Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería:

Informe Tarea n° 2

María Constanza Flores V.

1 de octubre de 2015

El propósito de esta tarea es modelar el comportamiento que tiene una partícula que se mueve verticalmente en el eje Y rebotando contra usuelo que oscila sinusoidalmente con amplitudd A y frecuencia ω
El choquecontra el suelo es inelástico, y sigue la siguiente regla de choque:

$$v'_p(t^*) = (1+\eta)v_s(t^*) - \eta v_p(t^*) \tag{1}$$

en donde t^* es el tiempo en que ocurre el choque de la partícula con el suelo,v_p y $v'_p(t^*)$ corresponden a la velocidades de la partícula justo antes y justo despues del bote, v_s es la velocidad del suelo en ese mismo instante y η es un coeficiente de restitución.

1. Pregunta 1

1.1. Introducción

En esta sección de la tarea, se pretende escribir un código que permita calcular los valores $y_{n+1} y v_{n+1}$, es decir, la posición y la velocidad de la partícula luego del choque n+1, dados los valores de $y_n y v_n$.
Para ello, se tienen como parámetros del problema: A, ω, η, m, y g. Y para simplificarlo, se adimensionaliza dándole valores de A=1, m=1 y g=1. También se da como condición inicial que la partícula parte pegada al suelo (y(0)=0).

1.2. Procedimiento

Para poder encontrar los parámetros antes mencionados, en primera instancia buscarse el tiempo en el cual ocurre el bote. Para lograr esto se definen las siguientes funciones:

- `y_suelo` y `v_suelo`: funciones que entregan la ecuación de posición en función del tiempo del suelo, y la ecuación de velocidad en función del tiempo del mismo, es decir, retorna lo siguiente:

$$y_s(t) = A \cdot sin(\omega t) \tag{2}$$

$$v_s(t) = A \cdot \omega \cdot cos(\omega t) \tag{3}$$

- `y_pelota` y `v_pelota`: funciones que entregan la ecuaciones de posición y velocidad en función del tiempo de la partícula, es decir:

$$y_p(t) = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \tag{4}$$

$$v_p(t) = v_0 - g t^2 \tag{5}$$

- `resta`: funcion que retorna la diferencia entre las funciones de posición de la particula y del suelo. Esta función es importante pues muestra la distancia que hay entre el suelo y la partícula, y cuando dicha distancia es cero es cuando se produce el choque, por lo que para encontrar el tiempo t^* se buscan los ceros de esta función.

- `v_despreb`: la cual retorna la velocidad después del rebote de la partícula dada por la condición en la ecuación (1).

Luego de esto se procede a escribir la rutina que permite encontrar lo pedido. A esta rutina se le denomina `nmasuno`.

En primer lugar, en `nmasuno` se busca calcular el tiempo en que ocurre el choque n+1, dado el tiempo en que ocurrió el choque n. Para ello se utiliza el método de Brent para buscar ceros de funciones. Debido a que el método de Brent requiere de dos tiempos (uno en el cual la funcion sea positiva y el otro en que sea negativa) es necesario encontrar dichos tiempos también, para lo cual se recorre con un paso pequeño desde el tiempo del choque anterior hasta que la funcion `resta` se vuelva negativa (cuando la pelota atraviesa el suelo), con lo que se tiene uno

de los tiempos, y el otro se define devolviéndose en el recorrido recién mencionado. También se impone la condición de que si el primer tiempo encontrado es negativo, y el segundo (que debe ser menor al primero) también lo es, es debido a que la pelota no ha vuelto a rebotar, por lo que se le entrega una velocidad nula y la posición del suelo.
Finalmente, luego de encontrar el tiempo de choque con la funcion `scipy.optimize.brentq` se definen y_{n+1} y v_{n+1} evaluando `y_pelota` y `v_despreb` en dicho tiempo.

1.3. Conclusiones

Debido a errores varios durante la escritura del código, es importante recalcar que el tiempo utilizado para calcular la posición de la pelota es distinto al tiempo de la posición del suelo, ya que $y_p(t)$ es una función de una parábola (es decir, un solo bote), por lo que el tiempo de la partícula debe ser reiniciado luego de cada bote.

2. Preguntas 2 y 3

2.1. Introducción

En estas secciones de la tarea, se busca estimar N_{relax}, el número de botes necesarios para relajar el sistema. Para ello, se utiliza $\eta = 0{,}15$ y $\omega = 1{,}66$, $\omega = 1{,}68$, $\omega = 1{,}70$

2.2. Procedimiento

Como se pide una estimación del valor de N_{relax}, se procede a graficar los valores de las velocidades después de cada choque i, versus el número i de choque, y con ello se llega a una estimación cuando dicha velocidad se estabiliza.

Ese razonamiento es llevado a la función `Nrelax`, la que retorna los valores de la velocidad y un arreglo con el número de choque asociado a cada una de ellas, lo que posteriormente se grafica.

2.3. Resultados

Al graficar lo anteriormente dicho para η = 0,15 y ω = 1,66, ω = 1,68, ω = 1,70, y una velocidad inicial v_0=2, se obtiene la Figura 1

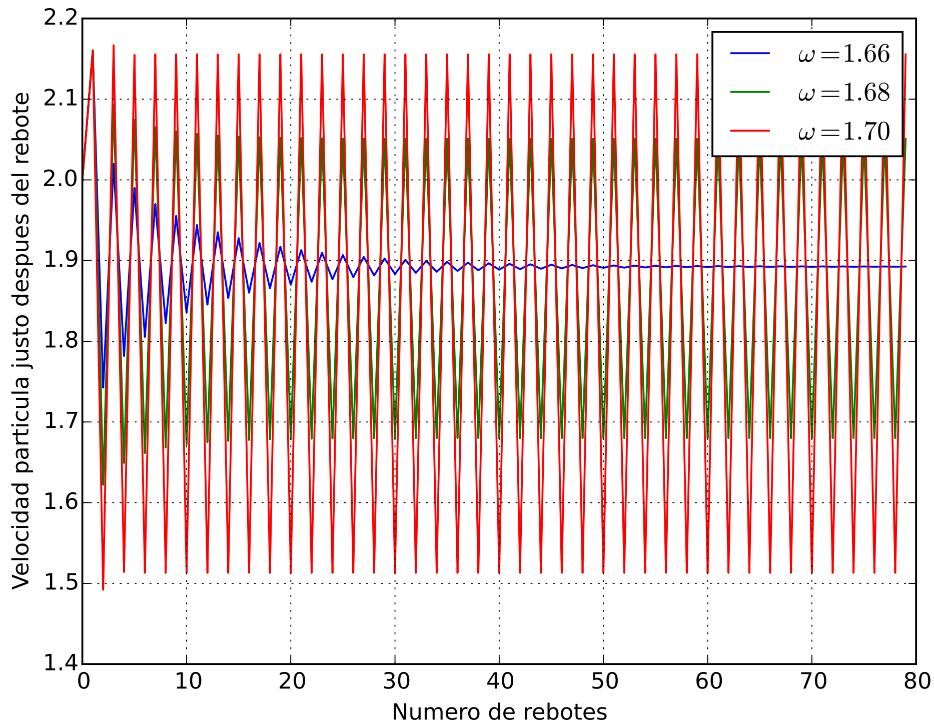

Figura 1: Gráfico obtenido para estimar N_{relax}

2.4. Conclusiones

3. Pregunta 4

3.1. Introducción

3.2. Procedimiento

3.3. Resultados

3.4. Conclusiones