

# Numeričke metode: Izvještaj o analizi magnetnog polja i uzorkovanju raspodjele

Tatjana Novaković

5. avgust 2025.

## Zadatak 1: Analiza kvadranta magnetnog polja Sunca

### Opis zadatka

Početni skup podataka predstavlja intenzitet magnetnog polja na površini Sunca, dat u FITS formatu. Cilj je bio:

- Podijeliti sliku na četiri jednaka kvadranta: gornji lijevi (UL), gornji desni (UR), donji lijevi (LL), donji desni (LR),
- Izračunati srednju vrijednost i standardnu devijaciju za svaki kvadrant,
- Izračunati Pearsonov koeficijent korelacije između kvadranta UL i LR,
- Vizuelno prikazati sve kvadrante.

### Tehnička implementacija

Podaci su učitani pomoću biblioteke `astropy.io.fits`. Slika dimenzija  $ny \times nx$  je podijeljena na četiri dijela:

UL = gornja polovina, lijeva polovina itd.

Statistički rezultati po kvadrantima:

- **UL kvadrant:**

$$\mu = 73.16, \quad \sigma = 78.14$$

- **UR kvadrant:**

$$\mu = 51.46, \quad \sigma = 45.44$$

- **LL kvadrant:**

$$\mu = 196.90, \quad \sigma = 379.17$$

- **LR kvadrant:**

$$\mu = 65.21, \quad \sigma = 50.73$$

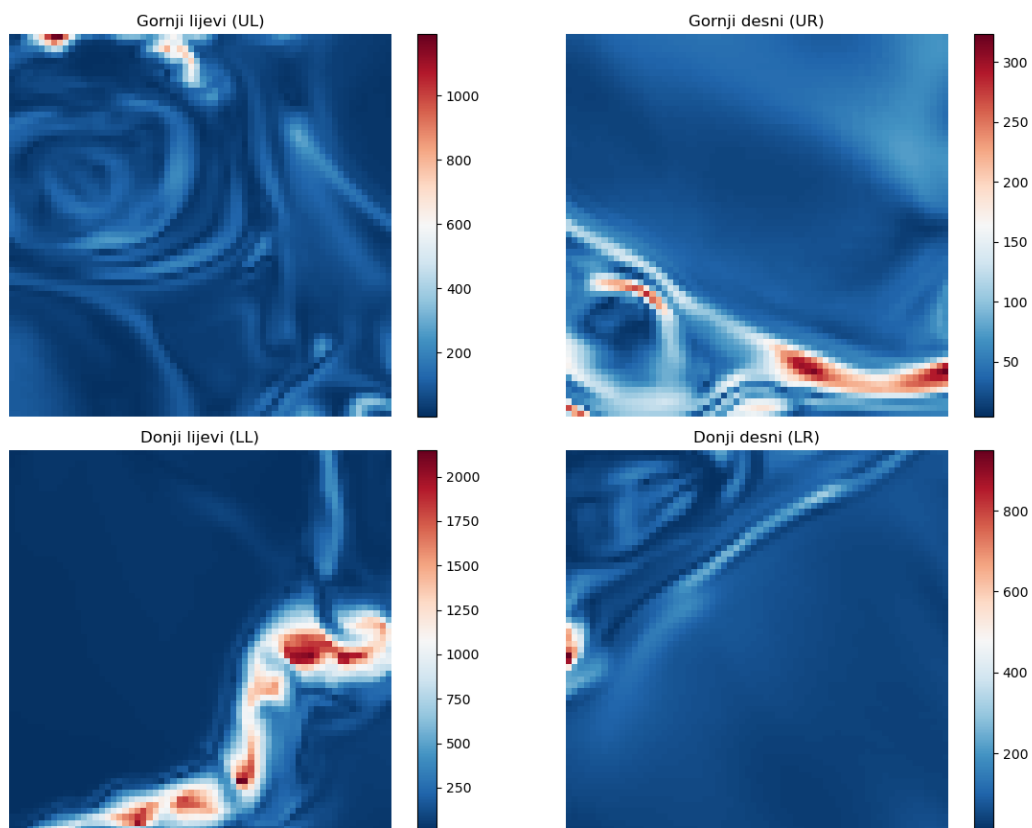
Koeficijent korelacije između UL i LR kvadranta:

$$r = 0.0007, \quad p = 9.66 \cdot 10^{-1}$$

što ukazuje na gotovo nepostojeću linearnu povezanost.

# Grafička analiza kvadranata

Vizuelni prikaz kvadranata magnetnog polja



Slika 1: Vizuelni prikaz svih kvadranata magnetnog polja. Koristi se kolormap `RdBu_r` koji naglašava odstupanja – crvena označava visoke vrijednosti polja, plava niske. Donji lijevi kvadrant (LL) jasno dominira po intenzitetu, s izraženim lokalnim maksimumima. UL i UR kvadranti imaju manje izražene promjene, dok LR pokazuje srednju varijabilnost.

## Zadatak 2: Uzorkovanje iz nelinearne raspodjele

### Opis problema

Posmatrana je funkcija:

$$f(x) = x + \sin(5\pi x) + 1, \quad x \in [0, 1]$$

koja je uvijek pozitivna na svom domenu. Na osnovu nje definišemo gustinu vjerovatnoće:

$$p(x) = \frac{f(x)}{C}$$

gdje je  $C$  konstanta normalizacije, tako da  $\int_0^1 p(x) dx = 1$ .

## Korak 1: Normalizacija funkcije

Numerički integrisana funkcija  $f(x)$ :

$$C = \int_0^1 f(x)dx \approx 1.6273$$

Dakle:

$$p(x) = \frac{x + \sin(5\pi x) + 1}{1.6273}$$

## Korak 2: Rejection sampling

Kao pomoćnu gustinu uzimamo:

$$g(x) = 1$$

jer je  $g(x)$  uniformna raspodjela. Određujemo maksimalni odnos  $p(x)/g(x)$ , tj. konstantu  $M$ :

$$M = \max_{x \in [0,1]} p(x) \approx 1.7833$$

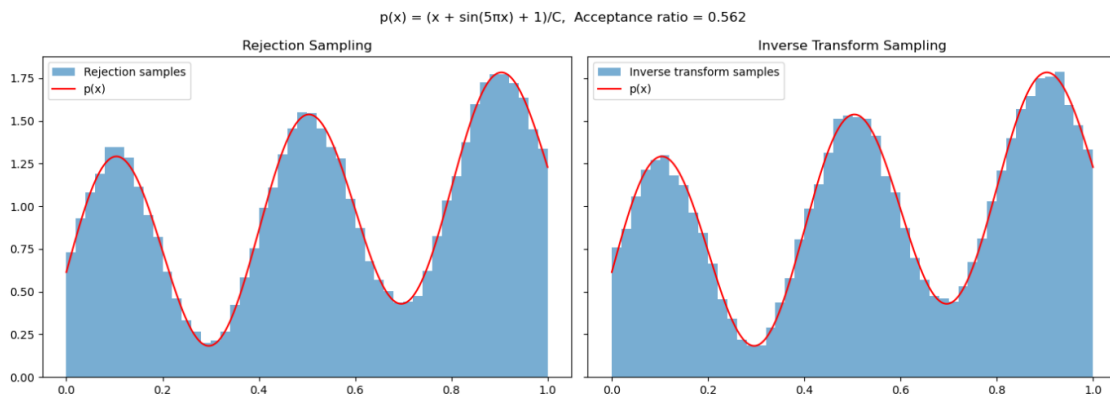
Na osnovu toga implementirana je rejection sampling procedura. Za  $N = 100000$  generisanih parova, prihvaćeno je:

$$\text{Acceptance ratio} = 0.562$$

## Korak 3: Inverzna transformacija

Kumulativna funkcija distribucije  $F(x)$  dobijena je kao numerički integral  $p(x)$ , a zatim interpolirana funkcijom  $F^{-1}(u)$  pomoću `interp1d`. Generisani su uzorci korišćenjem  $u \sim \text{Uniform}(0, 1)$ .

## Rezultati: Vizualizacija i poređenje



Slika 2: Poređenje metoda uzorkovanja. Lijevo: histogram uzoraka dobijenih rejection sampling metodom, desno: histogram uzoraka iz inverzne transformacije. Crvena linija u oba grafa prikazuje teoretsku funkciju gustine  $p(x)$ . Primjećujemo da se obje metode dobro slažu sa teorijskom funkcijom, uz očekivano glatkiji histogram kod inverzne metode. Oba pristupa efikasno aproksimiraju raspodjelu.

## Ključni rezultati

- Konstanta normalizacije:

$$C = 1.6273$$

- Maksimalna vrijednost gustine:

$$M = 1.7833$$

- Odnos prihvaćenih uzoraka:

$$\text{Acceptance ratio} = 0.562$$

## Zaključak

Prvi zadatak pruža osnovu za prostornu analizu astrofizičkih podataka. Razlike u intenzitetima kvadranata jasno ukazuju na postojanje lokalizovanih fenomena u magnetnom polju Sunca. Korišćenje Pearsonovog koeficijenta pokazuje slabu vezu između kvadranata, što je važno kod detekcije nezavisnih struktura.

Drugi zadatak prikazuje dvije metode generisanja brojeva prema proizvoljnoj distribuciji. Rejection sampling je jednostavan ali može imati manju efikasnost, dok inverzna transformacija zahtijeva numeričku aproksimaciju ali je efikasnija. Grafički prikazi potvrđuju ispravnost i preciznost implementacije.