Systematische Studie der Peakextraktion neutraler Pionen in pp-Kollisionen bei $\sqrt{s}=13$ TeV mit Hilfe von Templates

Bachelorarbeit

vorgelegt von

Marvin Hemmer

am Institut für Kernphysik

dem Fachbereich Physik

der Goethe-Universität Frankfurt am Main
Februar 2019

Erstgutachter: Prof. Dr. H. Büsching

Zweitgutachter: F. Pliquett

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen					
	1.1	Standardmodell der Elementarteilchenphysik	3			
	1.2	Starke Wechselwirkung und das Quark-Gluon-Plasma	4			
	1.3	Proton-Proton-Kollisionen	6			
	1.4	Messung neutraler Pionen zur Untersuchung des Quark-Gluon-Plasma	7			
2	Exp	perimenteller Aufbau	10			
	2.1	ALICE	10			
	2.2	Elektromagnetische Kaloriemeter EMCal	12			
3	Mes	ssung neutraler Pionen mit Hilfe des EMCal	14			
	3.1	Datenauswahl	14			
		3.1.1 Datensatz	14			
		3.1.2 Clusterauswahlkriterien	14			
	3.2 Clusterrekombination					
	3.3	3 Abschätzung des unkorrelierten Untergrunds				
	3.4	4 Abschätzung des korrelierten Untergrunds mit der Standardmethode				
	3.5	5 Peakextraktion mit Hilfe von Parametrisierungen von Templates				
		3.5.1 Template des Signals	21			
		3.5.2 Template des korrelierten Untergrunds	22			
		3.5.3 Parametriesierungsmethode	24			
		3.5.4 Abzug des korrelierten Untergrunds und Integration des Signals	25			
4	Kor	rrigierter Yield	26			
	4.1	Korrekturen	26			
	4.2	Systematische Unsicherheit	26			
5	Zus	sammenfassung und Ausblick	27			

Einleitung

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Standardmodell der Elementarteilchenphysik

Im Standardmodell der Elementarteilchenphysik werden die sogenannten Elementarteilchen in zwei Gruppen, die sogenannten Quarks und die sogenannten Leptonen, unterteilt. Als Elementarteilchen werden alle Teilchen bezeichnet, die nach heutigem Kenntnisstand nicht weiter teilbar sind. Beide Gruppen beinhalten nach aktuellem Wissensstand jeweils sechs Teilchen, die sechs Quarks up(u), down(d), charm(c), strange(s), top(t) und bottom(b) und die sechs Leptonen Elektron (e), Elektron-Neutrino (ν_e) , Myon (μ) , Myon-Neutrino (ν_μ) , Tau (τ) und Tau-Neutrino (ν_τ) . Tabelle 1 listet die Elementarteilchen, geordnet nach ihrer sogenannten Generation und ihrer elektrischen Ladung, auf.

Neben der elektrische Ladung gibt es im Rahmen des Standardmodells noch zwei weitere Ladungen, die schwache Ladung und die starke Ladung, auch Farbladung genannt. Trägt ein Teilchen eine Ladung, so koppelt das Teilchen an eine sogenannte Wechselwirkung, die beschreiben, wie Teilchen sich gegenseitig beeinflussen können. Jede Ladung lässt sich dabei einer Wechselwirkung zuordnen, die elektrische Ladung der elektromagnetischen Wechselwirkung, die schwache Ladung der schwachen Wechselwirkung und die Farbladung der starken Wechselwirkung.

Wechselwirkungen zwischen zwei Teilchen werden durch den Austausch von sogenannten Austauschteilchen vermittelt. Zu den heute bekannten Austauschteilchen gehören das Photon (γ) , das Gluon (g), das Z-Boson (Z^0) und die W-Bosonen (W^{\pm}) . Tabelle 2 zeigt die Zuordnung der Austauschteilchen zu ihrer entsprechende Wechselwirkung.

Für die vorliegenden Arbeit spielen die starke Wechselwirkung, Quarks, Gluonen und die Farbladung eine wichtige Rolle. Deshalb wird im folgenden Abschnitt genauer auf diese Themen einge-

Generation	I	II	III	el. Ladung [e]
Quarks	up(u)	$\operatorname{charm}\ (c)$	top(t)	+2/3
Quarks	down(d)	strange (s)	bottom (b)	-1/3
Lontonon	Elektron (e)	$Myon(\mu)$	$\mathrm{Tau}(au)$	-1
Leptonen	Elektron-Neutrino (ν_e)	Myon-Neutrino (ν_{μ})	Tau-Neutrino (ν_{τ})	0

Tabelle 1: Elementarteilchen geordnet nach ihrer Generation und ihrer elektrische Ladung. [T⁺18]

Wechselwirkung	elektromagnetisch	stark	schwach
Austauschteilchen	Photon (γ)	Gluon (g)	W^{\pm}, Z^0 - Bosonen

Tabelle 2: Austauschteilchen geordnet zu ihrer entsprechenden Wechselwirkung

gangen.

1.2 Starke Wechselwirkung und das Quark-Gluon-Plasma

Wie eben diskutiert, koppelt die starke Wechselwirkung an Teilchen, die Farbladung tragen. Die Farbladung hat hierbei drei mögliche Zustände: rot, blau und grün. Dabei spielt der Zustand der Farbladung für die Stärke der starken Wechselwirkung keine Rolle. Zusätzlich zu den drei Zuständen der Farbladung gibt es auch drei Zustände der Antifarbladung, antirot, antiblau und antigrün. Die Kombination der drei (Anti-)Farbladungen, oder die Kombination von Farbladung mit entsprechender Antifarbladung ergibt, angelehnt an die Farblehre, weiß. Teilchen mit einer solchen

Kombination der Farbladung ergeben entsprechen nach außen hin farbneutralen Teilchen, auch wenn sie aus farbgeladenen Teilchen aufgebaut sind.

Quarks, Antiquarks und Gluonen tragen Farbladung, wodurch sie an der starken Wechselwirkung

teilnehmen. Unter anderem bindet die starke Wechselwirkung Quarks und Antiquarks zu sogenannten Hadronen, die wiederum in sogenannte Baryonen, aufgebaut aus drei Quarks, und sogenannte Mesonen, aufgebaut aus einem Quark-Antiquark-Paar und entsprechende Antiteilchen, unterteilt werden.

Die Wechselwirkung zur Bindung eines Quark-Antiquark-Paars folgt dabei einem Potential V(r) [Büs18]:

$$V(r) = -\frac{4}{3}\frac{\alpha_{\rm s}}{r} + kr \tag{1}$$

Der erste Teil $-\frac{4}{3}\frac{\alpha_{\rm s}}{r}$ verhält sich proportional zur sogenannten Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung $\alpha_{\rm s}$ und antiproportional zum Abstand r zwischen Quark und Antiquark.

Der zweite Teil des Potentials +kr weist eine lineare Abhängigkeit von r auf. Der Vorfaktor k wird als Stringspannung bezeichnet und liegt in der Größenordnung von etwa 1 GeV/fm. Für große Abstände dominiert der lineare Teil. Das Feld der starken Wechselwirkung zwischen den beiden Teilchen wird immer stärker und wird deshalb als String bezeichnet. Für kleine r nähert sich V(r) einem Coulombpotential.

Um den Abstand zwischen sich zu vergrößern, müssen die zwei Teilchen immer mehr Energie besitzen, die insgesamt gleich der Energie des *String* entspricht. Ab einem bestimmten Abstand reicht die Energie in dem *String* aus, um ein weiteres Quark-Antiquark-Paar zu erzeugen. In dem String

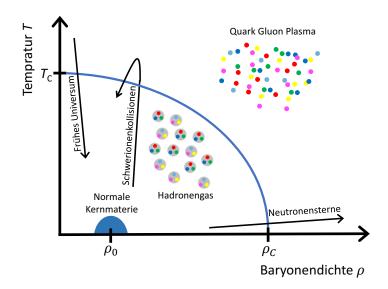


Abbildung 1: Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie in Abhängigkeit der Baryonendichte ρ und der Temperatur T. [Rog17]

bildet sich ein neues Quark-Antiquark-Paar, das sich mit dem ursprüngliche Quark-Antiquark-Paar zu zwei Quark-Antiquark-Paaren kombiniert. Es liegen dann zwei Quark-Antiquark-Paare vor, die jeweils aus einem ursprünglichen Teilchen und einem neu entstandenen Teilchen bestehen. Deshalb können Quarks nur in gebundenen Zuständen gemessen werden. Dieses Phänomen wird als Confinement bezeichnet. Aus dem Confinement folgt, dass in der Natur nur farbneutrale Teilchen frei vorkommen, sprich (Anti-)Quarks bilden immer andere Teilchen.

Anders als die Bezeichnung vermuten lässt, ist α_s nicht konstant, sondern abhängig von der Auflösung, mit der die Wechselwirkung betrachtet wird. Je genauer die Auflösung wird, umso kleiner wird α_s . Aufgrund dieses Verhaltens von α_s bezüglich der Auflösung nennt man α_s auch laufende Kopplungskonstante. Farbgeladene Teilchen spüren für eine genaue Auflösung beziehungsweise kleines α_s nur eine kleine Wechselwirkung. Halten sich viele (Anti)Quarks und Gluonen auf kleinem Raum auf, so befindet sich ein Teilchen immer nah an einem anderen Teilchen. Dadurch können sich die Teilchen innerhalb eines solchen Zustands quasi frei bewegen. Den Zustand, wenn sich farbgeladene Teilchen frei bewegen können, nennt man asymptotische Freiheit.

Eine theoretische Beschreibung eines solchen Zustands ist das sogenannte Quark-Gluon-Plasma (QGP). Das QGP entspricht einem Medium mit hoher Dichte von (Anti)Quarks und Gluonen und beziehungsweise oder hoher Temperatur.

Ein solcher heißer und dichter Zustand kann kurz nach der Kollision von zwei hochenergetischen

Atomkernen entstehen. In der Überlappregion der beiden Atomkerne bildet sich ein QGP aus, das expandiert und abkühlt. Durch das Expandieren und Abkühlen ändert sich der Zustand des Mediums und die farbgeladenen Teilchen schließen sich in der sogenannten Hadronisierung wieder zu Hadronen zusammen. Bei dem beschriebene Übergang des QGP in hadronische Materie handelt es sich um einen Phasenübergang stark wechselwirkender Materie.

Für die Erforschung des QGP spielt das Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie eine wichtige Rolle. Abbildung 1 skizziert das Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie in Abhängigkeit von der Baryonendichte $\mu_{\rm B}$ und der Temperatur T. Bei geringem $\mu_{\rm B}$ und niedrigem T, wie etwa Raumtemperatur, sind alle Quarks und Gluonen in Hadronen gebunden. Erhöht man T oder beide Größen stark, wird ein Übergang in das QGP erwartet, in dem sich die Quarks und Gluonen quasi frei bewegen können. Außerdem muss die Energiedichte groß genug sein, um ein QGP erzeugen zu können, weshalb davon ausgegangen wird, dass im frühen Universum kurz nach dem Urknall die gesamte Materie als QGP vorlag. dass sich dieses bei Kern-Kern-Kollisionen im Labor ausbilden kann. Es wird außerdem davon ausgegangen, dass sich dieses bei Kern-Kern-Kollisionen im Labor ausbilden kann, wie sie beim ALICE Experiment untersucht werden.

Zum besseren Verständnis von Kern-Kern-Kollisionen werden auch Proton-Proton-Kollisionen (pp-Kollisionen) studiert. Letztere werden in dieser Arbeit analysiert und im folgenden Abschnitt näher erläutert.

1.3 Proton-Proton-Kollisionen

Neben der direkten Referenz können in der Untersuchung von pp-Kollisionen aber auch Informationen über die stark wechselwirkende Materie beziehungsweise über die starke Wechselwirkung selbst gewonnen werden. pp-Kollisionen haben hierbei den Vorteil, dass sie besser theoretisch verstanden sind als Kern-Kern-Kollisionen. Dabei führt man unter anderem die sogenannte Partonendichtefunktion der Protonen ein, die angibt, wie wahrscheinlich es ist, ein (Anti)Quark oder Gluon mit einem bestimmten Impulsanteil des Protons vorzufinden. Dies wiederum ermöglicht genauere theoretische Beschreibungen von pp-Kollisionen, bei denen im engeren Sinne die Partonen, also die (Anti)Quarks und beziehungsweise oder Gluonen, miteinander stoßen.

Bei einem solchen Stoß entstehen viele neue Teilchen. Die Produktionsrate der neuen Teilchen wird dabei als der sogenannten Yield in Abhängigkeit vom Transversalimpuls angegeben. Der Transversalimpuls gibt dabei den Impulsanteil an, der senkrecht zur Strahlachse eines Kollisionsex-

periments liegt. Der Transversalimpuls wird deshalb betrachtet, da die kollidierenden Teilchen bei einem solchen Experiment keinen Transversalimpuls besitzen und der gesamte Transversalimpuls der entstandenen Teilchen deshalb aus den physikalischen Prozessen während und nach der Kollision kommt.

Ein mögliches Teilchen, das in Kollisionen produziert wird, ist das neutrale Pion. Dieses wird in dieser Arbeit analysiert und der Yield des neutralen Pions in pp Kollisionen extrahiert.

1.4 Messung neutraler Pionen zur Untersuchung des Quark-Gluon-Plasma

Das neutrale Pion π^0 besteht aus einem Quark-Antiquark-Paar und gehört damit zu den Mesonen. Genauer lässt sich das π^0 als eine Überlagerung zweier quantenmechanischer Zustände, bestehend aus u und d Quarks und den entsprechenden Antiquarks, beschreiben:

$$|\pi^{0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle \right)$$
 (2)

Mit einer Masse von $m_{\pi^0}=(134,9770\pm0,0005)\,\mathrm{MeV/c^2}$ [T+18] stellt das π^0 das leichteste Meson dar. Ein π^0 zerfällt zu $(98,823\pm0,034)\,\%$ nach einer mittleren Weglänge von $c\tau=(25,5\pm0,5)\mathrm{nm}$ [T+18] in zwei Photonen.

Beim ALICE Experiment in Kern-Kern-Kollisionen werden unter anderem direkte Photonen untersucht. Als direkte Photonen werden solche Photonen bezeichnet, die in der Kollision entstehen und nicht aus Zerfällen stammen. Direkte Photonen können allerdings nicht direkt bestimmt werden. Stattdessen werden alle Photonen, die produziert wurden, gemessen und die Anzahl Photonen aus Zerfällen werden von der Anzahl aller Photonen subtrahiert. Dazu muss zuerst die Anzahl der Photonen, die aus Zerfällen kommen, bestimmt werden, wozu wiederum die Yields von Teilchen extrahiert werden müssen, die in Photonen zerfallen. Aufgrund der hohen Produktionsrate von π^0 in Kern-Kern-Kollisionen und der hohen Zerfallswahrscheinlichkeit in zwei Photonen stellen Photonen aus π^0 -Zerfällen den größten Anteil von Zerfallsphotonen.

Direkte Photonen können auch in pp-Kollisionen betrachtet werden. In pp-Kollisionen gibt es dabei ebenfalls eine hohe Produktionsrate von π^0 , weshalb die Analyse von π^0 , für die Bestimmung von direkten Photonen essentiell ist. Die Analyse von π^0 in pp-Kollisionen liefert somit eine direkte Referenzgröße in Form des Yields von π^0 , als auch eine Referenz für direkte Photonen. Das Verhältnis der Produktionsraten von π^0 in Kern-Kern-Kollisionen gegenüber der Produktionsraten von π^0 in

pp-Kollisionen kann so beispielsweise Aufschluss geben auf den Energieverlust von Teilchen innerhalb des QGP. Deshalb werden in dieser Arbeit die Produktion von π^0 in pp-Kollisionen analysiert. Gemessen werden bei ALICE allerdings nicht π^0 direkt, sondern nur die Photonen, aufgrund der kurzen Lebensdauer des π^0 . Deshalb müssen π^0 über Messungen der Photonen rekonstruiert werden. Durch geeignete Messungen können Energie und Position der beiden Photonen bestimmt werden. Durch die Information über die Position der Photonen kann auch der Zerfallswinkel zwischen den beiden Photonen $\theta_{\gamma\gamma}$ bestimmt werden. Die Energien $E_{\gamma 1}$ und $E_{\gamma 2}$ der beiden Photonen sowie der Zerfallswinkel $\theta_{\gamma\gamma}$ werden benötigt, um die invariante Masse $m_{\rm inv}$ eines π^0 zu berechnen. Für diese gilt:

$$m_{\rm inv} = \sqrt{2E_{\gamma 1}E_{\gamma 2}(1 - \cos(\theta_{\gamma \gamma}))}$$
 (3)

Neben der Bestimmung der invarianten Masse kann der Impuls der Photonen aufgeteilt werden, in den Transversalimpuls und den Longitudinalimpuls. Dabei wird in dieser Arbeit nur der Transversalimpuls $p_{\rm T}$ des π^0 betrachtet für den gilt:

$$p_{T\pi^0} = \sqrt{(p_{x1} + p_{x2})^2 + (p_{y1} + p_{y2})^2}$$
(4)

Die Indizes x und y beziehen sich auf die Raumrichtungen.

In einer Kollision entstehen allerdings mehrere $\pi 0$ auf einmal. Die Information, welche Photonen dabei aus welchem Zerfall stammen, geht bei der Messung verloren. Deshalb werden alle gemessenen Photonen miteinander kombiniert, wodurch einerseits π^0 rekonstruiert werden, andererseits werden aber auch Photonenpaare miteinander kombiniert, die nicht aus einer Zerfallskette stammen, oder nicht aus einem π^0 -Zerfall. Um die Anzahl an Photonenpaaren, die nicht aus einem π^0 -Zerfall kommen, abzuschätzen, werden in dieser Arbeit sogenannte Templates aus einer Monte Carlo Simulation verwendet. Für eine detailliertere Beschreibung von Monte Carlo Simulationen sei an dieser Stelle auf [Sch19] verwiesen. Templates beschreiben in dieser Analyse Verteilungen der invarianten Masse, die aus Monte Carlo Simulationen stammen. Durch das Verwenden von Templates in dieser Arbeit kann das theoretische Verständnis von pp-Kollisionen überprüft und eventuell verbessert werden. Eine genauere Erläuterung der Templates die für diese Arbeit verwendet werden, folgt in

den Abschnitten 3.5.1 und 3.5.2.

Nachdem die theoretischen Grundlagen für die Analyse von π^0 dargelegt wurden, wird in Abschnitt 2 der experimentelle Aufbau näher erläutert.

2 Experimenteller Aufbau

In dieser Arbeit werden Messdaten des ALICE Experiments verwendet. Das ALICE Experiment befindet sich am LHC, dem weltweit größte Beschleunigerring, am Kernforschungszentrum CERN. Im LHC werden Teilchen, hauptsächlich Blei-Ionen und Protonen auf fast Lichtgeschwindigkeit beschleunigt und zum Kollidieren gebracht. Die Beschleunigung geschieht durch elektrische Felder, während Dipolmagnete die beschleunigten Teilchen auf einer Kreisbahn halten. Kollisionen finden im LHC Ring an vier unterschiedlichen Stellen statt, wo sich die Strahlrohre, in denen Teilchen gegenläufig beschleunigt werden, kreuzen. An einem dieser Punkte befindet sich das ALICE Experiment.

Die Beschleunigung auf nahezu Lichtgeschwindigkeit ermöglicht hohe Schwerpunktsenergieen \sqrt{s} zu erreichen. Dabei spiegelt \sqrt{s} die Energie wieder, die das System in einer Kollision zur Verfügung hat. Dementsprechend können mehr und auch schwerere Teilchen bei höherem \sqrt{s} in einer Kollision entstehen. Ein hohes \sqrt{s} hat auch eine höhere Temperatur des Mediums, was bei einer solchen Kollision entstehen kann, zur Folge. So befinden sich Messungen des ALICE Experiments am LHC im Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie, wie es in Abbildung 1 skizziert ist, bei hohen Temperaturen und einer geringen Baryonendichte. \sqrt{s} hängt dabei von der Energie der kollidierende Teilchen ab. Für Kollisionsexperimente zweier identischer Teilchen mit gleicher Energie E gilt:

$$\sqrt{s} = 2E \tag{5}$$

Die in dieser Arbeit verwendeten Daten stammen von pp-Kollisionen bei $\sqrt{s}=13$ TeV.

2.1 ALICE

Das ALICE Experiment wurde speziell zur Untersuchung des Quark-Gluonen-Plasmas konzipiert und gebaut. Abbildung 2 zeigt schematisch einen Querschnitt des ALICE Experiments. Der zylinderförmige Aufbau um das Kollisionszentrum ist typisch für Kollisionsexperimente.

Um die zentralen Detektoren herum befindet sich ein Solenoid-Magnet, der ein Magnetfeld von 0,5 T erzeugt, wodurch geladene Teilchen auf gekrümmte Flugbahnen gelenkt werden. Mit Hilfe der Radien der gekrümmten Flugbahnen können geladenen Teilchen identifiziert werden. Im Folgenden werden die für diese Analyse wichtigsten Detektoren kurz eingeführt.

2.1 ALICE 11

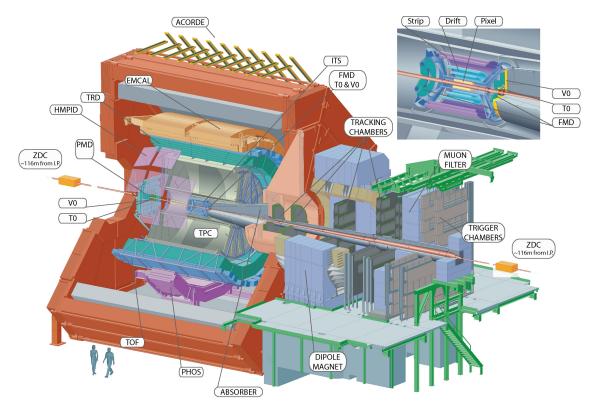


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Querschnitts des ALICE Experiments. [Wik18]

Das Inner Tracking System, kurz ITS, befindet sich am nächsten zum Strahlrohr des ALICE Experiments und besteht aus sechs Schichten. In dieser Analyse wird das ITS zur Abschätzung des Kollisionspunktes, dem sogenannten primären Vertex, benutzt.

Die **Time Projection Chamber**, kurz TPC, umschließt das ITS und dient als Detektor der Spurrekonstruktion. Geladene Teilchen hinterlassen in der TPC Spuren, anhand dieser können die geladene Teilchen identifiziert werden.

Das V0-Detektorsystem besteht aus zwei einzelnen Detektoren, welche sich jeweils an einem Ende des ITS um das Strahlenrohr befinden. Messen beide V0 Detektoren eine bestimmte Mindestanzahl an Teilchen, so wird eine Aufzeichnung des Ereignisses (engl. event) gestartet. Die Anforderungen für die Messung eines events werden allgemein als trigger bezeichnet. Dass die V0-Detektoren eine Mindestanzahl an Teilchen detektieren, entspricht einer Mindestanforderung an das event. Entsprechend wird diese Mindestanforderung minimum-bias trigger und das event minimum-bias event genannt.

Genau wie das V0-Detektorsystem bestehen das **T0-Detektorsystem** aus zwei einzelnen Detektoren, die sich an den Enden des ITS befinden. Die T0-Detektoren sind auf präzise Zeitmessungen spezialisiert und legen den Zeitpunkt der Kollision fest.

Das **Elektromagnetisches Kalorimeter**, kurz EMCal, befindet sich am äußersten Rand des zentralen Detektors. Da in dieser Analyse Messungen des EMCals verwendet werden, wird der Aufbau und die Funktionsweise des EMCals im folgenden Abschnitt genauer erläutert.

2.2 Elektromagnetische Kaloriemeter EMCal

In einem Abstand von circa 4,5 m vom Kollisionspunkt deckt das EMCal einen Azimuthalwinkelbereich von $\phi = 107^{\circ}$ und einen Pseudorapiditätsbreich von $|\eta| \leq 0.7$ ab. Das EMCal besteht aus zwölf sogenannten Supermodulen, zehn normal großen und zwei kleinere. Ein normal großes Supermodul besteht aus 24·48 Zellen, ein kleineres Supermodul aus 8·48 Zellen. Insgesamt hat das EMCal also 12288 Zellen, die hauptsächlich Photonen, Elektronen und Positronen detektieren und dabei die Energie dieser Teilchen messen. Eine einzelne Zelle besteht aus abwechselnd 77 Szintillatorenund 76 Bleischichten. In den Bleischichten entstehen sogenannten elektromagnetische Schauer, indem eintreffende Photonen durch Paarerzeugung in ein Elektron und ein Positron konvertieren, die wiederum durch Bremsstrahlung weitere Photonen abstrahlen. Die Szintillatoren werden durch die Photonen angeregt und geben ein messbares Lichtsignal ab. Alle Szintillatorschichten einer Zelle sind über einen Lichtleiter mit einem Photomultiplier verbunden. Der Photomultiplier wandelt das Lichtsignal in ein elektrisches Signal um, das proportional zur detektierten Energie der Zelle ist. Jeder elektromagnetischer Schauer besitzt eine gewisse Ausdehnung, die über den sogenannten Molière-Radius $R_{\rm M}$ definiert ist. Der Molière-Radius gibt den Radius passend zu einem Zylinder an, in dem 90% der gesamten Energie eines Schauers vom Detektor gemessen wird. Für das EM-Cal beträgt der Moliére-Radius $R_{\rm M}=3.7$ cm, während die quadratischen Zellen eine Seitenlänge von 6 cm besitzen. Der Schauer eines einzelnen Teilchens erstreckt sich also über mehrere Zellen. Benachbarte Zellen werden durch einen Algorithmus zu sogenannten Clustern zusammengefasst. Algorithmen zur Rekonstruktion von Clustern werden als Clusterizer bezeichnet. In der hier vorliegenden Analyse wird der sogenannte v2-Clusterizer verwendet. Dieser sucht zunächst nach der Zelle mit der größten deponierten Energie, die noch keinem Cluster angehört und eine Schwellenenergie von typischerweise 600 MeV besitzt. Von dieser Startzelle ausgehend werden die Nachbarzellen abgesucht und zum Cluster hinzugefügt, wenn sie die Mindestenergie von typischerweise 100 MeV überschreiten, aber eine geringere Energie als die Startzelle haben und ebefalls keinem weiteren Cluster zugeordnet sind. Dies Suche nach Nachbarzellen geschieht dabei iterativ solange, bis keine Nachbarzellen die nötigen Kriterien erfüllen um dem Cluster hinzugefügt zu werden. Anschließend

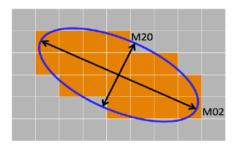


Abbildung 3: Schematische Darstellung eines Clusters. Die Ellipsenhalbachsen M_{20} und M_{02} definieren eine Ellipse, die alle orange markierten Zellen, die zu einem Cluster in einem Kalorimeter mit quadratischen Zellen gehören, umfasst. [[Mec18]]

wird eine neue Startzelle für ein neues Cluster gesucht und der Prozess beginnt von vorne. Abbildung 3 zeigt eine schematische Darstellung eines Clusters. Alle orange eingefärbten Zellen gehören dabei zu dem Cluster. Die eingezeichnete Ellipse, beziehungsweise ihre Halbachsen M_{02} und M_{20} , helfen dabei, das Cluster zu parametrisieren. Die Form eines Clusters und damit die Größe von M_{02} und M_{20} unterscheidet sich abhängig davon, ob das Cluster durch ein Photon entstanden ist oder nicht. Dadurch kann M_{02} benutzt werden, um Cluster, die durch Photonen entstanden sind, zu identifizieren. Die Teilchen, die zu diesen Clustern gehören, werden im Weiteren als Photonenkandidaten bezeichnet. Für M_{02} gilt:

$$M_{02} = \frac{1}{2} \sum_{i} E_i(x_i^2 + y_i^2) + \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i} (x_i^2 + y_i^2)^2 + \left(\sum_{i} E_i x_i y_i\right)}$$
 (6)

Wobei E_i für die Energie einer Zelle und x_i und y_i für die relative Position einer Zelle zur Startzelle steht.

Nachdem die Grundlagen zur Theorie und dem Experiment erklärt wurden, wird im nächsten Abschnitt die Analyse erläutert. Dazu wird zunächst die Auswahl der Daten, die in dieser Arbeit benutzt werden, aufgeführt.

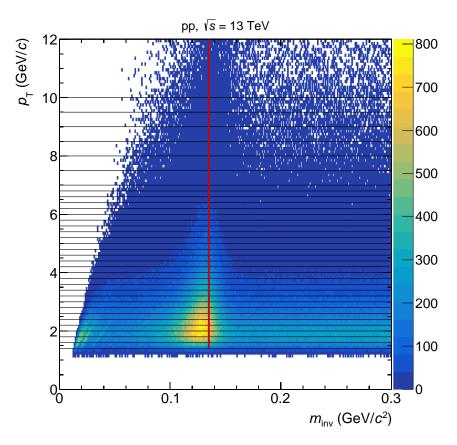


Abbildung 4: $p_{\rm T}$ und $m_{\rm inv}$ als Funktion von der Anzahl von rekombinierten Cluster-Paaren aus der gleichen Kollision. Die rote Linie liegt bei $m_{\rm inv}\approx 0.135~{\rm GeV}/c^2$, was in etwa der π^0 Masse entspricht, wo eine deutliche Häufung der Einträge sich abzeichnet. Die schwarzen Linien stellen die Grenzen der $p_{\rm T}$ -Intervalle dar.

3 Messung neutraler Pionen mit Hilfe des EMCal

3.1 Datenauswahl

3.1.1 Datensatz

3.1.2 Clusterauswahlkriterien

3.2 Clusterrekombination

Die gewählten Cluster nach den Kriterien aus Abschnitt 3.1.2 bestehen fast ausschließlich aus Photonen oder konvertierten Photonen.

Um π^0 messen zu können, werden durch Kombinationen der Photonenkandidaten die invariante Masse und der Transversalimpuls nach Gleichungen 3 und 4 bestimmt. Da die Information, ob und welche Photonenkandidaten von dem Zerfall eines π^0 stammen fehlt, werden alle Photonenkandidaten eines *Events* paarweise mit einander kombiniert. Dieses Vorgehen wird als *same*

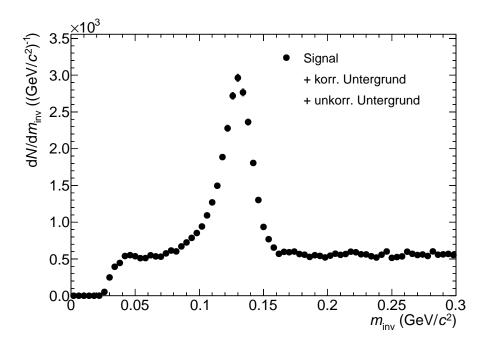


Abbildung 5: Projektion von Abbildung 4 im $p_{\rm T}$ -Intervall $(3, 2-3, 4)({\rm GeV}/c)$. Es ist ein deutlicher Peak um $m_{\pi^0} \approx 0.135~{\rm GeV}/c^2$ zu erkennen, aber auch Untergrund, da das Signal zu höheren Massen gaußförmig abklingen sollte. Bei $m_{\rm inv} < m_{\pi^0}$ kann Signal vorliegen, das aus konvertierten Photonen besteht, weshalb eine Aussage über die Form, beziehungsweise den Untergrund dort schwer möglich ist.

event method bezeichnet. Abbildung 4 zeigt die Anzahl der Rekombinationen in abhängigkeit der invarianten Masse $m_{\rm inv}$ und des Transversalimpulses $p_{\rm T}$. Durch die paarweise Kombination aller Photonenkandidaten eines Events gibt es sowohl Rekombinationen von Photonenkandidaten, die aus dem Zerfall eines π^0 stammen, als auch Photonenkandidaten, die nicht über den Zerfall eines π^0 zusammenhängen. Die Summe aller Paare von Photonenkandidaten die aus einem Zerfall eines π^0 kommen wird als Signal bezeichnet. Es zeichnet sich eine Häufung der Datenpunkte um $m_{\rm inv} \approx 0.135~{\rm GeV}/c^2$, also um die Masse von π^0 , ab. Dieser Häufung liegen vor allem Rekombinationen zusammengehöriger Photonenkandidaten zugrunde. Aufgrund der Anforderung an den Öffnungswinkel gibt es bei kleinem $m_{\rm inv}$ keine Datenpunkte. Mit ansteigendem $p_{\rm T}$ steigt der Wert von $m_{\rm inv}$ für den kleinsten rekombinierten Datenpunkt. Das führt dazu, dass mit steigendem $p_{\rm T}$ ab einem bestimmten Punkt immer mehr Signal ausgeschlossen wird.

Die p_T -Abhängigkeit der Anzahl der π^0 weist auf unterschiedliche physikalische Effekte und Prozesse hin. Deshalb wird die Verteilung aus Abbildung 4 in einzelne p_T -Intervallen analysiert. Die Intervalle werden so gewählt, dass sie möglichst klein sind, während die statistischen Unsicherheiten nicht zu groß werden.

Abbildung 5 zeigt eine Verteilung der invariante Massen in einem $p_{\rm T}$ -Intervall von $(3,2-3,4)({\rm GeV}/c)$. Die zuvor beschriebene Anhäufung von Datenpunkten in Abbildung 4 zeigt sich auch hier deutlich und wird im Folgenden als Peak bezeichnet. Der Peak besteht wie oben erwähnt hauptsächlich aus richtig rekombinierten π^0 . Neben dem Signal besteht die Verteilung in Abbildung 5 noch aus sogenanntem Untergrund, der in zwei Teile unterteilt wird, den kombinatorischen oder auch unkorrelierten Untergrund und dem korrelierten Untergrund. Dem korrelierten Untergrund hingegen liegen paarweise Kombinationen von Photonenkandidaten zugrunde, zwischen denen eine Korrelation besteht. Das heißt, dass die Photonenkandidatenpaare nicht aus dem Zerfall eines π^0 stammen, aber über einen anderen Zerfall zusammenhängen. Durch die paarweise Kombination unkorrelierter Photonenkandidaten, also solcher, die nicht aus einer Zerfallskette stammen, entsteht der unkorrelierte Untergrund.

Im folgenden Abschnitt wird eine Methode zur Abschätzung des unkorrelierten Untergrunds vorgestellt.

3.3 Abschätzung des unkorrelierten Untergrunds

Durch das paarweise kombinieren aller Photonenkandidaten, wie es in Abschnitt 3.2 gezeigt wurde, besteht ein großer Anteil der rekonstruierten Datenpunkte aus unkorreliert Paaren. Das heißt, dass die beiden Photonenkandidaten nicht über einen Zerfall zusammenhängen. Um den unkorrelierten Untergrund abzuschätzen werden Photonenkandidaten aus unterschiedlichen Events mit Hilfe der sogenannten mixed event method miteinander kombiniert. Abbildung 6 zeigt eine solche Verteilung, bei der Photonenkandidaten aus unterschiedlichen Kollisionen miteinander kombiniert wurden. Eine Häufung der Datenpunkte um eine bestimmte invariante Masse gibt es, wie zu erwarten, nicht. Die linke Flanke aufgrund der Anforderung an den Öffnungswinkel hingegen bleibt bestehen.

Aufgrund der größeren Anzahl Einträge, da es in der mixed event method mehr Kombinationsmöglichkeiten gibt als in der same event method muss die Verteilung aus der mixed event method an die aus der same event method skaliert werden. Die Skalierung erfolgt im rechten Bereich außerhalb des π^0 -Peaks bei $m_{\text{inv}} \in [0,19,3,0]$ (GeV/ c^2) und es ergibt sich für den Skalierungsfaktor:

$$\alpha = \frac{\sum_{i \neq j} \sum_{n} m_{\text{inv}} \left(\gamma_i^{(n)}, \gamma_j^{(n)} \right)}{\sum_{i,j} \sum_{n \neq m} m_{\text{inv}} \left(\gamma_i^{(n)}, \gamma_j^{(m)} \right)}$$

$$(7)$$

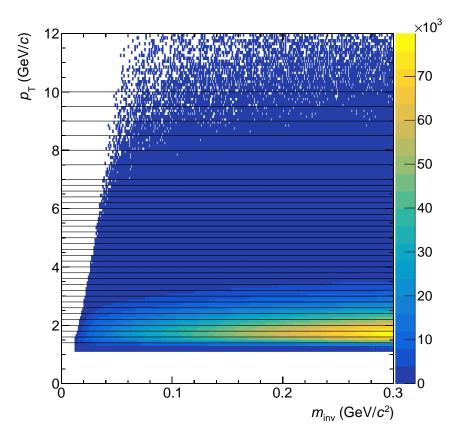


Abbildung 6: $p_{\rm T}$ und $m_{\rm inv}$ als Funktion von der Anzahl von rekombinierten Cluster-Paaren aus unterschiedlichen Kollision.

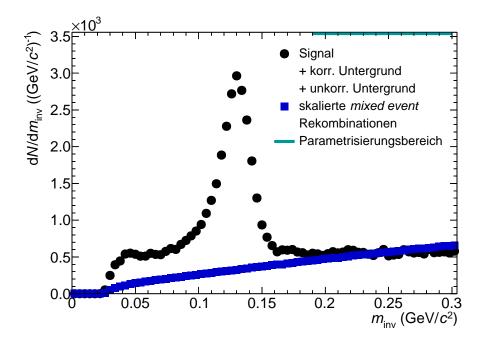


Abbildung 7: Nach Gleichung 7 skalierte *mixed event* Rekombinationen aus Abbildung ?? als Abschätzung des unkorrelierten Untergrunds zusammen aufgetragen mit Signal zuzüglich beiden Untergrundkomponenten wie in Abbildung 5.

Die oberen Indize m und n stehen hierbei für ein Event, aus dem ein Photon kommt und die unteren Indize i und j numerieren die Photonen (γ) .

Das Resultat der Skalierung ist in Abbildung 7 zu sehen, wo zusätzlich noch das Signal eingezeichnet ist, um besser erkennen zu können, wie sich der abgeschätzte unkorrelierte Untergrund relativ zum gesamten Signal verhält. Nachdem der unkorrelierte Untergrund abgeschätzt wurde wird dieser vom Signal subtrahiert.

Abbildung 8 zeigt das Ergebnis des Abzugs des unkorrelierten Untergrunds vom Signal. Da Photonen durch Paarbildung in ein Elektron und ein Positron zerfallen können, bestehen einige Photonenkandidaten aus Clustern von nur einem der beiden Zerfallsprodukte. Diese Photonenkandidaten weisen dann eine geringere Energie auf, als das eigentliche Photon besaß. Durch Kombinationen mit diesen Photonenkandidaten entstehen Datenpunkte bei einer invarianten Masse, die meistens geringer ist als die Masse von π^0 , obwohl beide Photonenkandidaten dem selben π^0 entstammen. Deshalb wird kleineren invarianten Massen vom Peak ein Teil des Signals erwartet, jedoch auch korrelierter Untergrund.

Der nächste Schritt in der Analyse neutraler Pionen ist die Bestimmung des korrelierten Untergrunds. Das Abschätzen mit einer linearen Funktion hat sich als gängigste Methode zur Bestimmung des korrelierten Untergrunds entwickelt und wird im Folgenden als Standardmethode bezeichnet.

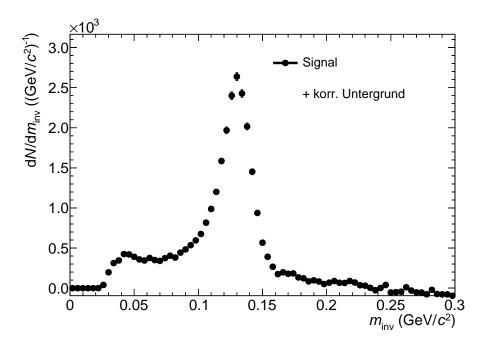


Abbildung 8: Signal nach Abzug des unkorrelierten Untergrunds.

In dieser Arbeit wird der korrelierte Untergrund sowie das reine π^0 -Signal mit Hilfe von sogenannten Monte Carlo Templates bestimmt. Die Ergebnisse der Analyse mit Hilfe von Monte Carlo Templates, sowie mit der Standardmethode werden miteinander vergleichen, um eine Aussage über den möglichen Nutzen von Analysen mit Hilfe von Monte Carlo Templates treffen zu können. Im folgenden Abschnitt wird sowohl die Standardmethode kurz, als auch die Methode mit Hilfe von Monte Carlo Templates näher erläutert.

3.4 Abschätzung des korrelierten Untergrunds mit der Standardmethode

Wie im Abschnitt zuvor erwähnt, wird in diesem Abschnitt die Extraktion des Signals, beziehungsweise die Abschätzung des korrelierten Untergrunds durch parametrisieren von Funktionen kurz vorgestellt. Da es sich bei dem Signal um eine statistische Größe handelt, wird eine gaußförmig Funktion benutzt, um das Signal zu beschreiben.

Wie bereits diskutiert, können Photonenkandidaten aus Konversionen eine geringere Energie tragen, als nicht konvertierte Photonenkandidaten. Dadurch liegt die e Masse in Kombinationen mit Photonenkandidaten aus Konversionen bei kleineren Werten, als die π^0 Masse, obwohl die Photonenkandidaten von dem gleichen π^0 stammen. Deshalb wird die gaußförmig Funktion zur Beschreibung des Signals um eine sogenannte Tail Komponente erweitert. Die Tail Komponente wird durch eine exponentielle Funktion beschrieben, die anschaulich als eine Abweichung der gaußförmig Funk-

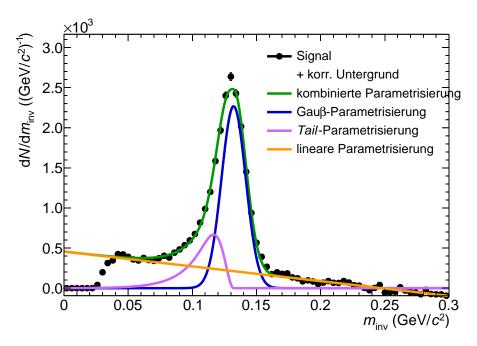


Abbildung 9: Signal mit korreliertem Untergrund sowie den Funktionen zur Beschreibung des Signals mit korreliertem Untergrund.

tion des Signals auf der linken Seite der π^0 Masse betrachtet werden kann.

Für den korrelierten Untergrund wird eine lineare Funktion, abhängig von der invarianten Masse, angenommen.

Die drei Funktionen werden zusammen durch Variation ihrer freien Parameter an die Verteilung angepasst. Als freie Parameter für den korrelierten Untergrund wird der Schnittpunkt mit der y-Achse, sowie die Steigung der linearen Funktion verwendet.

Abbildung 9 zeigt die Verteilung der invariante Masse bestehend aus Signal und korreliertem Untergrund, sowie das Ergebnis einer beschriebenen Anpassung. Die grüne Kurve entspricht der Summe der drei einzelnen Komponenten, wobei die Gauß-Funktion in blau, die Tail-Funktion in pink und die lineare Funktion in orange, dargestellt werden. Dabei wird deutlich, dass durch die Abschätzung des korrelierten Untergrunds über die lineare Funktion bei einer invarianten Masse von etwa $0.06~{\rm GeV}/c^2$, kein beziehungsweise kaum Signal vorliegt. Zu noch kleineren Massen hin schneidet die Anforderung an den Öffnungswinkel in den Verlauf, welcher nicht durch die Funktionen beschrieben wird.

Im folgenden Abschnitt wird die Abschätzung des korrelierten Untergrunds mit Hilfe von Templates beschrieben.

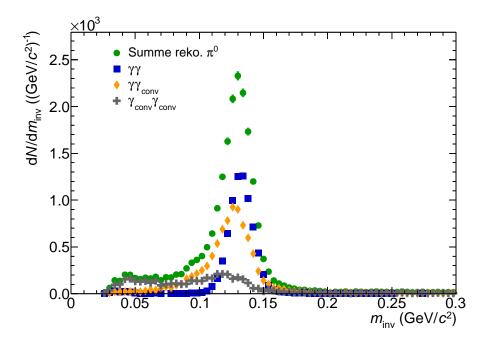


Abbildung 10: Template des Signals (grün) mit seinen drei Teilkomponenten. Diese bestehen aus Rekombinationen mit zwei Photonen (blau), einem Photon und einem konversions Elektron oder Positron (gelb) und zwei unterschiedlichen koversions Elektron oder Positron.

3.5 Peakextraktion mit Hilfe von Parametrisierungen von Templates

Um das Signal extrahieren zu können mit Hilfe von Templates wird, wie auch bei der Standardmethode, zunächst eine Abschätzung des korrelierten Untergrunds gemacht. Hierfür werden zwei Templates an die Daten angepasst, vergleichbar wie in der Standardmethode eine Funktion bestehend aus drei Teilen an die Daten angepasst wurde. Ein Template des Signals wird verwendet um das gesamte π^0 Signal zu beschreiben. Im Vergleich zur Standardmethode entspricht das dem Gauß-Teil sowie dem Tail-Tail der Funktion. Der korrelierte Untergrund wird durch eine eigenes Template abgeschätzt, statt durch einen lineare Funktion.

Im folgenden Abschnitt wird das Template des Signals diskutiert.

3.5.1 Template des Signals

Das Template des Signals kommt aus der Monte Carlo Simulation. Dabei wird ausgenutzt, dass in der Simulation bekannt ist, wo welches Teilchen herkommt und welches Teilchen auf das EMCal trifft. Dadurch wird ermöglicht genau bestimmen zu können, woher ein Photonkandidat stammt und ob es sich dabei um ein Photon oder ein konvertiertes Photon handelt.

Abbildung 10 zeigt das Template des Signals in grün, sowie die Aufteilung des Signals in einzelnen

Komponenten. Die Komponenten setzen sich aus den drei möglichen Kombinationen von Photonenkandidaten zusammen. Zum einen aus Photonenkandidaten aus Photonen, in der Abbildung als γ bezeichnet und zum anderen aus Photonenkandidaten aus einem Elektron oder Positron, die durch das konvertierten eines Photonen entstanden. Letztere werden in der Abbildung durch γ_{conv} symbolisiert.

In blau sind die Kombinationen aus zwei Photonen ($\gamma\gamma$) dargestellt, in gelb die Kombination aus Photon und Elektron oder Positron ($\gamma\gamma_{\rm conv}$) und in grau die Kombination aus koversions Elektron oder Positron miteinander ($\gamma_{\rm conv}\gamma_{\rm conv}$).

Die Abbildung zeigt außerdem, wie zuvor angesprochen, dass auch bei einer invarianten Masse um $0.05 \text{ GeV}/c^2$ Signal vorliegt. Der Anteil des Signals um diese invariante Masse besteht dominant aus zwei konvertierten Photonen. Genau dieser Teil des Signals wird nicht durch die Standardmethode berücksichtigt. Durch das Berücksichtigen in der Analyse mit Hilfe der Templates wird einer geringere statistische Unsicherheit erwartet.

3.5.2 Template des korrelierten Untergrunds

Für die Bestimmung des Templates des korrelierten Untergrunds wird das Template des Signals von einer Verteilung invarianter Masse abgezogen. Die Verteilung invarianter Masse kommt dabei aus der Monte Carlo Simulation, auf die das Analyseverfahren bis einschließlich der Abschätzung der unkorrelierten Untergrunds, so wie bisher erläutert, angewandt wurde.

Das Template des korrelierten Untergrunds für das p_T -Intervall (3,2-3,4)(GeV/c) wird in Abbildung 11 in pink dargestellt. Zur Verdeutlichung sind ebenfalls das oben beschriebene Signal in schwarz und das Template des Signals in grün eingezeichnet.

Für großes $p_{\rm T}$ wird die Unsicherheit im Template des korrelierten Untergrunds relativ groß im Verglichen mit der Anzahl an Einträgen in der Verteilung der invarianten Masse. Deshalb wird in dieser Arbeit der korrelierte Untergrund aus mehreren $p_{\rm T}$ -Intervallen zusammengefasst. Dabei wird angenommen, dass sich nicht die Form, sondern nur die Anzahl der Einträge in den $p_{\rm T}$ -Intervallen unterscheidet. Für die Zusammenfassung der Templates des korrelierten Untergrunds werden die Templates des korrelierten Untergrunds aus den $p_{\rm T}$ -Intervallen von $p_{\rm T} \geq 1,8~{\rm GeV}/c$ bis $p_{\rm T} \leq 3,2~{\rm GeV}/c$ aufgrund der geringen statistischen Unsicherheit benutzt. Diese werden zunächst aufsummiert und auf die Anzahl der verwendeten $p_{\rm T}$ -Intervalle normiert.

Abbildung 12 oben in orange ein kombiniertes Template des korrelierten Untergrunds und in pink

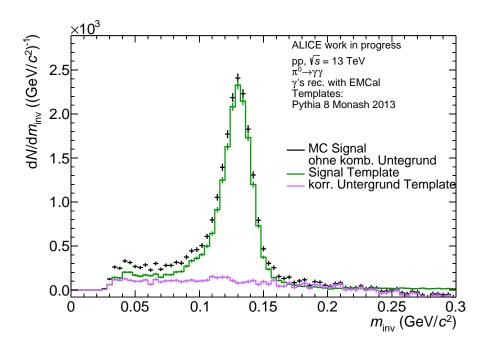


Abbildung 11: Template des korrelierten Untergrunds in pink entstanden durch den Abzug des Templates des Signals (grün) von der Verteilung der invarianten Masse aus einer Monte Carlo Simulation (schwarz).

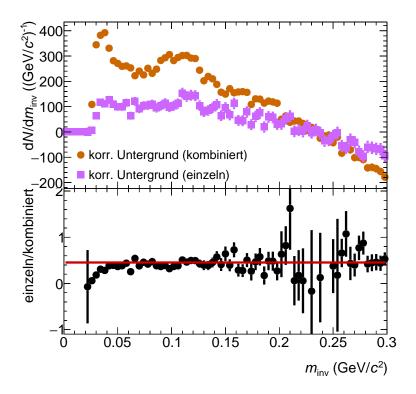


Abbildung 12: **Oben:** Template des korrelierten Untergrunds aus einem einzelnen $p_{\rm T}$ -Intervall in pink und aus mehreren $p_{\rm T}$ -Intervallen kombiniert in orange. **Unten:** Verhältnis der beiden Verteilungen in schwarz, sowie Parametrisierung einer Konstante an das Verhältnis in rot.

das Template des korrelierten Untergrunds für das $p_{\rm T}$ -Intervall $(3,2-3,4)({\rm GeV}/c)$. Um zu zeigen, dass die Annahme ihre Richtigkeit hat wird unten das Verhältnis aus einzelnem Template des korrelierten Untergrunds zu den Kombinierten dargestellt. Die rote Linie im unteren Teil der Abbildung basiert auf einer konstanten Parametrisierung des Verhältnisses. Die getroffene Annahme wird bestätigt, da die konstante Parametrisierung und das Verhältnis gut miteinander übereinstimmen. Die großen Unsicherheiten im Verhältnis um $m_{\rm inv}=0,225~{\rm GeV}/c^2$ entsteht, da beide Templates an dieser Stelle eine Anzahl an Einträgen nah um 0 besitzen.

Zuvor wurde bereits angesprochen, dass die Anforderung an den Öffnungswinkel abhängig von $p_{\rm T}$ sind. Um das kombinierte Template des korrelieren Untergrunds daran anzupassen wurde eine vereinfachte Monte Carlo Simulation durchgeführt. Dadurch konnten größere Abweichungen für kleinere invariante Massen vermieden werden.

Später wird für die Bestimmung der systematischen Unsicherheit die Wahl des Templates des korrelierten Untergrunds variiert. Zum einen werden die Templates einzeln verwendet, also jeweils das Template des korrelierten Untergrunds aus dem jeweiligen $p_{\rm T}$ -Intervall, aus dem auch die Verteilung der invarianten Masse und das Template des Signals kommen. Zum anderen wird die Kombination variiert, sodass das Template des korrelierten Untergrunds nicht aus einem festen vergrößerten $p_{\rm T}$ -Intervall stammt. Stattdessen wird das $p_{\rm T}$ -Intervall eines einzelnen Templates des korrelierten Untergrunds ausgeweitet, bis das Intervall mindestens 4 GeV/c umfasst.

Im Folgenden Abschnitt werden die beiden Templates so parametrisiert, dass sie das Signal nach Abschätzung des unkorrelierten Untergrunds bestmöglich beschreiben.

3.5.3 Parametriesierungsmethode

Die Parametrisierung der beiden Templates erfolgt durch die sogenannte χ^2 -Minimierung. χ^2 gibt dabei als ein Maß an, wie gut eine Verteilung an gegebene Daten passt. Je kleiner χ^2 ist, umso besser beschreibt die Verteilung die Daten, deshalb wird χ^2 bei der Parametrisierung minimiert. Als freie Parameter werden zwei Skalierungsfaktoren benutzt, einmal ein Skalierungsfaktor für das Template des Signals (SF_{Signal}) und einmal ein Skalierungsfaktor für das Template des korrelierten Untergrunds (SF_{korr. Untergrund}). Für χ^2 gilt dann:

$$\chi^{2} = \sum_{i} \left(\frac{\text{SF}_{\text{Signal}} \cdot x_{i} + \text{SF}_{\text{korr. Untergrund}} \cdot y_{i} - z_{i}}{\sqrt{\left(\text{SF}_{\text{Signal}} \cdot \Delta x_{i}\right)^{2} + \left(\text{SF}_{\text{korr. Untergrund}} \cdot \Delta y_{i}\right)^{2} + \left(\Delta z\right)^{2}}} \right)^{2}$$
(8)

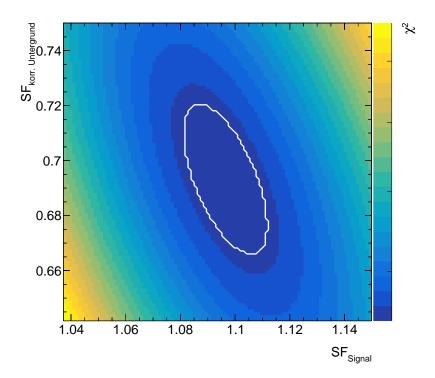


Abbildung 13: χ^2 in Abhängigkeit der Skalierungsfaktoren für das Template des Signals und das Template des korrelierten Untergrunds in einem $p_{\rm T}$ -Intervall von $(3,2-3,4)({\rm GeV}/c)$. Die weiße Kurve makiert die Unsicherheit auf $\chi^2_{\rm min}$.

Hierbei steht x für das Template des Signals, y für das Template des korrelierten Untergrunds und z für die Verteilung der invarianten Masse nach Abzug der unkorrelierten Untergrunds. Der Index i symbolisiert, dass über die verschiedenen Werte der invarianten Masse summiert wird. Abbildung 13 zeigt eine Verteilung von χ^2 für unterschiedliche Kombinationen der beiden Skalierungsfaktoren in einem p_T -Intervall von (3,2-3,4)(GeV/c). Die weiße Kurve umrahmt das Minimum χ^2_{\min} und gibt die Unsicherheit bezüglich der beiden Skalierungsfaktoren an. Die Werte die auf der weißen Kurve liegen bei $\chi^2_{\min} + 1$ [P+92].

3.5.4 Abzug des korrelierten Untergrunds und Integration des Signals

4 Korrigierter Yield

- 4.1 Korrekturen
- 4.2 Systematische Unsicherheit

5 Zusammenfassung und Ausblick

LITERATUR 28

Literatur

[Büs18] Henner Büsching. Kerne und teilchen 1 die quarkstruktur der materie. https://elearning.physik.uni-frankfurt.de/goto_FB13-PhysikOnline_file_ 16390_download.html, 2018. Letzer Zugriff am 14.01.2019.

- [Mec18] Adrian Mechler. Messung neutraler pionen in pp-kollisionen bei $\sqrt{s_{\rm NN}}=5$ tev mit dem alice-dcal, 10 2018.
- [P⁺92] William Press et al. Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing. Press Syndicate of the University of Cambridge,, 2 edition, 1992.
- [Rog17] Tim Rogoschinski. Signalextraktion neutraler pionen in p-pb-kollisionen bei $\sqrt{s_{\rm NN}}=5,02$ tev mit dem alice-phos-detektor, 12 2017.
- [Sch19] Kristina Schmitt. Multiplizitätzabhängigkeit der produktion geladener teilchen in protonproton-kollision bei alice, 01 2019.
- $[T^{+}18]$ M. Tanabashi et al. *Physical Review D*, volume 98 of 3. American Physical Society, 3 edition, 08 2018.
- [Wik18] Wikipedia. Alice experiment. https://en.wikipedia.org/wiki/ALICE_experiment, 12 2018. Letzter Zugriff am 02.01.2019.