

# NUM2 – Wrażliwość układów równań

## 1. Cel:

Celem tego ćwiczenia jest przedstawienie jak wpływają zaburzenia danych na układ równań

## 2. Opis ćwiczenia:

Zaczynamy od obliczania dwóch równań składających się z dwóch macierzy A oraz wektora b, modyfikujemy jeden wyraz wektora o  $10^{-5}$  i powtarzamy operacje z obliczaniem dwóch równań z tym właśnie zmodyfikowanym wektorem. Kończąc wyznaczamy długość różnicy między wektorami (wektor oryginalny ze zmodyfikowanym).

## 3. Teoria

Narzędziem które pozwala nam na określenie uwarunkowania układów równań liniowych jest kappa, która wyraża się wzorem:

$$\kappa = ||\mathbf{A}|| \cdot ||\mathbf{A}^{-1}||$$

$||\mathbf{A}||$  - norma macierzy jest równa jej największej wartości własnej

$||\mathbf{A}^{-1}||$  - norma macierzy odwrotnej do A

Podstawiając te dwa stwierdzenia możemy otrzymać wzór postaci:

$$\kappa = \frac{\max_i |\lambda_i|}{\min_i |\lambda_i|}$$

Ważne jest to abyśmy potrafili stwierdzać które układy są dobrze uwarunkowane ponieważ może to niespodziewanie źle wpłynąć na dokładność wykonanych obliczeń i efektywność algorytmów. Im mniejszy współczynnik uwarunkowania tym układ równań jest lepiej uwarunkowany i bardziej odporny na zaburzenia danych.

## 4. Wyniki:

```
kacper@kacper-VirtualBox:~/num2$ make matrix
python3 num2.py
y_1: [ 2.03163246 -1.03652186 3.22032664 -3.52251753 -0.1394951 ]
y_2: [ 1.99998045 -0.33814056 3.42431038 -3.56662167 0.0329788 ]
y'_1: [ 2.03163717 -1.0365219 3.22032706 -3.52251858 -0.13949605 ]
y'_2: [ 3.42873475 -31.86258864 -5.78337449 -1.57579144 -7.7523748 ]

delta_1: 4.934587135822541e-06
delta_2: 33.84063773584277
kacper@kacper-VirtualBox:~/num2$
```

## 5. Podsumowanie:

Po powyższych wynikach widać kolosalną różnicę między tymi dwoma wektorami mimo że poszczególne elementy macierzy różniły się tylko o kilka miejsc dziesiętnych. Widać po zaburzeniu danych, że druga macierz jest źle uwarunkowana.