

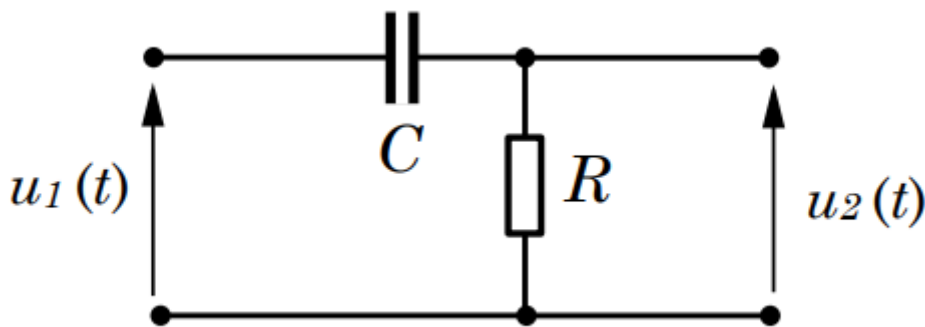
## Ćw.2: Czwórniki bierne

**Kacper Tatrocki**  
**Prowadząca: dr Małgorzata Harańczyk**

26.03.2023

### Zadanie 1.

Zmontować układ różniczkujący o stałej czasowej  $\tau = RC$  z przedziału  $\frac{0.1}{1} ms$ . Podając na wejście tego układu napięcie sinusoidalne zmierzyć stosunek amplitudy sygnału wyjściowego do amplitudy sygnału wejściowego. Sporządzić wykresy stosunku amplitud  $\frac{U_{wy}}{U_{we}}$  w funkcji częstotliwości  $f$ . Na ich podstawie wyznaczyć dolną częstotliwość graniczną i porównać ją z wartością teoretyczną.



### Wstęp Teoretyczny:

Co to układ różniczkujący? To układ elektroniczny którego napięcie wyjściowe jest proporcjonalne do szybkości zmian napięcia wejściowego.

Charakterystyka amplitudowa układu różniczkującego jest taka, że wzrasta ona proporcjonalnie do częstotliwości sygnału wejściowego.

Wiadomo, że impedancja dla prądów sinusoidalnych w tym układzie wynosi:

$$z_R = R, \quad z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

Zatem charakterystyka amplitudowa będzie wyglądać tak:

$$T(\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

Jak oznaczmy teraz  $\tau = RC$  i  $\omega_0 = \frac{1}{\tau}$  to wtedy:

$$T(\omega) = \frac{j\omega}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}, \quad |T(\omega)| = \left( \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

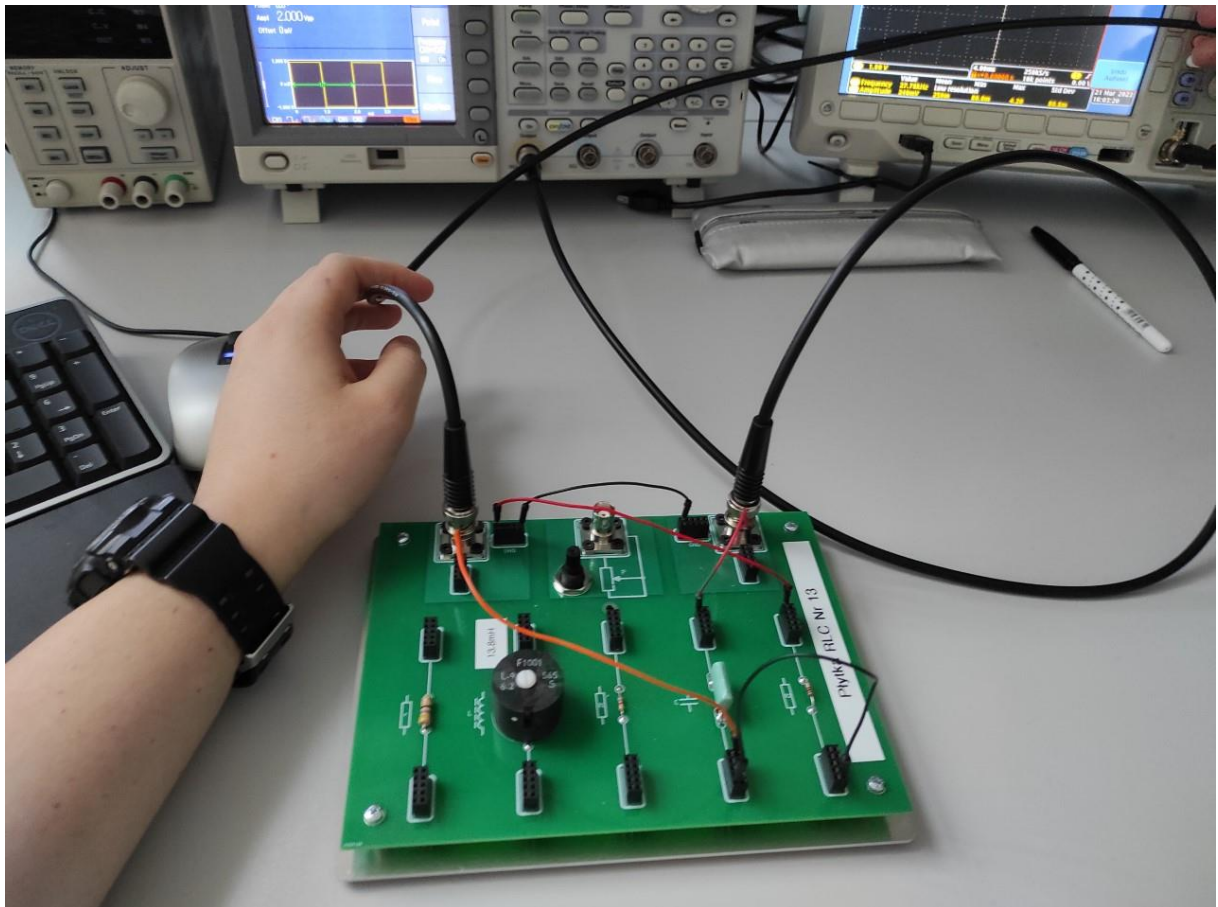
### Pomiary:

Po złożeniu układu na płytce RLC uzyskano poniższe pomiary:

$$R = 2.012 \text{ k}\Omega, C = 66 \text{ hF}$$

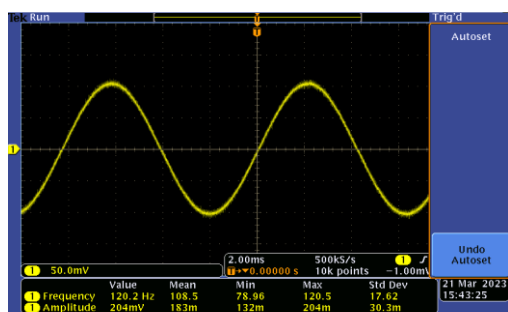
$$RC = 0.1338 \text{ ms (mieści się w przedziale),}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{0.1338} = 7,4738$$

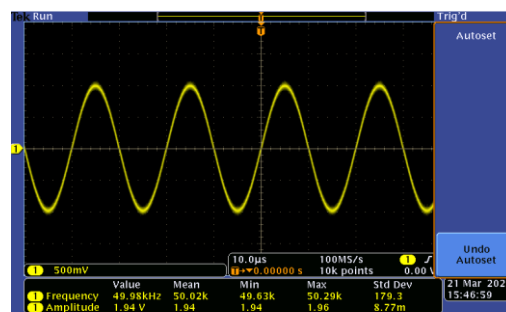


## Pomiary amplitudy sygnału wejściowego i amplitudy sygnału wyjściowego

$f(\text{Hz})$	$U_1$	$U_2$	$\frac{U_2}{U_1}$
30	1,96	0,048	0,024
50	1,96	0,084	0,043
80	1,96	0,134	0,068
120	1,96	0,402	0,205
240	1,96	0,780	0,398
500	1,96	1,290	0,658
1000	1,96	1,690	0,862
5000	1,96	1,910	0,974
50000	1,96	1,940	0,990
1000000	1,96	1,940	0,990



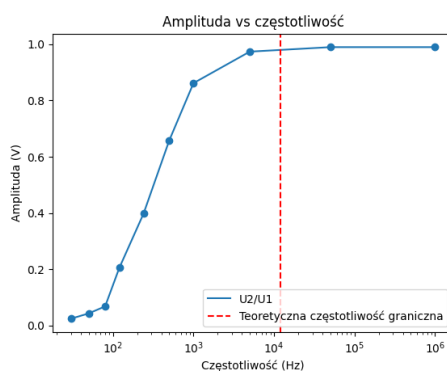
$$f = 120\text{Hz}$$



$$f = 50\text{kHz}$$

Obliczając teoretyczną wartość częstotliwości granicznej otrzymujemy:

$$f_t = \frac{\omega_0}{2\pi} = 11901\text{ Hz}$$



### Dyskusja błędów:

Widzimy na wykresie, że występują pewne błędy między wartościami teoretycznymi a rzeczywistymi pomiarami. Jest to spowodowane kilkoma czynnikami takimi jak:

- Wahanie miernika, po zmierzeniu wartości na Oporniku i Kondensatorze wartości się nieco zmniejszyły po podłączeniu okablowania.
- Zmierzone amplitudy i częstotliwości były wartościami średnimi, gdzie ich wartość została zapisana do 4 cyfr znaczących.

### Zadanie 2.

Sprawdzić odpowiedź układu różniczkującego na podawaną na wejście falę prostokątną o okresie T mniejszym, porównywalnym i większym od stałej czasowej  $\tau$ . Zaobserwować odpowiedź układu na impuls trójkątny.

#### Wstęp teoretyczny:

Łatwo obliczyć, że  $u_{1(t)} = \frac{Q(t)}{C} + u_2(t)$ . Różniczkując to równanie względem czasu oraz uwzględniając, że  $\frac{dQ(t)}{dt} = i(t)$ , otrzymamy  $\frac{du_1(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C} + \frac{du_2(t)}{dt}$ , a ponieważ  $i(t) = \frac{u_2(t)}{R}$

To mamy:  $\frac{du_1(t)}{dt} = \frac{u_2(t)}{RC} + \frac{du_2(t)}{dt}$

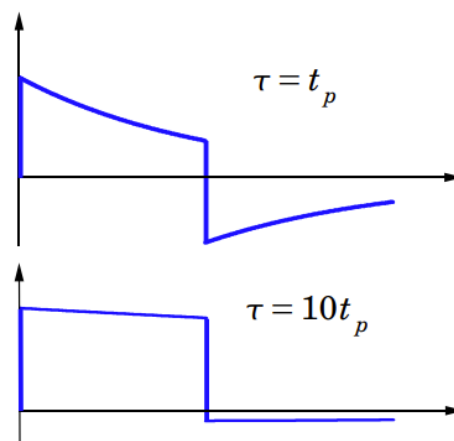
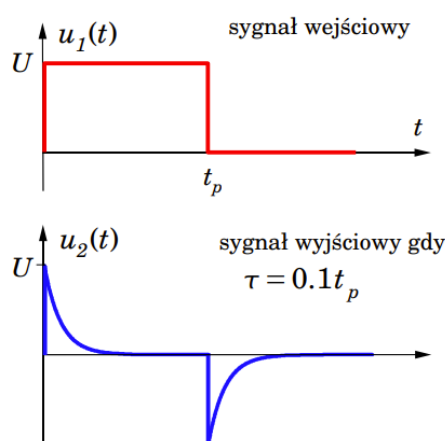
#### Impulsy prostokątne:

Dla impulsów prostokątnych wiadomo, że:

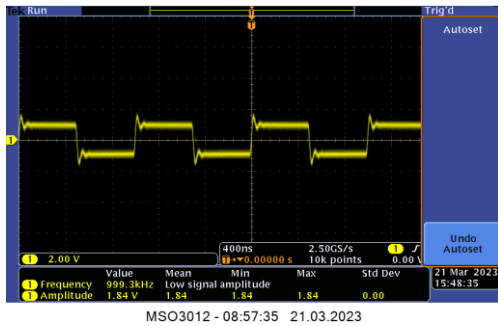
$$u_{1(t)} = 0 \text{ dla } t < 0 \text{ i } t > t_p$$

$$u_{1(t)} = U \text{ dla } 0 < t < t_p$$

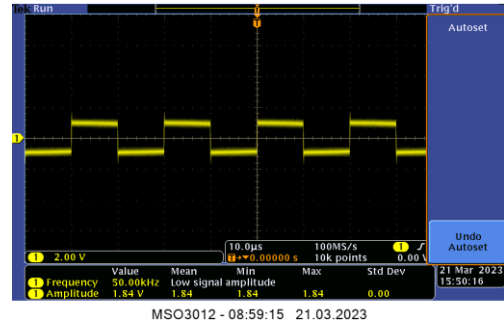
Poza punktami  $t = 0$  i  $t = t_p$ :  $u_2(t) = -\tau \frac{du_1(t)}{dt}$



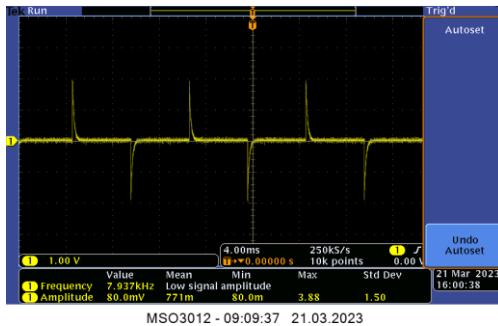
## Obserwacje:



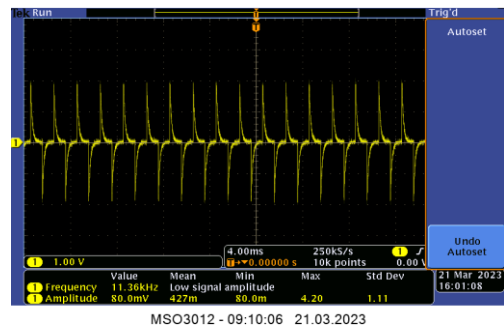
$F = 1\text{MHz}$



$F = 50\text{Hz}$



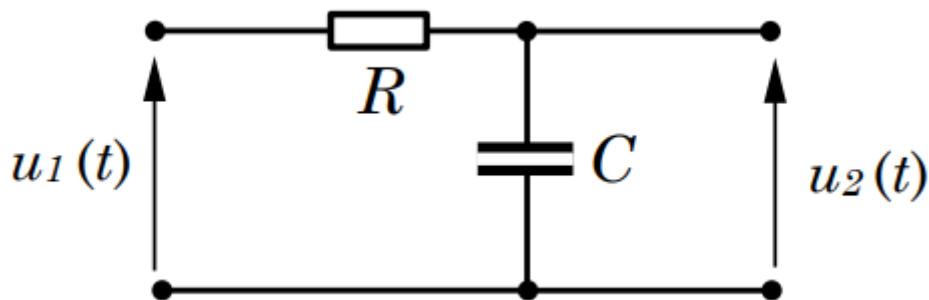
$F = 100\text{Hz}$



$F = 500\text{Hz}$

## Zadanie 3.

Przekonstruować badany układ różniczkujący na układ całkujący. Zmierzyć charakterystykę amplitudową i fazową. Wyznaczyć z nich górną częstotliwość graniczną i porównać z wartością teoretyczną. Podając na wejście falę prostokątną o okresach z zakresu  $\frac{0.5}{10} \tau$  zaobserwować przebiegi impulsów wyjściowych.



### Wstęp Teoretyczny:

Co to jest układ całkujący? To elektroniczny obwód, który jest zdolny do całkowania sygnału elektrycznego w czasie.

Charakterystyka amplitudowa układu całkującego jest taka, że maleje ona proporcjonalnie do częstotliwości sygnału wejściowego.

Charakterystyka fazowa układu całkującego przesuwają fazę sygnału o +90 stopni.

Impedancja dla elementów tego układu wynosi odpowiednio:

$$Z_R = R, \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

Zatem z wzoru na charakterystykę amplitudową dla czwórnik (który wyprowadziliśmy w 1. zadaniu) okres ma postać:

$$T(\omega) = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Przydatne również będą poniższe wzory:

$$|T(\omega)| = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$
$$\phi(\omega) = \operatorname{actg}\left(\frac{\operatorname{Im} T}{\operatorname{Re} T}\right) = -\operatorname{actg}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

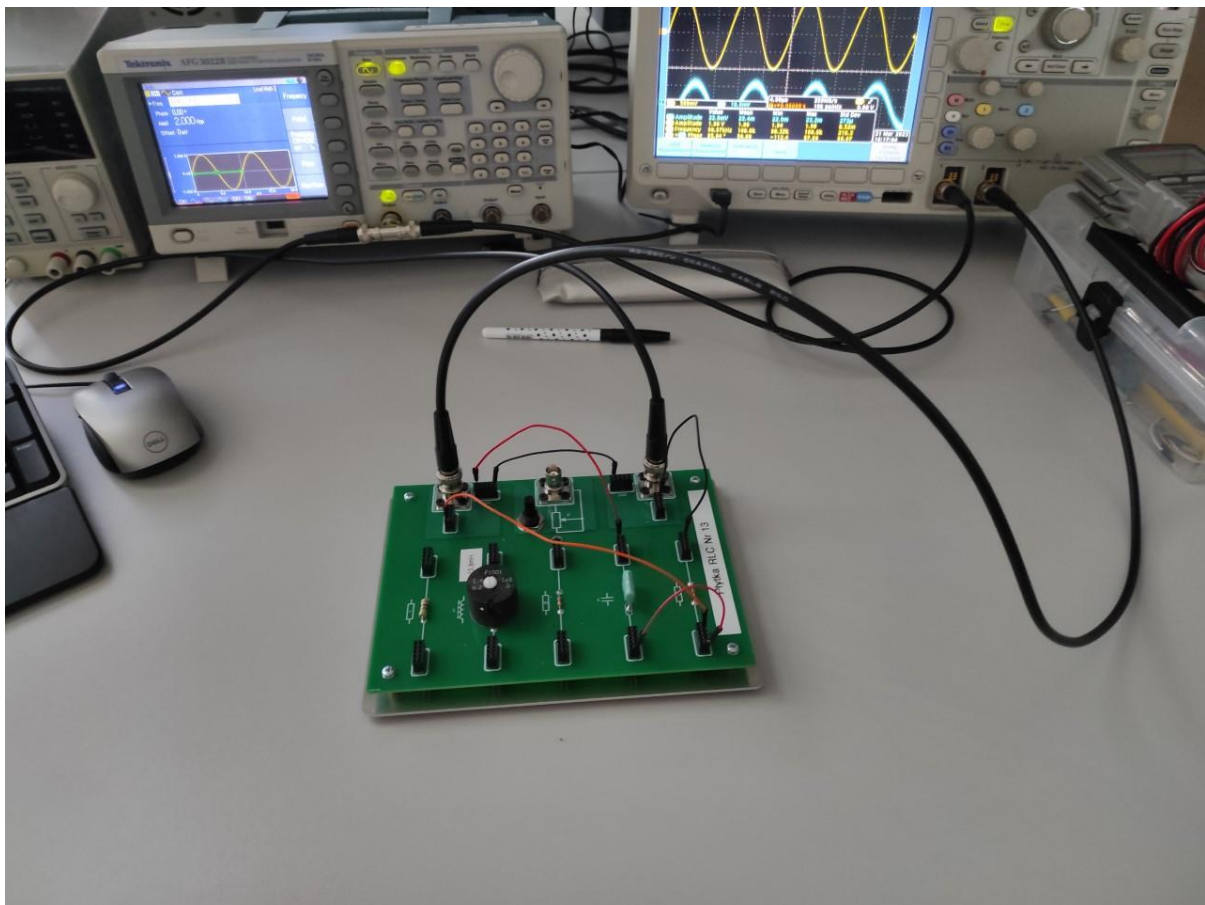
Pomiary:

Pomiar był robiony na tej samej płytce co w zadaniu nr.1 więc pomiary są takie same.

$$R = 2.012 \text{ k}\Omega, C = 66 \text{ nF}$$

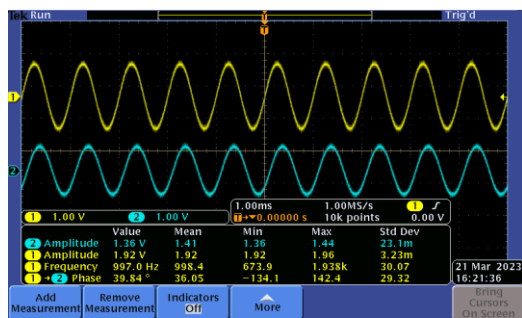
$$RC = 0.1338 \text{ ms (mieści się w przedziale),}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{0.1338} = 7,4738$$



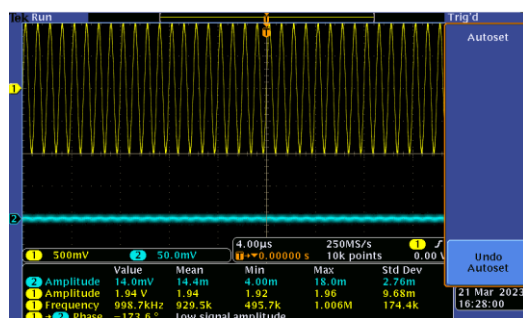
Pomiary amplitudy sygnału wejściowego, amplitudy sygnału wyjściowego oraz przesunięcie fazowe dla 10 różnych częstotliwości:

f (Hz)	U1	U2	U2/U1	phase diff
50	1,960	1,960	1,000	0,724
100	1,960	1,920	0,980	3,921
250	1,960	1,880	0,959	13,840
500	1,960	1,760	0,898	17,210
1000	1,920	1,360	0,708	39,840
10000	1,960	0,220	0,112	82,090
50000	1,960	0,045	0,023	86,320
100000	1,960	0,022	0,011	83,330
500000	1,960	0,018	0,009	120,500
1000000	1,940	0,014	0,007	173,600



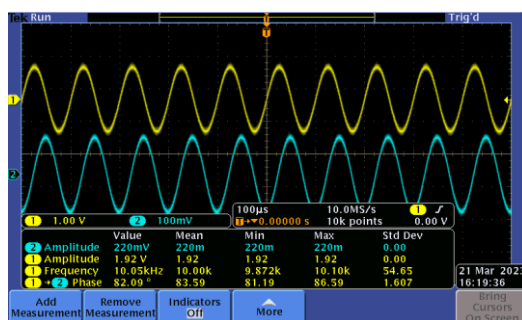
MSO3012 - 09:30:38 21.03.2023

$F = 1\text{kHz}$



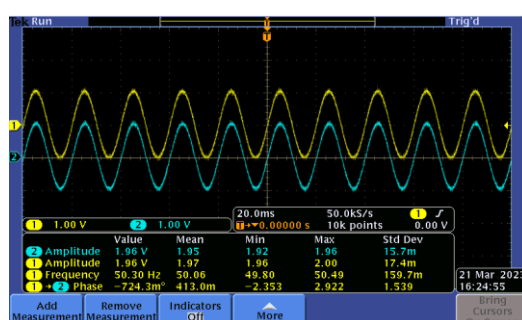
MSO3012 - 09:37:01 21.03.2023

$F = 1\text{MHz}$



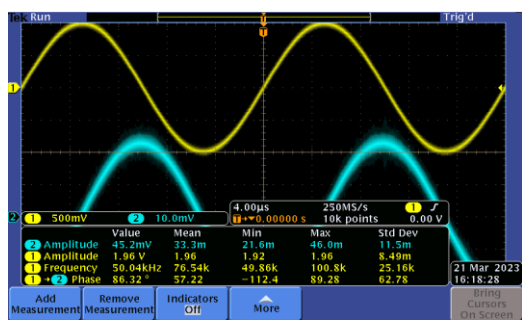
MSO3012 - 09:28:36 21.03.2023

$F = 1\text{kHz}$



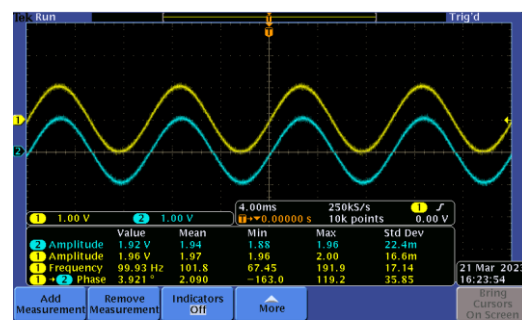
MSO3012 - 09:33:56 21.03.2023

$F = 50\text{Hz}$



MSO3012 - 09:27:30 21.03.2023

$F = 50\text{kHz}$



MSO3012 - 09:32:55 21.03.2023

$F = 100\text{Hz}$

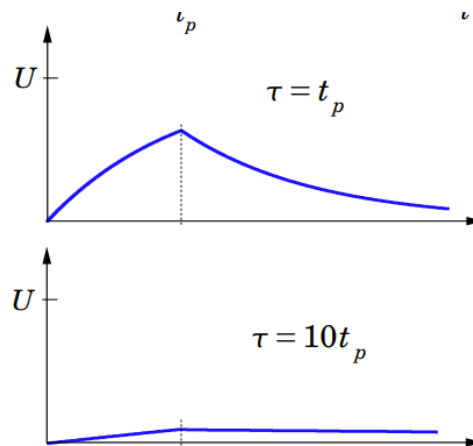
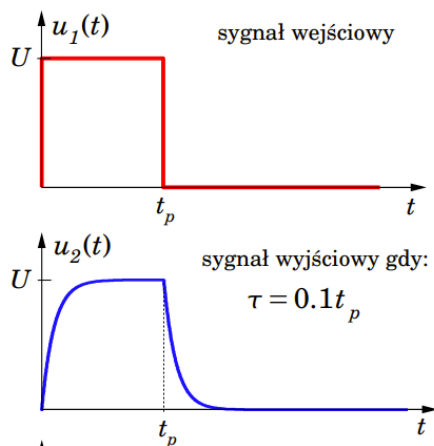
Przechodzenie sygnałów o dowolnym kształcie:

Rozwiązanie poniższego równania opisuje sygnał wyjściowy:  $u_1(t) = \tau \frac{du_2(t)}{dt} + u_2(t)$  (3)

Widać, że gdy  $\left| \tau \frac{du_2(t)}{dt} \right| > |u_2(t)|$ :

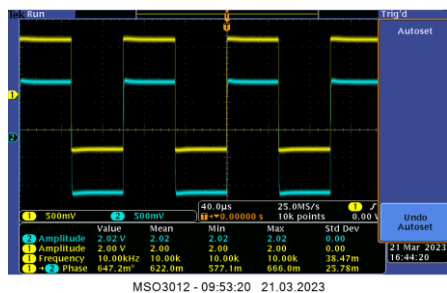


$$u_1(t) = \tau \frac{du_2(t)}{dt} \quad \text{czyli} \quad u_2(t) = \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^t u_1(t') dt'$$

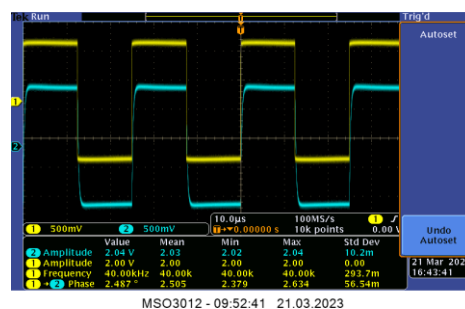


**Czas narastania impulsu** – jest to czas, w ciągu którego sygnał wyjściowy układu osiąga (najczęściej) od 10% do 90% wartości sygnału w stanie ustalonym.

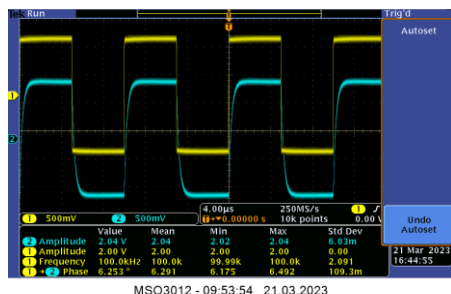
**Obserwacje:**



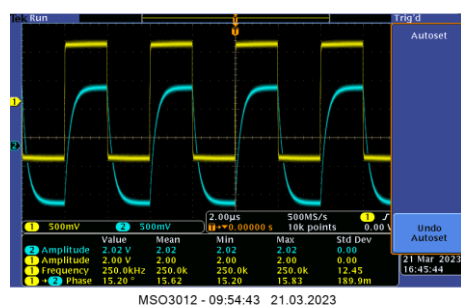
$F = 10\text{kHz}$



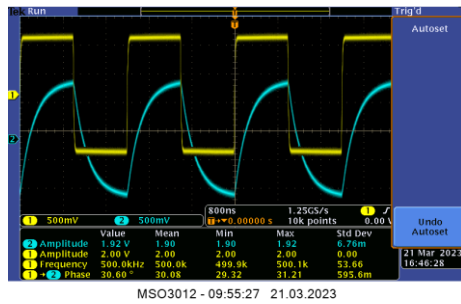
$F = 40\text{kHz}$



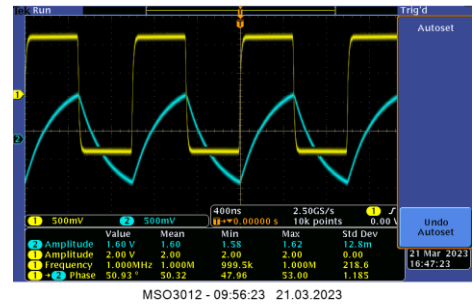
$F = 100\text{kHz}$



$F = 250\text{kHz}$



$F = 500\text{kHz}$



$F = 1\text{MHz}$

Widać, że dla wartości  $t_p$  dużo większych od  $\tau$  sygnał wyjściowy nie różni się znacząco od wyjściowego, jednak gdy  $t_p$  maleje, sygnał wyjściowy staje się coraz bardziej podobny do sygnału trójkątnego, a także maleje jego amplituda. Dla jeszcze większych  $t_p$  sygnał zaczyna się wypłaszczać.