เซต
(Sets)

เซตเป็นความรู้พื้นฐานของการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการจัดกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ และการจัดการสมาชิกที่อยู่ภายในกลุ่มหรืออาจเรียกว่าสมาชิกภายในเซต ในหัวข้อจะทำการศึกษาเกี่ยวกับ

- ความหมายของเซต
- สัญลักษณ์ที่ใช้แทนเซต
- การเขียนเซต
- ลักษณะของเซต
- ความสัมพันธ์ของเซต
- สับเซต
- เพาเวอร์เซต
- เอกภพสัมพัทธ์
- การดำเนินการระหว่างเซต
- แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์

1. ความหมายของเซต

เซต (Sets) เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความหมายเหมือนกับกลุ่ม หมู่ ฯลฯ เพื่อแสดงถึงการรวมกลุ่ม รวมพวก และต้องระบุได้แน่นอนว่าสิ่งใดอยู่หรือไม่อยู่ในเซต ซึ่งสิ่งที่อยู่ภายในเซตเรียกว่า สมาชิก

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> ลักษณะของเซต

เซต	สมาชิกของเซตประกอบด้วย
เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์	วันอาทิตย์, วันจันทร์, วันอังคาร, วันพุธ, วันพฤหัสบดี, วันศุกร์, วันเสาร์
เซตของจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 5 ลงตัว	5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, ...
เซตของคำตอบของสมการ $X^2 - 4 = 0$	2, -2

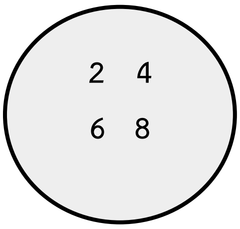
สัญลักษณ์ที่ใช้แทนเซต ชื่อและสมาชิกของเซต

- สามารถใช้วงกลม, วงรี แทนเซตต่าง ๆ ได้
- **ชื่อเซต** นิยมใช้ อักษรตัวใหญ่ทั้งหมด เช่น A, B, C, ...
- **สมาชิกในเซต** เขียนแทนด้วย อักษรตัวเล็ก ขึ้นอยู่กับสมาชิกในเซต
- สัญลักษณ์ $\in$ แทนคำว่า "เป็นสมาชิกของ"

  $\notin$ แทนคำว่า "ไม่เป็นสมาชิกของ"
- จำนวนสมาชิกของเซต ใช้สัญลักษณ์ n() หรือ |*ชื่อเซต* |

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> วิธีการระบุเซตและสมาชิกภายในเซต

- เซต A เป็นเซตของเลขคู่ ที่อยู่ระหว่าง 1 – 10



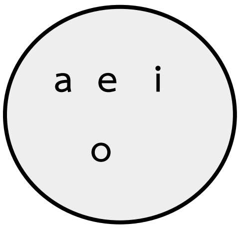
A

$2 \in A$, $4 \in A$, $6 \in A$, $8 \in A$

$3 \notin A$, $5 \notin A$

$n(A) = 4$ หรือ $|A| = 4$

- เซต B เป็นเซตของสระภาษาอังกฤษ



$a \in B$, $e \in B$, $i \in B$, $o \in B$, $u \in B$

$b \notin B$, $z \notin B$

$n(B) = 5$ หรือ $|B| = 5$

B

2. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนเซต

ในทางคณิตศาสตร์เซตบางเซตจะมีการอ้างอิงถึงบ่อยครั้ง ทำให้มีการกำหนดสัญลักษณ์ตัวอักษรขึ้นบางตัวขึ้นมาเพื่อใช้แทนเซตนั้น ๆ ได้ทันที ดังตาราง

สัญลักษณ์	ความหมาย
N	เซตของจำนวนนับ
I^+	เซตของจำนวนเต็มบวก (จำนวนนับ)
I	เซตของจำนวนเต็ม
I^-	เซตของจำนวนเต็มลบ
Q	เซตของจำนวนตรรกยะ
Q'	เซตของจำนวนอตรรกยะ
R^+	เซตของจำนวนจริงบวก
R^-	เซตของจำนวนจริงลบ
R	เซตของจำนวนจริง

3. การเขียนเซต

นอกจากการเขียนรูปวงกลมหรือวงรีล้อมรอบสมาชิกทั้งหมดของเซต จะเป็นการไม่สะดวกในการเขียน ดังนั้นจึงวิธีเขียนเซตได้อีก 2 วิธี คือ

- วิธีแจกแจงสมาชิก
- วิธีบอกเงื่อนไขของสมาชิก

3.1 **วิธีแจกแจงสมาชิก** มีหลักการในการเขียน ดังนี้

- เขียนสมาชิกของเซตทุกตัวลงในเครื่องหมายปีกกา **{ }**
- สมาชิกแต่ละตัว ถูกคั่นด้วย เครื่องหมายจุลภาค (**,**)
- สมาชิกที่ซ้ำกันให้เขียนเพียงตัวเดียว
- กรณีที่จำนวนสมาชิกมีมาก ให้เขียนสมาชิกอย่างน้อย 3 ตัวแรก แล้วใช้จุด 3 จุด แทนสมาชิกตัวที่เหลือ อาจมีการเขียนสมาชิกตัวสุดท้ายปิดท้าย

<u>ตัวอย่างที่ 3</u> การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิก

a) สมาชิกมีจำนวนน้อย ให้เขียนสมาชิกทุกตัวลงไป

เช่น A เป็นเซตของสระในภาษาอังกฤษ เขียนได้ดังนี้

A = { a, e, i, o, u }

b) สมาชิกมีจำนวนไม่มาก ให้เขียน 3 ตัวแรก แล้วเติม 3 จุด แล้วเขียนตัวสุดท้าย

เช่น B เป็นพยัญชนะในภาษาอังกฤษ เขียนได้ดังนี้

B = { a, b, c, ... , z }

c) สมาชิกมีจำนวนมากให้เขียนสมาชิก 3 ตัวแรกแล้วเติมจุด 3 จุด

เช่น C เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เขียนได้ดังนี้

C = { 1, 2, 3, ... }

3.2 **วิธีบอกเงื่อนไขของสมาชิก** มีหลักการในการเขียน ดังนี้

- เขียนเซตด้วยเครื่องหมายปีกกา **{ }**
- กำหนดตัวแปรขึ้นมาแทนสมาชิกทั้งหมด ตามด้วยเครื่องหมาย **|** (**|** อ่านว่า โดยที่) แล้วตามด้วยเงื่อนไข

ตัวอย่างที่ 4 แสดงวิธีการเขียนเซตเปรียบเทียบระหว่างแบบแจกแจงกับบอกเงื่อไข

เซต	แบบแจกแจงสมาชิก	แบบบอกเงื่อนไข
A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า 5	A = {1, 2, 3, 4}	A = {x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า 5}
B เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์	B = {วันอาทิตย์, วันจันทร์, วันอังคาร, วันพุธ, วันพฤหัสบดี, วันศุกร์, วันเสาร์}	B = {x | x เป็นชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์}
C เป็นเซตของตัวอักษรในภาษาอังกฤษ	C = {a, b, c, ... ,z}	C = {y | y เป็นตัวอักษรในภาษาอังกฤษ}

4. ลักษณะของเซต

ลักษณะเฉพาะของเซตบางเซต สามารถนำมาบ่งบอกคุณสมบัติของเซตได้ดังนี้

- เซตว่าง
- เซตจำกัด
- เซตอนันต์

4.1 เซตว่าง (empty sets or null sets) คือเซตที่ไม่มีสมาชิกเลย

เขียนแทนด้วย { } หรือ $\varnothing$ (phi)

เช่น A = { x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า 1 }

B = { x | x เป็นจำนวนจริงซึ่ง x = x+2 }

C = เซตของจังหวัดที่ 78 ของประเทศไทย

เซตของจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 1 ถึง 2

เซตของสระที่อยู่ในคำว่า “อรวรรณ”

4.2 เซตจำกัด (finite sets) เป็นเซตที่มีจำนวนนับได้และรวมทั้งเซตว่างเพราะเซตว่างมีสมาชิกเป็นศูนย์

เช่น $\varnothing$ มีจำนวนสมาชิกเป็น 0

{1, 2, 3, ...,100} มีจำนวนสมาชิกเป็น 100

A = { x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า 10 }

B = { x | x เป็นจำนวนคี่ที่น้อยกว่า 100 }

C = เซตของจังหวัดในประเทศไทย

4.3 เซตอนันต์ (infinite sets) คือเซตที่ไม่สามารถระบุจำนวนสมาชิกได้

เช่น A = { x | x เป็นเซตของจำนวนจริง }

B = เซตของจำนวนเต็มบวก

5. ความสัมพันธ์ระหว่างเซต

ความสัมพันธ์ระหว่างเซตคือนำเอาลักษณะของเซตมาเปรียบเทียบกัน เพื่อหาว่าเซตมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างเซต ประกอบด้วย

- เซตที่เท่ากัน
- เซตที่เทียบเท่ากัน

5.1 เซตที่เท่ากัน (Equal sets or Identical sets)

<u>ความหมาย</u> เซต A เท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อ เซตทั้งสองมีสมาชิกเหมือนกัน
คือสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็น สมาชิกของเซต B
และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

<u>สัญลักษณ์</u>

เซต A เท่ากับ เซต เขียนแทนด้วย $A = B$
เซต A ไม่เท่ากับ เซต เขียนแทนด้วย $A \neq B$

เช่น

a) $A = \{ 2, 4, 6, 8, 10\}$ และ $B = \{ 4, 2, 10, 6, 8 , 4 ,8\}$

แสดงว่า $A = B$

b) $S = \{ x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่ามากกว่า $-5 \}$ และ $T = \{ -1, -2, -3, -4 \}$

แสดงว่า $S = T$

c) $C = \{ a, b, c, d \}$ และ $D = \{$ ก, ข, ค, ง $\}$

แสดงว่า $C \neq D$

5.2 เซตที่เทียบเท่ากัน (Equivalent sets)

<u>ความหมาย</u> เซต A เทียบเท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อ เซตทั้งสองมีจำนวนสมาชิกเท่ากัน

<u>สัญลักษณ์</u>

เซต A เทียบเท่ากับ B
เขียนแทนด้วย $A \Leftrightarrow B$

เช่น $A = \{ 3, 5, 7, 9, 11 \}$ และ $B = \{ a, b, c, d, e \}$

แสดงว่า $A \Leftrightarrow B$

<u>หมายเหตุ</u> 1. ถ้า $A = B$ แล้ว $A \Leftrightarrow B$

2. ถ้า $A \Leftrightarrow B$ ไม่อาจสรุปได้ว่า $A = B$

สับเซต (Subset)

นิยาม เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

เขียนแทนด้วย $A \subset B$

เช่น A = { 1, 2, 3, 4, 5 }

B = { 0, 1, 2 }

C = { 3, 4 }

D = { 1, 5 }

แสดงว่า $C \subset A$, $D \subset A$ และ $B \not\subset A$

*** ***เซตว่างเป็นสับเซตของเซตทุกเซต*** ***

การหาจำนวนสับเซต ของเซตใด ๆ

โดยถ้า A เป็นเซตใด ๆ ที่มีสมาชิก n ตัว แล้ว

- จำนวนสับเซตของเซต A หาได้จาก 2^n สับเซต
- จำนวนสับเซตแท้ของเซต A หาได้จาก 2^n-1 สับเซต

เช่น กำหนดให้ A = { 1, 2, 3 } สับเซตของเซต A มีดังนี้

จำนวนสับเซตของเซต A เท่ากับ 2^3 = 8 สับเซต

สับเซตของ A ประกอบด้วย {1} , {2} , {3} , {1, 2} , {1, 3} , {2, 3} , {1 ,2, 3} , $\varnothing$

ตัวอย่างที่ 5 จงยกตัวอย่างเซต A และ B ซึ่ง $A \in B$ และ $A \subset B$

วิธีทำ ให้ A = {1,2}

เนื่องจากกำหนดให้ $A \in B$

ดังนั้น เซต B จะต้องมี {1,2} เป็นสมาชิก

นั่นคือ B = {{1,2} , ...}

เนื่องจาก $A \subset B$

ดังนั้น เซต B จะต้องมี 1, 2 เป็นสมาชิก

นั่นคือ B = {{1,2} , 1 , 2 ,3 } เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ ถูกหรือผิด พร้อมทั้งให้เหตุผล

_______ (1) สับเซตของเซตจำกัด ต้องเป็นเซตจำกัด เพราะ ______________________________

____

_______ (2) สับเซตของเซตอนันต์ ต้องเป็นเซตอนันต์ เพราะ ______________________________

____

_______ (3) ถ้า A เป็นเซตจำกัด และ $A \subset B$ แล้ว B ต้องเป็นเซตจำกัด ______________________

____

_______ (4) ถ้า A เป็นเซตอนันต์ และ $A \subset B$ แล้ว B ต้องเป็นเซตอนันต์ ______________________

____

ตัวอย่างที่ 7 ให้ $A = \{ \varnothing , \{\varnothing\} \}$, $B = \{\varnothing\}$, $C = \{ \{\varnothing\} , \{\} \}$

จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด พร้อมทั้งให้เหตุผล

_______ (1) $A = C$ เพราะ ____

_______ (2) $B \subset A$ เพราะ ____

_______ (3) $B \in C$ เพราะ ____

ตัวอย่างที่ 8 ให้ $A = \{ \varnothing , \{\varnothing\} , 1 , \{1\} , \{1,2\} , 2,3 \}$

จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ถูกหรือผิด พร้อมทั้งให้เหตุผล

_______ (1) $\varnothing \in A$ เพราะ ____

_______ (2) $\varnothing \subset A$ เพราะ ____

_______ (3) $\{\varnothing\} \in A$ เพราะ ____

_______ (4) $\{\varnothing\} \subset A$ เพราะ ____

_______ (5) $1 \in A$ เพราะ ____

_______ (6) $\{1\} \subset A$ เพราะ ____

_______ (7) $\{1 , 2\} \in A$ เพราะ ____

_______ (8) $\{1 , 2\} \subset A$ เพราะ ____

_______ (9) $\{1, 2, 3\} \in A$ เพราะ ____

_______ (10) $\{1, 2, 3\} \subset A$ เพราะ ____

เพาเวอร์เซต (Power Sets) ของเซต A

เพาเวอร์เซต (Power Sets) ของเซต A หมายถึงเซตที่ประกอบด้วยสับเซตทั้งหมดของ A

เขียนแทนด้วย **P(A)**

การหาจำนวนเพาเวอร์เซต ของเซตใด ๆ

ถ้า A เป็นเซตใด ๆ ที่มีสมาชิก n ตัว แล้วจำนวนสมาชิกของ P(A) จะมี 2^n จำนวน

จากตัวอย่างข้างต้น จะได้ว่า

P(A) = { {1} , {2} , {3} , {1, 2} , {1, 3} , {2, 3} , {1 ,2, 3} , ∅ }

<u>ตัวอย่างที่ 9</u> ให้ B = {∅ , {∅} ,{2} } จงหาจำนวนสมาชิกของ P(B) และหา P(B)

วิธีทำ____

____

____

เอกภพสัมพัทธ์
(Relative Universe)

เอกภพสัมพัทธ์ คือเซตที่กำหนดขึ้น นำมาใช้ในการพิจารณาอ้างอิงขอบเขต ของเซต

เขียนแทนด้วย *U*

เช่น จาก A = { x | -2 ≤ x ≤ 2 } ซึ่งไม่สามารถระบุสมาชิกของเซตได้

ถ้ากำหนดให้ *U* เป็นเซตองจำนวนเต็มบวก

จะได้สมาชิกของ A = {1, 2}

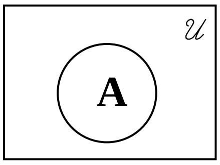
ถ้ากำหนดให้ *U* เป็นเซตองจำนวนเต็ม

จะได้สมาชิกของ A = {-2, -1, 0, 1, 2}

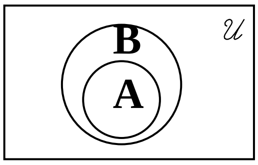
เวนน์-ออยเลอร์ไดอะแกรม
(Venn-Euler Diagram)

เวนน์ไดอะแกรม หมายถึงแผนภาพที่เขียนแทนเซตแต่ละเซตเพื่อให้มีความเข้าใจเกี่ยวกับเซตได้ง่ายขึ้น

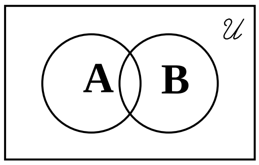
เช่น



$A \subset \mathcal{U}$



$A \subset B$



$A \subset \mathcal{U}$, $B \subset \mathcal{U}$

$A \not\subset B$, $B \not\subset A$

การดำเนินการบนเซต
(Operation on sets)

1. ***ยูเนียน (union)*** ของเซต A และ B คือเซตของสมาชิกทั้งหลายที่อยู่ใน A หรือ B

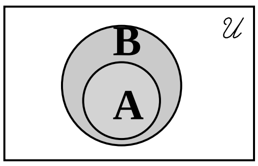
เขียนแทนด้วย $A \cup B$

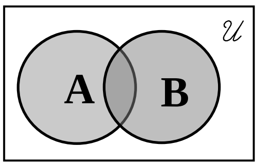
$A \cup B$ = { x | x $\in$ A หรือ x $\in$ B }

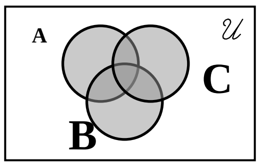
เช่น กำหนดให้ A = {a, b, c, e, f } และ B = { b, d, r, s } จะได้ว่า

$A \cup B$ = {a, b, c, e, f, d, r, s }

ตัวอย่าง Venn Diagram แสดงการยูเนียนของเซต







2. ***อินเตอร์เซกชัน (intersection)*** ของเซต A และ B คือเซตของสมาชิกทั้งหลายที่อยู่ใน A และ B

เขียนแทนด้วย $A \cap B$

$A \cup B$ = { x | x $\in$ A และ x $\in$ B }

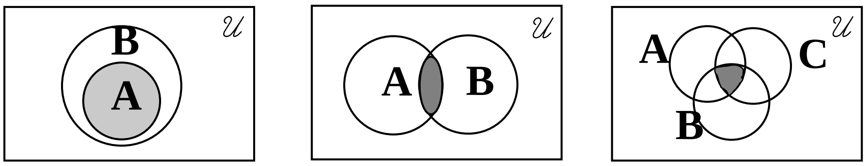
เช่น กำหนดให้ A = {a, b, c, e, f } , B = { b, e, d, r, s } และ C = {a, t, u, v} จะได้ว่า

$A \cap B$ = { b, e }

$A \cap C = \{ a \}$

$B \cap C = \{ \ \}$

ตัวอย่าง Venn Diagram แสดงการอินเตอร์เซกชัน ของเซต



*** *การยูเนียนและอินเตอร์เซกชัน* สามารถทำได้ 3 เซตหรือมากกว่านั้นเช่น

$A \cup B \cup C = \{ x \mid x \in A$ หรือ $x \in B$ หรือ $x \in C \}$

$A \cap B \cap C = \{ x \mid x \in A$ และ $x \in B$ และ $x \in C \}$

3. ***<u>คอมพลีเมนต์</u>***ของ B เมื่อเทียบกับ A หรือเรียกว่า <u>ผลต่างของ A และ B</u> คือเซตของสมาชิกทั้งหมด ที่อยู่ใน A แต่ไม่อยู่ใน B

เขียนแทนด้วย A - B

$$\mathbf{A - B = \{ x \mid x \in A , x \notin B \}}$$

เมื่อกล่าวถึง*<u>คอมพลีเมนต์ A จะเขียนแทนด้วย A’</u>* หมายถึงเซตของสมาชิกซึ่งอยู่ใน U แต่ไม่อยู่ใน A

$$\mathbf{A' = \{ x \mid x \in \mathcal{U} , x \notin A \}}$$

เช่น กำหนดให้ $\mathcal{U}$ = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k }

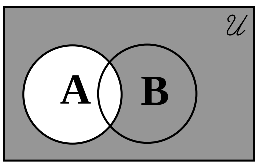
A = {a, b, c, e, f } และ B = { b, e, d, r, s }

จะได้ว่า A’ = { d, g, h, i, j, k }

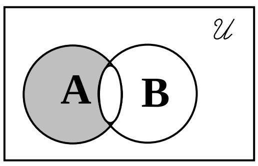
A - B = { a, c, f }

B - A = { d, r, s }

ตัวอย่าง Venn Diagram แสดงการคอมพลีเมนต์ของเซต



A’



A – B

4. ***<u>ผลต่างสมมาตร (symmetric difference)</u>*** ของ A และ B คือเซตของสมาชิกทั้งหมดของ A หรือ B แต่ไม่เป็นสมาชิกของ A และ B

เขียนแทนด้วย A ⊕ B

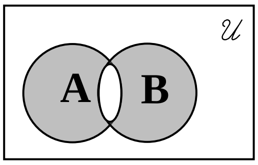
$A \oplus B = \{ x \mid (x \in A$ และ $x \notin B)$ หรือ $(x \in B$ และ $x \notin A) \}$

$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$

เช่น กำหนดให้ A = { a, b, c, e, d } และ B = { a, c, e, f, g } ว่า

จะได้ $A \oplus B$ = { b, d, e, f, g }

ตัวอย่าง Venn Diagram แสดงผลต่างสมมาตร



$A \oplus B$

คุณสมบัติพีชคณิตของการดำเนินการของเซต
(Algebraic Properties of Set Operation)

คุณสมบัติการดำเนินการของเซต		
การสลับที่	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
การเปลี่ยนกลุ่ม	$A\cup(B\cup C) = (A\cup B)\cup C$	$A\cap(B\cap C) = (A\cap B)\cap C$
การกระจาย	$A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cup(A\cap C)$	$A\cup(B\cap C) = (A\cup B)\cap(A\cup C)$
ไอเดมโพเทนท์	$A\cup A = A$	$A\cap A = A$
คอมพลีเมนต์	$(A')' = A$ $A\cup A' = \mathcal{U}$	$\varnothing' = \mathcal{U}$ $\mathcal{U}' = \varnothing$ $A\cap A' = \varnothing$
เซตเอกภพสัมพัทธ์	$A\cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$	$A\cap \mathcal{U} = A$
เซตว่าง	$A\cup\varnothing = A$	$A\cap\varnothing = \varnothing$
กฎของ De Mongan	$(A\cup B)' = A' \cap B'$ $A-(B\cup C) = (A-B)\cap(A-C)$	$(A\cap B)' = A' \cup B'$ $A-(B\cap C) = (A-B)\cup(A-C)$

<u>ตัวอย่างที่ 9</u> กำหนดให้ U = **{** 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 **}** ,A= **{** 1 , 2 , 3 , 4 **}** , B = { 3 , 4 , 5 , 6 } จงหาสมาชิกของโจทย์ต่อไปนี้

(1) A-B = ____________________

(2) B$\cup$(A-C) = ____________________

(3) (B-A) $\cap$C= ____________________

(4) (B-A)’ = ____________________

(5) B$\cap$(A$\cup$C) = ____________________

(6) (A’$\cup$B’)-C = ____________________

(7) (A-B)$\cap$C = ____________________

(8) B $\oplus$ A = ____________________

(9) (B’)’ = ____________________

(10) C$\cap$C= ____________________

<u>ตัวอย่างที่ 10</u> ให้ A = {1,2} , B = {2,3} } จงหา

(1) P(A$\cup$B) = ____________________

____

(2) P(A)$\cup$P(B) = ____________________

____

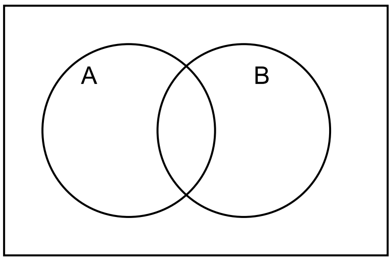
(3) P(A$\cap$B) = ____________________

____

(4) P(A) $\cap$P(B) = ____________________

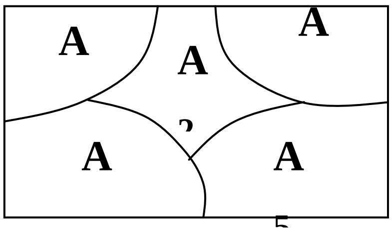
____

<u>ตัวอย่างที่ 11</u> กำหนดให้ A = {1,2,3,4} , B = {1,3,4,5,6} และ C⊂A, C⊂B , 4 ≠C และ C≠∅
วิธีทำ



Partition ของเซต

Partition ของเซต คือการแบ่งพื้นที่ของสมาชิกในเซต โดยนับเป็นจำนวนวิธีการแบ่งพื้นที่ให้มีขนาดโดยรวมเท่ากับเซตนั้นโดยการรวมแบบ union



<u>ตัวอย่างที่ 12</u> X = {a, b, c} ให้หาจำนวน Partition ของ X

1. X = {a}∪{b}∪{c}
2. X = {a}∪{b,c}
3. X = {a,b}∪{c}
4. X = {a,c}∪{b}
5. X = {a, b, c}

จำนวน Partition ของ X=5

คลาสของเซต
(Class of Set)

คลาสของเซต (Class of Set) หรือกลุ่มของเซต คือเซตที่มีสมาชิกเป็นเซต เพื่อหลีกเลี่ยงความสับสน จึงใช้คำว่าคลาสของเซตหรือกลุ่มของเซตมากกว่าเซตของเซต

<u>ตัวอย่างที่ 13</u> พิจารณาเซต A = { {1, 2, 3} , { 4, 5 } , { 6, 7, 8 } }
จะได้ว่า
A เป็นคลาสของเซต สมาชิกคือเซต {1, 2, 3} , { 4, 5 } และ { 6, 7, 8 }
1 ∉ A เพราะ 1 เป็นสมาชิกของเซต {1, 2, 3}

{1, 2, 3} ไม่เป็นสับเซตของ A เพราะ {1, 2, 3} เป็นสมาชิกของ A

{{ 4, 5 }} $\subseteq$ A เพราะ { 4, 5 } เป็นสมาชิกของ Aซึ่งเป็นสับเซตของ A

$\varnothing \notin$ A เพราะ $\varnothing$ ไม่เป็นสมาชิกของ A

$\varnothing \subseteq$ A เพราะ $\varnothing$ เป็นสับเซตของทุกเซต

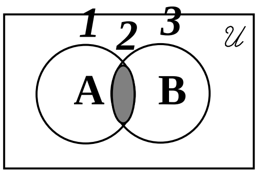
การหาจำนวนสมาชิกของเซตโดยหลักการรวม (The Addition Principle)

- ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัดใน U ซึ่ง A และ B ไม่มีส่วนร่วมกัน (disjoint set) จำนวนสมาชิก $A \cup B$ คือ

$$|A \cup B| = |A| + |B|$$

- ถ้า A และ B มีสมาชิกร่วมกันดังภาพ $A \cap B$ จะเป็นเซตของทั้งคู่และผลรวมของสมาชิก $|A|+|B|$ เป็นการนับสมาชิกที่เหมือนกันเข้าไปด้วย

ดังนั้นจึงต้องทำการลบ $|A \cap B|$ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง ทฤษฎีนี้เรียกว่าหลักการรวม หรือ หลักการรวม - หลักการแยก



จากภาพสามารถแสดงบริเวณย่อยของแต่ละบริเวณได้ดังนี้

ส่วนที่ 1 $|A - A \cap B|$ หรือ $|A| - |A \cap B|$

ส่วนที่ 2 $|A \cap B|$

ส่วนที่ 3 $|B - A \cap B|$ หรือ $|A| - |A \cap B|$

ดังนั้น $|A \cup B| = |A| - |A \cap B| + |A \cap B| + |B| - |A \cap B|$

$= |A| + |B| - |A \cap B|$

ทฤษฎีบทที่ 1 ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด ดังนั้น $A \cup B$ และ $A \cap B$ เป็นเซตจำกัด แล้ว

$$\boxed{|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|}$$

ตัวอย่างที่ 14 กำหนดให้ A = { a, b, c, d, e } และ B = { c, e, f, h, k, m } จะได้ว่า

วิธีทำ $A \cup B = \{ a, b, c, d, e, f, h, k, m \}$

$A \cap B = \{ c, e \}$

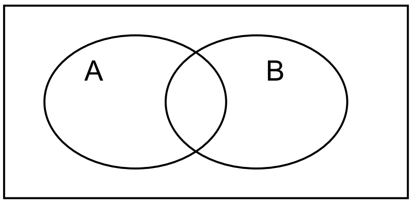
ดังนั้น $|A| = 5$, $|B| = 6$, $|A \cup B| = 9$ และ $|A \cap B| = 2$

ซึ่ง $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 5+6-2 = 9$ ตามทฤษฎีบทที่ 1

ตัวอย่างที่ 15 จากผลการสอบของนักเรียนห้องหนึ่งมีจำนวน 85 คน พบว่ามีนักเรียนสอบคณิตศาสตร์ได้ 30 คน มีนักเรียนสอบภาษาอังกฤษได้ 45 คน และมีนักเรียนสอบได้ทั้งสองวิชา 10 คน จง

1) จำนวนนักเรียนที่สอบคณิตศาสตร์ได้ แต่สอบภาษอังกฤษตก
2) จำนวนนักเรียนที่สอบภาษาอังกฤษได้ แต่คณิตศาสตร์ตก
3) จำนวนนักเรียนที่สอบตกทั้งสองวิชา

วิธีทำ



ให้ U แทนเซตของนักเรียนห้องนี้

A แทนเซตของนักเรียนที่สอบคณิตศาสตร์ได้

B แทนเซตของนักเรียนที่สอบภาษาอังกฤษได้

จากโจทย์จะได้ว่า

$n(U) = 85$, $n(A) = 30$, $n(B) =45$, $n(A \cap B) = 10$

1) เนื่องจาก $n(A-B) = n(A) - n(A \cap B)$

$= 30 - 10 = 20$ คน

นั่นคือ จำนวนนักเรียนที่สอบคณิตศาสตร์ได้ แต่สอบภาษอังกฤษตก มีจำนวน 20 คน

2) จำนวนนักเรียนที่สอบคณิตศาสตร์ได้ แต่สอบภาษอังกฤษตก

____

____

____

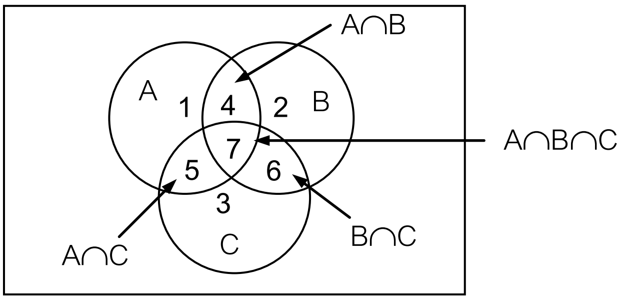
3) จำนวนนักเรียนที่สอบตกทั้งสองวิชา

____

____

____

- กรณีที่มีจำนวนเซต 3 เซต พิจารณากลุ่มย่อยเป็นได้ดังภาพ



จากรูปแสดงบริเวณย่อยของแต่ละบริเวณ ขนาดของแต่ละบริเวณสามารถหาได้ดังนี้

ส่วนที่ 1 $|A| - |A\cap B| - |A\cap C| + |A\cap B\cap C|$

ส่วนที่ 2 $|B| - |A\cap B| - |B\cap C| + |A\cap B\cap C|$

ส่วนที่ 3 $|C| - |A\cap C| - |B\cap C| + |A\cap B\cap C|$

ส่วนที่ 4 $|A\cap B| - |A\cap B\cap C|$

ส่วนที่ 5 $|A\cap C| - |A\cap B\cap C|$

ส่วนที่ 6 $|B\cap C| - |A\cap B\cap C|$

ส่วนที่ 7 $|A\cap B\cap C|$

ดังนั้น $|A\cup B| = |A| + |B| + |C| - |A\cap B| - |A\cap C| - |B\cap C| + |A\cap B\cap C|$

<u>ทฤษฎีบทที่ 2</u> ถ้า A, B และ C เป็นเซตจำกัด ดังนั้น $A\cup B\cup C$ เป็นเซตจำกัด แล้ว

$$\boxed{|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A\cap B| - |A\cap C| - |B\cap C| + |A\cap B\cap C|}$$

ตัวอย่างที่ 16 จากการสำรวจว่านักเรียน 100 คน ลงทะเบียนเรียน 3 วิชาคือ ฐานข้อมูล (D) คอมพิวเตอร์เบื้องต้น (C) และ อินเตอร์เฟส (I) ผลปรากฏดังนี้

41 คน เรียนฐานข้อมูล
18 คนเรียนฐานข้อมูลและคอมพิวเตอร์เบื้องต้น
32 คน เรียนคอมพิวเตอร์เบื้องต้น
16 คนเรียนฐานข้อมูลและอินเตอร์เฟส
59 คน เรียนอินเตอร์เฟส
13 คนเรียนคอมพิวเตอร์เบื้องต้นและอินเตอร์เฟส
10 คน ไม่เรียนวิชาใดใน 3 วิชา

1) จงหาจำนวนนักเรียน ที่เรียนเพียง 1 วิชาและ 2 วิชา

2) จงเขียน Venn Diagram แสดงผลการสำรวจ

วิธีทำ

1) หาจำนวนนักเรียน ที่เรียนเพียง 1 วิชาและ 2 วิชา

ให้ D,C และ I แทนเซตของนักเรียนที่เรียนฐานข้อมูล คอมพิวเตอร์เบื้องต้น และอินเตอร์เฟสตามลำดับ

หาจำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียน $|D \cup C \cup I|$ =100 - 10 = 90

จากโจทย์จะได้ว่า

$$|D \cup C \cup I| = |D| + |C| + |I| - |D\cap C| - |D\cap I| - |C\cap I| + |D\cap C\cap I|$$

จะได้ 90 = ______________________________

____

____

∴ จำนวนนักเรียนที่ลงทะเบียนเรียนทั้ง 3 วิชา ______________คน

เพราะฉะนั้นจะได้ว่า

$|D\cap C\cap I|$ = ______________ D = ______________

$|D\cap C|$ = ______________ C = ______________

$|D\cap I|$ = ______________ I = ______________

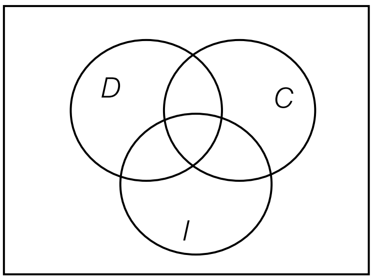
$|C\cap I|$ = ______________

จากเวนน์ไดอะแกรมจะได้ว่า

จำนวนนักเรียนที่เรียนเพียง 1 วิชา = ______________คน

จำนวนนักเรียนที่เรียน 2 วิชา = ______________ คน

2) Venn Diagram แสดงผลการสำรวจ



ตัวอย่างที่ 17 จากการสำรวจว่านักเรียน 100 คน ลงทะเบียนเรียน 3 วิชาคือ สังคมวิทยา (S) มานุษยวิทยา (A) และประวัติศาสตร์ (H) ผลปรากฏดังนี้

45 คน เรียนสังคมวิทยา 18 คนเรียนสังคมวิทยาและมานุษยวิทยา

38 คน เรียนมานุษยวิทยา 9 คนเรียนสังคมวิทยาและประวัติศาสตร์

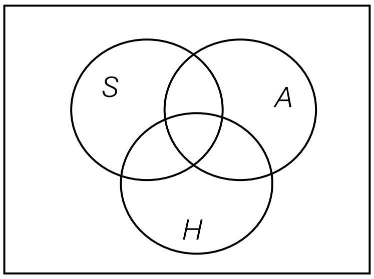
21 คน เรียนประวัติศาสตร์ 4 คนเรียนมนุษยวิทยาและประวัติศาสตร์

25 คน ไม่เรียนวิชาใดใน 3 วิชา

a) จงเขียน Venn Diagram แสดงผลการสำรวจ

b) จงหาจำนวนนักเรียน ที่เรียนเพียง 1 วิชาและ 2 วิชา

วิธีทำ ให้ S, A และ H แทนเซตของนักเรียนที่เรียนสังคมวิทยา มานุษยวิทยา และประวัติศาสตร์ ตามลำดับ



ตัวอย่างที่ 18 จงหาจำนวนตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มระหว่าง 1 ถึง 1000 ซึ่งหารด้วย 5, 6, 8 ไม่ลงตัว

วิธีทำ เริ่มด้วยการหาจำนวนตัวเลขที่หารด้วย 5, 6, 8 ลงตัว แล้วนำไปลบออกจากจำนวน 1000

กำหนดให้ A เป็นกลุ่มของตัวเลขที่หารด้วย 5 ลงตัว

B เป็นกลุ่มของตัวเลขที่หารด้วย 6 ลงตัว

C เป็นกลุ่มของตัวเลขที่หารด้วย 8 ลงตัว

จะได้ว่า $|A| = |1000/5| = 200$

$|B| = |1000/6| = 166$

$|C| = |1000/8| = 125$

- กลุ่มของตัวเลขที่หารด้วย 5 และ 6 ลงตัว
  (โดยหาคูณร่วมน้อยของ 5 และ 6) คือ $A \cap B$ จะได้ว่า $|A \cap B| = |1000/30| = 33$
- กลุ่มของตัวเลขที่หารด้วย 5 และ 8 ลงตัว $|A \cap C| = |1000/40| = 25$
- กลุ่มของตัวเลขที่หารด้วย 6 และ 8 ลงตัว $|B \cap C| = |1000/24| = 41$
- กลุ่มของตัวเลขที่หารด้วย 5, 6 และ 8 ลงตัว $|A \cap B \cap C| = |1000/120| = 8$

$\therefore$ จำนวนตัวเลขที่หารลงตัวด้วย 5,6,8 คือ

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$
$$= 200 + 166 + 125 - 33 - 25 - 41 + 8$$
$$= 400$$

ดังนั้นจำนวนหารตัวเลขที่หารด้วย 5, 6, 8 ไม่ลงตัวคือ 1000-400 = 600

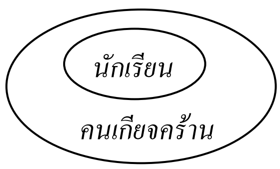
การอ้างเหตุผลและเวนน์ไดอะแกรม

การอ้างเหตุผลและเวนน์ไดอะแกรม

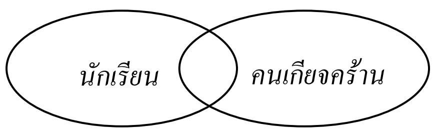
คือการนำเวนน์ไดอะแกรมมาใช้ในการตัดสินข้อความว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่

ตัวอย่างที่ 18 จงแปลงประโยคต่อไปนี้ในรูปของเวนน์ไดอะแกรม

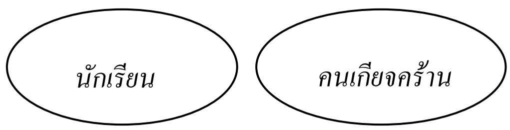
ก) นักเรียนทุกคนเกียจคร้าน



ข) นักเรียนบางคนเกียจคร้าน



ค) ไม่มีนักเรียนเกียจคร้าน



ตัวอย่างที่ 19 พิจารณาสมมุติฐานต่อไปนี้

S_1 : พจนานุกรมทุกเล่มมีประโยชน์

S_2: แมรีมีหนังสือนวนิยายรักเท่านั้น

S_3 : ไม่มีหนังสือนวนิยายรักเล่มใดมีประโยชน์

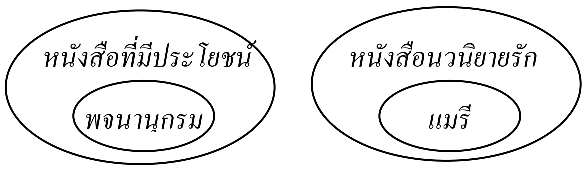
จงพิจารณาสรุปแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

(ก) หนังสือนวนิยายรัก ไม่ใช้หนังสือพจนานุกรม

(ข) แมรีไม่มีหนังสือพจนานุกรม

(ค) หนังสือที่มีประโยชน์ทุกเล่ม เป็นหนังสือพจนานุกรม

เขียนเป็นเวนน์ไดอะแกรมได้ดังนี้



วิธีทำ จากข้ออ้างทั้ง 3 ข้อนำมาเขียนแผนภาพเวนน์ไดอะแกรม สรุปได้ว่า

(ก) และ (ข) สมเหตุสมผล

(ง) ไม่สมเหตุสมผล เพราะสรุปได้ว่าหนังสือที่มีอาจไม่ใช่หนังสือพจนานุกรมเพียงอย่างเดียว

<u>ตัวอย่างที่ 20</u> จงพิจารณาว่าการให้เหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

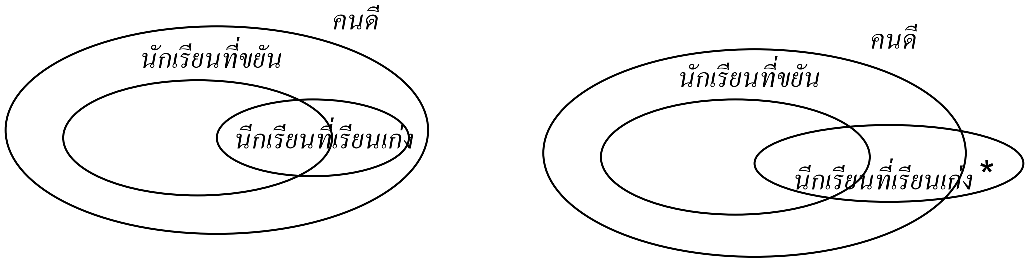
เหตุ 1. นักเรียนที่ขยันทุกคนเป็นคนดี

2. นักเรียนที่เรียนเก่งบางคนเป็นคนขยัน

3. แดงเป็นนักเรียนที่เรียนเก่ง

ผล แดงเป็นคนดี

วิธีทำ



กรณีที่ 1 กรณีที่ 2

จากแผนภาพ กรณีที่ 1 ไม่แดงจะอยู่ในตำแหน่งใด ผลสรุปถูกต้อง

กรณีที่ 2 ถ้าแดงอยู่ในตำแหน่งดอกจัน ผลสรุปไม่ถูกต้อง

ดังนั้นการให้เหตุผลดังกล่าว **ไม่สมเหตุสมผล**

<u>ตัวอย่างที่ 21</u> จงพิจารณาการให้เหตุผลแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

1) เหตุ 1. สัตว์ 4 เท้าทุกตัวเลี้ยงลูกด้วยนม

2. สุนัขทุกตัวเป็นสัตว์ 4 เท้า

ผล สุนัขเป็นสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม

---

2) เหตุ 1. นกทุกตัวมีปีก

2. ค้างคาวมีปีก

ผล ค้างคาวเป็นนก

---

3) เหตุ 1. คนที่ไม่สูบบุหรี่ทุกคนมีสุขภาพดี

2. นักเรียนชายบางคนสุขภาพดี

3. วินัยเป็นนักเรียนชาย

ผล วินัยไม่สูบบุหรี่
