

Εισαγωγή στις Τηλεπικοινωνίες

Αναφορά Εργαστηριακής Άσκησης 2020-2021

Ονοματεπώνυμο: Αναστάσιος Παπαζαφειρόπουλος, el18079

Συνεργάτης: Νικόλαος Παγώνας, el18175

Ομάδα: A Telecom 17

1^ο Ερώτημα:

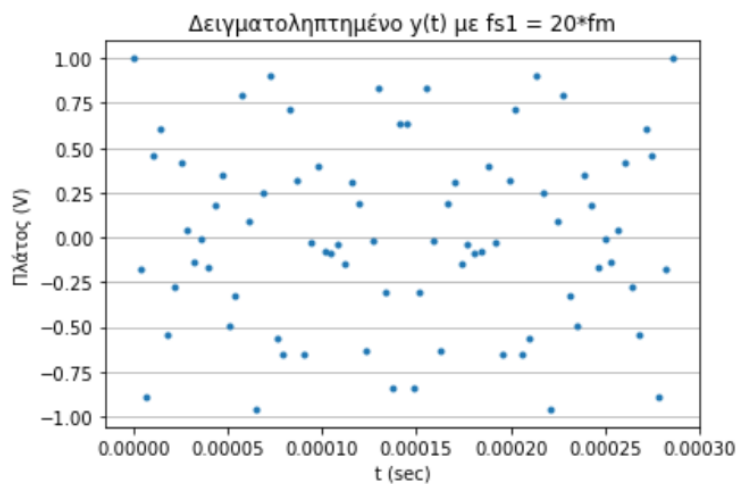
Για αριθμό μητρώου el18079 είναι AM=9 και fm=7 kHz (αφού 0+7+9=16, 1+6=7).
Έτσι προκύπτει το σήμα:

$$y(t) = A \cos(2\pi \cdot 7000t) \cos(2\pi \cdot 11 \cdot 4000t) = \cos(2\pi \cdot 7000t) \cos(2\pi \cdot 44000t)$$

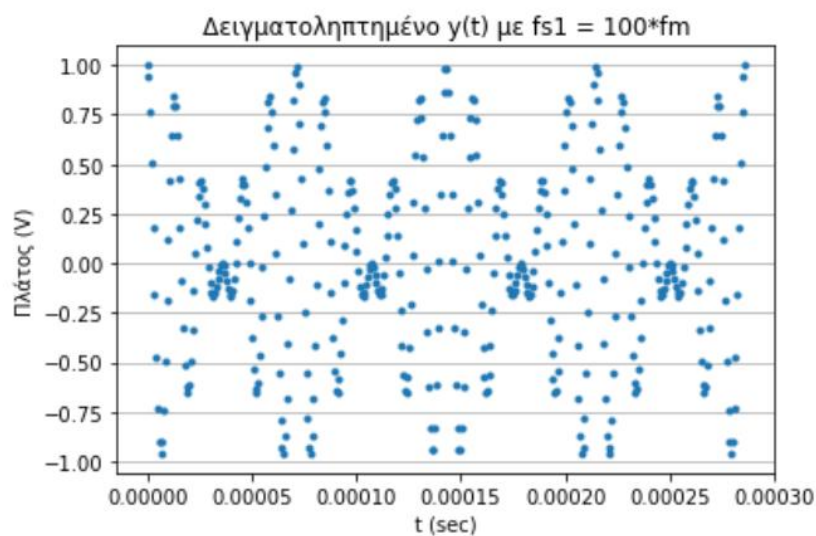
Με βάση τη γνωστή τριγωνομετρική ταυτότητα που μετατρέπει το γινόμενο συνημιτόνων, γνωρίζουμε ότι θα προκύψει άθροισμα δύο συνημιτόνων, το ένα με συχνότητα 44000+7000 και το άλλο με συχνότητα 44000-7000 (άθροισμα και διαφορά των συχνοτήτων των 2 συνημιτόνων), δηλαδή 51 kHz και 37 kHz αντίστοιχα. Έτσι, η θεμελιώδης περίοδος του σήματος θα είναι το ΕΚΠ(1/51.000, 1/37.000).

α') Δειγματοληπτούμε το σήμα με συχνότητες δειγματοληψίας fs1 = 20fm = 140kHz και fs1 = 100fm = 700kHz, όπως φαίνεται στα διαγράμματα (i) και (ii) αντίστοιχα.

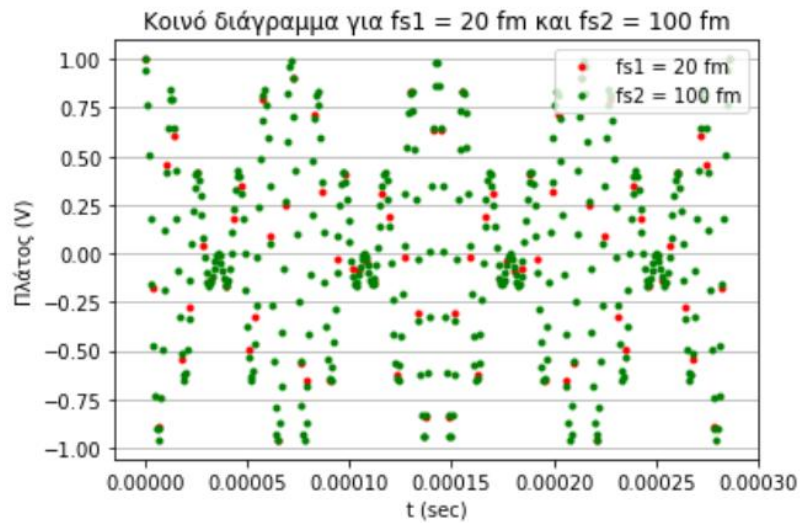
i.



ii.

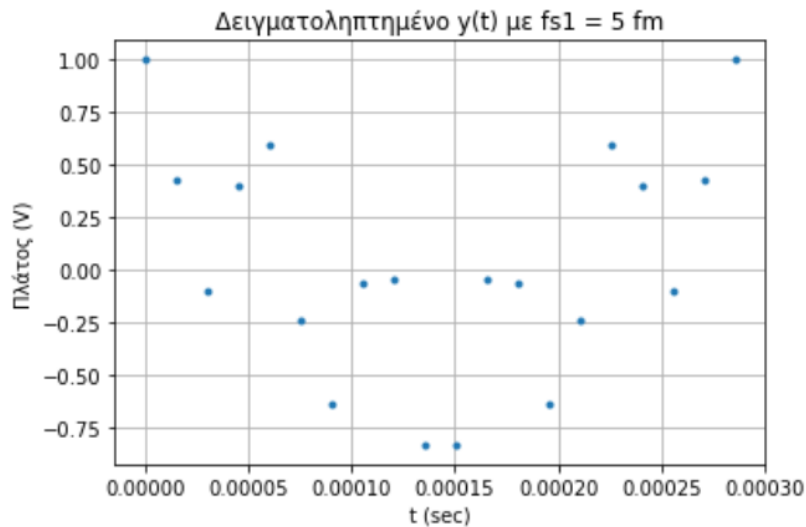


iii.



Παρατηρούμε ότι στην περίπτωση (i) η μορφή του σήματος δεν είναι τόσο ευδιάκριτη, γεγονός που οφείλεται στην σχετικά χαμηλή συχνότητα δειγματοληψίας. Γι' αυτό στην περίπτωση (ii), όπου έχουμε αρκετά υψηλότερη συχνότητα δειγματοληψίας, η μορφή του σήματος είναι πιο ευδιάκριτη.

β') Δειγματοληπτούμε με συχνότητες δειγματοληψίας $fs = 5 \text{ fm} = 35 \text{ kHz}$.

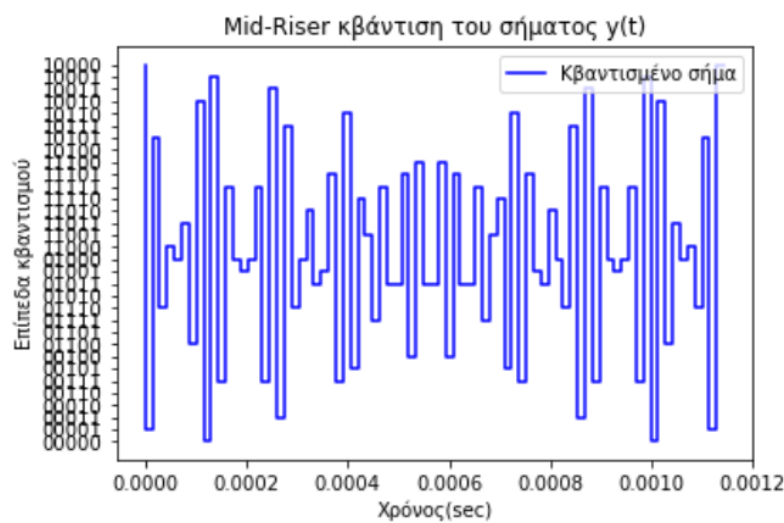


Παρατηρούμε πως δε μπορούμε να διακρίνουμε τη μορφή του σήματος. Από το θεώρημα δειγματοληψίας των Nyquist-Shannon γνωρίζουμε πως η ελάχιστη θεωρητική συχνότητα δειγματοληψίας ώστε να είναι δυνατή η ακριβής ανακατασκευή του σήματος είναι $fs=2B$, αν το σήμα είναι φασματικά περιορισμένο στο $[-B,B]$. Το παρόν σήμα είναι φασματικά περιορισμένο στο $[-51\text{kHz}, 51\text{kHz}]$ αφού το φάσμα του αποτελείται από 4 συναρτήσεις δέλτα (αφού ο μετασχηματισμός Fourier του $\cos(2\pi f_c t) = 0.5\delta(f - f_c) + 0.5\delta(f + f_c)$), στις θέσεις -51kHz , -37kHz , 51kHz και 37kHz . Επομένως $fs_{\min} = 102\text{kHz}$, και άρα η συχνότητα δειγματοληψίας $fs = 35\text{kHz}$ δεν επαρκεί για την ανακατασκευή του σήματος.

2^ο Ερώτημα:

α') Η δειγματοληψία του σήματος $y(t)$ του πρώτου ερωτήματος παράγει μία ακολουθία δειγμάτων $y_d[n]$, για την οποία ισχύει: $y_d[n] = y(n \cdot T_s)$, όπου: $T_s = \frac{1}{f_s}$ η περίοδος δειγματοληψίας. Μετά τη δειγματοληψία του σήματος $y(t)$ με συχνότητα δειγματοληψίας $f_{s_1} = 20 \cdot f_m$, θέτουμε την παραγόμενη ακολουθία δειγμάτων στον ομοιόμορφο κβαντιστή (mid-riser), ώστε να κβαντιστεί με 5 bits. Η έξοδος του κβαντιστή δίνεται από τη σχέση:

$Q(x) = \Delta \left(\left\lfloor \frac{x}{\Delta} \right\rfloor + \frac{1}{2} \right)$, όπου x η τιμή της εισόδου του κβαντιστή και Δ το βήμα κβάντισης. Το πλήθος των επιπέδων κβάντισης δίνεται από την ποσότητα: $L = 2^R$ (με R το πλήθος των bits ανά δείγμα). Για $R=5$ bits, προκύπτουν $L=32$ επίπεδα κβάντισης. Το διάγραμμα της εξόδου του κβαντιστή έχοντας πραγματοποιήσει κωδικοποίηση Gray στον γ-άξονα είναι το ακόλουθο:



β')

- i. Χρησιμοποιήθηκε η συνάρτησης `std` {χρήση: `np.std(error[:10])`} της βιβλιοθήκης `numpy` της `python`, για τα πρώτα 10 δείγματα και προέκυψε:
Τυπική απόκλιση για τα πρώτα 10 δείγματα: 0.014038616399566682
- ii. Χρησιμοποιήθηκε η συνάρτησης `std` {χρήση: `np.std(error[:20])`} της βιβλιοθήκης `numpy` της `python`, για τα πρώτα 20 δείγματα και προέκυψε:
Τυπική απόκλιση για τα πρώτα 20 δείγματα: 0.01728957429088914
- iii. Χρησιμοποιήθηκε ο ορισμός:

$$\text{SNR (dB)} = 10 \cdot \log \left(\frac{P_{\text{Σήματος}}}{P_{\text{RMS,Θορύβου}}} \right), \text{ και προέκυψε:}$$

SNR για τα πρώτα 10 δείγματα: 30.447320591121322 dB

SNR για τα πρώτα 20 δείγματα: 30.49984487488267 dB

Για τον υπολογισμό του θεωρητικού SNR χρησιμοποιήθηκε η σχέση:

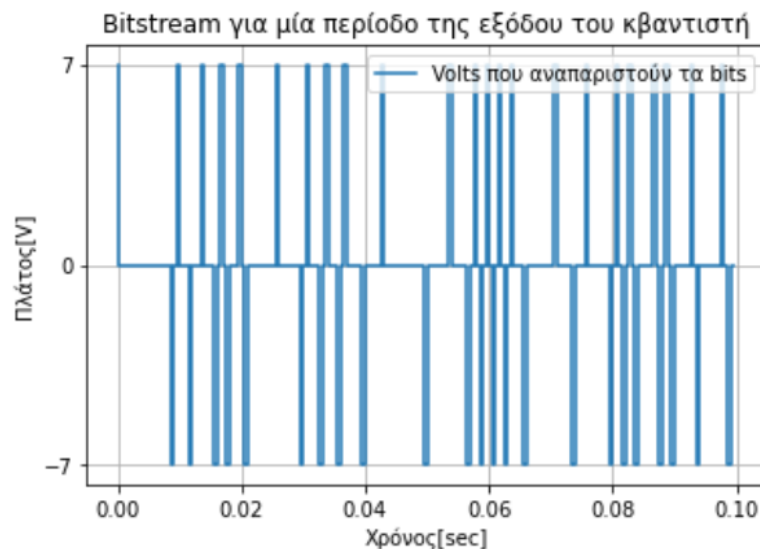
$$\text{SNR} = \left(\frac{3 \cdot P}{m_{\max}^2} \right) \cdot 2^{2 \cdot R}, \text{ όπου: } m_{\max} = 1\text{V και } P = \frac{1}{T} \int_0^T y(t)^2 dt = \frac{1}{4} \text{ (υπολογίστηκε με χρήση του λογισμικού WolframAlpha). Επομένως, προέκυψε:}$$

Θεωρητικό SNR: 28.853612200315123 dB

Παρατηρούμε πως οι θεωρητικές τιμές είναι πολύ κοντά σε αυτές που προκύπτουν από την προσομοίωση. Οι μικρές αποκλίσεις οφείλονται στον αριθμό των δειγμάτων. Όσο περισσότερα τα δείγματα, τόσο καλύτερα προσεγγίζεται η θεωρητική τιμή του SNR. Αυτό μπορεί να μην επιβεβαιώνεται από τα παραπάνω αποτελέσματα των 10 και 20 δειγμάτων, όμως με περισσότερες δοκιμές ισχύει. Επίσης επιβεβαιώνεται και ο κανόνας των 5dB για κάθε extra bit.

γ')

Η κωδικοποίηση γραμμής είναι η διαδικασία μετασχηματισμού μιας σειράς από bits σε μια σειρά από παλμούς τάσης για τη μετάδοσή τους στο δίαυλο. Στην κωδικοποίηση Polar RZ, που ζητείται, το σύμβολο 1 αντιστοιχίζεται σε ένα θετικό παλμό διάρκειας μισού συμβόλου και το σύμβολο 0 αντιστοιχίζεται σε έναν αρνητικό ορθογώνιο παλμό διάρκειας μισού συμβόλου. Το πλάτος των παλμών είναι 7V και η διάρκεια του συμβόλου είναι 1msec. Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα για μια περίοδο της αντίστοιχης ροής μετάδοσης από bits (bit stream):

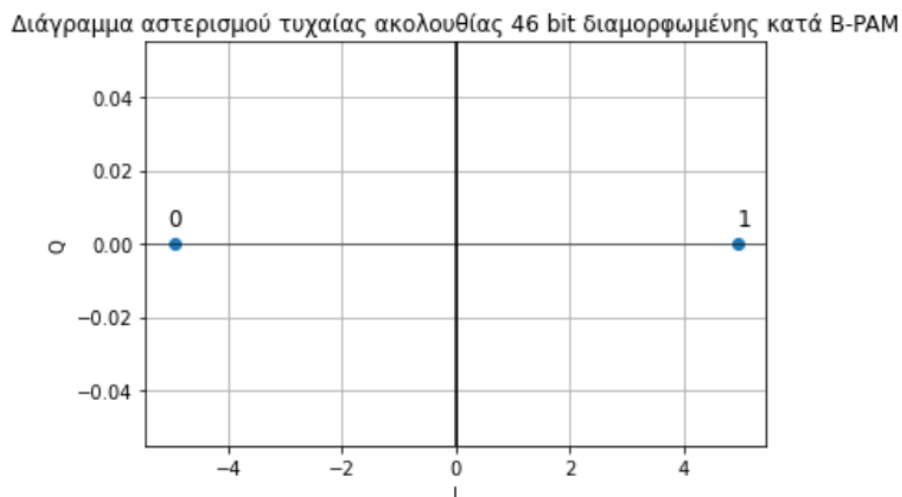


3^ο Ερώτημα:

α') Παράγουμε τυχαία ακολουθία 46 bits με ίση πιθανότητα 0 ή 1, στην οποία θεωρούμε διάρκεια ψηφίου είναι $T_b=0.5$ sec. Διαμορφώνουμε την ακολουθία κατά B-PAM πλάτους A Volt. Για αριθμό μητρώου el18079 είναι $0+7+9=16$, $1+6=7$, άρα $A=7V$. Στη διαμόρφωση B-PAM, αντιστοιχούμε το 1 στα +7 Volts και το 0 στα -7 Volts για όλη τη διάρκεια του bit, δηλαδή χωρίς να επιστρέφουμε στα 0 Volts. Παρακάτω παρουσιάζεται το προκύπτον σήμα:



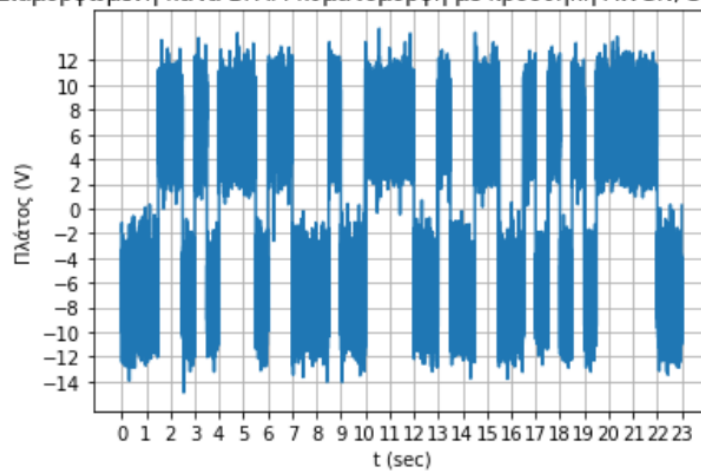
β') Παρακάτω παρουσιάζεται το διάγραμμα αστερισμού που ζητείται:



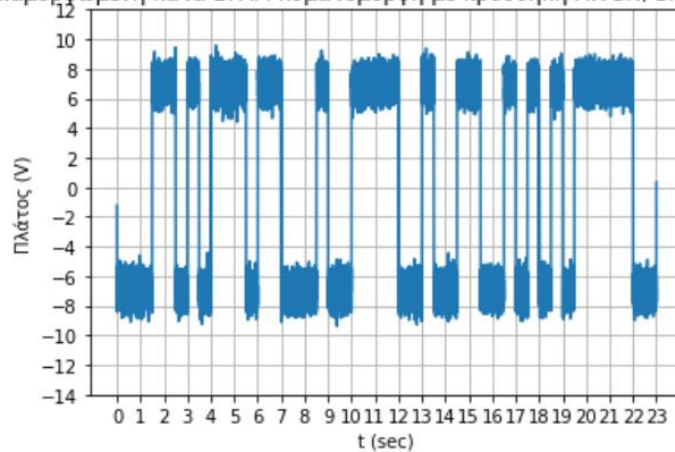
γ') Στη συνέχεια παράγουμε θόρυβο AWGN και τον προσθέτουμε στο διαμορφωμένο κατά B-PAM σήμα, με $\text{SNR} = 10\log_{10}(E_b/N_0) = 5 \text{ dB}$ και $\text{SNR} = 15 \text{ dB}$ αντίστοιχα. Παραθέτουμε ξανά το σήμα πριν τον θόρυβο για ευκολία στη σύγκριση:



Διαμορφωμένη κατά BPAM κυματομορφή με προσθήκη AWGN, SNR = 5dB



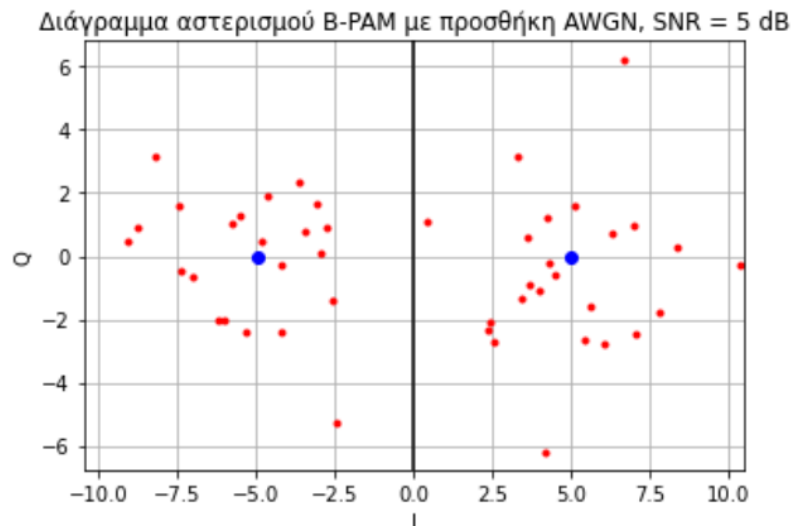
Διαμορφωμένη κατά BPAM κυματομορφή με προσθήκη AWGN, SNR = 15dB



Παρατηρούμε ότι η αρχική κυματομορφή έχει τιμές ακριβώς στα +7 Volts ή στα -7 Volts. Όταν προσθέσουμε τον θόρυβο AWGN, αυτό παύει να ισχύει και το πλάτος (μέγιστη τιμή κατά απόλυτο τιμή) καταλαμβάνει ένα εύρος τιμών. Αυτό το εύρος τιμών, όπως βλέπουμε είναι σημαντικά μεγαλύτερο όταν $SNR = 5$ dB παρά όταν $SNR = 15$ dB. Αυτό όπως θα δούμε και παρακάτω, έχει άμεση συνέπεια την ύπαρξη σφαλμάτων κατά την αποδιαμόρφωση. Δηλαδή, η πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος είναι σημαντικά μεγαλύτερη όταν $SNR = 5$ dB παρά όταν $SNR = 15$ dB.

δ. Όπως γνωρίζουμε από τη θεωρία, για την αναπαράσταση του θορύβου απαιτείται ένα πλήρες ορθοκανονικό σύνολο από ντετερμινιστικές συναρτήσεις. Εδώ ο θόρυβος προσομοιώνεται ως τυχαία μεταβλητή $Z=X+jY$, με τις X και Y να είναι ανεξάρτητες και να ακολουθούν κατανομή $N(\mu = 0, \sigma^2 = N_0/2)$. Οπότε, αφού προβάλλουμε τη ληφθείσα κυματομορφή (μαζί με το θόρυβο) στην ορθοκανονική βάση και ολοκληρώσουμε για τη διάρκεια του ψηφίου, δειγματοληπτούμε τα σήματα ανά T_b , όπως υπαγορεύει η δομή του δέκτη συσχέτισης και απεικονίζουμε τα αποτελέσματα της διαδικασίας αυτής στο παρακάτω διάγραμμα αστερισμού:

Για $SNR = 5$ dB:



Για $SNR = 15$ dB:



Όπως γνωρίζουμε, στη διαμόρφωση κατά B-PAM το κριτήριο μέγιστου λόγου πιθανοφάνειας ισοδυναμεί με το κριτήριο ελάχιστης απόστασης (υπογραμμίζεται ότι αυτή η ισοδυναμία δεν ισχύει πάντοτε, και επίσης ότι είναι απαραίτητη η υπόθεση $P_1=P_2$, δηλαδή το ενδεχόμενο εμφάνισης bit 1 να είναι ισοπίθανο με το ενδεχόμενο εμφάνισης bit 0). Επομένως το σύνολο απόφασης είναι ο κατακόρυφος άξονας $x=0$.

ε. Υπολογίζουμε πειραματικά την πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου (BER) συναρτήσει του SNR, για τιμές από 0-15 dB με βήμα 1 dB με τον εξής τρόπο:

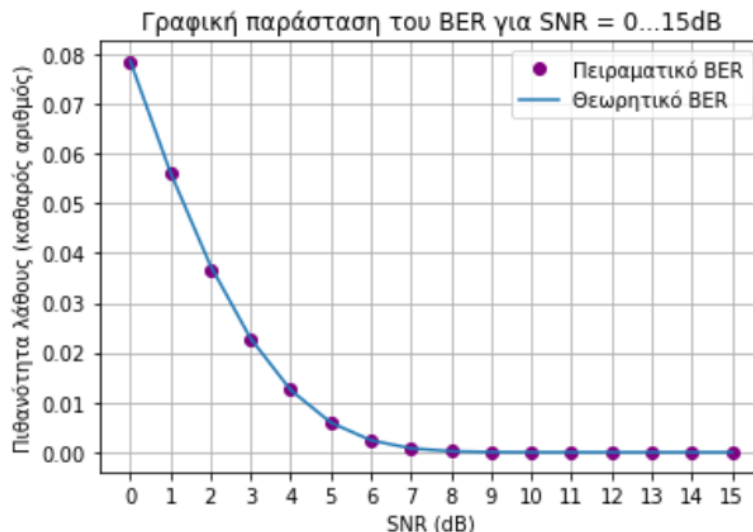
- Παράγουμε μία τυχαία ακολουθία από N bits (Για παράδειγμα $N = 100.000$, γενικά θέλουμε να είναι σχετικά μεγάλο ώστε να έχουμε όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ταύτιση με τα θεωρητικά αποτελέσματα, λόγω του Νόμου των Μεγάλων Αριθμών)
- Διαμορφώνουμε την ακολουθία κατά B-PAM
- Προσθέτουμε AWGN, διαφορετικού SNR κάθε φορά ($SNR = 0, \dots, 15$ dB)
- Αποδιαμορφώνουμε το προκύπτον σήμα και συγκρίνουμε την αρχική ακολουθία (αυτή που εκπέμφθηκε) με την τελική (αυτή που ελήφθη)
- Διαιρούμε τον αριθμό των λαθών με τον συνολικό αριθμό των bits. Το αποτέλεσμα αυτής της διαίρεσης είναι η πειραματική προσέγγιση του BER

Το θεωρητικό BER της B-PAM, ισούται με:

$$P\{\text{Error}\} = Q\left(\frac{\text{απόσταση μεταξύ των σημάτων}}{2 \cdot \text{RMS value of noise}}\right) = Q\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}, \quad \text{όπου:} \quad Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right) d\lambda$$

και: $E_b/N_0 = 10^{(SNR/10)}$

Παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα που προκύπτουν στο παρακάτω διάγραμμα:



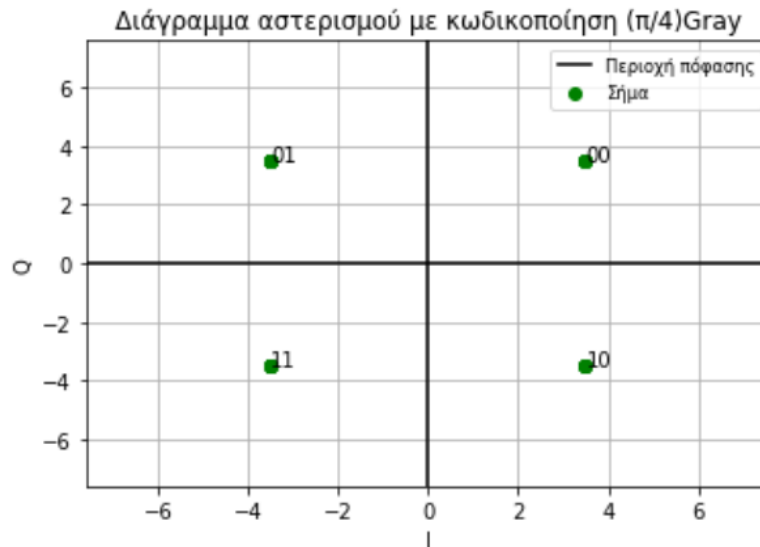
Παρατηρούμε ότι οι πειραματικές τιμές προσεγγίζουν πολύ καλά τις θεωρητικές.

4^ο Ερώτημα:

α') Η QPSK με κωδικοποίηση $(\pi/4)$ Gray προσθέτει στη φάση των διαμορφωμένων κυματομορφών $\pi/4$ ακτίνια. Ο γενικός τύπος για τις μεταδιδόμενες κυματομορφές για την QPSK είναι: $s_i = A \cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi i}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$, όπου: $0 \leq i \leq 4$ και $0 \leq t \leq T_s = 2 \cdot T_b$.

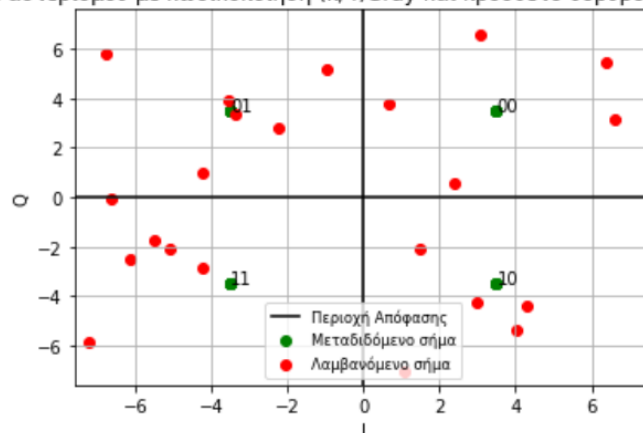
Η ενέργεια κάθε κυματομορφής είναι: $E_s = A^2 \cdot \frac{T_s}{2}$ και ο αστερισμός της QPSK περιλαμβάνει τα σήματα τοποθετημένα σε έναν κύκλο ακτίνας $\sqrt{E_s}$ απέχοντας $\frac{\pi}{2}$ ακτίνια μεταξύ τους.

Παρακάτω παρουσιάζεται το ζητούμενο διάγραμμα:

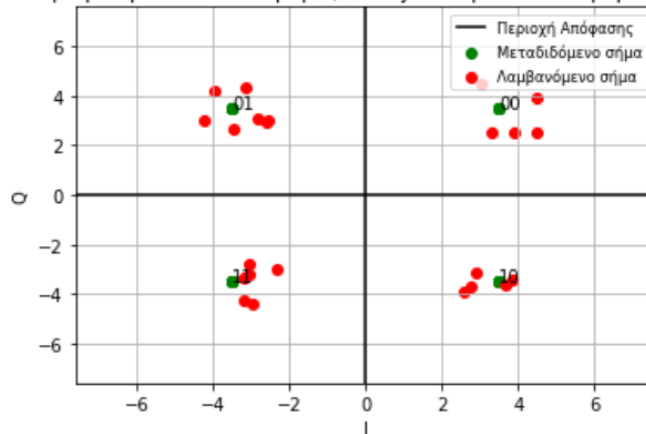


β') Παράγουμε θόρυβο AWGN και τον προσθέτουμε στο διαμορφωμένο κατά $\pi/4$ QPSK για τις δύο τιμές $SNR\left(\frac{E_s}{N_0}\right)$ που ζητούνται, 5dB και 15dB. Παρουσιάζονται τα αντίστοιχα διαγράμματα:

Διάγραμμα αστερισμού με κωδικοποίηση $(\pi/4)$ Gray και πρόσθετο θόρυβο AWGN (SNR=5dB)



Διάγραμμα αστερισμού με κωδικοποίηση (π/4)Gray και πρόσθετο θόρυβο AWGN (SNR=15dB)



γ')

Η πιθανότητα εσφαλμένου ψηφίου BEP (Bit Error Probability), ορίζεται ως:

$$P\{\text{Error}\} = P\{(0 \text{ transmitted } 1) \text{ or } (1 \text{ transmitted } 0)\} =$$

$P\{0 \text{ transmitted } 1\} + P\{1 \text{ transmitted } 0\}$, αφού τα δύο ενδεχόμενα είναι ξένα μεταξύ τους. Θεωρώντας τα bits ισοπίθανα και αφού ο προστιθέμενος θόρυβος ακολουθεί Gaussian κατανομή, προκύπτει για την BEP:

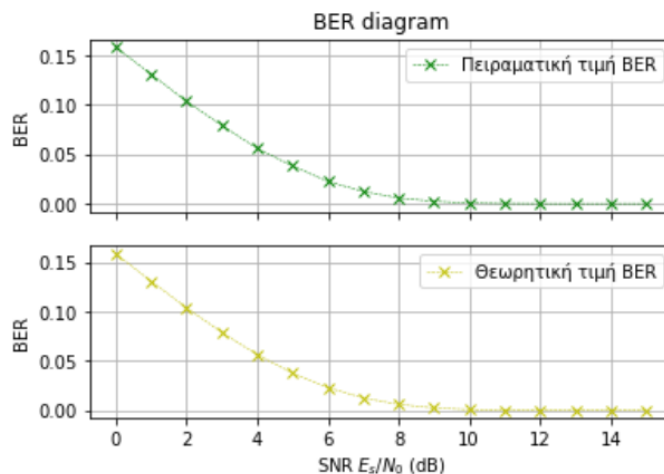
$$P\{\text{Error}\} = Q\left(\frac{\text{απόσταση μεταξύ των σημμάτων}}{2 \cdot \text{RMS value of noise}}\right), \text{ όπου: } Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right) d\lambda.$$

Οπότε τώρα στην περίπτωση της QPSK έχουμε:

$$P\{\text{Error}\} = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$$

Ο πειραματικός προσδιορισμός της πιθανότητας εσφαλμένου bit είναι ο εξής:

Παράγουμε 10^5 τυχαία bits με χρήση της συνάρτησης `random.randint()` της numpy και μετράμε τον αριθμό των εσφαλμένων bits έπειτα από την προσθήκη του θορύβου AWGN για τιμές SNR από 0 έως 15dB με βήμα 1dB. Τα σφάλματα ανακαλύπτονται καθώς συγκρίνουμε το bitstream που προκύπτει μετά την αποκωδικοποίηση βάσει των περιοχών απόφασης (τεταρτημόρια) του λαμβανόμενου αστερισμού με το αρχικό. Παρουσιάζεται παρακάτω το πειραματικό διάγραμμα για την BEP:



Παρατηρούμε πως οι πειραματικές τιμές προσεγγίζουν πολύ καλά τις θεωρητικές.

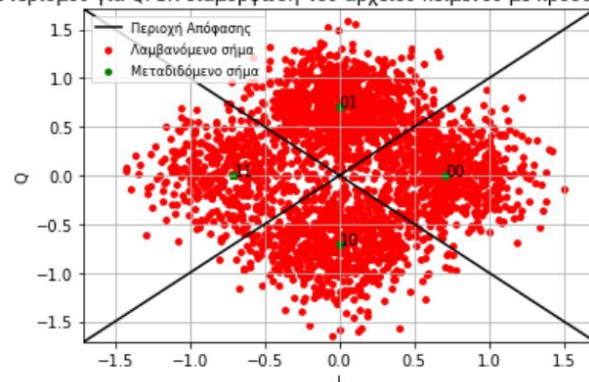
δ') Για αυτό το υποερώτημα θα χρησιμοποιηθεί το αρχείο κειμένου shannon_even.txt (αριθμός μητρώου = el18079, $0+7+9 = 16$, άρτιος αριθμός)

(i-iii) Αρχικά διαβάζουμε το αρχείο κειμένου με χρήση της συνάρτησης read() της python. Μετατρέποντας τους ASCII χαρακτήρες στους αντίστοιχους δεκαδικούς, μετατρέπουμε το κείμενο σε bitstream. Κβαντίζουμε το σήμα με ομοιόμορφο κβαντιστή 8 bits και διαμορφώνουμε σε βασική ζώνη το παραπάνω bitstream κατά QPSK με κωδικοποίηση Gray. Προκύπτει ο παρακάτω αστερισμός για QPSK διαμόρφωση:

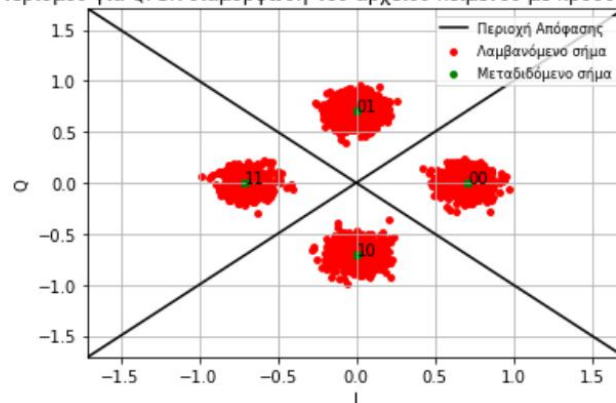


(iv-v) Στη συνέχεια δημιουργούμε AWGN θόρυβο με SNR 5dB και 15dB και τον προσθέτουμε στον αστερισμό. Προκύπτουν τα ακόλουθα διαγράμματα αντίστοιχα:

Διάγραμμα αστερισμού για QPSK διαμόρφωση του αρχείου κειμένου με πρόσθετο θόρυβο AWGN 5dB



Διάγραμμα αστερισμού για QPSK διαμόρφωση του αρχείου κειμένου με πρόσθετο θόρυβο AWGN 15dB



Στη διαμόρφωση QPSK, και για $P_1=P_2=P_3=P_4$, ξέρουμε από τη θεωρία ότι το κριτήριο μέγιστου λόγου πιθανότητας ισοδυναμεί με το κριτήριο ελάχιστης απόστασης (τονίζεται ότι

αυτή η ισοδυναμία δεν ισχύει πάντοτε). Επομένως τα σύνορα απόφασης θα είναι οι άξονες $y=x$ και $y=-x$ (με έντονη μαύρη γραμμή στα διαγράμματα). Παρατηρούμε ότι για $SNR = 15\text{dB}$ είναι πολύ πιο εύκολο να αποφασίσουμε με απλή επισκόπηση ποιο σύμβολο εστάλη κάθε φορά, καθώς λίγες κόκκινες κουκκίδες (σύμβολα που ελήφθησαν) βρίσκονται κοντά στα σύνορα απόφασης. Αντίθετα στην περίπτωση $SNR = 5\text{dB}$, πολύ μεγάλος αριθμός από ληφθέντα σύμβολα βρίσκεται πολύ κοντά στο σύνορο απόφασης, κάτι που διαισθητικά σημαίνει και μεγαλύτερη πιθανότητα λάθους κατά την αποδιαμόρφωση. Αυτό δείχνεται πειραματικά και θεωρητικά στο επόμενο υποερώτημα.

(vi) Η θεωρητική πιθανότητα σφάλματος υπολογίζεται βάσει της σχέσης που αναπτύχθηκε στο ζήτημα (γ') του συγκεκριμένου ερωτήματος. Η πειραματική πιθανότητα λάθους υπολογίζεται διαιρώντας των αριθμό των λανθασμένων bits με τον συνολικό αριθμό των bits. Τα αποτελέσματα, όπως τυπώθηκαν στο πρόγραμμα, είναι τα ακόλουθα:

Πειραματική τιμή BER με $SNR=5\text{dB}$: 0.03638328530259366 (202 σφάλματα σε 5552bits)
 Θεωρητική τιμή BER με $SNR=5\text{dB}$: 0.03767898814746339
 Πειραματική τιμή BER με $SNR=15\text{dB}$: 0.0 (0 σφάλματα σε 5552 bits)
 Θεωρητική τιμή BER με $SNR=15\text{dB}$: 9.361039990685109e-09

Παρατηρούμε οι πειραματικές τιμές προσεγγίζουν τις θεωρητικές πολύ καλά.

(vii) Αφού ο δέκτης αποκωδικοποιήσει τα λαμβανόμενα σύμβολα, δημιουργούμε το λαμβανόμενο bitstream και μετατρέπουμε το δυαδικό σε κείμενο. Παρακάτω παρουσιάζονται τα δύο κείμενα:

Ανακατασκευασμένο αρχείο κειμένου με 5dB θόρυβο AWGN:
 We now consider the case where the signal is perturbed by noise during transmission or at one or the other of the terminals. This means that the received signal is not necessarily the same as that sent out by the transmitter. Two cases may be distinguished. If a particular transmitted signal always produces the same received signal, i.e., the received signal is a definite function of the transmitted signal, then the effect may be called distortion. If this function has an inverse, no two transmitted signals producing the same received signal, distortion may be corrected, at least in principle, by merely performing the inverse functional operation on the received signal.

Ανακατασκευασμένο αρχείο κειμένου με 15dB θόρυβο AWGN:
 We now consider the case where the signal is perturbed by noise during transmission or at one or the other of the terminals. This means that the received signal is not necessarily the same as that sent out by the transmitter. Two cases may be distinguished. If a particular transmitted signal always produces the same received signal, i.e., the received signal is a definite function of the transmitted signal, then the effect may be called distortion. If this function has an inverse, no two transmitted signals producing the same received signal, distortion may be corrected, at least in principle, by merely performing the inverse functional operation on the received signal.

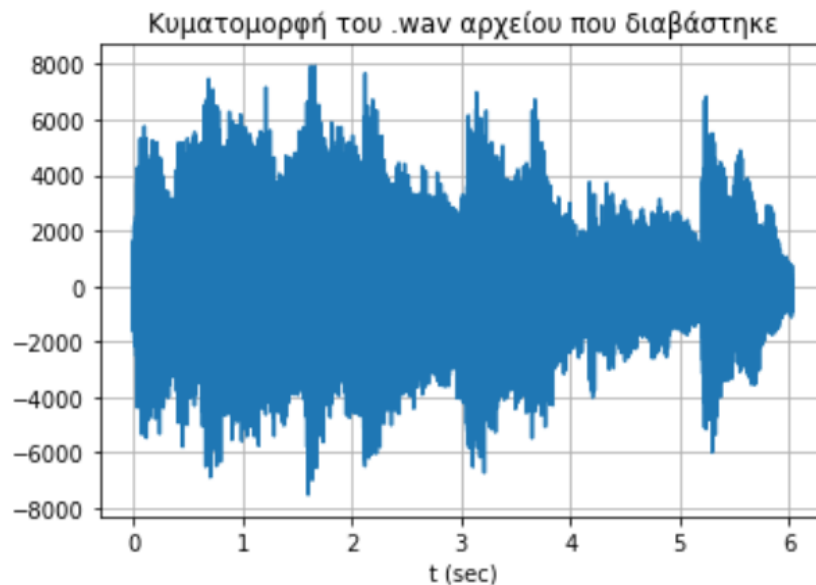
Παρατηρούμε πως για $SNR=15\text{dB}$ δεν υπάρχει κανένα λανθασμένο bit, οπότε το κείμενο που προκύπτει είναι ολόιδιο με το αρχικό. Αντίθετα, όταν $SNR=5\text{dB}$ έχουμε αρκετά λανθασμένα bits, οπότε το κείμενο που προκύπτει διαφέρει σημαντικά με το αρχικό.

****Σημείωση:** Στην ανακατασκευή των κειμένων, λόγω θορύβου βγαίναμε εκτός κώδικα Ascii, οπότε αποφασίσαμε να χρησιμοποιήσουμε utf-8 για την κωδικοποίηση που είναι υπερέννολο του Ascii. (Επιπλέον στο δοθέν κείμενο Shannon_even.txt υπήρχε χαρακτήρας που δεν υποστηριζόταν από Ascii κωδικοποίηση) Αυτή μας η επιλογή δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα ή την ανίχνευση λαθών, το ζήτημα ήταν περισσότερο τεχνικό. Σε αυτό το ερώτημα ενδεχομένως να προκύψει και κάποιο ακόμα ζήτημα κατά την βαθμολόγηση της εργασίας. Συγκεκριμένα, θα πρέπει ο διορθωτής να ανοίξει τα αρχεία κειμένου.txt με editor που υποστηρίζει κωδικοποίηση utf-8. Σε διαφορετική περίπτωση, είναι πιθανό να φαίνεται διαφορετικό το αποθηκευμένο κείμενο. Για παράδειγμα, όταν προσπάθησα να ανοίξω το ανακατασκευασμένο αρχείο κειμένου με 5dB θόρυβο AWGN με notepad, το άνοιξε με utf-16 και έβλεπα μια σειρά από κινέζικους χαρακτήρες. Το αρχείο σαν δεδομένα είναι σωστό, αλλά για να εμφανιστεί η αναμενόμενη μορφή στην οθόνη πρέπει να ανοιχθεί με κωδικοποίηση utf-8.

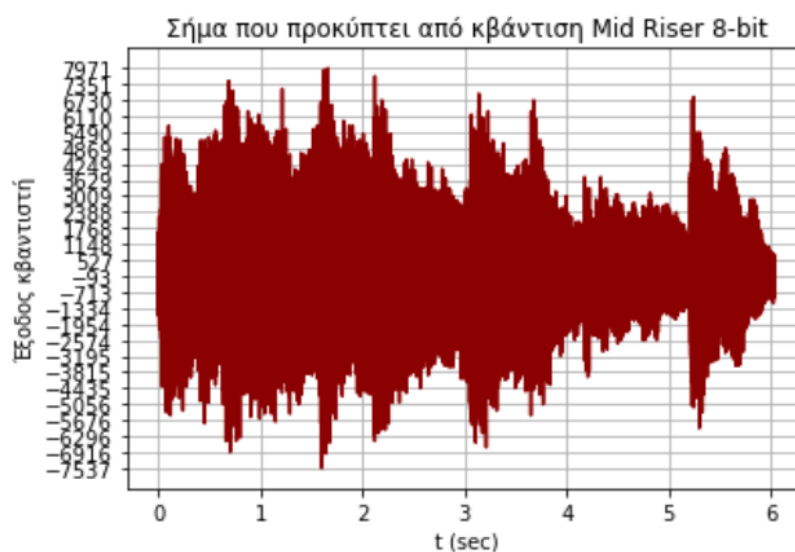
5^ο Ερώτημα:

Για το ερώτημα αυτό θα χρησιμοποιηθεί το αρχείο .wav signed 16-bit PCM Mono 44100 Hz. Για αριθμό μητρώου el18079 είναι $0+7+9=16$ (άρτιος αριθμός), άρα χρησιμοποιούμε το αρχείο soundfile2_lab2.wav.

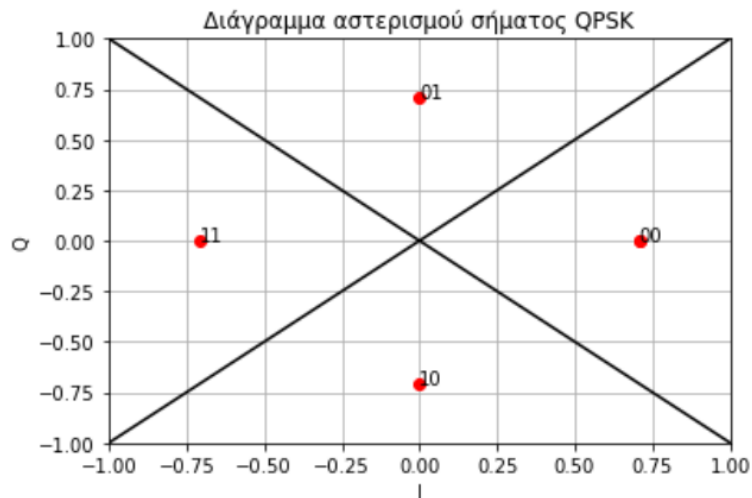
α') Διαβάζουμε το αρχείο .wav χρησιμοποιώντας την εντολή `scipy.io.wavfile.read()` της `python`. Παρουσιάζουμε την κυματομορφή του σήματος που διαβάστηκε στο παρακάτω διάγραμμα:



β') Κβαντίζουμε το σήμα χρησιμοποιώντας ομοιόμορφο κβαντιστή (mid-riser) 8 bits, οπότε θα προκύψουν $2^8 = 256$ στάθμες κβάντισης. Το προκύπτον σήμα παρουσιάζεται στον παρακάτω άξονα (δεν παρουσιάζονται όλες οι στάθμες στον κατακόρυφο άξονα χάριν ευκρίνειας):



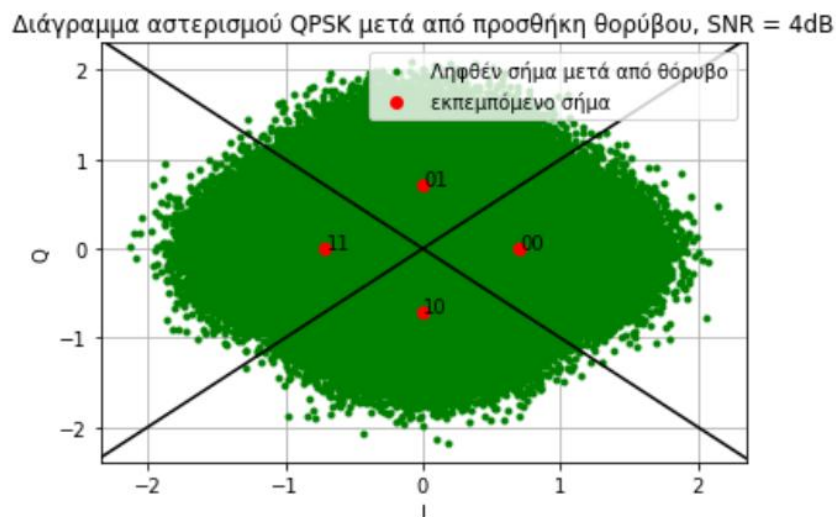
γ') Διαμορφώνουμε το κβαντισμένο σήμα χρησιμοποιώντας διαμόρφωση QPSK θεωρώντας απεικόνιση με κωδικοποίηση Gray και σύμβολα πλάτους 1 Volt. Παραθέτουμε και το διάγραμμα αστερισμού του σήματος, παρόλο που δε ζητείται ρητά από την εκφώνηση, για την ενίσχυση της ορθότητας των επόμενων διαγραμμάτων.



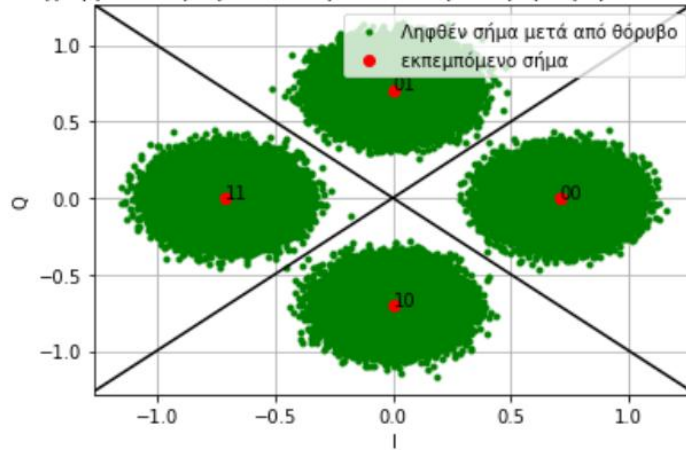
δ') Παράγουμε θόρυβο AWGN, όμοια με τα προηγούμενα ερωτήματα, και τον προσθέτουμε στο διαμορφωμένο σήμα, για $\text{SNR} = 4 \text{ dB}$ και $\text{SNR} = 14 \text{ dB}$ αντίστοιχα. Όπου:
 $\text{SNR} = 10 \log_{10}(E_s/N_0)$

ε')

Τα διαγράμματα αστερισμών για τα σήματα που προέκυψαν στο προηγούμενο υποερώτημα παρουσιάζονται παρακάτω:



Διάγραμμα αστερισμού QPSK μετά από προσθήκη θορύβου, SNR = 14dB



Στη διαμόρφωση QPSK, και για $P_1=P_2=P_3=P_4$, ξέρουμε από τη θεωρία ότι το κριτήριο μέγιστου λόγου πιθανότητας ισοδυναμεί με το κριτήριο ελάχιστης απόστασης (τονίζεται ότι αυτή η ισοδυναμία δεν ισχύει πάντοτε). Επομένως τα σύνορα απόφασης θα είναι οι άξονες $y=x$ και $y=-x$ (με έντονη μαύρη γραμμή στα διαγράμματα). Παρατηρούμε ότι για SNR = 14dB είναι πολύ πιο εύκολο να αποφασίσουμε με απλή επισκόπηση ποιο σύμβολο εστάλη κάθε φορά, καθώς λίγες πράσινες κουκκίδες (σύμβολα που ελήφθησαν) βρίσκονται κοντά στα σύνορα απόφασης. Αντίθετα στην περίπτωση SNR = 4dB, πολύ μεγάλος αριθμός από ληφθέντα σύμβολα βρίσκεται πολύ κοντά στο σύνορο απόφασης, κάτι που διαισθητικά σημαίνει και μεγαλύτερη πιθανότητα λάθους κατά την αποδιαμόρφωση. Αυτό δείχνεται πειραματικά και θεωρητικά στο επόμενο υποερώτημα.

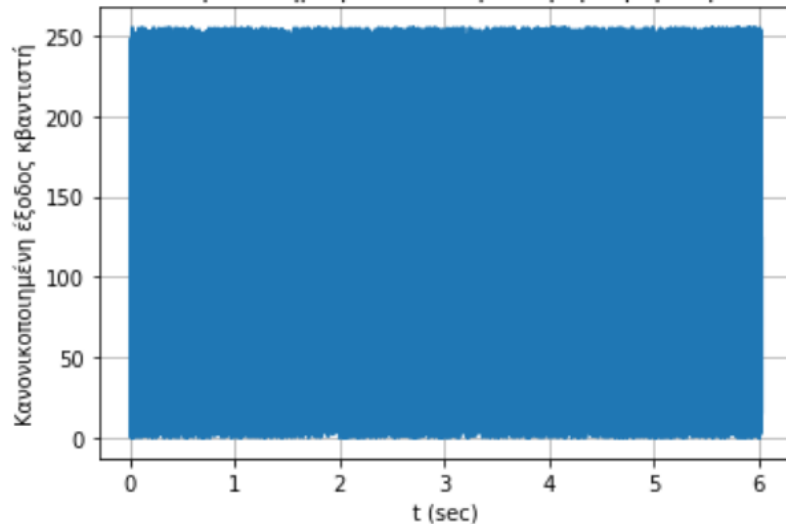
στ') Η θεωρητική πιθανότητα σφάλματος υπολογίζεται βάσει της σχέσης που αναπτύχθηκε στο υποερώτημα (γ') του προηγούμενου ερωτήματος. Η πειραματική πιθανότητα λάθους υπολογίζεται διαιρώντας των αριθμό των λανθασμένων bits με τον συνολικό αριθμό των bits. Τα αποτελέσματα, όπως τυπώθηκαν στο πρόγραμμα, είναι τα ακόλουθα:

Πειραματικό BER με SNR=4dB : 0.05653875234161645
 Θεωρητικό BER με SNR=4dB : 0.05649530174936167
 Πειραματικό BER με SNR=14dB : 9.404082123968372e-07
 Θεωρητικό BER με SNR=14dB : 2.6951481173667145e-07

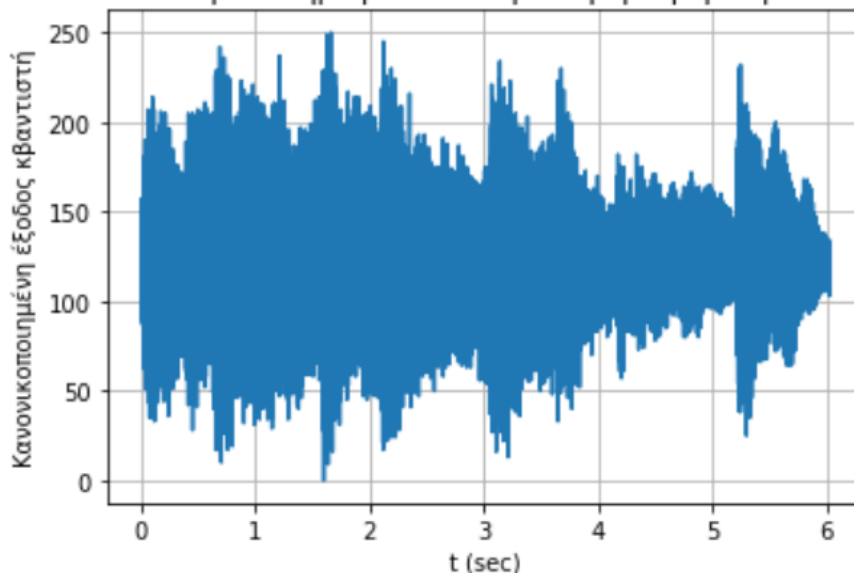
Παρατηρούμε ότι τα πειραματικά αποτελέσματα προσεγγίζουν πολύ καλά τα θεωρητικά.

ζ') Έχοντας αποδιαμορφώσει το σήμα στο υποερώτημα (ε'), το ανακατασκευάζουμε, για $SNR = 4 \text{ dB}$ και $SNR = 14 \text{ dB}$. Αντιστοιχίζουμε κάθε οκτάδα από bits σε μία από τις 256 στάθμες κβάντισης (με βάση την κωδικοποίηση Gray που ορίσαμε προηγουμένως). Οπότε, στον κατακόρυφο άξονα οι τιμές είναι κανονικοποιημένες (0-255). Παρακάτω παρουσιάζουμε τα διαγράμματα των ανακατασκευασμένων σημάτων, για $SNR = 4 \text{ dB}$ και $SNR = 14 \text{ dB}$ αντίστοιχα, προς αντιπαραβολή με τα αρχικά διαγράμματα, ώστε να «οπτικοποιήσουμε» το ακουστικό αποτέλεσμα.

Ανακατασκευασμένο σήμα μετά από προσθήκη θορύβου με $SNR = 4 \text{ dB}$



Ανακατασκευασμένο σήμα μετά από προσθήκη θορύβου με $SNR = 14 \text{ dB}$



Παρατηρούμε ότι για $SNR=4\text{dB}$, το σχήμα της κυματομορφής του ανακατασκευασμένου σήματος είναι κατά πολύ διαφοροποιημένο από το αρχικό, ενώ για $SNR = 14\text{dB}$ η διαφορά δεν φαίνεται με απλή επισκόπηση. Και στις δύο περιπτώσεις αναμένουμε να υπάρχει θόρυβος, ο οποίος θα είναι σαφώς πολύ μεγαλύτερος στην περίπτωση των 4dB.

Με χρήση της εντολής `scipy.io.wavfile.write()` γράφουμε σε .wav αρχεία τα δύο ανακατασκευασμένα σήματα, σε μορφή unsigned 8-bit PCM Mono 44100 Hz.

Ακούγοντας και τα δύο αρχεία, όπως αναμένουμε, αντιλαμβανόμαστε πολύ κακή ποιότητα του ήχου στην περίπτωση των 4dB, καθώς ο θόρυβος ακούγεται πολύ ισχυρότερα από την αρχική μελωδία.

Αντίθετα, στην περίπτωση των 14dB, η αρχική μελωδία επικρατεί και ο θόρυβος είναι πολύ δυσκολότερα αντιληπτός.

Επιπλέον, και στις δύο περιπτώσεις, εκτός από τα σφάλματα κατά την αποδιαμόρφωση, η ποιότητα του ήχου έχει υπονομευθεί επειδή χρησιμοποιήσαμε κβαντιστή 8-bit και στη συνέχεια γράψαμε τα αρχεία σε μορφή 8-bit unsigned Mono, ενώ αρχικά τα αρχεία ήταν σε μορφή 16-bit signed. Αυτό σημαίνει ότι από τις 2^{16} στάθμες του αρχικού αρχείου, το ανακατασκευασμένο αρχείο έχει 2^8 στάθμες, και έτσι ακούγεται ένας πολύ χαμηλός θόρυβος, ο οποίος δεν οφείλεται στα σφάλματα. Στην περίπτωση 14 dB αυτή είναι και η κύρια αιτία του θορύβου, καθώς υπάρχουν απειροελάχιστα σφάλματα κατά την αποδιαμόρφωση. Από την άλλη, στην περίπτωση 4dB ο θόρυβος αυτός είναι πολύ ασθενής σε σχέση με τον θόρυβο που προέρχεται από τα σφάλματα στην αποδιαμόρφωση.