



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO**

Tassany Onofre de Oliveira

Thiago Fernandes Bonfim Sousa

**RELATÓRIO DE PESQUISA OPERACIONAL:
RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO FLUXO MÁXIMO A PARTIR DO
PROBLEMA DO CUSTO MÍNIMO**

**João Pessoa, PB
2020**

0.1 Introdução

O problema do fluxo máximo(PFM) é originalmente um problema que procura através de uma rede distribuir a maior quantidade de recurso disponível. Como exemplo podemos ver uma rede de tubulação heterogênea com tubos diversos diâmetros onde deve-se decidir por onde a água irá passar para que no final se tenha o maior fluxo possível. Nota-se que o problema aumenta sua complexidade de acordo com a quantidade de tubos, dificultando a escolha do caminho ideal pelo qual a água irá passar, tornando esse problema um problema do fluxo máximo, logo mais será definido melhor o PFM com detalhes.

0.2 Definição do Problema

O Problema do Fluxo Máximo (PFM) visa maximizar a quantidade de fluxo de um nó para outro, com a limitação de necessitar de passar por outros nós para alcançar o destino. Além disso, cada caminho criado pela conexão dos nós possui uma capacidade máxima. Seguindo essa ideia pode-se afirmar que toda rede para o PFM precisa apresentar as seguintes informações([HILLIER; LIEBERMAN, 2013](#)):

1. Todo fluxo através de uma rede direcionada e conectada origina-se de um nó, denominada origem e termina em outro nó, chamado escoadouro.
2. Todos os nós restantes são de transbordo.
3. O fluxo através de um arco é permitido apenas na direção indicada pela seta, em que a quantidade máxima de fluxo é dada pela capacidade daquele arco. Na origem, todos os arcos apontam no sentido de se afastarem do nó. No escoadouro, todos os arcos apontam no sentido de se aproximar do nó.
4. O objetivo é maximizar a quantidade total de fluxo da origem para o escoadouro. Essa quantidade é medida em qualquer uma das duas maneiras equivalentes, ou seja, a quantidade que sai da origem ou então a quantidade que chega ao escoadouro.

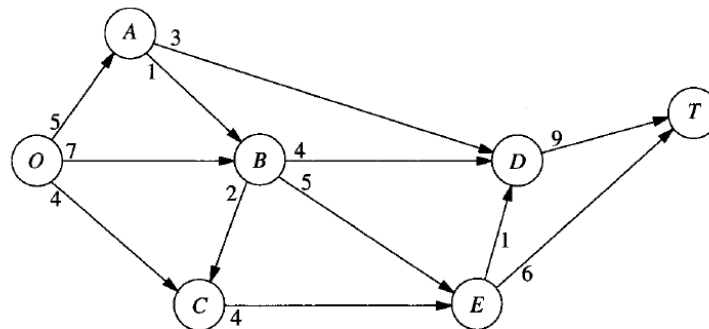
Um exemplo de rede viável pode ser notada na Figura 1, na qual contém todas as informações necessárias para solucionar o problema.

0.3 Modelagem

O PFM se enquadra como um dos muitos casos especiais que podem ser resolvidos a partir do Problema do Fluxo de Custo Mínimo (PFCM). Uma rede deve ser fornecida já contendo o nó de origem, o nó de escoadouro e os demais nós de transbordo, bem como os vários arcos e capacidades de arcos.

Para realizar a transformação do problema são necessários apenas três ajustes:

Figura 1: Rede viável para o PFM



Fonte: "Introdução à Pesquisa Operacional", Hillier e Lieberman

1. Considerar o custo de todos os arcos como zero, pois no PFM não é uma instância necessária.
2. Como o PFM não possui uma oferta e uma demanda, será preciso criá-las. Selecionando uma quantidade "F", que será o limite superior seguro sobre o fluxo máximo viável. Esse F pode ser encontrado comparando o somatório das capacidades de todos os arcos que saem da origem com o somatório das capacidades de todos os arcos que entram no escoadouro. O menor somatório será o F. Após isso, o F será a demanda e -F a oferta.
3. Adicionar um arco indo diretamente do nó de suprimento indo para o nó de demanda e atribuindo a ele um custo unitário qualquer e uma capacidade do arco ilimitada.

Como apenas o novo arco criado possui um custo e os de transbordo zero, o PFCM vai enviar o fluxo viável através dos demais arcos. Sendo assim, função objetivo conterá apenas o novo arco e o resultado da solução do custo mínimo será a quantidade que não passará para os outros. Se subtrairmos essa solução da função objetivo com o F será encontrado a solução do Problema do Fluxo Máximo.

0.4 Instruções

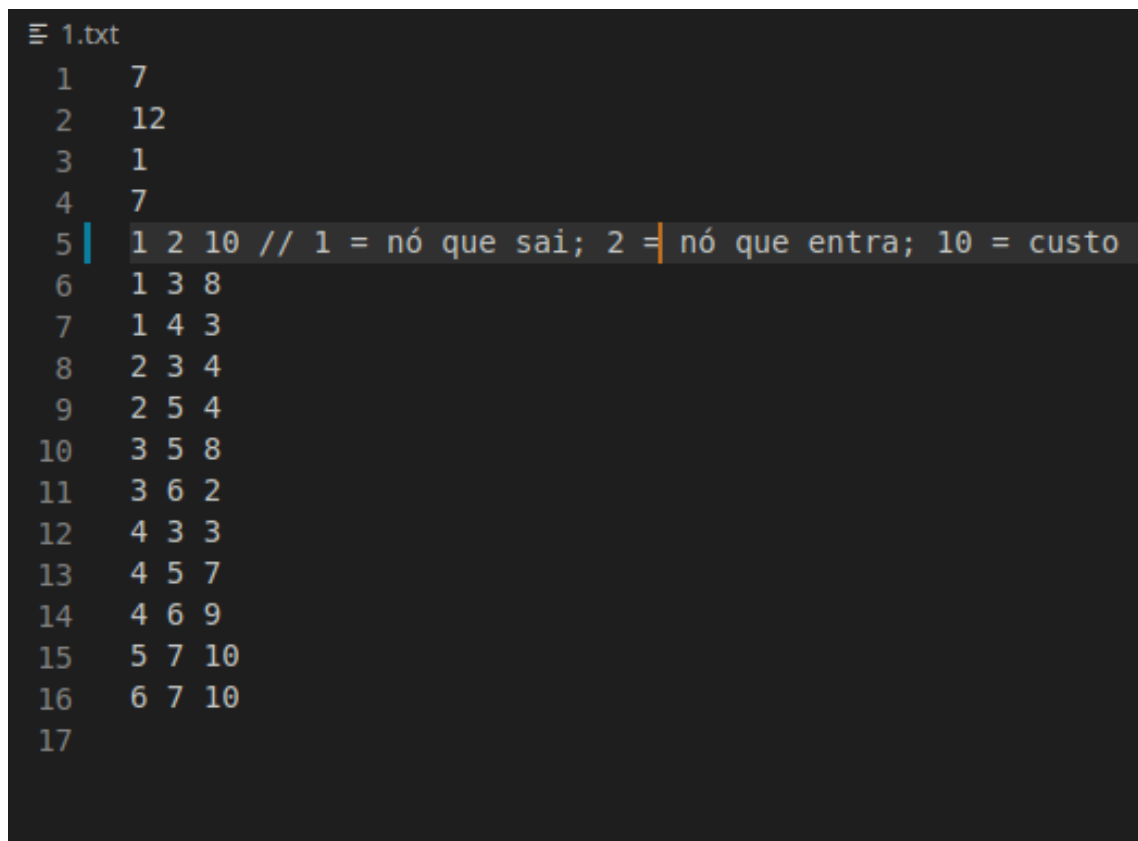
A implementação da modelagem foi elaborada utilizando a linguagem de programação C++ em conjunto com a biblioteca CPLEX, responsável por resolver as instruções e indicar qual sua melhor solução.

Os arquivos da biblioteca se encontram no site oficial da IBM ([IBM, 2020](#)), que podem ser instalados em Windows64, Linux64 e macOS. O código utilizado para a testagem da modelagem em questão foi executado apenas no sistema operacional Linux. Uma observação importante antes de finalizar a instalação dos arquivos é a de saber

em qual local no computador foi instalado. Caso contrário, ao executar o resolvidor, a máquina não saberá onde acessar as informações necessárias para completar o programa. Em seguida, após não haver nenhum erro de instalação, foram feitos cinco arquivos no total.

O primeiro, é o "instancias.txt" que armazenará todas as instâncias do grafo que o usuário queira resolver que deverá conter, respectivamente, número de vertices, número de arcos, índice da origem, índice do destino e as informações de cada arco, como mostrada na Figura 2. Logo em seguida, o "Data.hpp" que inicia as variáveis e funções. O "Data.cpp" que é responsável por ler o arquivo "instancias.txt" e transformar elas, que inicialmente foram feitas para o problema do fluxo máximo, em compatíveis com o problema do custo mínimo. A parte da modelagem do problema em si é localizado no "main.cpp", no qual contém a função objetivo e as restrições do problema do custo mínimo.

Figura 2: Instâncias no arquivo instancias.txt



```
1 7
2 12
3 1
4 7
5 1 2 10 // 1 = nó que sai; 2 = nó que entra; 10 = custo
6 1 3 8
7 1 4 3
8 2 3 4
9 2 5 4
10 3 5 8
11 3 6 2
12 4 3 3
13 4 5 7
14 4 6 9
15 5 7 10
16 6 7 10
17
```

Fonte: Elaboração do Autor

Por fim, o último arquivo necessário para a execução do código é o "Makefile". Ele será responsável por interligar a biblioteca do resolvidor com os demais arquivos. Antes de qualquer inicialização, será preciso indicar no makefile onde o cplex foi instalado, a partir das variáveis "CPLEXDIR" e "CONCERTDIR", como indicado na Figura 3.

Terminado esse processo de modificações das dependências, o código deverá ser

Figura 3: Variáveis do Makefile

```
####diretorios com as libs do cplex  
CPLEXDIR = /home/tassany/Downloads/CPLEX/cplex/  
CONCERTDIR =/home/tassany/Downloads/CPLEX/concert/
```

Fonte: Elaboração do Autor

executado no terminal a partir do comando "make rebuild". Caso não aconteça nenhum erro, as instâncias podem ser lidas com o comando "./tas instancias.txt". Se todas as instâncias escritas pelo usuário estiverem corretas o programa mostrará o valor do fluxo máximo, o custo mínimo e os caminhos percorridos.

0.5 Exercício

Podemos notar que o problema apresentado se encaixa no problema da árvore de expansão máxima, pois a rede não está formada, ela está para ser definida de acordo com a montagem da menor árvore possível dada os valores entre os terminais e a agência, pode notar-se também que não temos um ponto de partida pré-definido a rede pode começar de qualquer ponto contanto que passe por todos os vértices, outro ponto a ressaltar que faz com que o problema se encaixe é o fato da rede quando conectada ser não direcional.

REFERÊNCIAS

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. *Introdução à pesquisa operacional*. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2013. Citado na página 2.

IBM. *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio*. 2020. Disponível em: <https://www.ibm.com/br-pt/products/ilog-cplex-optimization-studio>. Acesso em: 25.10.2020. Citado na página 3.