# NUM1 – Pochodne Dyskretne

## 1. Cel:

W ćwiczeniu analizujemy błąd wartości pochodnej wyliczonej dzięki pomocy biblioteki numerycznej względem pochodnej liczonej wzorem.

## 2. Opis ćwiczenia:

Zaczynamy od wyznaczenia wartości zmiennej h (kilkaset wartości), obliczamy wartość pochodnej numerycznej dla wyznaczonej liczby h i podanego punktu. Idąc dalej obliczamy błąd między pochodnymi numerycznymi a dokładnym wynikiem kończąc na wygenerowaniu wykresu. Przy pomocy odpowiedniej komendy 'make' wykonujemy poszczególne części programu dla typu float (binary32) oraz double (binary64).

## 3. Teoria:

Wyniki obliczeń numerycznych są obarczone błędami. Dysponując skończoną ilością pamięci niemożliwe jest reprezentowanie wszystkich liczb rzeczywistych. Jak wiadomo pochodna funkcji f(x) wyraża się wzorem:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Możliwe jest obliczenie przybliżonej wartości f'(x) określając małe h. Wyprowadzono dwie metody na jej przybliżenie numeryczne:

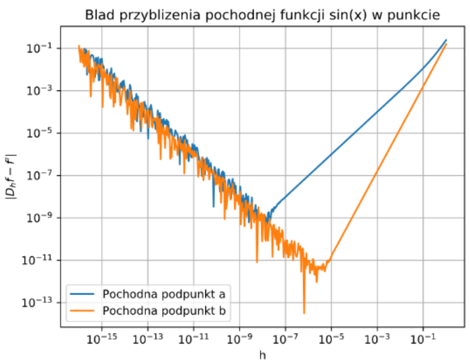
$$\text{(a)} \quad D_h f(x) \equiv \frac{f(x+h)-f(x)}{h},$$
$$\text{(b)} \quad D_h f(x) \equiv \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}.$$

Pierwsza myśl jaka przychodzi do głowy to wybranie jak najmniejszego argumentu 'h' lecz dzielenie przez małą liczbe może prowadzić do ogromnego błędu. Również wybranie dużego 'h' nie jest dobrym pomysłem gdyż oddalają się względem siebie punkty 'h' i 'x + h'.

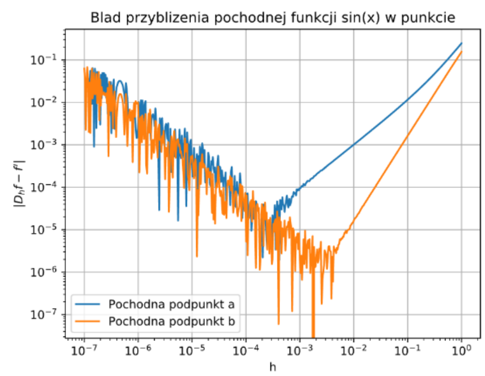
# 4. Wyniki:

Poniżej przedstawiono wykresy błędu dla pochodnej funckji sin(x), gdzie x = 0.2. Błąd jest obliczany z poniższego wzoru:

$$|D_h f(x) - f'(x)|$$




*Wykres dla typu double (binary64)*




*Wykres dla typu float (binary32)*

Można zauważyć że trzeba znaleźć ‘złoty środek’, za małe ‘h’ może prowadzić do ogromnych błędów, a za duże ’h’ błędu poprzez rośnięcie liniowe przez dobór tego właśnie argumentu. Widać także, że metoda b) pozwala na uzyskanie znacząco mniejszego błędu.

# 5. Podsumowanie:

Kluczowe jest znalezienie odpowiedniego parametru ‘h’ do zmniejszenia błędu obliczeniowego podczas różniczkowania numerycznego. Z wykresów widzimy, że wybranie odpowiedniego typu danych wpływa minimalnie na wartość błędu (ale wpływa!).

*Kacper Tatrocki (kacper.tatrocki@student.uj.edu.pl)*