

Domácí úkol 3

Termín odevzdání: 29. 10. 2025 do večera

V úkolu je mnohem důležitější postup nežli konečný výsledek, vše řádně odůvodněte.

1.)

Rozhodněte, zda posloupnost funkcí $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ konverguje stejnoměrně na \mathbb{R} .

$$\varphi_n(x) = e^{-\sqrt{x^2 + \frac{1}{n}}}$$

2.)

Vyšetřete, kde řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\frac{2+x}{1+x^2}}$$

splňuje nutnou podmínku stejnoměrné konvergence. Nalezněte maximální interval, na kterém řada konverguje lokálně stejnoměrně. Ukažte, že na tomto intervalu řada nekonverguje stejnoměrně.

Hint: V poslední části 2.) se můžete inspirovat postupem z příkladu **14.2.4** ze skript Černý & Pokorný.