

Domácí úkol 9

Termín odevzdání: 9. 5. 2025 do večera

1.)

Uvažujte funkci

$$F(x, y) = \frac{y^2 \sin(x)}{x^2 + xy + y^2}.$$

Ukažte, že F lze spojitě dodefinovat v bodě $(0, 0)$. Pro spojitou funkci najděte parciální derivace prvního řádu všude, kde existují, a rozhodněte ve kterých bodech jsou tyto derivace spojité. Dále najděte parciální derivace 2. řádu všude (i smíšené), kde existují, a rozhodněte ve kterých bodech jsou spojité. Nakonec nalezněte

- derivaci F ve směru, jakým míří vektor $(3, 2)$, v bodě $(\frac{\pi}{2}, -1)$,
- derivaci F ve směru osy 2. kvadrantu v bodě $(0, 0)$,
- jednotkový vektor \mathbf{v} , v jehož směru má F v počátku největší derivaci. (stačí přibližná numerická hodnota).

HINT: Zkuste dokázat nerovnost $x^2 + xy + y^2 \geq \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$, abyste měli jistotu, že jediný problémový bod je počátek.