

Funkce komplexní proměnné

Reziduová věta III

Použitím reziduové věty a pravidel pro počítání s rezidui spočtěte následující integrály: (ve smyslu Lebesgueově, Newtonově nebo ve smyslu hlavní hodnoty)

$$1. \int_0^\infty \frac{\sin^2 x \, dx}{x^2}$$

$$2. \int_0^\infty \frac{\sin^3 x \, dx}{x^3}$$

$$3. \int_{-\infty}^\infty \frac{e^{ax} \, dx}{(e^x + 1)(e^x + 2)}, \quad 0 < a < 2$$

$$4. \int_0^\infty \frac{\sin(ax) \, dx}{\sinh x}, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$5. \int_0^\infty \frac{\cosh(ax) \, dx}{\cosh(\pi x)}, \quad |a| < \pi$$

$$6. \int_0^\infty \frac{\sin^2(ax) \, dx}{\cosh x}, \quad a > 0$$

Výsledky následujících příkladů vyjádřete pomocí funkce Γ

$$7. \int_0^\infty x^z e^{-x^2} \, dx, \quad \operatorname{Re} z > -1$$

$$8. \int_0^1 \left(\ln \frac{1}{t} \right)^{z-1} dt, \quad \operatorname{Re} z > 0$$

$$9. \int_0^\infty t^{z-1} \cos t \, dt, \quad 0 < \operatorname{Re} z < 1$$

$$10. \int_0^\infty \cos x^p \, dx, \quad p > 1$$

$$11. \int_0^\infty \frac{\sin x^p \, dx}{x^p}, \quad p > \frac{1}{2}$$