

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Факультет інформатики та обчислювальної техніки  
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота 5  
з дисципліни «Методи оптимізації та планування експерименту»

Виконав:  
Студент 2 курсу ФІОТ  
групи ІО-93  
Миколаєнко І.І.

Перевірив:  
Регіда П.Г.

Мета роботи: Провести трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів ,використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайти рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.

$$y_{i\max} = 200 + x_{cp\max}$$

$$y_{i\min} = 200 + x_{cp\min}$$

$$\text{где } x_{cp\max} = \frac{x_{1\max} + x_{2\max} + x_{3\max}}{3}, \quad x_{cp\min} = \frac{x_{1\min} + x_{2\min} + x_{3\min}}{3}$$

Варіант:

320	-3	5	-7	6	-10	6
-----	----	---	----	---	-----	---

## Роздруківка програми:

```
import random
import numpy as np
import sklearn.linear_model as lm
from scipy.stats import f, t
from functools import partial
from pyDOE2 import *

def regression(x, b):
    y = sum([x[i] * b[i] for i in range(len(x))])
    return y

x_range = ((-3, 5), (-7, 6), (-10, 6))
x_aver_max = sum([x[1] for x in x_range]) / 3
x_aver_min = sum([x[0] for x in x_range]) / 3
y_max = 200 + int(x_aver_max)
y_min = 200 + int(x_aver_min)

# квадратна дисперсія
def s_kv(y, y_aver, n, m):
    res = []
    for i in range(n):
        s = sum([(y_aver[i] - y[i][j]) ** 2 for j in range(m)]) / m
        res.append(round(s, 3))
    return res

def plan_matrix5(n, m):
    print('\n', '=' * 20, '\nЛабораторна 5')
    print(f'\nПеререуємо матрицю планування для n = {n}, m = {m}')

    y = np.zeros(shape=(n, m))
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            y[i][j] = random.randint(y_min, y_max)

    if n > 14:
        no = n - 14
    else:
        no = 1
    x_norm = ccdesign(3, center=(0, no))
    x_norm = np.insert(x_norm, 0, 1, axis=1)

    for i in range(4, 11):
        x_norm = np.insert(x_norm, i, 0, axis=1)

    l = 1.215

    for i in range(len(x_norm)):
```

```

        for j in range(len(x_norm[i])):
            if x_norm[i][j] < -1 or x_norm[i][j] > 1:
                if x_norm[i][j] < 0:
                    x_norm[i][j] = -1
                else:
                    x_norm[i][j] = 1

def add_sq_nums(x):
    for i in range(len(x)):
        x[i][4] = x[i][1] * x[i][2]
        x[i][5] = x[i][1] * x[i][3]
        x[i][6] = x[i][2] * x[i][3]
        x[i][7] = x[i][1] * x[i][3] * x[i][2]
        x[i][8] = x[i][1] ** 2
        x[i][9] = x[i][2] ** 2
        x[i][10] = x[i][3] ** 2
    return x

x_norm = add_sq_nums(x_norm)

x = np.ones(shape=(len(x_norm), len(x_norm[0])), dtype=np.int64)
for i in range(8):
    for j in range(1, 4):
        if x_norm[i][j] == -1:
            x[i][j] = x_range[j - 1][0]
        else:
            x[i][j] = x_range[j - 1][1]

for i in range(8, len(x)):
    for j in range(1, 3):
        x[i][j] = (x_range[j - 1][0] + x_range[j - 1][1]) / 2

dx = [x_range[i][1] - (x_range[i][0] + x_range[i][1]) / 2 for i in range(3)]

x[8][1] = 1 * dx[0] + x[9][1]
x[9][1] = -1 * dx[0] + x[9][1]
x[10][2] = 1 * dx[1] + x[9][2]
x[11][2] = -1 * dx[1] + x[9][2]
x[12][3] = 1 * dx[2] + x[9][3]
x[13][3] = -1 * dx[2] + x[9][3]

x = add_sq_nums(x)

print('\nX:\n', x)
print('\nX нормоване:\n')
for i in x_norm:
    print([round(x, 2) for x in i])
print('\nY:\n', y)

return x, y, x_norm

def find_coef(X, Y, norm=False):
    skm = lm.LinearRegression(fit_intercept=False)
    skm.fit(X, Y)
    B = skm.coef_

    if norm == 1:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії з нормованими X:')
    else:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії:')
    B = [round(i, 3) for i in B]
    print(B)
    print('\nРезультат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:\n', np.dot(X, B))
    return B

def kriteriy_cochrana(y, y_aver, n, m):

```

```

f1 = m - 1
f2 = n
q = 0.05
S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
Gp = max(S_kv) / sum(S_kv)
print('\nПеревірка за критерієм Кохрена')
return Gp

def cohren(f1, f2, q=0.05):
    q1 = q / f1
    fisher_value = f.ppf(q=1 - q1, dfn=f2, dfd=(f1 - 1) * f2)
    return fisher_value / (fisher_value + f1 - 1)

# оцінки коефіцієнтів
def bs(x, y_aver, n):
    res = [sum(1 * y for y in y_aver) / n]

    for i in range(len(x[0])):
        b = sum(j[0] * j[1] for j in zip(x[:, i], y_aver)) / n
        res.append(b)
    return res

def kriteriy_studenta(x, y, y_aver, n, m):
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    s_kv_aver = sum(S_kv) / n

    # статистична оцінка дисперсії
    s_Bs = (s_kv_aver / n / m) ** 0.5 # статистична оцінка дисперсії
    Bs = bs(x, y_aver, n)
    ts = [round(abs(B) / s_Bs, 3) for B in Bs]

    return ts

def kriteriy_fishera(y, y_aver, y_new, n, m, d):
    S_ad = m / (n - d) * sum([(y_new[i] - y_aver[i]) ** 2 for i in range(len(y))])
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    S_kv_aver = sum(S_kv) / n

    return S_ad / S_kv_aver

def check(X, Y, B, n, m):
    print('\n\tПеревірка рівняння:')
    f1 = m - 1
    f2 = n
    f3 = f1 * f2
    q = 0.05

    ### таблицні значення
    student = partial(t.ppf, q=1 - q)
    t_student = student(df=f3)

    G_kr = cohren(f1, f2)
    ###

    y_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]
    print('\nСереднє значення y:', y_aver)

    disp = s_kv(Y, y_aver, n, m)
    print('Дисперсія y:', disp)

    Gp = kriteriy_cochrana(Y, y_aver, n, m)
    print(f'Gp = {Gp}')
    if Gp < G_kr:
        print(f'З ймовірністю {1-q} дисперсії однорідні.')
    else:
        print("Необхідно збільшити кількість дослідів")
        m += 1

```

```

    main(n, m)

    ts = kriteriy_studenta(X[:, 1:], Y, y_aver, n, m)
    print('\nКритерій Ст'юдента:\n', ts)
    res = [t for t in ts if t > t_student]
    final_k = [B[i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res]
    print('\nКоефіцієнти {} статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з
півняння.'.format(
        [round(i, 3) for i in B if i not in final_k]))

    y_new = []
    for j in range(n):
        y_new.append(regression([X[j][i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res],
final_k))

    print(f'\nЗначення "y" з коефіцієнтами {final_k}')
    print(y_new)

    d = len(res)
    if d >= n:
        print('\nF4 <= 0')
        print('')
        return
    f4 = n - d

    F_p = kriteriy_fishera(Y, y_aver, y_new, n, m, d)

    fisher = partial(f.ppf, q=0.95)
    f_t = fisher(dfn=f4, dfd=f3) # табличне знач
    print('\nПеревірка адекватності за критерієм Фішера')
    print('Fp =', F_p)
    print('F_t =', f_t)
    if F_p < f_t:
        print('Математична модель адекватна експериментальним даним')
    else:
        print('Математична модель не адекватна експериментальним даним')

def main(n, m):
    X5, Y5, X5_norm = plan_matrix5(n, m)

    y5_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y5]
    B5 = find_coef(X5, y5_aver)

    check(X5_norm, Y5, B5, n, m)
if __name__ == '__main__':
    main(15, 3)

```

**Результати роботи програми:**

Гереруємо матрицю планування для  $n = 15$ ,  $m = 3$

X:

```
[[ 1 -3 -7 -10 21 30 70 -210 9 49 100]
[ 1 5 -7 -10 -35 -50 70 350 25 49 100]
[ 1 -3 6 -10 -18 30 -60 180 9 36 100]
[ 1 5 6 -10 30 -50 -60 -300 25 36 100]
[ 1 -3 -7 6 21 -18 -42 126 9 49 36]
[ 1 5 -7 6 -35 30 -42 -210 25 49 36]
[ 1 -3 6 6 -18 -18 36 -108 9 36 36]
[ 1 5 6 6 30 30 36 180 25 36 36]
[ 1 5 0 1 0 5 0 0 25 0 1]
[ 1 -3 0 1 0 -3 0 0 9 0 1]
[ 1 1 7 1 7 1 7 7 1 49 1]
[ 1 1 -7 1 -7 1 -7 -7 1 49 1]
[ 1 1 0 10 0 10 0 0 1 0 100]
[ 1 1 0 -8 0 -8 0 0 1 0 64]
[ 1 1 0 1 0 1 0 0 1 0 1]]
```

X нормоване:

```
[1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.22, 0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, -0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
```

```
Y:
[[200. 204. 201.]
 [201. 195. 201.]
 [200. 195. 203.]
 [200. 200. 197.]
 [205. 195. 198.]
 [198. 198. 196.]
 [204. 204. 194.]
 [201. 194. 203.]
 [201. 200. 201.]
 [200. 202. 204.]
 [204. 201. 194.]
 [196. 203. 197.]
 [194. 203. 197.]
 [200. 201. 201.]
 [195. 200. 195.]]

Коефіцієнти рівняння регресії:
[199.686, -0.355, 0.027, -0.075, 0.012, -0.002, 0.015, -0.001, 0.083, -0.015, -0.009]

Результат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:
[201.876 199.292 199.614 199.318 199.332 197.388 200.814 199.494 199.892
 201.42  198.964 198.222 197.744 199.454 199.328]

Перевірка рівняння:

Середнє значення у: [201.667, 199.0, 199.333, 199.0, 199.333, 197.333, 200.667, 199.333, 200.667, 202.0, 199.667, 198.667, 198.0, 200.667, 196.667]
Дисперсія у: [2.889, 8.0, 10.889, 2.0, 17.556, 0.889, 22.222, 14.889, 0.222, 2.667, 17.556, 9.556, 14.0, 0.222, 5.556]

Перевірка за критерієм Кохрена
Gr = 0.17211280041514024
З ймовірністю 0.95 дисперсії однорідні.

Критерій Стюдента:
[456.076, 0.719, 0.033, 0.138, 0.457, 0.051, 0.864, 0.254, 333.84, 332.865, 332.94]

Коефіцієнти [-0.355, 0.027, -0.075, 0.012, -0.002, 0.015, -0.001] статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.

Значення "у" з коефіцієнтами [199.686, 0.083, -0.015, -0.009]
[199.74500000000003, 199.74500000000003, 199.74500000000003, 199.74500000000003, 199.74500000000003, 199.74500000000003, 199.74500000000003, 199.74500000000003, 199.808526675,
```

```
Перевірка адекватності за критерієм Фішера
Fr = 0.9953880034432852
F_t = 2.12558760875511
Математична модель адекватна експериментальним даним
```

## Висновок:

В даній лабораторній роботі я провів трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів, використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайшов рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.