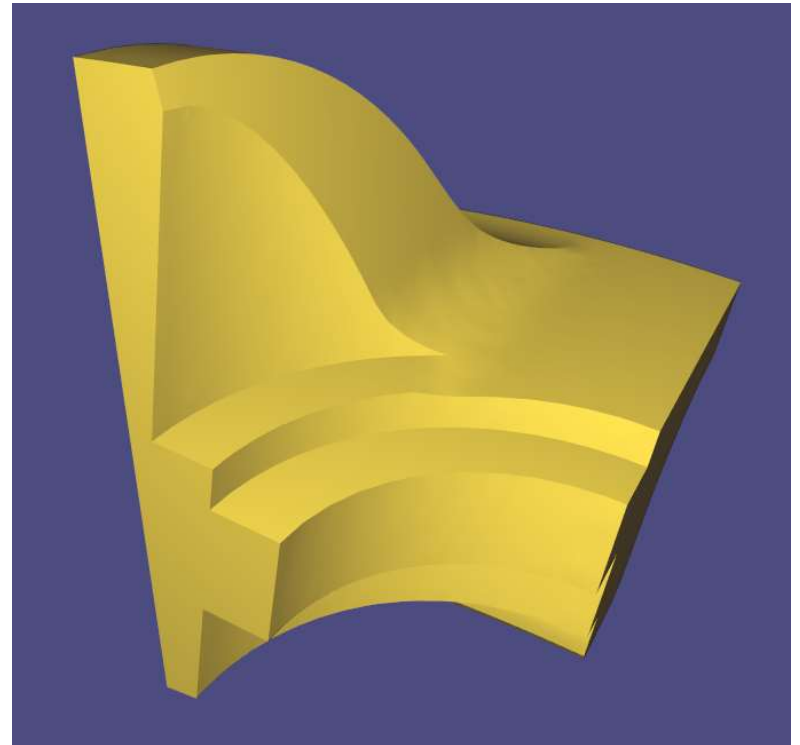


Normals – per vertex

- `Normals.setZero(Vertices.rows(),3);`
- `// loop over faces`
- `for(int i = 0;i<Faces.rows();i++)`
- `{`
- `// throw normal at each corner`
- `for(int j = 0; j < 3;j++)`
- `{`
- `Normals.row(Faces(i,j)) += Weights(i,j) * FaceNormals.row(i);`
- `}`
- `}`
- `Normals.rowwise().normalize();`

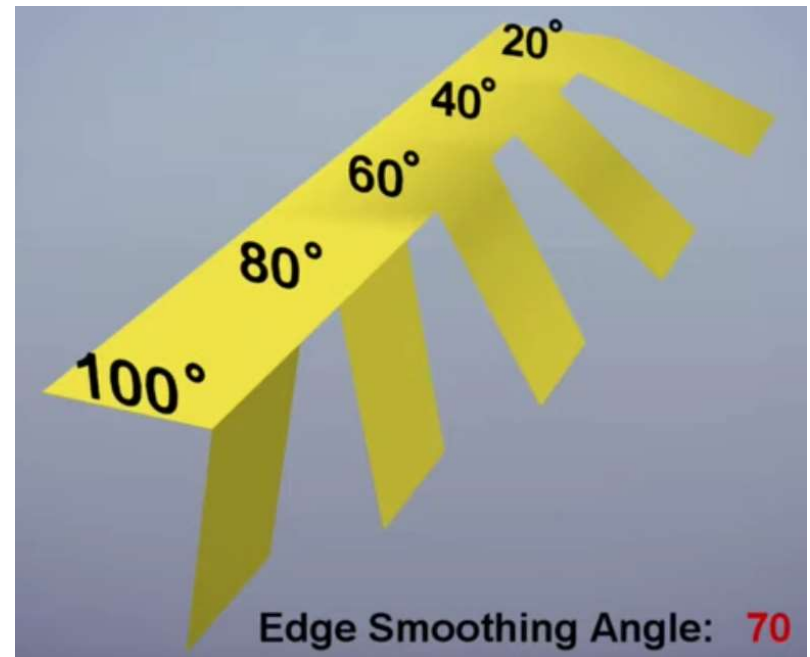
Normals – per corner

- Με την αποθήκευση των κανονικών διανυσμάτων σε κάθε άκρο ενός προσώπου γίνεται εφικτός ο συνδυασμός ομαλού με μη ομαλού οπτικού αποτελέσματος.
- Η libigl υπολογίζει τα corner normals ως το μέσο όρο των κανονικών διανυσμάτων των γειτονικών προσώπων της κάθε κορυφής.



Normals – per corner

- Επίσης σε αυτήν την περίπτωση λαμβάνεται υπόψιν η γωνία μεταξύ των κανονικών διανυσμάτων των προσώπων.
- Συγκεκριμένα μπορεί να οριστεί ένα όριο το οποίο καθορίζει το αν θα πραγματοποιηθεί εξομάλυνση ή όχι.
- `igl::per_corner_normals(V,F,20,N_corners);`



Normals

- Για την απόδοση των κανονικών διανυσμάτων χρησιμοποιείται η εντολή **viewer.data().set_normals()** η οποία δέχεται έναν πίνακα $n \times 3$ για φωτισμό κάθε κορυφής ή $m \times 3$ για φωτισμό κάθε προσώπου.
- Στο παράδειγμα, με τα πλήκτρα '1', '2', '3' εναλλάσσονται οι διαφορετικές επιλογές.

Gaussian Curvature

- Για κάθε κορυφή μπορεί να γίνει ο υπολογισμός της γκαουσιανής με την συνάρτηση **igl::gaussian_curvature(V,F,K)** Η οποία δέχεται τους πίνακες **F,V** με τα πρόσωπα και τις κορυφές του αντικειμένου και έχει ως έξοδο ένα διάνυσμα **K** με διαστάσεις **Vx1**.
- Ο Υπολογισμός της Γκαουσιανής γίνεται με βάση τον παρακάτω τύπο

$$k_G(v_i) = 2\pi - \sum_{j \in N(i)} \theta_{ij},$$

- Όπου $N(i)$ είναι τα γειτονικά τρίγωνα στην κορυφή i και θ_{ij} είναι η γωνία μεταξύ της κορυφής i και του τριγώνου j .

Gaussian Curvature

- Στο παράδειγμα, για την καλύτερη αναπαράσταση των χρωμάτων το διάνυσμα με τις γκαουσιανές της κάθε κορυφής πολλαπλασιάζεται με τον αντίστροφο του mass (area) matrix ο οποίος μετατρέπει ολοκληρωμένες ποσότητες σε σημειακές ποσότητες.
- Ο mass matrix είναι ένας διαγώνιος πίνακας και δείχνει τον χώρο που καταλαμβάνει μία κορυφή σε μία γειτονιά (Voronoi ή Barycentric).

Curvature Directions

- Η μέση καμπυλότητα μίας επιφάνειας υπολογίζεται από την σχέση :

$$H = \frac{1}{2}(k_1 + k_2).$$

- Τα k_1, k_2 είναι οι κύριες καμπυλότητες σε ένα δεδομένο σημείο μιας επιφάνειας και υπολογίζονται από την **igl: :principal_curvature(V,F,PD1,PD2,PV1,PV2)**.
- Τα PD1, PD2 είναι οι κατευθύνσεις της ελάχιστης και της μέγιστης καμπυλότητας αντίστοιχα ενώ τα PV1 και PV2 οι τιμές τους.
- Μετά είναι πολύ εύκολο να υπολογιστεί η μέση καμπυλότητα **$H = 0.5*(PV1+PV2)$** ;

Curvature Directions

- Ένας άλλος τρόπος υπολογισμού της μέσης καμπυλότητας είναι με την εφαρμογή του τελεστή Laplace – Beltrami σε κάθε κορυφή του αντικειμένου.

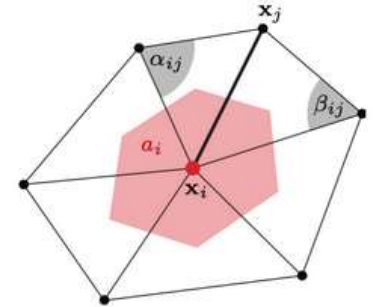
$$-\Delta \mathbf{x} = H \mathbf{n}.$$

- Ο τελεστής Laplace – Beltrami υπολογίζεται από την συνάρτηση: **igl::cotmatrix(V,F,L)** , η οποία δέχεται τα V,F και έχει ως έξοδο το L που είναι ένας sparse matrix με διαστάσεις $n \times n$ (n ο αριθμός των κορυφών).
- Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο παραπάνω τύπος : **$H \mathbf{N} = -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{L} * \mathbf{V})$** ;

Gradient

- Για την αναπαράσταση της βαθμίδας χρειάζονται οι τιμές **U** ενός βαθμωτού πεδίου για κάθε κορυφή του αντικειμένου οι οποίες διαβάζονται από ένα d.mat αρχείο.
- Για τον υπολογισμό της κλίσης πρώτα πρέπει να υπολογιστεί ο gradient operator από την συνάρτηση **igl::grad(V,F,G)** και στη συνέχεια η κλίση **GU = G*U**.
- Τα διανύσματα σχεδιάζονται από το βαρύκεντρο του κάθε τριγώνου προς την κατεύθυνση της κλίσης **GU**. Για τον υπολογισμό του βαρύκεντρου του κάθε τριγώνου χρησιμοποιείται η συνάρτηση **igl::barycenter(V,F,BC)** η οποία επιστρέφει έναν πίνακα **BC** με διαστάσεις $F \times 3$ ο οποίος περιέχει τις x,y,z συντεταγμένες για το βαρύκεντρο του κάθε τριγώνου.

Laplacian



- Στον ευκλείδειο χώρο η Λαπλασιανή υπολογίζεται από την απόκλιση της βαθμίδας.

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}.$$

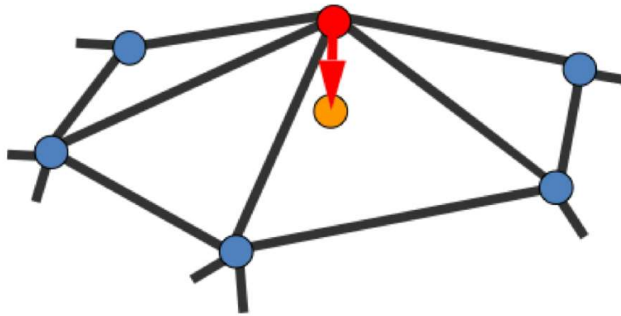
- Στην επεξεργασία γεωμετρίας ο πιο δημοφιλής τρόπος για την αναπαράσταση της Λαπλασιανής με το **cotangent Laplacian** το οποίο εφαρμόζει το θεώρημα της απόκλισης σε one-rings κορυφών.
- Στην Libigl Η Λαπλασιανή είναι ένας πίνακας $n \times n$ (n ο αριθμός των κορυφών) με στοιχεία :

$$L_{ij} = \begin{cases} j \in N(i) & \cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij}, \\ j \notin N(i) & 0, \\ i = j & - \sum_{k \neq i} L_{ik}, \end{cases}$$

- Όπου $N(i)$ είναι οι γειτονικές κορυφές της κορυφής i και α_{ij}, β_{ij} είναι οι γωνίες που βρίσκονται αντίθετα από την πλευρά i, j

Laplacian

- Εφαρμόζοντας τον τελεστή στις κορυφές του αντικειμένου έχει ως αποτέλεσμα την εξομάλυνση του επειδή η Λαπλασιανή δείχνει προς το μέσο όρο των γειτονικών κορυφών μίας κορυφής.
- Αυτή η διαδικασία είναι ισοδύναμη με την μείωση της επιφανείας ενός αντικειμένου.



Exact Discrete Geodesic Distances

- Η απόσταση μεταξύ δύο κορυφών σε ένα mesh είναι το μήκος της συντομότερης διαδρομής μεταξύ τους. Για τα αντικείμενα που αποτελούνται από τρίγωνα μία τέτοια διαδρομή αποτελείται από ακμές ή από τρίγωνα που έχουν προσπεραστεί.
- Στην Libigl Η απόσταση αυτή υπολογίζεται με την συνάρτηση **igl::exact_geodesic(V,F,VS,FS,VT,FT,d)** η οποία δέχεται τους πίνακες **V**, **F**, την/τις κορυφή/ες **VS** ή προσωπο/α **FS** ως αρχή και τις αντίστοιχες κορυφές **VT** ή πρόσωπα **FT** ως τέλος (για τα πρόσωπα αναφέρεται στο βαρύκεντρο τους). Η έξοδος της συνάρτησης είναι ένα διάνυσμα **d** με διαστάσεις **VT+FTx1**, που περιέχει τις αποστάσεις.

Exact Discrete Geodesic Distances

- Στο παράδειγμα υπολογίζονται η αποστάσεις ενός σημείου που εισάγει ο χρήστης από όλα τα άλλα.
- Το αρχικό σημείο λαμβάνεται με αριστερό ή δεξί κλικ πάνω στο αντικείμενο. Μέσα στην callback συνάρτηση **callback_mouse_down** υπάρχει η συνάρτηση **igl::unproject_onto_mesh()** η οποία ανάλογα με την θέση του ποντικιού εντοπίζει ένα πρόσωπο πάνω στο αντικείμενο και επιστρέφει το **fid** (faceId) και το **bc**(barycenter) δηλαδή τις x,y,z συντεταγμένες για το βαρύκεντρο.