

# PRJ - 22 - Projeto Conceitual de Aeronave

## Lab 04

### Atividade Individual

Cap Eng João A. **Dantas** de J. Ferreira  
dantas@ita.br

Prof. Roberto **Gil** Annes da Silva  
gil@ita.br

## Instruções

1. Data de entrega: 20/04/2025, 23:59;
2. Todos devem enviar os relatórios através do Google Classroom - enviar um arquivo compactado (.zip ou .rar) com o relatório e o código escrito - o código deve ter comentários. Coloquem o nome do arquivo compactado como sendo “nome\_número\_do\_lab.zip” (por exemplo, marcos\_03.zip), com um nome curto (não coloquem o nome completo aqui). Dentro do arquivo do relatório, coloquem o nome completo;
3. Os arquivos devem funcionar sem necessidade de alterações e/ou outros arquivos (enviem todos os arquivos necessários, incluindo o design\_tools, por exemplo.);
4. Deduções por atraso: a cada dia, 2,0 pontos são descontados da nota final;
5. Todos devem entregar um pequeno relatório com os itens da seção “Exercício”;
6. Podem discutir soluções com outros alunos, mas não podem compartilhar códigos.

## 1 Aerodinâmica

O módulo de aerodinâmica é responsável por utilizar a descrição tridimensional da aeronave para estimar uma polar de arrasto da forma:

$$C_D = C_{D0} + K \cdot C_L^2 \quad (1)$$

Esse módulo também deve estimar  $C_{Lmax}$ .

O arrasto parasita vai ser estimado baseando-se no coeficiente de fricção e na área molhada:

$$C_{D0} = C_{fe} \cdot \frac{S_{wet}}{S_{ref}}, \quad (2)$$

E o arrasto induzido vai ser baseado no fator de Oswald ( $e$ ):

$$K = \frac{1}{\pi \cdot AR_w \cdot e} \quad (3)$$

### 1.1 Inputs

Os inputs para esse módulo são:

- Parâmetros geométricos da asa:  $S_w$ ,  $AR_w$ ,  $c_{r,w}$ ,  $\lambda_w$ ,  $\Lambda_w$ ,  $(t/c)_{r,w}$ ,  $(t/c)_{t,w}$ , e  $b_w$ .
- Parâmetros geométricos da empenagem horizontal:  $S_h$ ,  $c_{r,h}$ ,  $\lambda_h$ ,  $(t/c)_{r,h}$ , e  $(t/c)_{t,h}$ .
- Parâmetros geométricos da empenagem vertical:  $S_v$ ,  $c_{r,v}$ ,  $\lambda_v$ ,  $(t/c)_{r,v}$ , e  $(t/c)_{t,v}$ .
- Parâmetros da fuselagem:  $L_f$ , e  $D_f$ .

- Parâmetros da nacele:  $L_n$ , e  $D_n$ .
- Parâmetros das condições de voo:  $M$ , e  $h$ .
- Parâmetros dos motores:  $n_{eng}$ ,  $n_{eng,w}$ , e  $n_{eng,f}$ .
- Parâmetros do flap:  $\delta_{flap}$ ,  $\delta_{flap,max}$ , **flap\_type**,  $c_{flap}/c_w$ , e  $b_{flap}/b_w$ .
- Parâmetros do slat:  $\delta_{slat}$ ,  $\delta_{slat,max}$ , **slat\_type**,  $c_{slat}/c_w$ , e  $b_{slat}/b_w$ .
- Parâmetro do trem de pouso: **lg\_down**.
- Parâmetro do efeito solo:  $h_{ground}$ .
- Parâmetro do arrasto de excrescência:  $k_{exc}$ .
- Parâmetro de peso:  $W_0$ .

## 1.2 Outputs

Os outputs desse módulo são:

- Polar de arrasto:  $C_{D0}$ ,  $K$ , e  $C_{Lmax}$ .
- Parâmetros da fuselagem:  $S_{wet,f}$ ,  $S_{wet,w}$ ,  $S_{wet,h}$ ,  $S_{wet,v}$ ,  $S_{wet,n}$ .

## 1.3 Função do módulo de Aerodinâmica

Cada aluno deve usar a função fornecida para calcular os coeficientes aerodinâmicos listados. A função é escrita como:

```
def aerodynamics(aircraft, Mach, altitude, n_engines_failed,
                 flap_def, slat_def, lg_down, h_ground, W0_guess)
.
.
.
return aero, CLmax
```

A variável **aircraft** é, mais uma vez, um dicionário. Os elementos desse dicionário são:

- As variáveis já definidas pela função **default\_aircraft**; e
- Possíveis variáveis calculadas nos Labs anteriores.

O output da função é outro dicionário (**aero**) e o  $CL_{max}$ :

```
aero['CD0']
aero['K']
aero['Swet_f']
aero['Swet_w']
aero['Swet_h']
aero['Swet_n']
aero['Swet_v']
```

Esse dicionário **não** deve ser adicionado ao dicionário **aircraft**, já que os coeficientes variam com a situação: a polar de arrasto de pouso é significativamente diferente da polar de cruzeiro, por exemplo.

Os tipos de flaps podem ser: 'plain', 'slotted', 'fowler', 'double slotted' ou 'triple slotted'.

Os tipos de slats podem ser: 'fixed', 'flap', 'kruger' e 'slat'.

## 1.4 Esquema geral do Código

Nós já temos uma função construída (**geometry**) no nosso arquivo **design\_tools.py**. Note que alguns inputs necessários são outputs do Lab anterior.

Cada aluno irá, portanto, usar 3 arquivos .py: o arquivo com as ferramentas de projeto (**design\_tools.py** - com todas as funções, incluindo as fornecidas), o script de análise (com as definições de variáveis e as chamadas de funções) e o que possui as funções auxiliares (fornecido). É recomendado que um arquivo adicional seja criado para cada exercício (pois alguns irão necessitar de diferentes análises).

## 1.5 Caso de testes

Considere um caso de testes com os inputs do Lab anterior e:

```
Mach = 0.3
altitude = 10.668000000000001
n_engines_failed = 1
flap_def = 0.3490658503988659
slat_def = 0.0
lg_down = 1
h_ground = 10.668000000000001
W0_guess = 422712.9
```

Você deve obter os seguintes resultados:

```
{
  "CD0": 0.07528241667668555,
  "K": 0.04101373267784699,
  "Swet_f": 295.7081245265254,
  "Swet_w": 156.30901831103114,
  "Swet_h": 37.30320910973085,
  "Swet_n": 40.52654523130833,
  "Swet_v": 30.667999999999996
}
CLmax = 2.544750781316997
```

## 1.6 Exercício

Considere as seguintes condições:

```
altitude = 11000
n_engines_failed = 0
flap_def = 0.0
slat_def = 0.0
lg_down = 0
h_ground = 0
```

E a seguinte modificação na aeronave padrão:

```
sweep_w = 20*np.pi/180
```

1. Gere um gráfico de pizza (ou similar) com as contribuições para a área molhada total.
2. Gere um plot de  $C_{D0}$  como função de  $M$  (número de Mach) para o intervalo  $0,6 < M < 0,9$ . Então aumente o enfilechamento da asa em intervalos de  $5^\circ$  até chegar em  $40^\circ$  e desenhe as novas curvas de arrasto **no mesmo plot**.
3. Calcule  $C_{Lmax}$  para os mesmos ângulos de enfilechamento descritos acima e gere o plot de  $C_{Lmax}$  como função do enfilechamento da asa.
4. **Baseando-se nos dois plots anteriores**, escolha um ângulo de enfilechamento considerando que o Mach de cruzeiro da aeronave é 0,80. O que influenciou a sua decisão?
5. **Redefina a aeronave para a aeronave padrão** e calcule os coeficientes da polar de arrasto para as seguintes condições:

- Cruzeiro:

```
Mach = 0.75
altitude = 11000
n_engines_failed = 0
flap_def = 0.0
slat_def = 0.0
lg_down = 0
h_ground = 0
```

- Decolagem:

```
Mach = 0.2
altitude = 0
n_engines_failed = 0
flap_def = 20*np.pi/180
slat_def = 0.0
lg_down = 1
h_ground = 10.67
```

- Pouso:

```
Mach = 0.2
altitude = 0
n_engines_failed = 0
flap_def = 40*np.pi/180
slat_def = 0.0
lg_down = 1
h_ground = 10.67
```

Use os coeficientes para desenhar polares de arrasto para essas três configurações **no mesmo plot**. Você pode usar  $C_{Lmin} = -0.5$  como o limite mínimo para o coeficiente de sustentação nesse plot.

6. É importante calcular os valores máximos de L/D para a aeronave nas diferentes configurações calculadas no item anterior. Faça uma tabela com esses valores.

**Resuma seus resultados em um documento em PDF.**

## A Construção do código

Para entender o funcionamento do código fornecido, acompanhe as seções a seguir:

### A.1 Coeficiente de arrasto parasita

Nós vamos estimar o arrasto parasita baseado na razão entre a área molhada e a área de referência (geralmente, a área da asa).

Primeiro vamos calcular a área em planta exposta da asa (em relação à fuselagem) com:

$$S_{exp,w} = S_w - c_{r,w} \cdot D_f \quad (4)$$

Em seguida, calculamos a área molhada da asa com:

$$S_{wet,w} = 2 \cdot S_{exp,w} \cdot \left( 1 + \frac{(t/c)_{r,w}}{4 \cdot (1 + \lambda_w)} \cdot \left( 1 + \lambda_w \cdot \frac{(t/c)_{r,w}}{(t/c)_{t,w}} \right) \right) \quad (5)$$

Agora repetimos o processo para a empenagem horizontal. Dessa vez, podemos considerar toda a área em planta da cauda como área exposta.

$$S_{exp,h} = S_h \quad (6)$$

Então computamos a área molhada da empenagem horizontal com:

$$S_{wet,h} = 2 \cdot S_{exp,h} \cdot \left( 1 + \frac{(t/c)_{r,h}}{4 \cdot (1 + \lambda_h)} \cdot \left( 1 + \lambda_h \cdot \frac{(t/c)_{r,h}}{(t/c)_{t,h}} \right) \right) \quad (7)$$

Podemos fazer isso mais uma vez para a empenagem vertical. A área exposta é:

$$S_{exp,v} = S_v \quad (8)$$

Então computamos a área molhada da empenagem vertical com:

$$S_{wet,v} = 2 \cdot S_{exp,v} \cdot \left( 1 + \frac{(t/c)_{r,v}}{4 \cdot (1 + \lambda_v)} \cdot \left( 1 + \lambda_v \cdot \frac{(t/c)_{r,v}}{(t/c)_{t,v}} \right) \right) \quad (9)$$

O próximo parâmetro que devemos calcular é a esbeltez da fuselagem:

$$\lambda_f = \frac{L_f}{D_f} \quad (10)$$

A área molhada da fuselagem é:

$$S_{wet,f} = \pi \cdot D_f \cdot L_f \cdot \left(1 - \frac{2}{\lambda_f}\right)^{2/3} \cdot \left(1 + \frac{1}{\lambda_f^2}\right) \quad (11)$$

Podemos estimar a área molhada das naceles com:

$$S_{wet,n} = n_{eng} \cdot \pi \cdot D_n \cdot L_n \quad (12)$$

A área molhada total será:

$$S_{wet} = S_{wet,w} + S_{wet,h} + S_{wet,v} + S_{wet,f} + S_{wet,n} \quad (13)$$

Os próximos passos nos ajudarão a calcular o coeficiente de fricção  $C_{fe}$ . Se escolhermos a área da asa como nossa área de referência ( $S_{ref} = S_w$ ), então a razão de áreas é:

$$S_r = \frac{S_{wet}}{S_w} \quad (14)$$

A espessura média da asa é:

$$(t/c)_w = \frac{(t/c)_{r,w} + (t/c)_{t,w}}{2} \quad (15)$$

O fator de correção da espessura ( $\tau$ ) é (Howe Eq. 6.13b):

$$\tau = \frac{S_r - 2}{S_r} + \frac{1.9}{S_r} \cdot (1 + 0.526 \cdot (4 \cdot (t/c)_w)^3) \quad (16)$$

O coeficiente de fricção pode ser computado com (Howe Eq. 6.13a):

$$C_{fe} = 0.005 \cdot \left(1 - 2 \frac{c_{lam}}{S_r}\right) \cdot \tau \cdot \left(1 - 0.2 \cdot M + 0.12 \cdot \left(\frac{M \cdot \sqrt{\cos \Lambda_w}}{A_f - (t/c)_w}\right)^{20}\right) \cdot T_f \cdot S_w^{-0.1} \quad (17)$$

Para aeronaves de transporte à jato podemos usar (Howe Tab. 6.4):

- fator do aerofólio:  $A_f = 0.93$
- fator de desvio de forma:  $T_f = 1.1$
- fração de escoamento laminar:  $c_{lam} = 0.05$

O coeficiente de arrasto parasita pode, finalmente, ser calculado como:

$$C_{D0} = C_{fe} \cdot S_r \quad (18)$$

## A.2 Coeficiente de Arrasto Induzido

Agora podemos concentrar no cálculo do coeficiente de arrasto induzido. Primeiro, precisamos calcular um parâmetro do afilamento:

$$f_\lambda = 0.005 \cdot (1 + 1.5 \cdot (\lambda_w - 0.6)^2) \quad (19)$$

então o fator de Oswald é (Howe Eq. 6.14):

$$e = \frac{1}{(1 + 0.12 \cdot M^6) \cdot \left(1 + \frac{0.142 + f_\lambda \cdot AR_w \cdot (10 \cdot (t/c)_w)^{0.33}}{(\cos \Lambda_w)^2} + 0.1 \cdot \frac{3 \cdot n_{eng,w} + 1}{(4 + AR_w)^{0.8}}\right)} \quad (20)$$

E o coeficiente de arrasto induzido é:

$$K = \frac{1}{\pi \cdot AR_w \cdot e} \quad (21)$$

O efeito solo pode mudar o coeficiente de arrasto induzido. Para o nosso código, assumiremos que só precisamos considerar o efeito solo se  $h_{ground} > 0$ . Se  $h_{ground} > 0$  devemos calcular:

$$GE = 33 \cdot \left( \frac{h_{ground}}{b_w} \right)^{1.5} \quad (22)$$

$$K_{GE} = \frac{GE}{1 + GE} \quad (23)$$

Então substituímos o coeficiente de arrasto induzido com (Raymer Eq. 12.61):

$$K = K \cdot K_{GE} \quad (24)$$

### A.3 Coeficiente de Sustentação Máximo e dispositivos hipersustentadores

Por agora, vamos estimar o coeficiente de sustentação máximo da asa limpa com:

$$C_{Lmax, clean} = 0.9 \cdot C_{Lmax_{airfoil}} \cdot \cos \Lambda_w \quad (25)$$

Os seguintes passos vão calcular as contribuições dos flaps e slats para o coeficiente de sustentação máximo e o coeficiente de arrasto parasita. Note que essas equações só serão necessárias se  $\delta_{flap, max} > 0$  e  $\delta_{slat, max} > 0$ .

Primeiro, vamos recalculer a corda na ponta da asa com:

$$c_{t,w} = \lambda_w \cdot c_{r,w} \quad (26)$$

A contribuição do flap para o arrasto parasita é (Raymer Eq. 12.37):

$$C_{D0, flap} = 0.0023 \cdot (b_{flap}/b_w) \cdot \frac{180 \cdot \delta_{flap}}{\pi} \quad (27)$$

em que  $\delta_{flap}$  está em radianos.

Agora nós precisamos calcular o enflechamento da asa na fração de corda correspondente à articulação do flap (which is located at  $2 - c_{flap}/c_w$ ). Você pode usar a função auxiliar `geo_change_sweep` do arquivo `aux_tools.py` para isso. Para converter o enflechamento no quarto de corda ( $\Lambda_w$ ) para o enflechamento na articulação do flap, podemos usar:

```
sweep_flap = geo_change_sweep(0.25, 2-c_flap_c_wing, sweep_w, b_w/2, cr_w, ct_w)
```

Podemos calcular o aumento de sustentação com (Raymer Eq. 12.21):

$$\Delta C_{Lmax, flap} = \Delta c_{lmax, flap} \cdot (b_{flap}/b_w) \cdot \cos \Lambda_{flap} \cdot \frac{\delta_{flap}}{\delta_{flap, max}} \quad (28)$$

O aumento 2D da sustentação depende do tipo de flap:

- plain flap:  $\Delta c_{lmax, flap} = 0.9$
- slotted flap:  $\Delta c_{lmax, flap} = 1.3$
- Fowler flap:  $\Delta c_{lmax, flap} = 1.3 \cdot c_{flap}/c_w$
- double-slotted flap:  $\Delta c_{lmax, flap} = 1.6 \cdot c_{flap}/c_w$
- triple-slotted flap:  $\Delta c_{lmax, flap} = 1.9 \cdot c_{flap}/c_w$

Seguimos um procedimento similar para dispositivos de bordo de ataque (que iremos nos referir, genericamente, como slats).

A contribuição para o arrasto parasita é (Raymer Eq. 12.37):

$$C_{D0, slat} = 0.0023 \cdot (b_{slat}/b_w) \cdot \frac{180 \cdot \delta_{slat}}{\pi} \quad (29)$$

onde  $\delta_{slat}$  está em radianos.

Agora precisamos calcular o enflechamento da asa na fração de corda correspondente à articulação do slat (que é localizada em  $c_{slat}/c_w - 1$ ). Você pode usar a função auxiliar (`geo_change_sweep`) para isso. Para converter o enflechamento no quarto de corda ( $\Lambda_w$ ) para o enflechamento na articulação do slat nós podemos usar:

```
sweep_slat = geo_change_sweep(0.25, c_slat_c_wing-1, sweep_w, b_w/2, cr_w, ct_w)
```

Podemos calcular o aumento de sustentação com (Raymer Eq. 12.21):

$$\Delta C_{Lmax,slat} = \Delta c_{lmax,slat} \cdot (b_{slat}/b_w) \cdot \cos \Lambda_{slat} \cdot \frac{\delta_{slat}}{\delta_{slat,max}} \quad (30)$$

O aumento 2D da sustentação depende do tipo de dispositivo de bordo de ataque:

- slot (fixo):  $\Delta c_{lmax,slat} = 0.2$
- leading edge flap:  $\Delta c_{lmax,slat} = 0.3$
- Kruger flap:  $\Delta c_{lmax,slat} = 0.3$
- moving slat:  $\Delta c_{lmax,slat} = 0.4 \cdot c_{slat}/c_w$

O máximo coeficiente de sustentação pode ser calculado como:

$$C_{Lmax} = C_{Lmax,clean} + \Delta C_{Lmax,flap} + \Delta C_{Lmax,slat} \quad (31)$$

E o coeficiente de arrasto parasita pode ser atualizado como:

$$C_{D0} = C_{D0} + C_{D0,flap} + C_{D0,slat} \quad (32)$$

#### A.4 Componentes adicionais e arrasto de excrecência

Se o trem de pouso está acionado (`lg_down` = 1), podemos calcular sua contribuição para o arrasto parasita com (ESDU):

$$C_{D0,lg} = 0.001 \cdot \left( 0.57 - 0.26 \cdot \frac{\delta_{flap}}{\delta_{flap,max}} \right) \cdot \left( \frac{W_0}{g} \right)^{0.785} \cdot \frac{1}{S_w} \quad (33)$$

em que  $g$  é a aceleração da gravidade. Não existe necessidade de calcular essa contribuição se o trem de pouso estiver retraído (`lg_down` = 0).

Se tivermos motores inoperantes, podemos calcular o aumento do arrasto devido aos efeitos de *windmilling* (Raymer Eq. 12.41).

$$C_{D0,windmill} = n_{eng,f} \cdot 0.3 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{D_n^2}{S_w} \quad (34)$$

Podemos atualizar o coeficiente de arrasto parasita mais uma vez com:

$$C_{D0} = C_{D0} + C_{D0,lg} + C_{D0,windmill} \quad (35)$$

Nós podemos, finalmente, aplicar um fator de arrasto de excrecência para considerar vazamentos e protuberâncias:

$$C_{D0} = \frac{C_{D0}}{1 - k_{exc}} \quad (36)$$

$k_{exc}$  é, geralmente, entre 0,03 e 0,06.

#### A.5 Arrasto de Onda

O arrasto de onda só deve ser estimado se a aeronave está voando em condições transônicas (ou seja, acima de um certo valor de número de Mach - vamos considerar 0,5 como esse número de Mach).

Vamos adaptar a equação de Korn para estimar o arrasto de onda. Vamos assumir que o  $C_L$  de voo deve satisfazer  $L = W$ .

Primeiro usamos a função `atmosphere` fornecida nos arquivos auxiliares para calcular as propriedades do ar na altitude de voo:

```
T,p,rho,mi = atmosphere(altitude, 288.15)
```

Use a temperatura para calcular a velocidade do som com:

$$a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T} \quad (37)$$

para o ar temos  $\gamma = 1.4$  e  $R = 287$ . Podemos encontrar a velocidade de voo com:

$$V = M \cdot a \quad (38)$$

Agora podemos estimar o coeficiente de sustentação baseado na relação  $L = W_0$ :

$$C_L = \frac{2 \cdot W_0}{\rho \cdot V^2 \cdot S_w} \quad (39)$$

Então calculamos o número de Mach de divergência com:

$$M_{dd} = \frac{0.95}{\cos \Lambda_w} - \frac{(t/c)_w}{(\cos \Lambda_w)^2} - \frac{C_L}{10 \cdot (\cos \Lambda_w)^3} \quad (40)$$

O número de Mach crítico é:

$$M_c = M_{dd} - \left( \frac{0.1}{80} \right)^{1/3} \quad (41)$$

Se o número de Mach de voo é acima do número de Mach crítico (ou seja,  $M > M_c$ ):

$$C_{D,wave} = 20 \cdot (M - M_c)^4 \quad (42)$$

do contrário:

$$C_{D,wave} = 0 \quad (43)$$

Por agora, podemos inserir o arrasto de onda no coeficiente de arrasto parasita:

$$C_{D0} = C_{D0} + C_{D,wave} \quad (44)$$

Note que forçamos  $L = W_0$  para calcular o  $C_L$  usado na Eq. 40, mas a equação de Korn pode ser usada para outros valores de  $C_L$ .