Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería:

Informe Tarea n° 11

María Constanza Flores V.

12 de diciembre de 2015

1. Introducción

La técnica de la espectroscopía consiste estudiar la radiación emitida por una fuente como función de la longitud de onda. Las características de los espectros observados tales como la intensidad y forma del contínuo y de las líneas de emisión y absorción, nos permiten entender las propiedades físicas del ente emisor de la radiación.

El objetivo de la presente tarea es modelar las líneas de absorción y el contínuo de un segmento del espectro de una fuente. Para dicha modelación se utilizan técnicas Bayesianas.

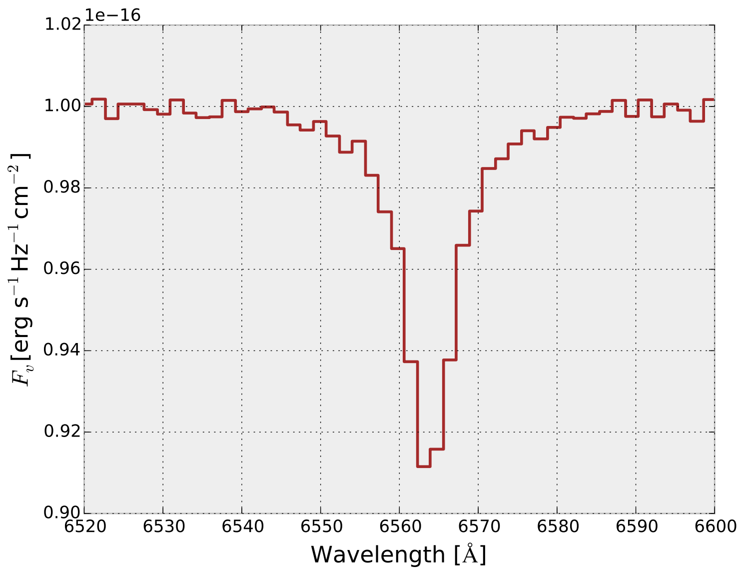

Figura 1: Segmento del espectro, graficado con datos del archivo `espectro.dat`

Para la modelación del espectro se consideran las siguientes simplficaciones:

1. El nivel del contínuo es una constante = 1e-16.
2. La longitud de onda del centro de la línea es conocido: 6563 $\mathring{A}$.

La Figura 1 muestra un segmento del espectro graficado con los datos dados en el archivo `espectro.dat`. A partir de dichos datos, se puede modelar las características del espectro mencionadas anteriormente. Para esto se proponen dos modelos:

- **Modelo 1:** Una Gaussiana simple. En total se deben modelar 2 parámetros(amplitud y varianza), ya que la longitud de onda central es conocida.
- **Modelo 2:** La suma de dos gaussianas (que correspondería a la suma de las lineas punteadas de la Figura 5) En total se deben modelar 4 parámetros: las dos amplitudes y varianzas de las gaussianas.

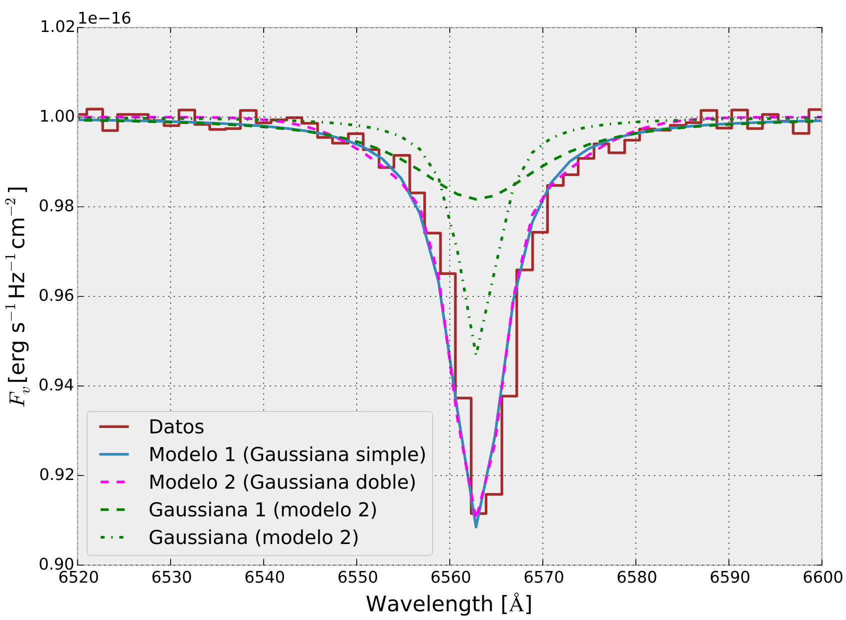

Figura 2: Espectro con los distintos modelos a utilizar

En particular, se pide estimar, usando métodos Bayesianos, los parámetros (por ejemplo, la esperanza E[θ] de los parámetros), y sus intervalos de 68 % de credibilidad.
También se busca determinar cuál de los dos modelos anteriores representa mejor a los datos. Para ello se pide utilizar métodos de selección Bayesiana de modelos para decidir cuál de los dos modelos es una mejor representación de los datos.

2. Procedimiento

En estadística Bayesiana, y aplicado para el caso de modelamiento de de funciones, se puede reescribir el teorema de Bayes para los parámetros $\vec{\theta}$ de un modelo M, dado los datos $\vec{d}$:

$$P(\vec{\theta}|\vec{d}, M) = \frac{P(\vec{d}|\vec{\theta}, M)P(\vec{\theta}|M)}{P(\vec{d}|M)} \tag{1}$$

En donde $P(\vec{d}|\vec{\theta}, M)$ se conoce como la verosimilitud, $P(\vec{\theta}|M)$ es la probabilidad a priori, y el término del denominador se considera como una constante de normalización (dado que no afecta al modelo en sí y es muy complejo de calcular).

Es por ello que se dice en general que $P(\vec{\theta}|\vec{d}, M)$ es *proporcional* a la verosimilitud por la probabilidad a priori.

Para un set de datos $\vec{d} = (\vec{x}, \vec{y})$, sets de parámetros $\vec{\theta}_1 = (A, \sigma)$ y $\vec{\theta}_2 = (A_1, \sigma_1, A_2, \sigma_2)$ asociados a los modelos M_1 y M_2 respectivamente, se puede calcular ala probabilidad de obtener la muestra como se mencionó en la ecuación (1).

Para poder realizar lo anterior, es necesario definirse un set de parámetros iniciales como *adivinanza*, los cuales deben intentar ser cercanos a los parámetros del modelo, y con cierta desviación asociada a dichos parámetros.

En general se definen todos los parámetros iniciales (*adivinanzas*) al ver la imagen del enunciado, a excepción de la amplitud de la gaussiana del primer modelo, en donde se define como la diferencia entre el mínimo valor y el máximo valor de F_ν.

Los valores utilizados se resumen a continuación:

1. Modelo 1:
   - Amplitud: 9.167e-18 [erg $\mathrm{s}^{-1}\mathrm{Hz}^{-1}\mathrm{cm}^{-2}\mathring{A}$]
   - Varianza: 6 [$\mathring{A}$]
2. Modelo 2:
   - Amplitud 1: 0.02e-16 [erg $\mathrm{s}^{-1}\mathrm{Hz}^{-1}\mathrm{cm}^{-2}\mathring{A}$]
   - Varianza 1: 6 [$\mathring{A}$]
   - Amplitud 2: 0.07e-16 [erg $\mathrm{s}^{-1}\mathrm{Hz}^{-1}\mathrm{cm}^{-2}\mathring{A}$]
   - Varianza 2: 1.5 [$\mathring{A}$]

3. Resultados

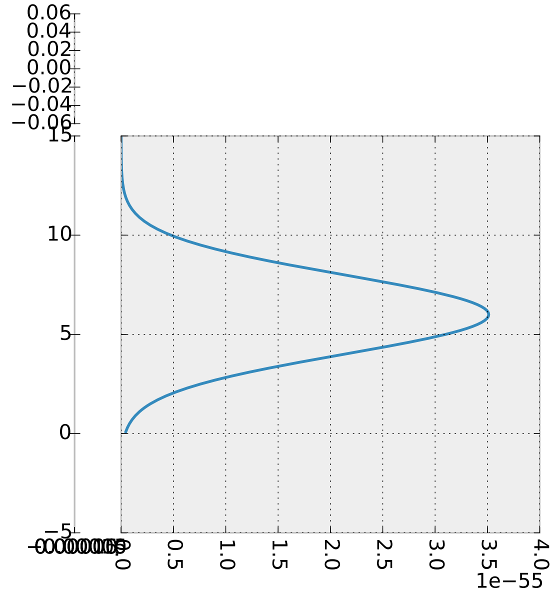

Figura 3: Grilla

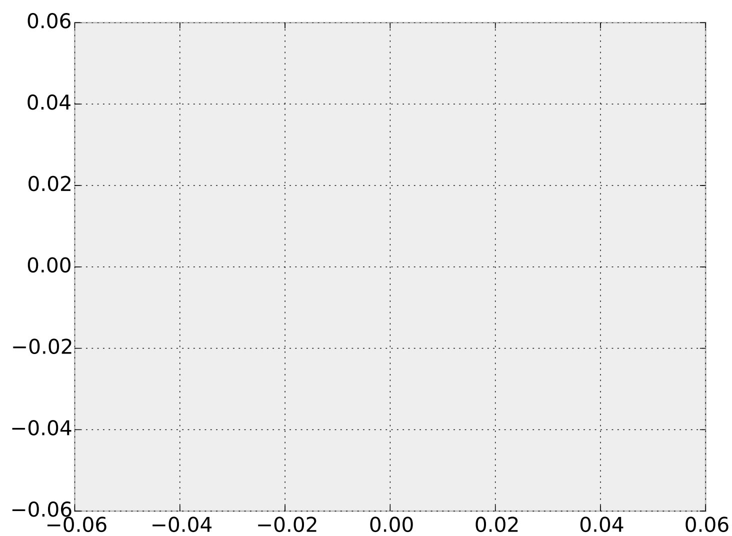

Figura 4: Densidad de probabilidad de la Amplitud para el modelo 1

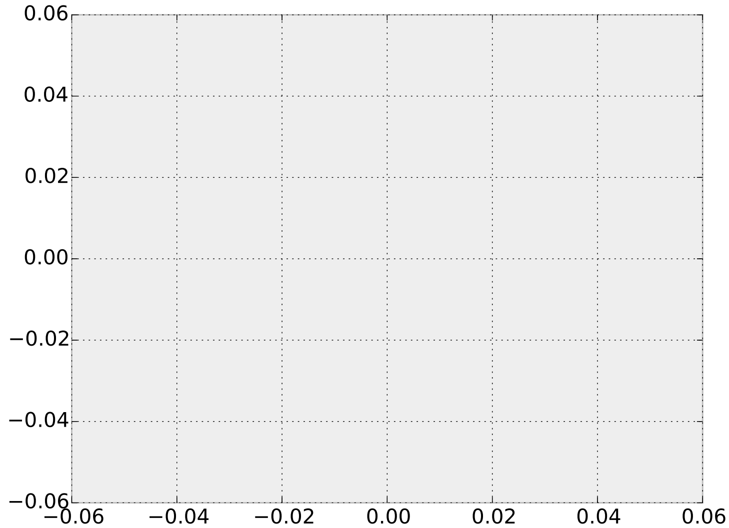

Figura 5: Densidad de probabilidad de la varianza para el modelo 1

4. Conclusiones

No se alcanzó a terminar el trabajo debido a falta de tiempo. En general, se intentó calcular los parámetros a través de las técnicas de Bayes, pero todos los resultados arrojaron el valor "NaN". Es posible que esto se deba a que se hayan escogido mal las grillas en donde se está trabajando (como puede notarse en la Figura 3).

Al no haber podido calcular las densidades de probabilidad, tampoco se pudo estimar qué modelo era mejor que otro.