



Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра математической физики

Волчинская Татьяна Андреевна

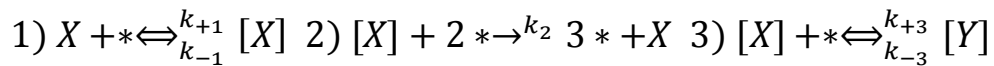
601 группа

Отчет по практическому заданию №1 на тему:

**Построение параметрического портрета
системы. Нахождение областей множественности
стационарных состояний и автоколебаний.**

Постановка задачи

Рассматривается автокаталитическая химическая реакция, в которой вещество Y адсорбируется на поверхность катализатора и десорбируется с поверхности с буферной стадией в зависимости от наличия свободных мест. Кинетическая схема реакции имеет вид:



Математическая модель, соответствующая данной реакции:

$$\frac{dx}{dt} = k_1 z - k_{-1} x - k_3 x z + k_{-3} y - k_2 z^2 x,$$

$$\frac{dy}{dt} = k_3 x z - k_{-3} y,$$

$$z = 1 - x - 2y - \text{концентрация свободных мест},$$

$$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x + 2y \leq 1,$$

$$k_1 = 0.12, k_{-1} = 0.01, k_2 = 0.95, k_3 = 0.0032, k_{-3} = 0.002.$$

Однопараметрический анализ по k_1

Стационарные состояния удовлетворяют системе уравнений:

$$k_1 z - k_{-1} x - k_3 x z + k_{-3} y - k_2 z^2 x = 0,$$

$$k_3 x z - k_{-3} y = 0,$$

Из второго уравнения выражаем переменную y

$$y = \frac{k_3 x (1 - x)}{k_{-3} + 2x k_3}$$

и подставим в первое уравнение. Из получившегося уравнения выразим k_1 через остальные параметры и переменную y :

$$k_1 = \frac{k_{-1} x + k_3 x (1 - x - 2y) - k_{-3} y + k_2 x (1 - x - 2y)^2}{1 - x - 2y}$$

В пределах заданного диапазона изменения переменной x находим соответствующие значения y и k_1 . Затем найдем элементы матрицы Якоби, её след и её определитель:

$$a_{11} = -k_1 - k_{-1} - k_3 (1 - 2y - 2x) - k_2 (1 - x - 2y)^2 + 2k_2 x (1 - x - 2y)$$

$$a_{12} = -2k_1 + 2k_3x + k_{-3} + 4k_2x(1 - x - 2y)$$

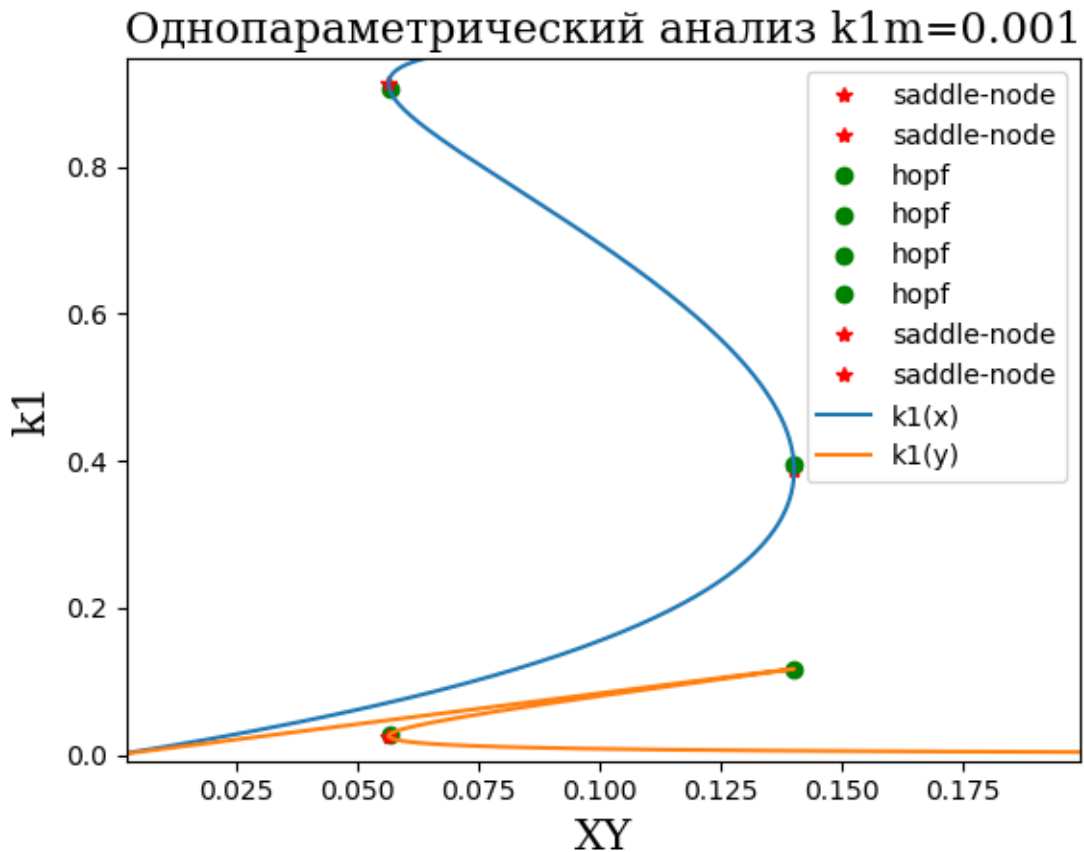
$$a_{21} = k_3(1 - 2y - 2x)$$

$$a_{22} = -2k_3x - k_{-3}$$

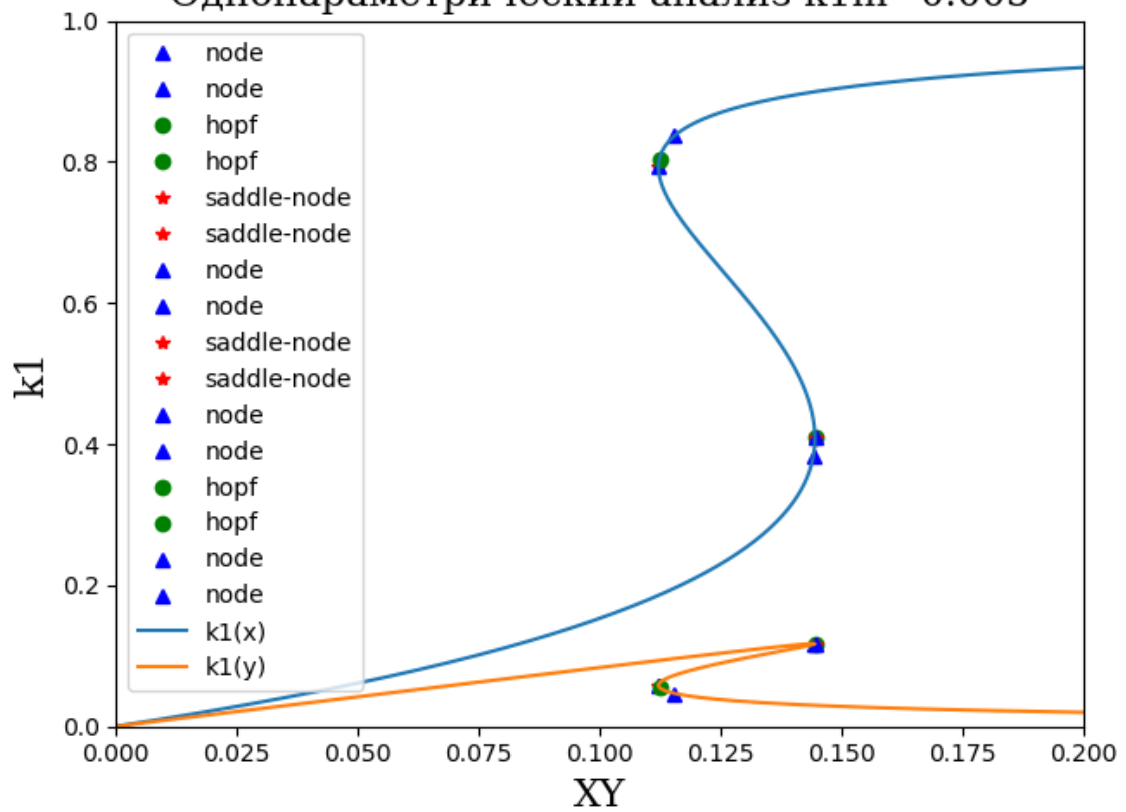
$$\Delta A = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$$S_A = a_{11} + a_{22}$$

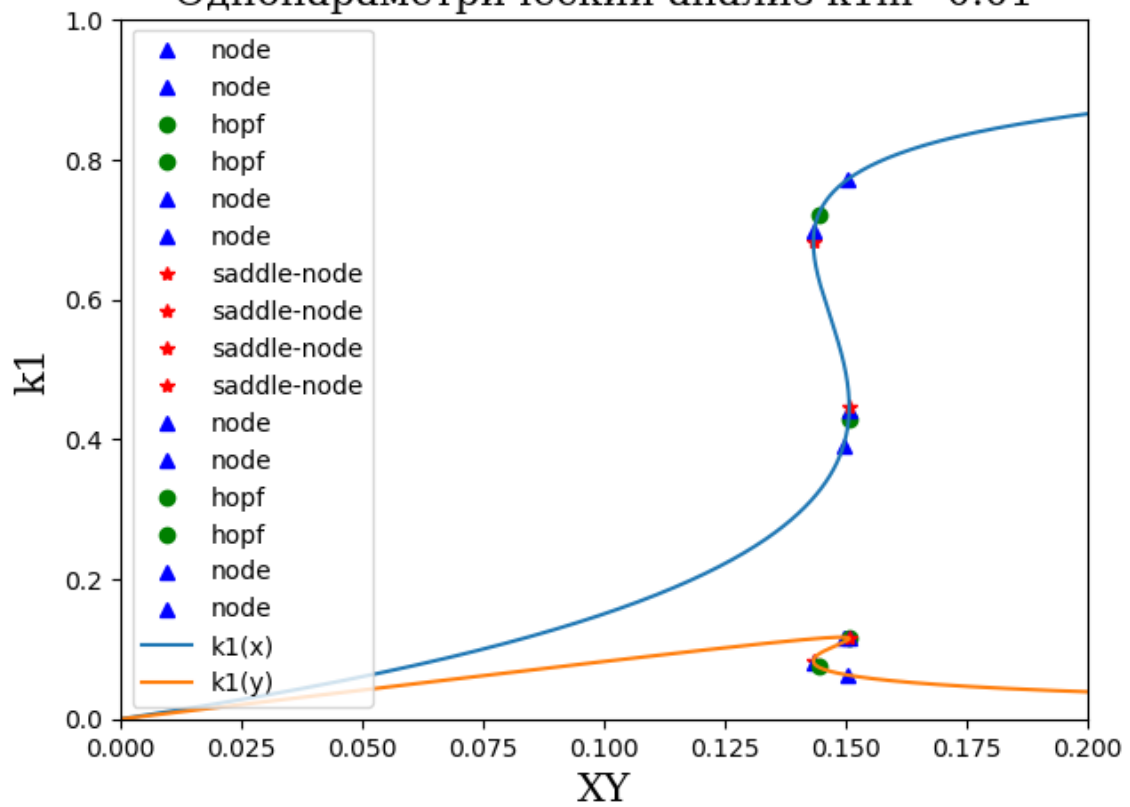
Затем находим точки бифуркации с помощью определения изменения знака Якобиана. В задании необходимо провести однопараметрический анализ для нескольких значений параметра $k_{-1} = \{0,001; 0,005; 0,01; 0,015; 0,02\}$ и $k_{-3} = \{0,0005; 0,001; 0,002; 0,003; 0,004\}$. Приведем соответствующие результаты.



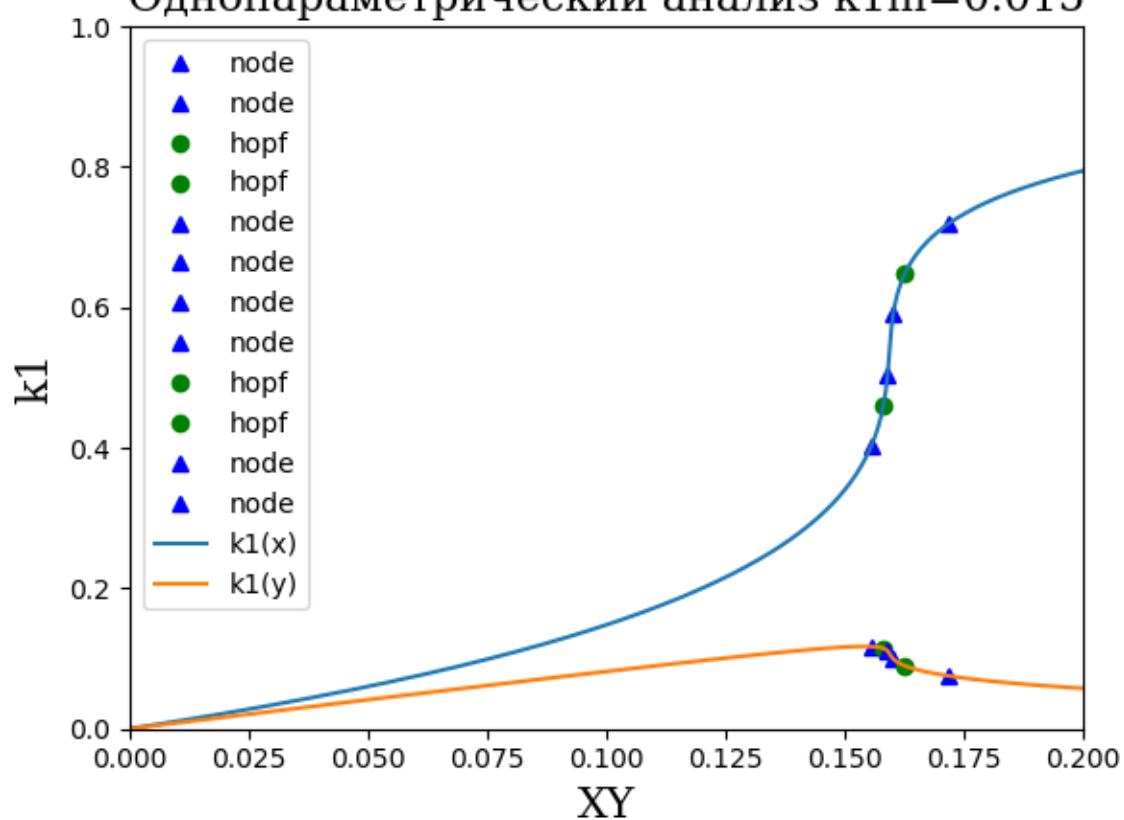
Однопараметрический анализ $k_1m=0.005$



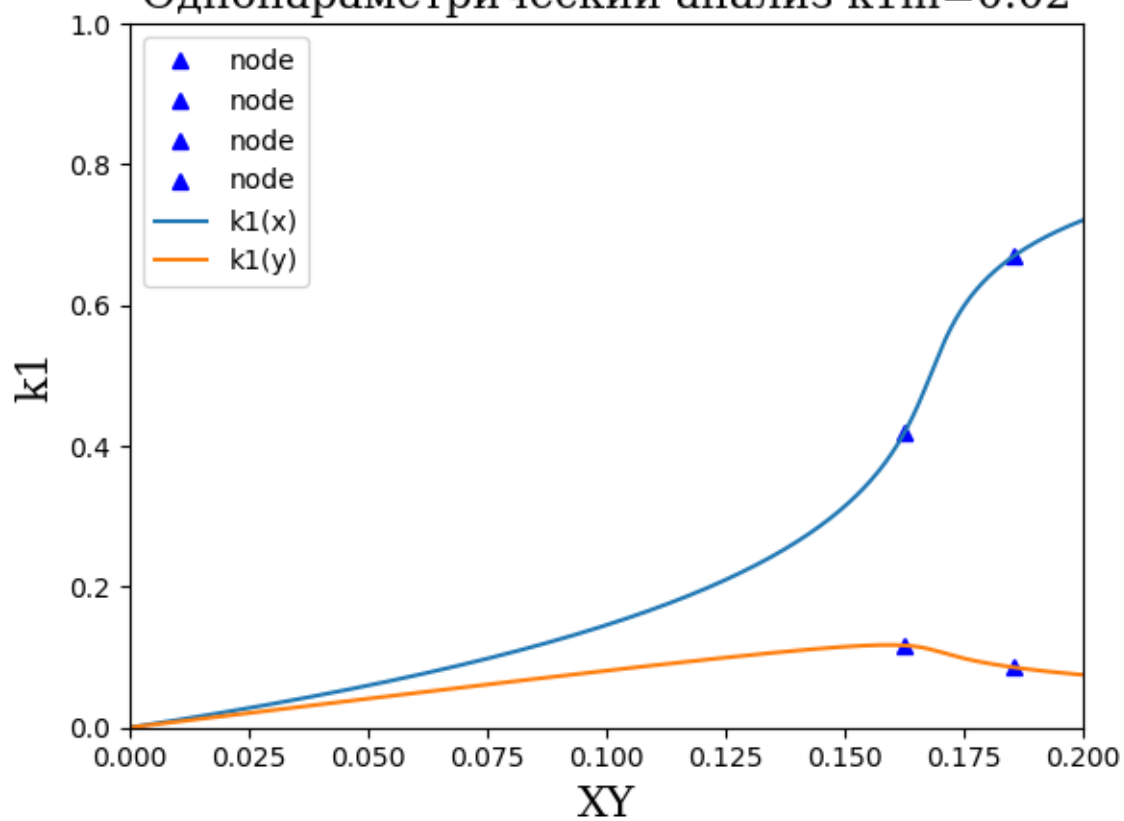
Однопараметрический анализ $k_1m=0.01$



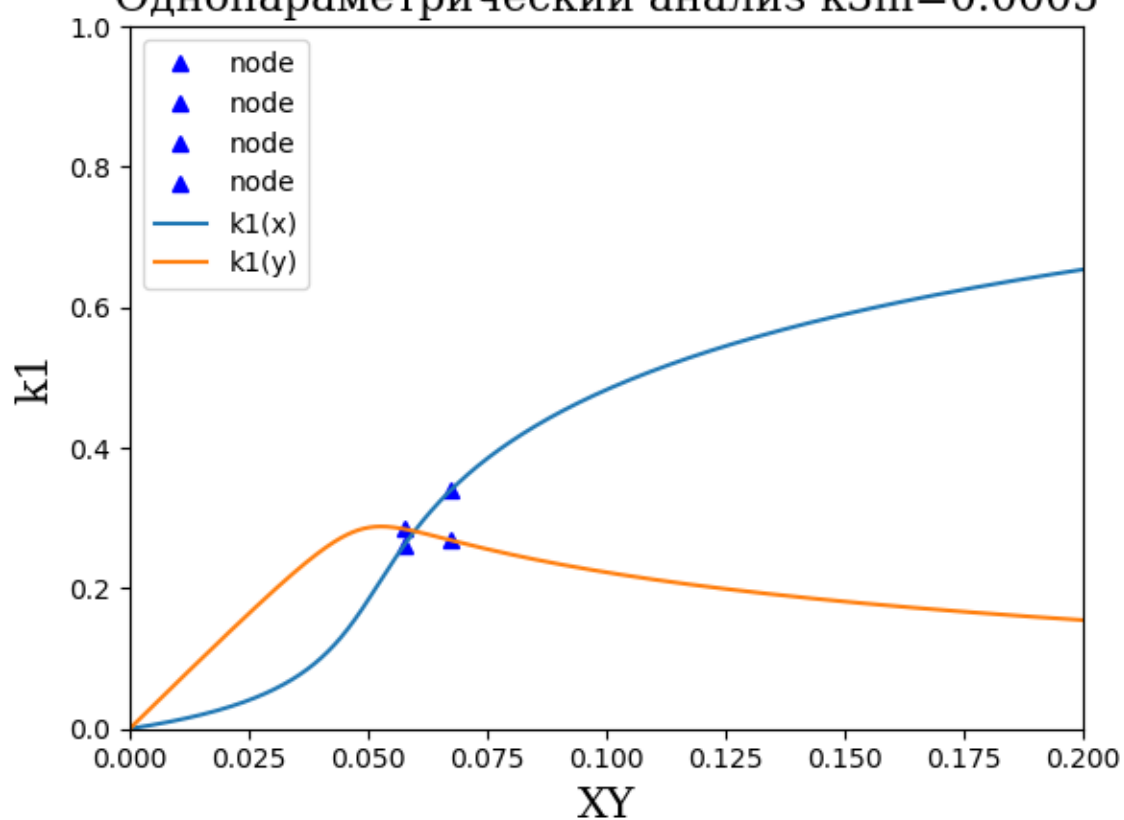
Однопараметрический анализ $k_1m=0.015$



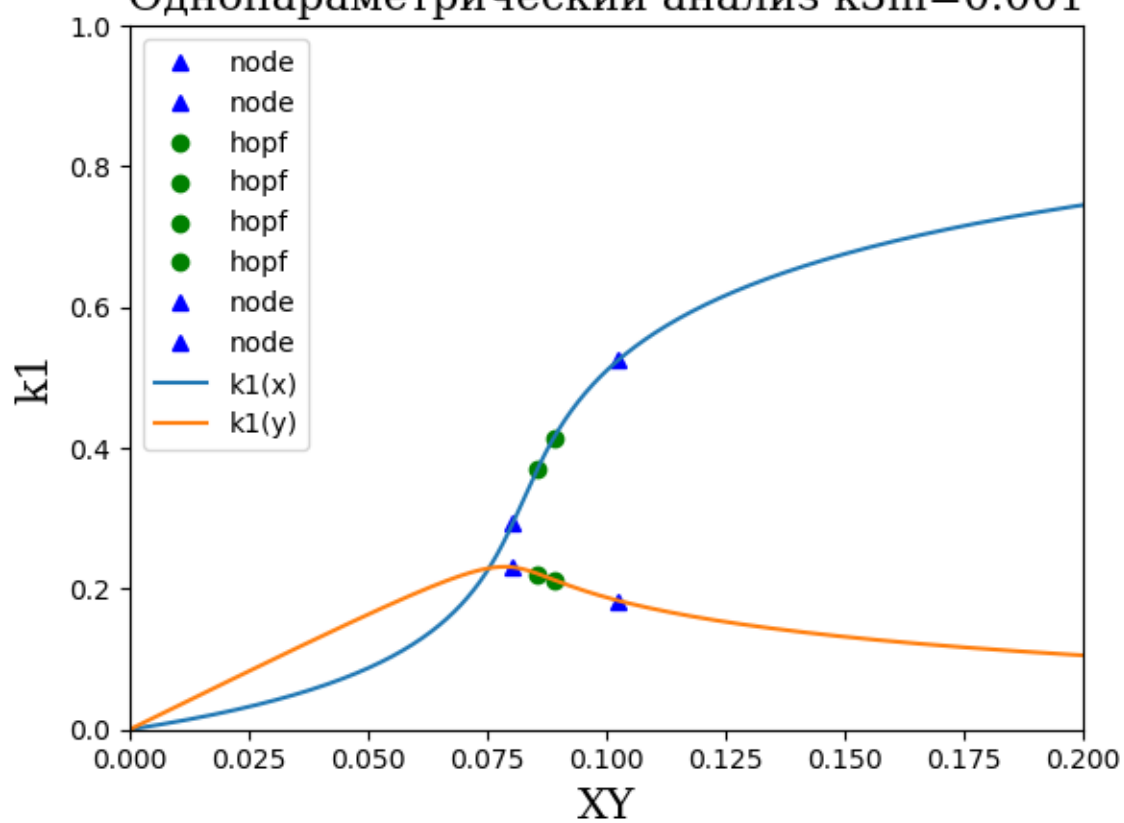
Однопараметрический анализ $k_1m=0.02$



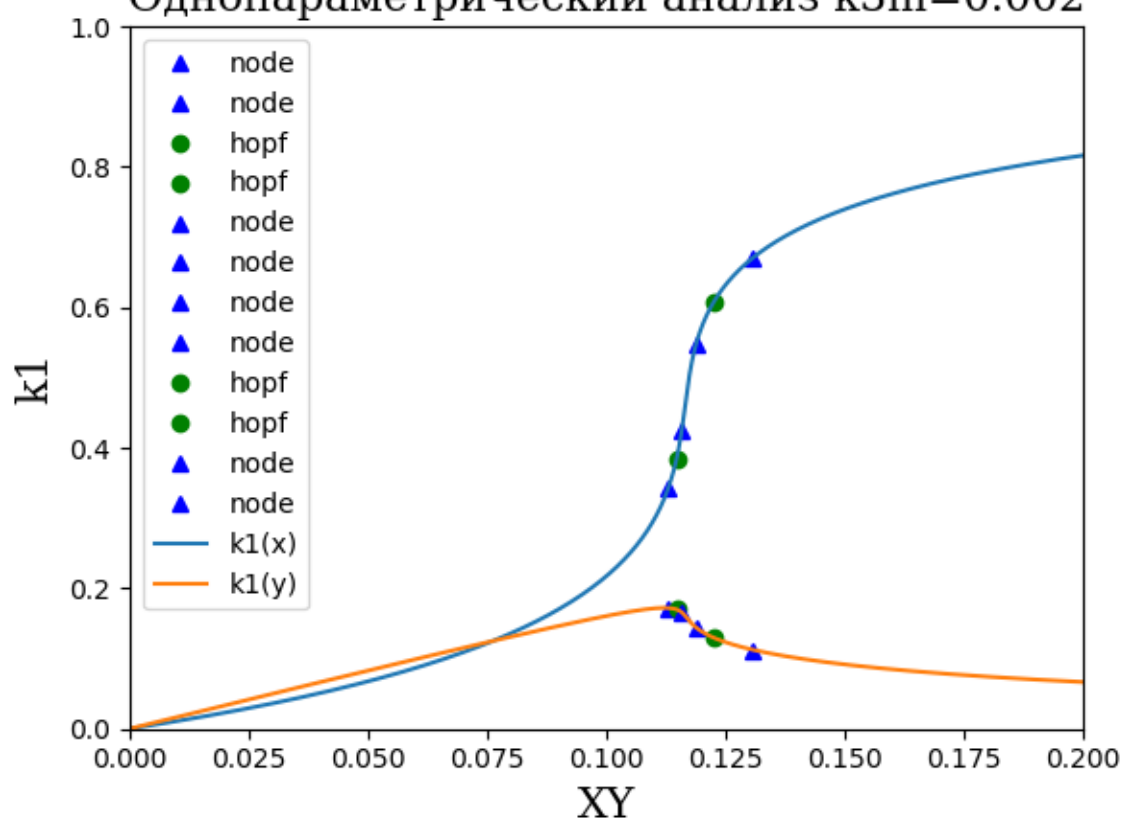
Однопараметрический анализ $k3m=0.0005$



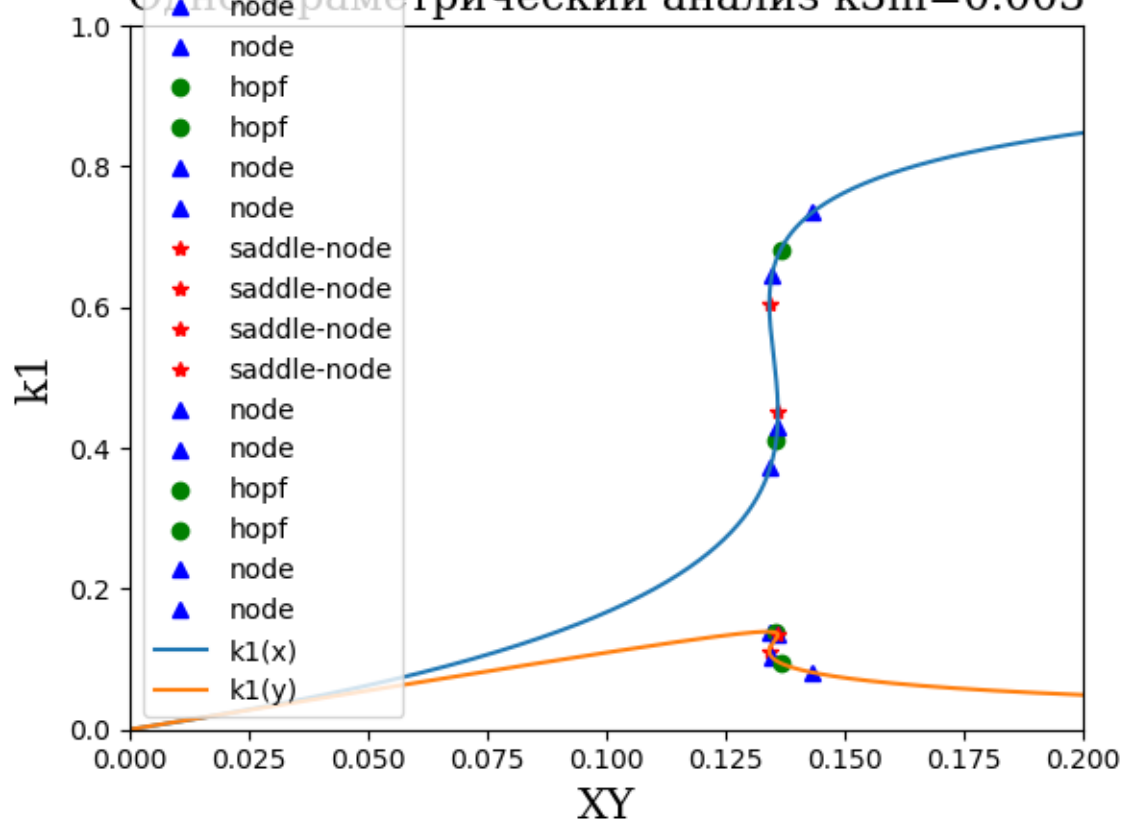
Однопараметрический анализ $k3m=0.001$



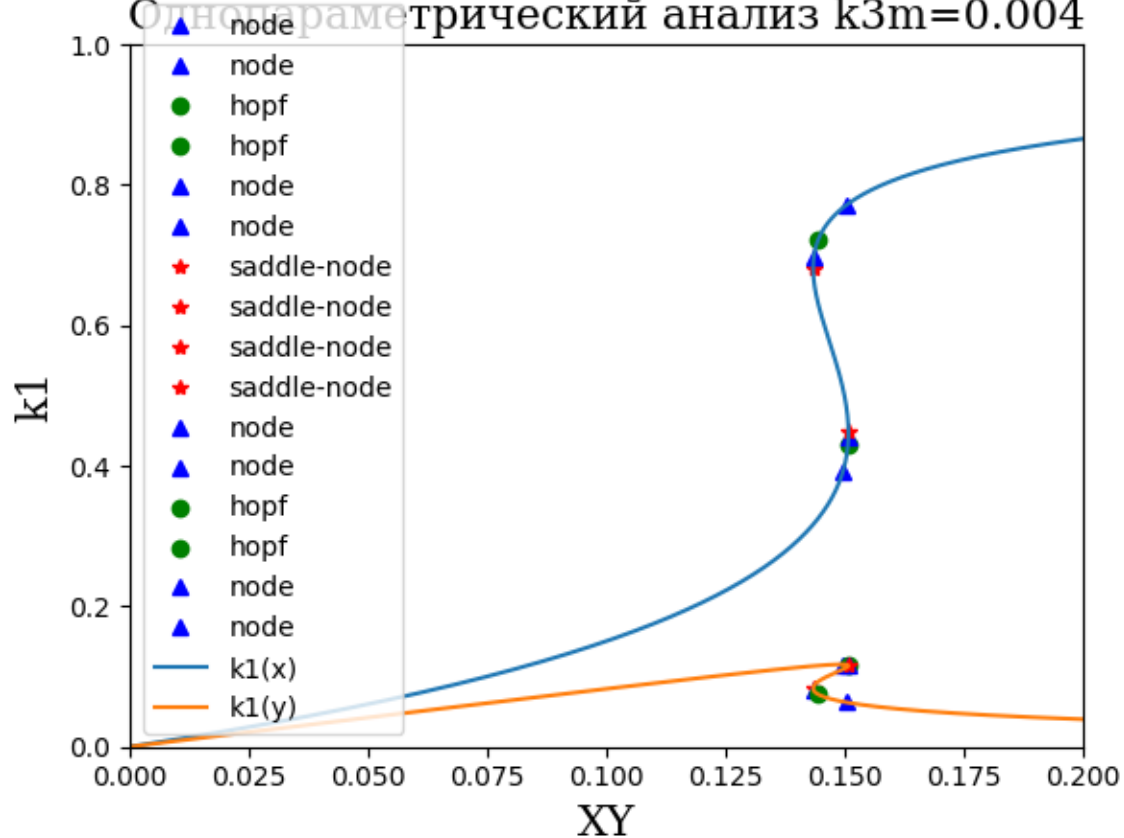
Однопараметрический анализ $k_{3m}=0.002$



Однопараметрический анализ $k_{3m}=0.003$

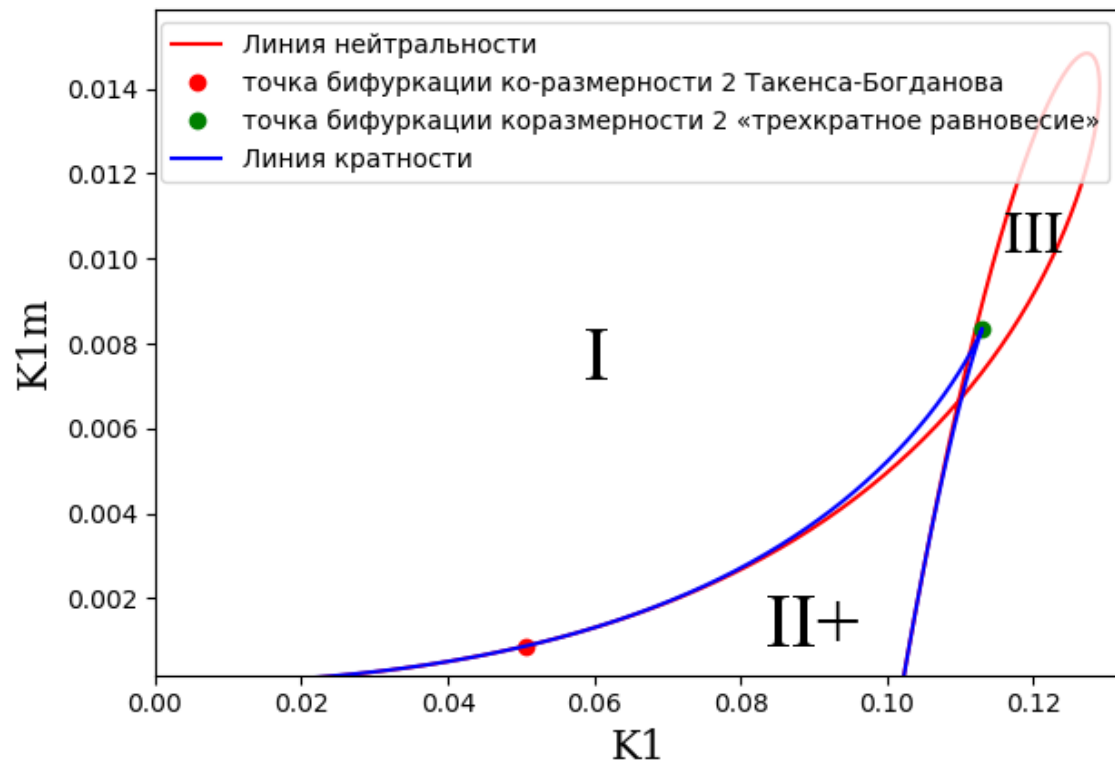


Однопараметрический анализ $k_3m=0.004$

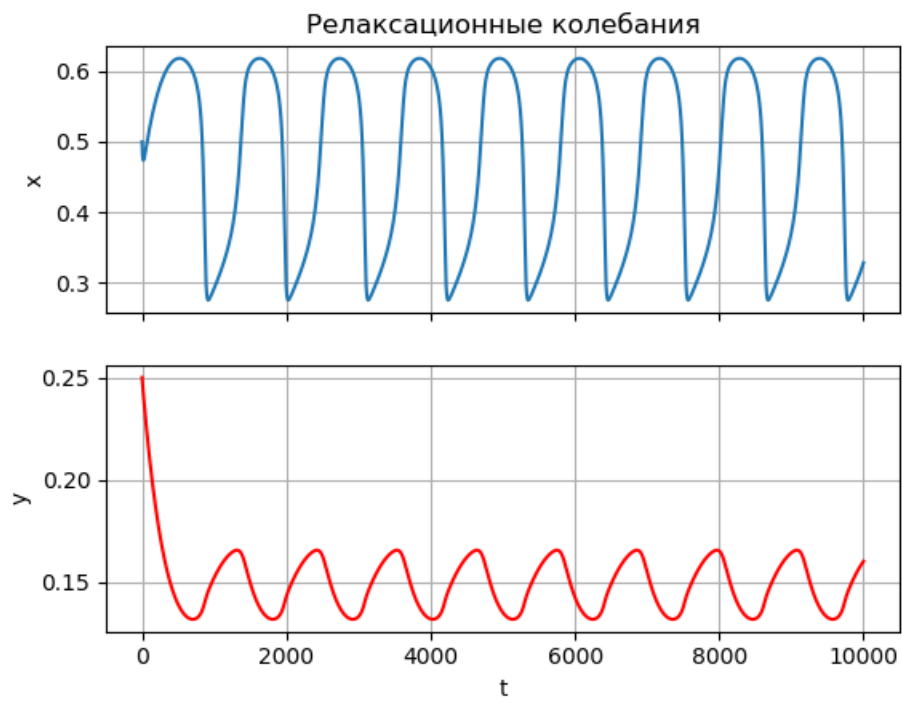


Двухпараметрический анализ по (k_1, k_{-1})

Для двухпараметрического анализа на плоскости (k_1, k_{-1}) построим линии кратности и нейтральности. Линия кратности получается при вырожденности матрицы Якоби, а линия нейтральности - при равенстве нулю следа матрицы Якоби.



Автоколебания система имеет в области III (внутри петли), где существует единственное неустойчивой стационарное состояние. В области II+ существует три состояния, одно из них устойчиво.



Фазовый портрет

