

# 基于贝叶斯神经网络的机床热误差建模<sup>\*</sup>

王子涵<sup>①②</sup> 杨秀芝<sup>②</sup> 段现银<sup>①</sup> 蒋宇辉<sup>①</sup> 王兴东<sup>①</sup>

(<sup>①</sup>武汉科技大学机械学院,湖北 武汉 430070;<sup>②</sup>湖北理工学院智能  
输送技术与装备湖北省重点实验室,湖北 黄石 435003)

**摘要:**热误差严重影响着机床的加工精度,对机床关键部件进行热特性分析是开发精密机床的重要环节。通过测量包括数控机床的特殊位置温度和定位误差在内的热特性,研究了温升与定位误差之间的关系,提出了一种基于贝叶斯神经网络的热误差建模方法。通过 K-means 聚类和相关系数法来选择温度敏感点,可以有效地抑制温度测量点之间的多重共线性问题。结果表明:通过使用贝叶斯神经网络能提高机床 88.015 9% 的精度,比 BP 神经网络高出 15.763 8%,与 BP 神经网络模型相比,贝叶斯神经网络具有更加优良预测性能。贝叶斯神经网络模型为降低机床热误差的影响提供了新思路。

**关键词:**机床;热误差;BP 神经网络;贝叶斯神经网络

**中图分类号:**TP202 **文献标识码:**A

**DOI:**10.19287/j.cnki.1005-2402.2022.01.026

## Research on thermal error modeling of machine tool based on bayesian neural network

WANG Zihan<sup>①</sup>, YANG Xiuzhi<sup>②</sup>, DUAN Xianyin<sup>①</sup>, JIANG Yuhui<sup>①</sup>, WANG Xingdong<sup>①</sup>

(<sup>①</sup>School of Mechanics, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430070, CHN;

<sup>②</sup>Key Laboratory of Intelligent Transportation Technology and Equipment of Hubei,  
Hubei Polytechnic University, Huangshi 435003, CHN)

**Abstract:** Thermal error seriously affects the machining accuracy of the machine tool. The thermal characteristic analysis of the key parts of the machine tool is an important link in the development of precision machine tool. Therefore, this paper studies the relationship between temperature rise and positioning error by measuring the thermal characteristics including the temperature and positioning error of special position of CNC machine tool, and proposes a thermal error modeling method based on Bayesian neural network. Using K-means clustering and correlation coefficient method to select temperature sensitive points can effectively suppress multicollinearity between temperature measurement points. The results show that the accuracy of machine tool can be improved by 88.015 9% by using bayesian neural network, which is 15.763 8% higher than BP neural network. Compared with BP neural network model, bayesian neural network has better prediction performance. Bayesian neural network model provides a new idea to reduce the influence of thermal error of machine tool.

**Keywords:** machine tool; thermal error; BP neural network; bayesian neural network

随着精密制造技术的广泛应用和快速发展,现在市场对数控机床加工精度的需求日益增长。由于在加工操作期间由诸如电动机和轴承之类的部件产生的热量,机床的温度升高使机床形变引起热误差,并且整体精度降低。更为重要的是大量科学研究和加工实践表明,热致误差约占高精度机床总误差的 40% ~ 70%<sup>[1-2]</sup>。目前减少机床的热误差的方法主要有 2 个

方向,分别是硬件和软件。硬件方向是从机床本身的材料和结构进行研究,通过采用新型材料和改善结构来从根本上减少机床热误差。软件方向是利用补偿的思想建立准确的机床热误差预测模型,通过该模型预测补偿误差去抵消机床的原始热误差,从而达到减少热误差的目的。而因为软件研究的经济成本比硬件少得多,且适应性更强,因此软件补偿是数控机床热误差

\* 国家自然科学基金资助项目(51875418);武汉科技大学国防预研基金(GF201906);国家重点研发项目(2017YFB1300502)

研究的最重要方向。

如余文利等<sup>[3]</sup>使用混沌粒子群优化的灰色模型(GM)来建立热误差模型,提高了模型的迭代速度,而比单一的GM模型和ANN的预测精度更高;张毅<sup>[4-6]</sup>提出了结合灰色模型和反向传播(BP)神经网络的灰色神经网络,通过对神经网络结构的优化,提高了模型的泛化能力;郑金勇等<sup>[6-7]</sup>利用遗传算法(GA)来优化灰色神经网络从而建立热误差模型,与BP神经网络相比进一步提高了模型的预测精度。李彬等<sup>[8]</sup>基于GA进一步优化基于小波分析优化过的BP神经网络,用小波基函数替代隐含层节点的激励函数,解决了BP神经网络易于陷入局部最小值过度拟合的问题。

而本文使用了一种新的高效的基于BP神经网络的算法,通过学习神经网络权重上的概率分布,使模型在拟合不足和拟合过度之间达到平衡,称为贝叶斯神经网络(BNN)<sup>[9-13]</sup>。BNN在训练样本数据稀少时有着比其他网络更好的性能,适合机床热误差实验数据少,难获取的特性<sup>[14]</sup>。

## 1 贝叶斯神经网络模型

### 1.1 贝叶斯神经网络原理

贝叶斯神经网络,是一种为通过为神经网络的权重引入不确定性进行正则化的新型神经网络模型,使之可以任意精度近似任何连续函数。

如图1中所示的网络体系结构是最常用的一种标准BP神经网络,由输入层、隐藏层和输出层组成。隐藏层通常使用S型激活函数,而输出层通常使用线性函数。一个神经网络模型可以视为一个条件分布模型 $P(y|x, w)$ ,输入 $x$ ,输出预测值 $y$ 的分布, $w$ 为神经网络中的权重<sup>[9]</sup>,每个权重都有一个固定值,这是由经典BP神经网络提供的。相应地,神经网络的学习可以视作是一个最大似然估计(MLE):

$$\begin{aligned} w^{\text{MLE}} &= \arg \max_w \log P(D|w) \\ &= \arg \max_w \sum_i \log P(y_i|x_i, w) \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $D$ 对应我们用来训练的数据集, $x_i$ 为每个节点的输入, $y_i$ 为每个节点的输出, $w$ 为每个节点的权重。MLE中不对 $w$ 的先验概率作假设,也就是认为 $w$ 取什么值的机会都均等。如果为 $w$ 引入先验,那就变成了最大后验估计(MAP):

$$\begin{aligned} w^{\text{MAP}} &= \arg \max_w \log P(w|D) \\ &= \arg \max_w \log P(D|w) + \log P(w) \end{aligned} \quad (2)$$

贝叶斯估计同样引入先验假设,与MAP的区别是贝叶斯估计求出 $w$ 的后验分布 $P(w|D)$ ,而不限于

argmax值。如图2所示,神经网络的权重为一个分布而不是一个具体的数值,这样我们就可以为神经网络的预测引入不确定性。由于我们求得的是分布,基于 $w$ 由 $x$ 预测 $y$ 的概率模型为:

$$P(\hat{y}|\hat{x}) = E_{P(w|D)} [P(\hat{y}|\hat{x}, w)] \quad (3)$$

此时预测值 $y$ 为后验分布 $P(w|D)$ 上的所有可能的神经网络预测值的期望。根据贝叶斯理论,后验分布为:

$$P(w|D) = \frac{P(w, D)}{P(D)} = \frac{P(D|w)P(w)}{P(D)} \quad (4)$$

$P(D)$ 取决于样本数据集,而对于 $P(w)$ 的形式,文献[10]给出了一个混合尺度高斯先验:

$$P(w) = \prod_j \pi N(w_j|0, \sigma_1^2) + (1 - \pi) N(w_j|0, \sigma_2^2) \quad (5)$$

其每个权重其分布的先验都是2种相同均值、不同标准差的高斯分布的叠加。

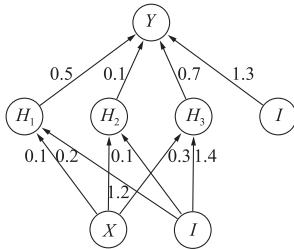


图1 普通BP神经网络

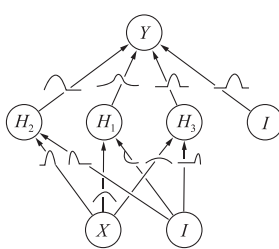


图2 贝叶斯神经网络

### 1.2 贝叶斯正则化

为了后验分布 $P(D|w)$ 和期望,Blundell C等<sup>[10]</sup>利用变分的方法让高斯分布 $\theta$ 的参数代入 $q(w|\theta)$ 去逼近真正的后验,把求后验分布的问题转变成求解最好的 $\theta$ 问题,这个过程可以通过最小化2个分布的KL散度实现:

$$\begin{aligned} \theta^* &= \arg \min_{\theta} D_{KL}[q(w|\theta) \| P(w|D)] \\ &= \arg \min_{\theta} \int q(w|\theta) \log \frac{q(w|\theta)}{P(w)P(D|w)} dw \\ &= \arg \min_{\theta} D_{KL}[q(w|\theta) \| P(w)] - \\ &\quad E_{q(w|\theta)} [\log P(D|w)] \end{aligned} \quad (6)$$

Blundell C<sup>[10]</sup>把第一项叫作复杂性代价,描述的是权重和先验的契合程度;把第二项叫作似然代价,描述对样本的拟合程度。我们可写成目标函数的形式:

$$\begin{aligned} F(D, \theta) &= D_{KL}[q(w|\theta) \| P(w)] - \\ &\quad E_{q(w|\theta)} [\log P(D|w)] \end{aligned} \quad (7)$$

优化这个目标函数就是贝叶斯神经网络正则化,在2种代价中取平衡。

## 2 实验

在机床工作期间,由于进给机构丝杠和螺母之间

的摩擦以及轴承的摩擦而产生大量的热量,这导致机床结构的变形影响精度。因此,除了主轴系统外,有必要测量驱动系统的热特性,其工作主要包括温度场和热误差 2 个方面,得出温度和误差之间明确的数学关系。本文的实验平台为某公司的 BF-850L 立式五轴数控机床,本文的研究主轴误差为 Z 轴误差,平台的搭建如图 3a 所示,测量热误差仪器为雷尼绍 RENISHAW 激光干涉仪和菲力尔红外热像仪 FLIR TG42;温度的测量分为 2 种方式,第一种是接触式测量,例如主轴电机和丝杠螺母通常使用磁吸式温度传感器进行测量;而对于难以测量的部件,我们使用红外热像仪辅助测量数据。在本文中,我们使用了红外热像仪测量主轴轴承 T2 的温度数据。

在实验正式开始之前,先测量了机床在环境温度  $T_0$  下的 Z 轴方向主轴误差  $E_{几何}$ ,即几何误差,研究<sup>[15-16]</sup>表明机床误差主要由几何误差和热误差构成。故

$$E_{热} = E_{总} - E_{几何} \tag{8}$$

如此,根据正式实验中激光干涉仪测量数据  $E_{总}$  就很容易得出主轴热误差  $E_{热}$ 。

在热误差实验中,温度传感器的具体位置温度测点为表 1 和图 3b 所示。为了模拟正常工作的工况,主轴的转速被设定为 8 000 r/min, X、Y、Z 进给轴以 20 m/min 做往复运动,每 15 min 测量 1 次主轴的重复定位精度和各温度点当前温度数值。

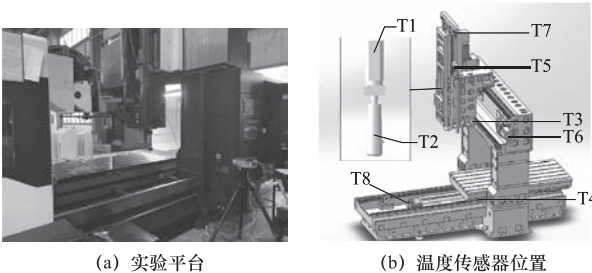


图3

表 1 各温度传感器具体位置

位置	传感器
主轴电机	T1
主轴轴承	T2
X 轴导轨滑块	T3
Y 轴导轨滑块	T4
Z 轴导轨滑块	T5
X 轴丝杠螺母	T6
Z 轴丝杠螺母	T7
Y 轴丝杠螺母	T8

机床在 230 min 达到热稳定状态<sup>[17-19]</sup>时停止测量,此时机床热源和外界环境热量交换平衡,温度基本

不会变化,误差也趋于稳定。温度和热误差变化如图 4 所示。

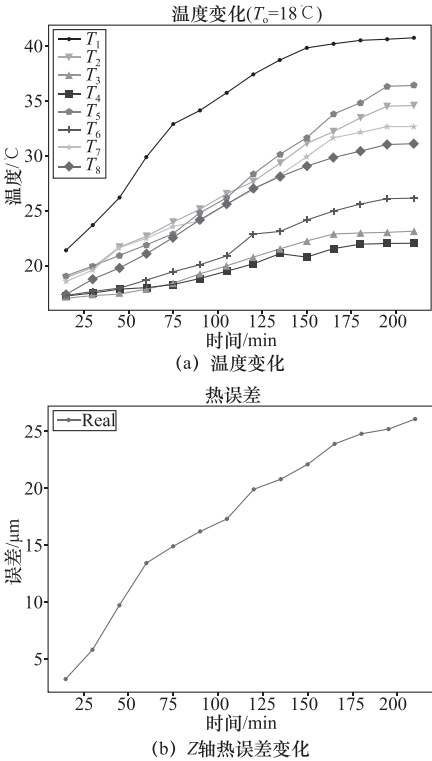


图4 温度和热误差变化

3 温度测点优化

在实验中我们尽可能多地选用了 8 个温度测点,以防温度场的重要信息丢失导致输入模型的数据不完整,降低了模型预测的准确性。但例如  $T_3$  和  $T_4$  的温度变化存在共线性关系,使模型的预测精度降低,同时增大了模型的复杂性和后期处理数据的时间<sup>[20-21]</sup>。为了尽可能精确筛选温度场中的关键点,我们使用了 K-means 算法对 8 个温度测点进行了聚类分析,并从各个聚类中挑选出对热误差影响最大的点作为模型的输入变量。

在此,取 K 值为 3,于此将对热误差相似影响的温度点分成 3 个簇分别聚集在一起。聚类结果如表 2 所示。在聚类后,各簇温度变量之间有很强的相似性,为了减少相似温度点之间的耦合效应,我们在构建热误差模型时使用相关系数法在每簇温度变量中选出一个对热误差影响最大的温度点作为模型的输入,温度与热误差斜率之间的相关系数为:

表 2 K-means 聚类结果

簇数	温度变量 $T$
3	{1}, {2,5,7}, {3,4,6,8}

ρ(T<sub>i,k</sub>) = (Σ<sub>j=1</sub><sup>m</sup> (T<sub>ij</sub> - T<sub>i</sub>)(k<sub>j</sub> - k<sub>j</sub>)) / (sqrt(Σ<sub>j=1</sub><sup>m</sup> (T<sub>ij</sub> - T<sub>i</sub>)<sup>2</sup>) \* sqrt(Σ<sub>j=1</sub><sup>m</sup> (k<sub>j</sub> - k<sub>j</sub>)<sup>2</sup>)) (9)

式中:  $T_{ij}$  代表第  $j$  次测量中第  $i$  个测量位置的温度数据。  $T_i$  是第  $i$  个测量点温度数据的平均值,  $k_j$  是第  $j$  次测量的定位误差数据的直线拟合斜率,  $k_{ji}$  是所有斜率的平均值<sup>[9]</sup>。各温度变量的相关系数如表 3 所示, 相关系数越大, 温度测量点与热误差的相关性越强, 就越反映热误差的实际变化。结合表 2, 最后选定 T1、T5、T6 作为模型的输入变量。

表 3 温度变量相关系数

温度传感器	相关系数
T1	0.917 8
T2	0.834 2
T3	0.726 9
T4	0.699 7
T5	0.892 1
T6	0.775 8
T7	0.814 5
T8	0.763 7

4 验证模型性能

为了验证贝叶斯神经网络(BNN)模型的性能, 我们引入了 BP 神经网络进行对比, 从 2 个方面分析了模型的性能。首先, 我们使用一组数据进行误差建模, 并比较每种模型的拟合能力。然后, 为了比较每个模型的泛化能力, 我们使用了在不同工作条件下的另一组实验数据进行预测。

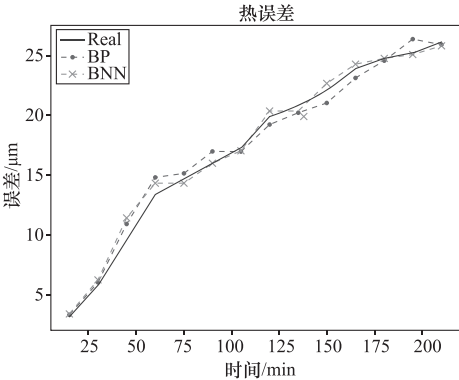
4.1 模型拟合性能分析

将 BP 神经网络模型结构设为 3-7-1, 两种模型的学习速率设为 0.005, 迭代次数为 1 000 次。模型搭建完成后, 把实验数据输入模型中, 拟合性能如图 7 所示, 由图 5 可以看出 BP 和 BNN 的拟合精度都很优秀, 但 BNN 的效果更好, 为了更为明确得出结论, 我们将残差波动幅度  $\Delta E_{\max}$ 、残差平均值  $\Delta E$ 、均方误差  $MSE$  以及预测精度  $\eta$  作为模型性能评估标准。其中预测精度  $\eta$  的计算公式为:

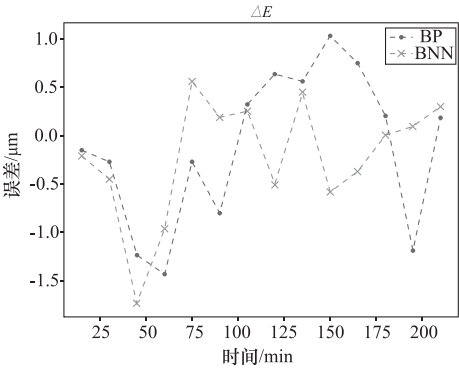
η = 1 - (Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> |y<sub>i</sub> - ŷ<sub>i</sub>|) / (Σ<sub>i=1</sub><sup>n</sup> |y<sub>i</sub>|) × 100% (10)

式中: 其中  $y_i$  是测量值,  $\hat{y}_i$  是模型的预测输出值。在上述指标中,  $\Delta E_{\max}$ 、 $\Delta E$  和  $MSE$  是负指标, 也就是值越

小, 预测模型的性能越好;  $\eta$  是正指标, 值越大, 预测模型的性能越好。各性能评价指标的计算结果示于表 4。由表 4 可以看出虽然 BNN 的最大残差为 1.732 8  $\mu\text{m}$ , 大于 BP 的最大残差 1.430 1  $\mu\text{m}$ , 但在残差平均值  $\Delta E$ 、均方误差  $MSE$  的性能指标上都比 BP 模型优秀, 预测准确率约高出 2%。



(a) 热误差真实值和模型拟合值



(b) 2种模型热误差残差

图5 模型拟合性能分析

表 4 模型性能指标

模型	$\Delta E_{\max}/\mu\text{m}$	$\Delta E/\mu\text{m}$	$MSE/\mu\text{m}$	$\eta$
BP	1.430 1	0.644 3	0.592 7	89.292 1%
BNN	1.732 8	0.474 5	0.400 4	91.269 6%

4.2 模型泛化性能分析

为了验证模型的泛化性能, 我们将主轴的转速调整为 4 000 r/min,  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  进给轴以 10 m/min 做往复运动, 以同样的时间频率测量温度和热误差数据, 导入模型中, 预测结果如图 6 所示, 各项性能指标如表 5 所示。

从图表中很容易看出, 在改变工况后, BP 模型的性能大幅降低, 残差波动幅度  $\Delta E_{\max}$ 、残差平均值  $\Delta E$  和均方误差  $MSE$  数值是 BNN 模型数值的数倍, 其中  $MSE$  更是达到了 4 倍, 模型的预测准确率降为 72.252 1%, 远低于之前的 89.292 1% 的预测准确率。而 BNN 模型仅小了 3.253 7%, 两者的预测准确率相差 15.763 8%。由此可见 BNN 的性能明显高于 BP, 表明该模型的泛化能力



较强。根据热误差建模和验证实验的结果,贝叶斯神经网络的预测性能明显优于 BP 神经网络,总体精度提高了 88.015 9%,这证明了该模型的稳定性和准确性。

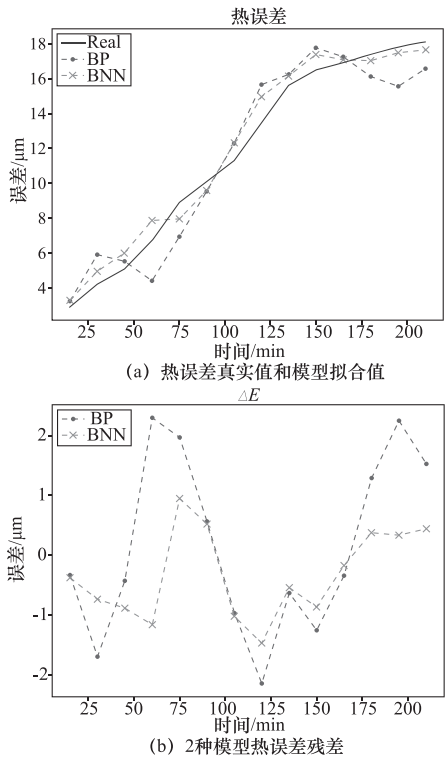


图6 模型泛化能力分析

表 5 模型性能指标

模型	$\Delta E_{\max}/\mu\text{m}$	$\Delta \bar{E}/\mu\text{m}$	$MSE/\mu\text{m}$	$\eta$
BP	2.297 1	1.266 6	2.100 4	72.252 1%
BNN	1.473 9	0.705 2	0.625 1	88.015 9%

5 结语

本文基于贝叶斯神经网络的建模预测机床的热误差,通过测量热误差数据和获得温度敏感点,并将相应的值用作模型的训练,并且可以通过模型预测来获得在每个时刻和每个温度的热误差。实验结果表明,贝叶斯神经网络模型的性能明显优于 BP 神经网络,其最大预测精度高出了 15.763 8%,机床的总体精度提高了 88.015 9%。

参 考 文 献

[1] Ramesh R, Mannan M A, Poo A N. Error compensation in machine tools—a review[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2000, 40(9): 12–19.

[2] Josef M, Jerzy J, Eckart U, et al. Thermal issues in machine tools[J]. CIRP Annals—Manufacturing Technology, 2012, 61(2): 43–58.

[3] 余文利, 姚鑫骅. 改进混沌粒子群优化的灰色系统模型在机床热误差建模中的应用[J]. 现代制造工程, 2018, 21(6): 101–107, 22.

[4] 张毅, 杨建国. 基于灰色理论预处理的神经网络机床热误差建模

[J]. 机械工程学报, 2011, 47(7): 134–139.

[5] 张毅, 杨建国. 基于灰色神经网络的机床热误差建模[J]. 上海交通大学学报, 2011, 45(11): 1581–1586.

[6] 郑金勇, 刘保国, 冯伟. 基于遗传算法优化灰色神经网络的机床主轴热误差建模研究[J]. 机电工程, 2019, 36(6): 602–607.

[7] 谭峰, 殷国富, 殷勤, 等. 基于 GM-LS-SVM 层级模型的数控机床热误差建模[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2016, 47(12): 4028–4034.

[8] 李彬, 张云, 王立平, 等. 基于遗传算法优化小波神经网络数控机床热误差建模[J]. 机械工程学报, 2019, 55(21): 215–220.

[9] Shi H, Jiang C, Yan Z, et al. Bayesian neural network - based thermal error modeling of feed drive system of CNC machine tool[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 108(9): 3031–3044.

[10] Blundell C, Cornebise J, Kavukcuoglu K, et al. Weight uncertainty in neural network[C]//International Conference on Machine Learning. PMLR, 2015, 23(7): 1613–1622.

[11] Kingma D P, Salimans T, Welling M. Variational dropout and the local reparameterization trick[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2015, 34(2): 2575–2583.

[12] Kingma D P, Welling M. Auto-encoding variational bayes[J]. arxiv: Machine Learning, 2013.

[13] Mater M, Zwicker R, Akbari M, et al. Wegener K Bayesian optimization for autonomous process set - up in turning [J]. CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology, 2019, 26: 81–87.

[14] Ticknor J L. A Bayesian regularized artificial neural network for stock market forecasting[J]. Expert Systems with Application, 2013, 40(14): 5501–5506.

[15] 余文利, 姚鑫骅, 傅建中, 等. 贝叶斯证据框架下的 LS-SVM 多工况数控机床热误差建模[J]. 中国机械工程, 2014, 25(17): 2361–2368.

[16] 吴雄彪, 姚鑫骅, 傅建中. 基于贝叶斯网络的数控机床热误差建模[J]. 中国机械工程, 2009, 20(3): 293–296.

[17] 徐洋. 基于动态贝叶斯网络的精密机床热误差研究与应用[D]. 上海: 上海工程技术大学, 2016.

[18] 王承辉. 基于深度学习的大型龙门五面加工中心热误差建模方法与补偿[D]. 重庆: 重庆理工大学, 2019.

[19] 杜柳青, 李仁杰. 基于优化模糊神经网络的高速数控机床热误差建模方法[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2020(8): 8–11.

[20] 马雨萌. 立式加工中心热误差的测量与分析研究[D]. 济南: 济南大学, 2019.

[21] 陈维范, 薛丹. 数控车床热误差建模与补偿研究[J]. 机床与液压, 2020, 48(14): 171–175.

第一作者: 王子涵, 男, 1996 年生, 硕士研究生, 主要从事机械设计及装置、机械控制方面的学习与研究工作。

通讯作者: 杨秀芝, 女, 1974 年生, 博士, 副教授, 主要从事机械设计与机床、3D 打印材料及设备制造、材料成型及控制方面的教学与研究。

(编辑 李 静)

(收稿日期: 2021-05-17)

文章编号: 20220128  
如果您想发表对本文的看法, 请将文章编号填入读者意见调查表中的相应位置。