

FRIEDRICH-SCHILLER-UNIVERSITÄT JENA  
PHYSIKALISCH-ASTRONOMISCHE-FAKULTÄT



FRIEDRICH-SCHILLER-  
UNIVERSITÄT  
JENA

WINTERSEMESTER 2023/24

---

# Mathematik - Ein Vorkurs für Studienanfänger

---

MARTIN BEYER

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Grundrechnungsarten</b>                                   | <b>3</b>  |
| 1.1      | Addition und Subtraktion . . . . .                           | 3         |
| 1.2      | Multiplikation und Division . . . . .                        | 4         |
| 1.3      | Bruchrechnung . . . . .                                      | 5         |
| 1.4      | Potenzen und Wurzeln . . . . .                               | 6         |
| 1.4.1    | Potenzen . . . . .   | 6         |
| 1.4.2    | Wurzeln . . . . .  | 7         |
| 1.5      | Gleichungen . . . . .  | 8         |
| <b>2</b> | <b>Lineare Gleichungssysteme</b>                             | <b>9</b>  |
| 2.1      | Mengen und Intervalle . . . . .                              | 9         |
| 2.2      | Lineare Funktionen . . . . .                                 | 12        |
| 2.3      | Lineare Gleichungssysteme mit 2 Unbekannten . . . . .        | 15        |
| 2.4      | Lineare Gleichungssysteme mit 3 Unbekannten . . . . .        | 17        |
| <b>3</b> | <b>Quadratische Gleichungssysteme</b>                        | <b>20</b> |
| 3.1      | Die quadratische Gleichung . . . . .                         | 20        |
| 3.2      | Quadratische Funktionen . . . . .                            | 22        |
| 3.3      | Quadratische Gleichungssystem mit zwei Unbekannten . . . . . | 23        |
| <b>4</b> | <b>Umgang mit beliebigen Potenzen</b>                        | <b>25</b> |
| 4.1      | Polynome und Polynomdivision . . . . .                       | 25        |
| 4.2      | Partialbruchzerlegung . . . . .                              | 26        |
| 4.3      | Potenzfunktionen . . . . .                                   | 28        |
| <b>5</b> | <b>Das Summenzeichen</b>                                     | <b>29</b> |
| <b>6</b> | <b>Exponentialfunktionen und Logarithmen</b>                 | <b>32</b> |
| 6.1      | Logarithmen . . . . .  | 32        |

## 6 Exponentialfunktionen und Logarithmen

Wir wollen uns nun mit Funktionen beschäftigen, die exponentielles Wachstum beschreiben. *Exponentialfunktionen* sind Funktionen, deren Variable im Exponenten steht  $f(x) = a^x$ . Hierbei muss die Basis  $a > 0$  sein. Unabhängig von  $a$  gilt dann  $a^0 = 1$ , d. h. alle Exponentialfunktionen schneiden die  $y$ -Achse im Punkt  $(0, 1)$ .

Wir können, abhängig von  $a$ , drei Fälle unterscheiden

- $a > 1$ :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$ , asymptotische Annäherung an  $x$ -Achse von rechts
- $a < 1$ :  $\lim_{x \rightarrow \infty} a^x = 0$ , asymptotische Annäherung an  $x$ -Achse von links
- $a = 1$ :  $y = 1$  für alle  $x$

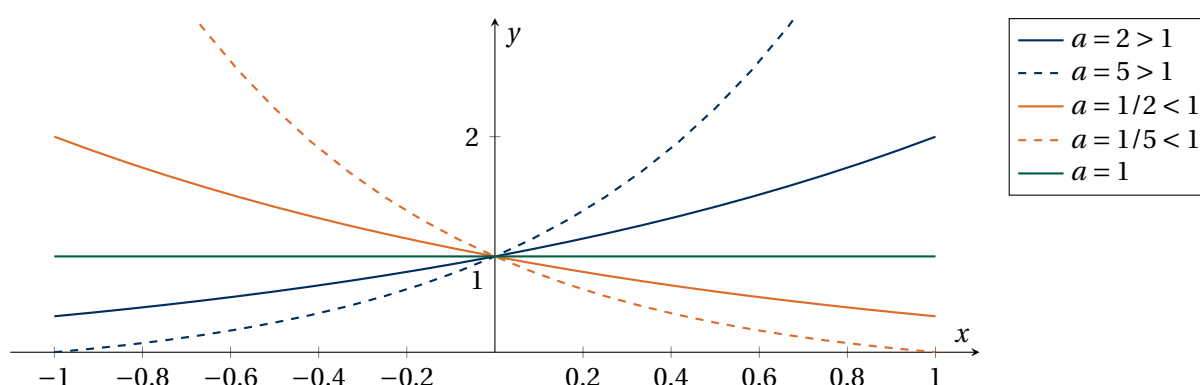


Abb. 4: Darstellung von Exponentialfunktionen für verschiedene Werte von  $a$ .

Die Funktionen sind spiegelbildlich zur  $x$ -Achse, denn

$$\left. \begin{array}{l} f_1(x) = a^x \\ f_2(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x = a^{-x} = f_1(-x) \end{array} \right\} \text{ wenn } a > 1, \text{ dann } \frac{1}{a} < 1. \quad (6.1)$$

Das heißt, zu jeder **blauen** Funktion mit Basis  $a$ , findet man eine spiegelsymmetrische **orange** Funktion mit Basis  $\frac{1}{a}$ .

### 6.1 Logarithmen

Wir wollen uns nun die Frage stellen, welchen Wert  $n$  ein Exponent zu einer gegebenen Basis  $b$  haben muss, damit der Potenzwert  $a$  herauskommt. Also es gelte  $a = b^n$  für ein bekanntes  $a$  und  $b$ , was ist dann  $n$ ?

Die Antwort auf diese Frage liefert die Logarithmusfunktion:

$$\text{Exponent} \longrightarrow n = \log_b(a). \longleftarrow \text{Numerus (Potenzwert)} \quad (6.2)$$

↙  
Radikand