Введение

Известно, что в основе науки и ее применений лежат измерения. В то же время опыт показывает, что ни одно измерение, как бы тщательно оно не про­водилось, не может быть совершенно свободным от погрешностей, которые не­избежно содержатся в измеренных величинах. Их наличие, в зависимости от величины, влияет на результат работы. Если погрешность большая, то велика вероятность ошибки, к примру, работы прибора. Поэтому погрешность нужно уменьшать.

В общем случае результаты измерений и их погрешности должны рассматриваться как функции, изменяющиеся во времени случайным образом, т.е. случайные функции, или, как принято говорить в математике, случайные процессы. Поэтому математическое описание результатов и погрешностей измерений (т.е. их математические модели) должно строиться на основе теории случайных процессов. Без этого невозможно решение большого числа практических метрологических задач. Однако даже математическое моделирование ситуации не исключает погрешность полностью, что говорит о постоянной актуальности проблемы.

В дальнейшем смоделируем результаты измерений с помощью среды Mathcad и на их основе выведем возможные инструменты наибольшего уменьшения погрешности.

Глава 1.

* 1. Косвенные измерения.

В метрологии с давних пор принято различать прямые, косвенные, собственно совокупные и совместные измерения. Данная классификация важна потому, что каждая категория связана с определенным способом обработки экспериментальных данных для нахождения результата измерения и оценивания его погрешностей.

При прямых измерениях объект исследования приводят во взаимодействие со средством измерений и по показаниям последнего отсчитывают значение измеряемой величины. Порой показаний прибора умножают на некоторый коэффициент, вводят соответствующие поправки к ним и т.д.

При косвенных измерениях искомое значение измеряемой величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами-аргументами. Последние находят в результате прямых, а иногда косвенных, совместных или совокупных измерений. Применяются такие измерения при необходимости вычисления значения, невозможного к снятию напрямую со средства измерения. Например, плотность однородного твердого тела находят как отношение массы тела к его объему.

Совместные и совокупные измерения по способам нахождения искомых значений измеряемых величин очень близки: и в том, и в другом случае они находятся путем решения системы уравнений, коэффициенты в которых и отдельных члены получены в результате измерений (обычно прямых). Основное отличие состоит в том, что при совокупных измерения одновременно измеряются несколько одноименных величин, а при совместных – разноименных. Например, измерение, при котором электрическое сопротивление при температура +20˚ С и его температурные коэффициенты находят по данным прямых измерений сопротивления и температуры, выполненных при разных температурах, есть совместное измерение.

Далее речь пойдет о косвенных измерениях.

* 1. Определение косвенных результатов

Косвенные измерения – измерения, при которых искомое значение величины находят путем согласованных измерений других величин, связанных с измеряемой величиной известной зависимостью[1, с. 137]. Эти другие величины будем называть измеряемыми аргументами.

Значения аргументов чаще всего находят в результате прямых измерений, но иногда – в результате совместных, совокупных или косвенных измерений.

Измеряемая величина связана с измеряемыми аргументами зависимостью, которую обычно можно разрешить относительно А, т.е. представить в виде

(1.1)

*.*

Случаи неявной зависимости между А и нетипичны.

По виду функциональной зависимости различаются косвенные измерения с линейной зависимостью между измеряемой величиной и измеряемыми аргументами, косвенные измерения с нелинейной зависимостью между этими величинами и косвенные измерения с зависимостью между величинами смешанного типа.

При линейной зависимости вышеприведенное уравнение имеет вид:

,

(1.2)

где – постоянный коэффициент i-го аргумента , m – число слагаемых.

Далее косвенные измерения при линейной зависимости будут называться линейными косвенными измерениями, а при нелинейной – нелинейными косвенными измерениями.

В общем случае общий вид функциональной зависимости нелинейных косвенных измерений можно представить как произведение некоторых функций:

(1.3)

.

В частном случае .

В случае смешанного типа зависимость принимает вид:

(1.4)

*.*

Когда известны методы обработки результатов наблюдений для нелинейных и линейных косвенных измерений, аналогичная задача сводится к двум предыдущим.

Если взять случайную величину Y, связанную с линейной зависимостью со случайными величинами ,

(1.5)

,

то

(1.6)

.

Поэтому, располагая оценками аргументов , за оценку измеряемой величины A естественно принять

(1.7)

так как при несмещенности и состоятельности оценок в этом случае получим несмещенную и состоятельную оценку .

Косвенные измерения, так же как и прямые, делят на статические и динамические. Статические косвенные измерения могут быть весьма различными в зависимости от свойств измеряемых аргументов. Если измеряемые аргументы можно считать неизменными во времени, то неизменна и косвенно измеряемая величина, т.е. имеем обычную статическую ситуацию.

Однако измеряемая величина может быть неизменной и тогда, когда аргументы изменяются. Например, измеряем сопротивление резистора методом амперметра и вольтметра, и по условиям измерения напряжение источника изменяется во времени. Хотя измеряемые аргументы изменяются, измеряемая величина остается неизменной. Такие измерения далее будут называться квазистатическими.

Косвенные измерения в принципе возможны и тогда, когда изменяются во времени и измеряемые аргументы, и сама косвенно измеряемая величина.

Косвенные измерения, при которых средства измерений или часть их находятся в динамическом режиме, в соответствии с общим определением динамическим измерений надо считать динамическими.

Кроме того, следует различать статические и обыкновенные косвенные измерения.

Специфическим приемом выполнения косвенных измерений является одновременное измерение аргументов. Последнее позволяет подставить одновременно полученные значения аргументов в соотношение, связывающее с ними измеряемую величину, и получить таким образом мгновенное значение измеряемой величины. Совокупность таких значений ничем не отличается от совокупности мгновенных значений величины, полученной при прямых измерениях.

Приведение косвенных измерений к прямым целесообразно не только при динамических, но – в случае сложной нелинейной зависимости измеряемой величины от измеряемых аргументов – и при статических косвенных измерениях. Необходимым условием осуществления этого приема является согласованное, например, одновременное, измерение аргументов.

Результат косвенного измерения не может быть точным, поскольку результаты прямых измерений величин *X*1, *X2*, *...*,*Xn* всегда содержат в себе погрешность. Поэтому при косвенных измерениях, как и при прямых, необходимо оценить доверительный интервал (абсолютную погрешность) полученного значения *DY* и относительную погрешность e.

При расчете погрешностей в случае косвенных измерений удобно придерживаться такой последовательности действий:

1. получить средние значения каждой прямо измеряемой величины;
2. получить среднее значение косвенно измеряемой величины, подставив в формулу зависимости средние значения прямо измеряемых величин;
3. провести оценки абсолютных погрешностей прямо измеряемых величин *DX*1, *DX*2, ..., *DXn*, воспользовавшись формулами Стьюдента:

(1.9)

(1.8)

;

1. основываясь на явном виде функции, получить формулу для расчета абсолютной погрешности косвенно измеряемой величины *DY* и рассчитать ее;
2. рассчитать относительную погрешность измерения

;

(1.10)

1. записать результат измерения с учетом погрешности.

Глава 2.

2.1 Функциональная зависимость с одним аргументом.

- косвенные измерения, имеющие функциональную зависимость с одним аргументом, примеры

- распределение функции случайной величины

2.2 Функциональная зависимость с несколькими аргументами.

- косвенные измерения, имеющие функциональную зависимость с несколькими аргументами, примеры

- распределение суммы/разности, свертка, примеры

- распределение суммы квадратов, примеры

2.3 Запись результата измерений

Глава 2

2.1 Функциональная зависимость с одним аргументом.

Косвенные измерения предполагают наличие функциональной связи

(2.1)

где *A1 —* подлежащий прямому измерению аргумент функции У.

Очевидно, погрешность в оценке У зависит от погрешности при измерении аргумента. Абсолютная погрешность составит:

*,*

(2.2)

а относительная:

,

(2.3)

СКО будет составлять:

.

(2.4)

При вводе b = *—* абсолютного коэффициента влияния аргумента *х* в функцию У ее абсолютная погрешность составит:

,

(2.5)

тогда относительная станет:

(2.6)

,

где B = – относительный коэффициент влияния аргумента.

Для СКО случай аналогичный, только вместо относительного применяется абсолютный коэффициент влияния:

(2.7)

.

Окончательный результат записывают в виде A = A ± ∆A при вероятности *Р.*

В качестве практических рекомендаций можно использовать следующие положения:

* если коэффициенты влияния менее 0,001 (0,1 %), то эти параметры можно не учитывать;
* для коэффициентов влияния в пределах 0,001 – 0,050 (0,1 – 5,0 %) требования к точности их измерения невелики (2 – 5 %);
* если коэффициенты влияния больше 0,05 (5 %), то требования к точности информации повышаются до 1,0 % и более.

**Термины**

1. Измерение — совокупность действий для определения отношения одной (измеряемой) величины к другой однородной величине, принятой всеми участниками за единицу, хранящуюся в техническом средстве (средстве измерений)[].
2. Погрешностью измерения называется отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины[1, с. 3].
3. Результатом измерения называется оценка измеряемой величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц, полученная путем измерения[1, с. 4].
4. Истинное значение величины – это значение физической величины, которое идеальным образом отражало бы в качественном и количественном отношении соответствующее свойство объекта[1, с. 4].

**Библиография**

1. Рабинович С.Г. Погрешности измерений/ С.Г. Рабинович/ - Л.: Энергия, 1978. – 262 с.
2. Сергеев А.Г. Метрология/ А.Г. Сергеев, В.В. Крохин. – М.: Логос, 2001. – 408 с.