

**Systematische Studie der Peakextraktion
neutraler Pionen in pp-Kollisionen bei
 $\sqrt{s} = 13 \text{ TeV}$ mit Hilfe von Templates**

Bachelorarbeit

vorgelegt von

Marvin Hemmer

am Institut für Kernphysik

dem Fachbereich Physik

der Goethe-Universität Frankfurt am Main

Februar 2019

Erstgutachter: Prof. Dr. H. Büsching

Zweitgutachter: F. Pliquett

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Standardmodell der Elementarteilchenphysik	3
1.2	Starke Wechselwirkung und das Quark-Gluon-Plasma	4
1.3	Proton-Proton-Kollisionen	6
1.4	Messung neutraler Pionen zur Untersuchung des Quark-Gluon-Plasma	7
2	Experimenteller Aufbau	10
2.1	ALICE	10
2.2	Elektromagnetische Kalorimeter EMCal	12
3	Messung neutraler Pionen mit Hilfe des EMCal	14
3.1	Datenauswahl	14
3.1.1	Datensatz	14
3.1.2	Clusterauswahlkriterien	14
3.2	Clusterkombination	15
3.3	Abschätzung des unkorrelierten Untergrunds	18
3.4	Abschätzung des korrelierten Untergrunds mit der Standardmethode	20
3.5	Peakextraktion mit Hilfe von Parametrisierungen von Templates	22
3.5.1	Template des Signals	22
3.5.2	Template des korrelierten Untergrunds	23
3.5.3	Parametrisierungsmethode	27
3.5.4	Abzug des korrelierten Untergrunds und Integration des Signals	30
4	Korrigierter Yield	32
4.1	Akzeptanz und Effizienz	32
4.2	Systematische Unsicherheit	33
4.3	Vergleich mit Standardmethode	37
5	Zusammenfassung und Ausblick	38
	Appendices	39

Einleitung

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Standardmodell der Elementarteilchenphysik

Im Standardmodell der Elementarteilchenphysik werden die sogenannten Elementarteilchen in zwei Gruppen, die sogenannten Quarks und die sogenannten Leptonen, unterteilt. Als Elementarteilchen werden alle Teilchen bezeichnet, die nach heutigem Kenntnisstand nicht weiter teilbar sind. Beide Gruppen beinhalten nach aktuellem Wissensstand jeweils sechs Teilchen, die sechs Quarks *up* (u), *down* (d), *charm* (c), *strange* (s), *top* (t) und *bottom* (b) und die sechs Leptonen Elektron (e), Elektron-Neutrino (ν_e), Myon (μ), Myon-Neutrino (ν_μ), Tau (τ) und Tau-Neutrino (ν_τ). Tabelle 1 listet die Elementarteilchen, geordnet nach ihrer sogenannten Generation und ihrer elektrischen Ladung, auf.

Neben der elektrischen Ladung gibt es im Rahmen des Standardmodells noch zwei weitere Ladungen, die schwache Ladung und die starke Ladung, auch Farbladung genannt. Trägt ein Teilchen eine Ladung, so koppelt das Teilchen an eine sogenannte Wechselwirkung, die beschreibt, wie Teilchen sich gegenseitig beeinflussen können. Jede Ladung lässt sich dabei einer Wechselwirkung zuordnen, die elektrische Ladung der elektromagnetischen Wechselwirkung, die schwache Ladung der schwachen Wechselwirkung und die Farbladung der starken Wechselwirkung.

Wechselwirkungen zwischen zwei Teilchen werden durch den Austausch von sogenannten Austauschteilchen vermittelt. Zu den heute bekannten Austauschteilchen gehören das Photon (γ), das Gluon (g), das Z-Boson (Z^0) und die W-Bosonen (W^\pm). Tabelle 2 zeigt die Zuordnung der Austauschteilchen zu ihrer entsprechenden Wechselwirkung.

Für die vorliegende Arbeit spielen die starke Wechselwirkung, Quarks, Gluonen und die Farbladung eine wichtige Rolle. Deshalb wird im folgenden Abschnitt genauer auf diese Themen eingegangen.

Generation	I	II	III	el. Ladung [e]
Quarks	up (u)	charm (c)	top (t)	+2/3
	down (d)	strange (s)	bottom (b)	-1/3
Leptonen	Elektron (e)	Myon (μ)	Tau (τ)	-1
	Elektron-Neutrino (ν_e)	Myon-Neutrino (ν_μ)	Tau-Neutrino (ν_τ)	0

Tabelle 1: Elementarteilchen geordnet nach ihrer Generation und ihrer elektrischen Ladung. [T⁺18]

Wechselwirkung	elektromagnetisch	stark	schwach
Austauschteilchen	Photon (γ)	Gluon (g)	W^\pm , Z^0 - Bosonen

Tabelle 2: Austauschteilchen geordnet zu ihrer entsprechenden Wechselwirkung

gangen.

1.2 Starke Wechselwirkung und das Quark-Gluon-Plasma

Wie eben diskutiert, koppelt die starke Wechselwirkung an Teilchen, die Farbladung tragen. Die Farbladung hat hierbei drei mögliche Zustände: rot, blau und grün. Dabei spielt der Zustand der Farbladung für die Stärke der starken Wechselwirkung keine Rolle. Zusätzlich zu den drei Zuständen der Farbladung gibt es auch drei Zustände der Antifarbladung, antirot, antiblau und antigrün.

Die Kombination der drei (Anti-)Farbladungen, oder die Kombination von Farbladung mit entsprechender Antifarbladung, ergibt, angelehnt an die Farblehre, weiß. Teilchen mit einer solchen Kombination der Farbladung ergeben entsprechend nach außen hin farbneutralen Teilchen, auch wenn sie aus farbgeladenen Teilchen aufgebaut sind.

Quarks, Antiquarks und Gluonen tragen Farbladung, wodurch sie an der starken Wechselwirkung teilnehmen. Unter anderem bindet die starke Wechselwirkung Quarks und Antiquarks zu sogenannten Hadronen, die wiederum in sogenannte Baryonen, aufgebaut aus drei Quarks, und sogenannte Mesonen, aufgebaut aus einem Quark-Antiquark-Paar und entsprechende Antiteilchen, unterteilt werden.

Die Wechselwirkung zur Bindung eines Quark-Antiquark-Paars folgt dabei einem Potential $V(r)$ [Büs18]:

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + kr \quad (1)$$

Der erste Teil $-\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r}$ verhält sich proportional zur sogenannten Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung α_s und antiproportional zum Abstand r zwischen Quark und Antiquark.

Der zweite Teil des Potentials $+kr$ weist eine lineare Abhängigkeit von r auf. Der Vorfaktor k wird als Stringspondung bezeichnet und liegt in der Größenordnung von etwa 1 GeV/fm. Für große Abstände dominiert der lineare Teil. Das Feld der starken Wechselwirkung zwischen den beiden Teilchen wird immer stärker und wird deshalb als *String* bezeichnet. Für kleine r nähert sich $V(r)$ einem Coulombpotential.

Um den Abstand zwischen sich zu vergrößern, müssen die zwei Teilchen immer mehr Energie besitzen, die insgesamt gleich der Energie des *String* entspricht. Ab einem bestimmten Abstand reicht die Energie in dem *String* aus, um ein weiteres Quark-Antiquark-Paar zu erzeugen. In dem String

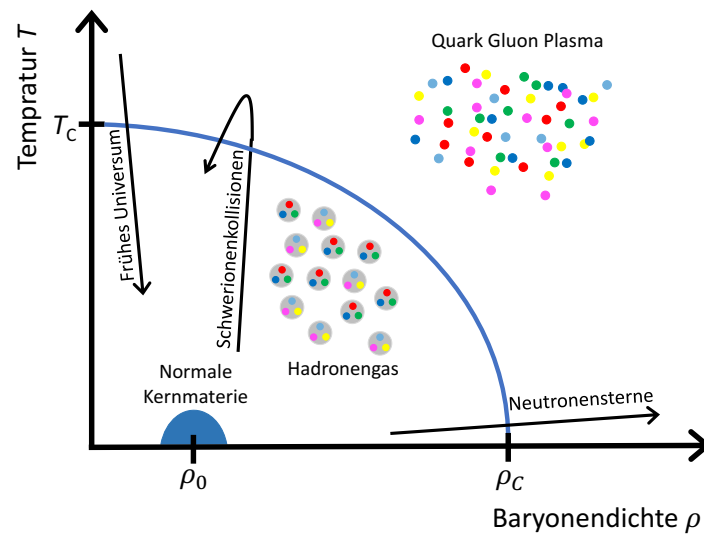


Abbildung 1: Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie in Abhängigkeit der Baryondichte ρ und der Temperatur T . [Rog17]

bildet sich ein neues Quark-Antiquark-Paar, das sich mit dem ursprüngliche Quark-Antiquark-Paar zu zwei Quark-Antiquark-Paaren kombiniert. Es liegen dann zwei Quark-Antiquark-Paare vor, die jeweils aus einem ursprünglichen Teilchen und einem neu entstandenen Teilchen bestehen. Deshalb können Quarks nur in gebundenen Zuständen gemessen werden. Dieses Phänomen wird als *Confinement* bezeichnet. Aus dem *Confinement* folgt, dass in der Natur nur farbneutrale Teilchen frei vorkommen, sprich (Anti-)Quarks bilden immer andere Teilchen.

Anders als die Bezeichnung vermuten lässt, ist α_s nicht konstant, sondern abhängig von der Auflösung, mit der die Wechselwirkung betrachtet wird. Je genauer die Auflösung wird, umso kleiner wird α_s . Aufgrund dieses Verhaltens von α_s bezüglich der Auflösung nennt man α_s auch laufende Kopplungskonstante. Farbgeladene Teilchen spüren für eine genaue Auflösung beziehungsweise kleines α_s nur eine kleine Wechselwirkung. Halten sich viele (Anti)Quarks und Gluonen auf kleinem Raum auf, so befindet sich ein Teilchen immer nah an einem anderen Teilchen. Dadurch können sich die Teilchen innerhalb eines solchen Zustands quasi frei bewegen. Den Zustand, wenn sich farbgeladene Teilchen frei bewegen können, nennt man asymptotische Freiheit.

Eine theoretische Beschreibung eines solchen Zustands ist das sogenannte Quark-Gluon-Plasma (QGP). Das QGP entspricht einem Medium mit hoher Dichte von (Anti)Quarks und Gluonen und beziehungsweise oder hoher Temperatur.

Ein solcher heißer und dichter Zustand kann kurz nach der Kollision von zwei hochenergetischen

Atomkernen entstehen [Kar06]. In der Überlappregion der beiden Atomkerne bildet sich ein QGP aus, das expandiert und abkühlt. Durch das Expandieren und Abkühlen ändert sich der Zustand des Mediums und die farbgeladenen Teilchen schließen sich in der sogenannten Hadronisierung wieder zu Hadronen zusammen. Bei dem beschriebenen Übergang des QGP in hadronische Materie handelt es sich um einen Phasenübergang stark wechselwirkender Materie.

Für die Erforschung des QGP spielt das Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie eine wichtige Rolle. Abbildung 1 skizziert das Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie in Abhängigkeit von der Baryonendichte μ_B und der Temperatur T . Bei geringem μ_B und niedrigem T , wie etwa Raumtemperatur, sind alle Quarks und Gluonen in Hadronen gebunden. Erhöht man T oder beide Größen stark, wird ein Übergang in das QGP erwartet, in dem sich die Quarks und Gluonen quasi frei bewegen können. Außerdem muss die Energiedichte groß genug sein, um ein QGP erzeugen zu können, weshalb davon ausgegangen wird, dass im frühen Universum kurz nach dem Urknall die gesamte Materie als QGP vorlag [Kap00]. Es wird außerdem davon ausgegangen, dass sich dieses bei Kern-Kern-Kollisionen im Labor ausbilden kann, wie sie beim ALICE Experiment untersucht werden.

Zum besseren Verständnis von Kern-Kern-Kollisionen werden auch Proton-Proton-Kollisionen (pp-Kollisionen) studiert. Letztere werden in dieser Arbeit analysiert und im folgenden Abschnitt näher erläutert.

1.3 Proton-Proton-Kollisionen

Neben der direkten Referenz können in der Untersuchung von pp-Kollisionen aber auch Informationen über die stark wechselwirkende Materie beziehungsweise über die starke Wechselwirkung selbst gewonnen werden. pp-Kollisionen haben hierbei den Vorteil, dass sie besser theoretisch verstanden sind als Kern-Kern-Kollisionen. Dabei führt man unter anderem die sogenannte Partonendichtefunktion der Protonen ein, die angibt, wie wahrscheinlich es ist, ein (Anti)Quark oder Gluon mit einem bestimmten Impulsanteil des Protons vorzufinden. Dies wiederum ermöglicht genauere theoretische Beschreibungen von pp-Kollisionen, bei denen im engeren Sinne die Partonen, also die (Anti)Quarks und beziehungsweise oder Gluonen, miteinander stoßen.

Bei einem solchen Stoß entstehen viele neue Teilchen. Die Produktionsrate der neuen Teilchen wird dabei als der sogenannten *Yield* in Abhängigkeit vom Transversalimpuls angegeben. Der Transversalimpuls gibt dabei den Impulsanteil an, der senkrecht zur Strahlachse eines Kollisionsex-

periments liegt. Der Transversalimpuls wird deshalb betrachtet, da die kollidierenden Teilchen bei einem solchen Experiment keinen Transversalimpuls besitzen und der gesamte Transversalimpuls der entstandenen Teilchen deshalb aus den physikalischen Prozessen während und nach der Kollision kommt.

Ein mögliches Teilchen, das in Kollisionen produziert wird, ist das neutrale Pion. Dieses wird in dieser Arbeit analysiert und der Yield des neutralen Pions in pp Kollisionen extrahiert.

1.4 Messung neutraler Pionen zur Untersuchung des Quark-Gluon-Plasma

Das neutrale Pion π^0 besteht aus einem Quark-Antiquark-Paar und gehört damit zu den Mesonen. Genauer lässt sich das π^0 als eine Überlagerung zweier quantenmechanischer Zustände, bestehend aus u und d Quarks und den entsprechenden Antiquarks, beschreiben:

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) \quad (2)$$

Mit einer Masse von $m_{\pi^0} = (134,9770 \pm 0,0005) \text{ MeV}/c^2$ [T⁺18] stellt das π^0 das leichteste Meson dar. Ein π^0 zerfällt zu $(98,823 \pm 0,034) \%$ nach einer mittleren Weglänge von $c\tau = (25,5 \pm 0,5) \text{ nm}$ [T⁺18] in zwei Photonen.

Beim ALICE Experiment in Kern-Kern-Kollisionen werden unter anderem direkte Photonen untersucht. Als direkte Photonen werden solche Photonen bezeichnet, die in der Kollision entstehen und nicht aus Zerfällen stammen. Direkte Photonen können allerdings nicht direkt bestimmt werden. Stattdessen werden alle Photonen, die produziert wurden, gemessen und die Anzahl Photonen aus Zerfällen werden von der Anzahl aller Photonen subtrahiert. Dazu muss zuerst die Anzahl der Photonen, die aus Zerfällen kommen, bestimmt werden, wozu wiederum die *Yields* von Teilchen extrahiert werden müssen, die in Photonen zerfallen. Aufgrund der hohen Produktionsrate von π^0 in Kern-Kern-Kollisionen und der hohen Zerfallswahrscheinlichkeit in zwei Photonen stellen Photonen aus π^0 -Zerfällen den größten Anteil von Zerfallsphotonen.

Direkte Photonen können auch in pp-Kollisionen betrachtet werden. In pp-Kollisionen gibt es dabei ebenfalls eine hohe Produktionsrate von π^0 , weshalb die Analyse von π^0 , für die Bestimmung von direkten Photonen essentiell ist. Die Analyse von π^0 in pp-Kollisionen liefert somit eine direkte Referenzgröße in Form des *Yields* von π^0 , als auch eine Referenz für direkte Photonen. Das Verhältnis der Produktionsraten von π^0 in Kern-Kern-Kollisionen gegenüber der Produktionsraten von π^0 in

pp-Kollisionen kann so beispielsweise Aufschluss geben auf den Energieverlust von Teilchen innerhalb des QGP. Deshalb werden in dieser Arbeit die Produktion von π^0 in pp-Kollisionen analysiert. Gemessen werden bei ALICE allerdings nicht π^0 direkt, sondern nur die Photonen, aufgrund der kurzen Lebensdauer des π^0 . Deshalb müssen π^0 über Messungen der Photonen rekonstruiert werden. Durch geeignete Messungen können Energie und Position der beiden Photonen bestimmt werden. Durch die Information über die Position der Photonen kann auch der Zerfallswinkel zwischen den beiden Photonen $\theta_{\gamma\gamma}$ bestimmt werden. Die Energien $E_{\gamma 1}$ und $E_{\gamma 2}$ der beiden Photonen sowie der Zerfallswinkel $\theta_{\gamma\gamma}$ werden benötigt, um die invariante Masse m_{inv} eines π^0 zu berechnen. Für diese gilt:

$$m_{\text{inv}} = \sqrt{2E_{\gamma 1}E_{\gamma 2}(1 - \cos(\theta_{\gamma\gamma}))} \quad (3)$$

Neben der Bestimmung der invarianten Masse kann der Impuls der Photonen aufgeteilt werden, in den Transversalimpuls und den Longitudinalimpuls. Dabei wird in dieser Arbeit nur der Transversalimpuls p_T des π^0 betrachtet für den gilt:

$$p_{T\pi^0} = \sqrt{(p_{x1} + p_{x2})^2 + (p_{y1} + p_{y2})^2} \quad (4)$$

Die Indizes x und y beziehen sich auf die Raumrichtungen.

In einer Kollision entstehen allerdings mehrere π^0 auf einmal. Die Information, welche Photonen dabei aus welchem Zerfall stammen, geht bei der Messung verloren. Deshalb werden alle gemessenen Photonen miteinander kombiniert, wodurch einerseits π^0 rekonstruiert werden, andererseits werden aber auch Photonenpaare miteinander kombiniert, die nicht aus einer Zerfallskette stammen, oder nicht aus einem π^0 -Zerfall. Um die Anzahl an Photonenpaaren, die nicht aus einem π^0 -Zerfall kommen, abzuschätzen, werden in dieser Arbeit sogenannte Templates aus einer Monte Carlo Simulation verwendet. Für eine detailliertere Beschreibung von Monte Carlo Simulationen sei an dieser Stelle auf [Sch19] verwiesen. Templates beschreiben in dieser Analyse Verteilungen der invarianten Masse, die aus Monte Carlo Simulationen stammen. Durch das Verwenden von Templates in dieser Arbeit kann das theoretische Verständnis von pp-Kollisionen überprüft und vertieft werden. Eine genauere Erläuterung der Templates die für diese Arbeit verwendet werden, folgt in den Abschnit-

ten 3.5.1 und 3.5.2.

Nachdem die theoretischen Grundlagen für die Analyse von π^0 dargelegt wurden, wird in Abschnitt 2 der experimentelle Aufbau näher erläutert.

2 Experimenteller Aufbau

In dieser Arbeit werden Messdaten des ALICE Experiments verwendet. Das ALICE Experiment befindet sich am LHC, dem weltweit größte Beschleunigerring, am Kernforschungszentrum CERN. Im LHC werden Teilchen, hauptsächlich Blei-Ionen und Protonen auf fast Lichtgeschwindigkeit beschleunigt und zum Kollidieren gebracht. Die Beschleunigung geschieht durch elektrische Felder, während Dipolmagnete die beschleunigten Teilchen auf einer Kreisbahn halten. Kollisionen finden im LHC Ring an vier unterschiedlichen Stellen statt, wo sich die Strahlrohre, in denen Teilchen gegenläufig beschleunigt werden, kreuzen. An einem dieser Punkte befindet sich das ALICE Experiment.

Die Beschleunigung auf nahezu Lichtgeschwindigkeit ermöglicht hohe Schwerpunktsenergieen \sqrt{s} zu erreichen. Dabei spiegelt \sqrt{s} die Energie wieder, die das System in einer Kollision zur Verfügung hat. Dementsprechend können mehr und auch schwerere Teilchen bei höherem \sqrt{s} in einer Kollision entstehen. Ein hohes \sqrt{s} hat auch eine höhere Temperatur des Mediums, was bei einer solchen Kollision entstehen kann, zur Folge. So befinden sich Messungen des ALICE Experiments am LHC im Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie, wie es in Abbildung 1 skizziert ist, bei hohen Temperaturen und einer geringen Baryonendichte. \sqrt{s} hängt dabei von der Energie der kollidierende Teilchen ab. Für Kollisionsexperimente zweier identischer Teilchen mit gleicher Energie E gilt:

$$\sqrt{s} = 2E \tag{5}$$

Die in dieser Arbeit verwendeten Daten stammen von pp-Kollisionen bei $\sqrt{s} = 13$ TeV.

2.1 ALICE

Das ALICE Experiment wurde speziell zur Untersuchung des Quark-Gluonen-Plasmas konzipiert und gebaut. Abbildung 2 zeigt schematisch einen Querschnitt des ALICE Experiments. Der zylinderförmige Aufbau um das Kollisionszentrum ist typisch für Kollisionsexperimente.

Um die zentralen Detektoren herum befindet sich ein Solenoid-Magnet, der ein Magnetfeld von 0,5 T erzeugt, wodurch geladene Teilchen auf gekrümmte Flugbahnen gelenkt werden. Mit Hilfe der Radien der gekrümmten Flugbahnen können geladenen Teilchen identifiziert werden. Im Folgenden werden die für diese Analyse wichtigsten Detektoren kurz eingeführt.

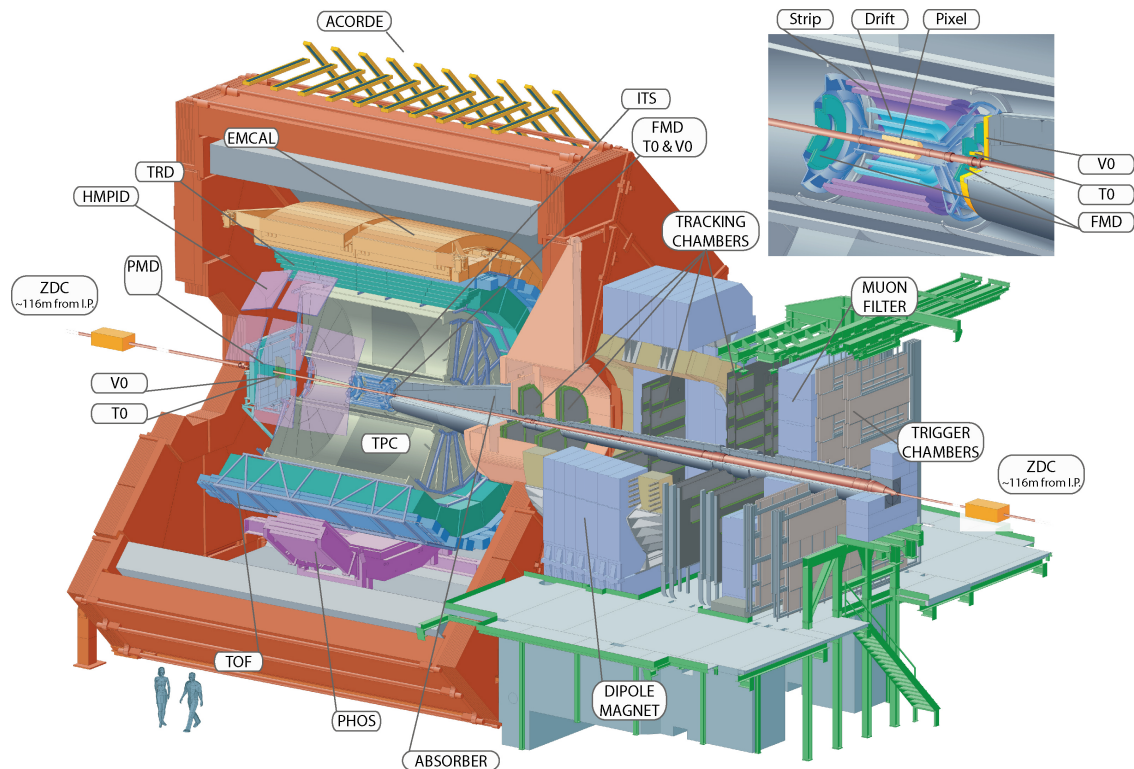


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Querschnitts des ALICE Experiments. [Wik18]

Das **Inner Tracking System**, kurz ITS, befindet sich am nächsten zum Strahlrohr des ALICE Experiments und besteht aus sechs Schichten. In dieser Analyse wird das ITS zur Abschätzung des Kollisionspunktes, dem sogenannten primären Vertex, benutzt.

Die **Time Projection Chamber**, kurz TPC, umschließt das ITS und dient als Detektor der Spurrekonstruktion. Geladene Teilchen hinterlassen in der TPC Spuren, anhand dieser können die geladene Teilchen identifiziert werden.

Das **V0-Detektorsystem** besteht aus zwei einzelnen Detektoren, welche sich jeweils an einem Ende des ITS um das Strahlenrohr befinden. Messen beide V0 Detektoren eine bestimmte Mindestanzahl an Teilchen, so wird eine Aufzeichnung des Ereignisses (engl. *event*) gestartet. Die Anforderungen für die Messung eines *events* werden allgemein als *trigger* bezeichnet. Dass die V0-Detektoren eine Mindestanzahl an Teilchen detektieren, entspricht einer Mindestanforderung an das *event*. Entsprechend wird diese Mindestanforderung *minimum-bias trigger* und das *event minimum-bias event* genannt.

Genau wie das V0-Detektorsystem bestehen das **T0-Detektorsystem** aus zwei einzelnen Detektoren, die sich an den Enden des ITS befinden. Die T0-Detektoren sind auf präzise Zeitmessungen spezialisiert und legen den Zeitpunkt der Kollision fest.

Das **Elektromagnetische Kalorimeter**, kurz EMCal, befindet sich am äußersten Rand des zentralen Detektors. Da in dieser Analyse Messungen des EMCals verwendet werden, wird der Aufbau und die Funktionsweise des EMCals im folgenden Abschnitt genauer erläutert.

2.2 Elektromagnetische Kalorimeter EMCal

In einem Abstand von circa 4,5 m vom Kollisionspunkt deckt das EMCal einen Azimuthalwinkelsbereich von $\phi = 107^\circ$ und einen Pseudorapiditätsbereich von $|\eta| \leq 0,7$ ab. Das EMCal besteht aus zwölf sogenannten Supermodulen, zehn normal großen und zwei kleineren. Ein normal großes Supermodul besteht aus 24×48 Zellen, ein kleineres Supermodul aus 8×48 Zellen. Insgesamt hat das EMCal also 12288 Zellen, die hauptsächlich Photonen, Elektronen und Positronen detektieren und dabei die Energie dieser Teilchen messen. Eine einzelne Zelle besteht aus abwechselnd 77 Szintillatoren- und 76 Bleischichten. In den Bleischichten entstehen sogenannten elektromagnetische Schauer, indem eintreffende Photonen durch Paarerzeugung in ein Elektron und ein Positron konvertieren, die wiederum durch Bremsstrahlung weitere Photonen abstrahlen. Die Szintillatoren werden durch die Photonen angeregt und geben ein messbares Lichtsignal ab. Alle Szintillatorschichten einer Zelle sind über einen Lichtleiter mit einem Photomultiplier verbunden. Der Photomultiplier wandelt das Lichtsignal in ein elektrisches Signal um, das proportional zur detektierten Energie der Zelle ist.

Jeder elektromagnetischer Schauer besitzt eine gewisse Ausdehnung, die über den sogenannten Molière-Radius R_M definiert ist. Der Molière-Radius gibt den Radius passend zu einem Zylinder an, in dem 90% der gesamten Energie eines Schauers vom Detektor gemessen wird. Für das EMCal beträgt der Molière-Radius $R_M = 3,7$ cm, während die quadratischen Zellen eine Seitenlänge von 6 cm besitzen. Der Schauer eines einzelnen Teilchens erstreckt sich also über mehrere Zellen. Benachbarte Zellen werden durch einen Algorithmus zu sogenannten *Clustern* zusammengefasst. Algorithmen zur Rekonstruktion von *Clustern* werden als *Clusterizer* bezeichnet. In der hier vorliegenden Analyse wird der sogenannte *v2-Clusterizer* verwendet. Dieser sucht zunächst nach der Zelle mit der größten deponierten Energie, die noch keinem *Cluster* angehört und eine Schwellenenergie von typischerweise 600 MeV besitzt. Von dieser Startzelle ausgehend werden die Nachbarzellen abgesucht und zum *Cluster* hinzugefügt, wenn sie die Mindestenergie von typischerweise 100 MeV überschreiten, aber eine geringere Energie als die Startzelle haben und ebenfalls keinem weiteren *Cluster* zugeordnet sind. Diese Suche nach Nachbarzellen geschieht dabei iterativ solange, bis keine

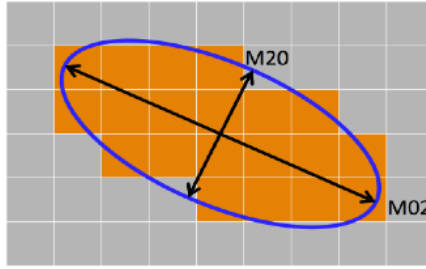


Abbildung 3: Schematische Darstellung eines *Clusters*. Die Ellipsenhalbachsen M_{20} und M_{02} definieren eine Ellipse, die alle orange markierten Zellen, die zu einem *Cluster* in einem Kalorimeter mit quadratischen Zellen gehören, umfasst. [[Mec18]]

Nachbarzellen die nötigen Kriterien erfüllen um dem *Cluster* hinzugefügt zu werden. Anschließend wird eine neue Startzelle für ein neues *Cluster* gesucht und der Prozess beginnt von vorne. Abbildung 3 zeigt eine schematische Darstellung eines *Clusters*. Alle orange eingefärbten Zellen gehören dabei zu dem *Cluster*. Die eingezeichnete Ellipse, beziehungsweise ihre Halbachsen M_{02} und M_{20} , helfen dabei, das *Cluster* zu parametrisieren. Die Form eines *Clusters* und damit die Größe von M_{02} und M_{20} unterscheidet sich abhängig davon, ob das *Cluster* durch ein Photon entstanden ist oder nicht. Dadurch kann M_{02} benutzt werden, um *Cluster*, die durch Photonen entstanden sind, zu identifizieren. Für M_{02} gilt:

$$M_{02} = \frac{1}{2} \sum_i E_i (x_i^2 + y_i^2) + \sqrt{\frac{1}{4} \sum_i (x_i^2 + y_i^2)^2 + \left(\sum_i E_i x_i y_i \right)^2} \quad (6)$$

Wobei E_i für die Energie einer Zelle und x_i und y_i für die relative Position einer Zelle zur Startzelle steht.

Nachdem die Grundlagen zur Theorie und dem Experiment erklärt wurden, wird im nächsten Abschnitt die Analyse erläutert. Dazu wird zunächst die Auswahl der Daten, die in dieser Arbeit benutzt werden, aufgeführt.

3 Messung neutraler Pionen mit Hilfe des EMCal

3.1 Datenauswahl

3.1.1 Datensatz

In dieser Arbeit werden Daten von pp-Kollisionen bei $\sqrt{s} = 13$ TeV verwendet, die mit dem ALICE Experiment gemessen wurden. Die Datensätze werden unterteilt in Perioden, die ungefähr einem Monat Aufnahmezeit entsprechen. Dabei existiert eine Namenskonvention für die Perioden. Sie beginnen immer mit LHC, gefolgt von den zwei hinteren Jahreszahlen in der die Periode gemessen wurde. Zuletzt noch ein Kleinbuchstabe der die Perioden sortiert, beginnend bei a. Die Perioden die in dieser Analyse verwendet werden sind $LHC16h,i,j,k,l$. Diese umfassen circa 250 Millionen *minimum-bias events*.

Für die Monte Carlo Simulation wurde der Ereignisgenerator PYTHIA 8 mit dem *tune* Monash 2013 benutzt. Dabei sei erneut auf [Sch19] verwiesen. Außerdem wurde GEANT3 verwendet um die möglichen Interaktionen mit dem ALICE Experiment zu simulieren [BHHL78]. Die Monte Carlo Simulation wurde dabei an die Perioden $LHC16h,i,j,k,l$ angepasst. Insgesamt umfasst die Monte Carlo Simulation etwa 280 Millionen *minimum-bias events*.

3.1.2 Clusterauswahlkriterien

An die *Cluster* aus dem gewählten Datensatz werden unterschiedliche Anforderungen gestellt. Tabelle 3 listet die in dieser Analyse gestellten Anforderungen auf.

Der zeitliche Rahmen, in dem die *Cluster* entstehen können wird eingeschränkt, um *Cluster* von Teilchen auszuschließen, die nicht von einem *minimum-bias event* stammen. Die *Bad Cell Map* wird verwendet um schlechte Zellen von der Analyse auszuschließen [Kön17].

Clusterauswahlkriterien	
Zeit	$-30 \text{ ns} < t_{\text{clust}} < 35 \text{ ns}$
<i>Bad Cell Map</i>	angewandt
Energie	$E \geq 700 \text{ MeV}$
Anzahl Zellen	$N_{\text{Zellen}} \geq 2$
Form	$0.1 < M_{02} < 0.7$
<i>Track matching</i>	angewandt
Öffnungswinkel	$\theta > 0.017 \text{ rad}$

Tabelle 3: Auswahlkriterien für die *Cluster* des EMCals.

Die Energie die ein *Cluster* mindestens braucht, sowie die Anforderung an die Form und die Anzahl an Zellen, aus denen ein *Cluster* mindestens bestehen muss, helfen *Cluster* von Photonen, und Konversionselektronen beziehungsweise Konversionspositronen zu selektieren. Die Mindestenergie steht dabei im direkten Zusammenhang mit der Mindestanzahl an Zellen. Wie Abschnitt 2.2 erwähnt, benötigt die Startzelle mindestens 600 MeV und jede weitere Zelle mindestens 100 MeV, um zu einem *Cluster* hinzugefügt zu werden. Die Form angegeben durch den Parameter M_{02} wurde in Abschnitt 2.2 ebenfalls bereits erläutert. Mit Hilfe des *Track matching* können *Cluster*, die von geladenen Teilchen kommen, ausgeschlossen werden, indem Spuren der geladenen Teilchen, die in der TPC hinterlassen wurden, rekonstruiert und bis zum EMCal extrapoliert werden.

Durch die Anforderung an den Öffnungswinkel wird sicher gestellt, dass der Abstand zwischen zwei *Clustern* mindestens der Größe einer Zelle entspricht. Dementsprechend werden zwei Teilchen, die sehr nah nebeneinander auf das EMCal treffen, zu einem *Cluster* zusammengefasst.

3.2 Clusterkombination

Die gewählten *Cluster* nach den Kriterien aus Abschnitt 3.1.2 bestehen fast ausschließlich aus Photonen, und Elektronen beziehungsweise Positronen aus der Konversion eines Photons.

Um die Anzahl der detektierten π^0 zu messen, werden von *Clusterpaaren* die invariante Masse und der Transversalimpuls nach Gleichungen 3 und 4 bestimmt. Da die Information fehlt, ob und welche *Cluster* von einem Teilchen aus dem Zerfall eines π^0 stammen, werden alle *Cluster* eines *events* paarweise mit einander kombiniert. Diese Methode wird als *same event* Methode bezeichnet. Abbildung 4 zeigt die Anzahl der *Clusterpaare* in Abhängigkeit der invarianten Masse m_{inv} und des Transversalimpulses p_T . Durch die paarweise Kombination aller *Cluster* eines *Events* gibt es sowohl Kombinationen von *Cluster* von Teilchen die aus dem Zerfall eines π^0 stammen, als auch *Cluster* von Teilchen die nicht über den Zerfall eines einzelnen π^0 zusammenhängen.

Die Summe aller *Clusterpaare*, die aus einem Zerfall eines π^0 kommen, wird als Signal bezeichnet. Es zeichnet sich eine Häufung der Datenpunkte um $m_{\text{inv}} \approx 0,135 \text{ GeV}/c^2$, also um die Masse des π^0 , ab. Dieser Häufung liegt vor allem das Signal zugrunde. Da Photonen durch Paarbildung in ein Elektron und ein Positron konvertieren können, bestehen einige *Cluster* aus nur einem der beiden Konversionsprodukte. Diese *Cluster* besitzen eine geringere Energie, als das eigentliche Photon besaß. Durch Kombinationen dieser *Cluster* entstehen Einträge bei einer invarianten Masse, die

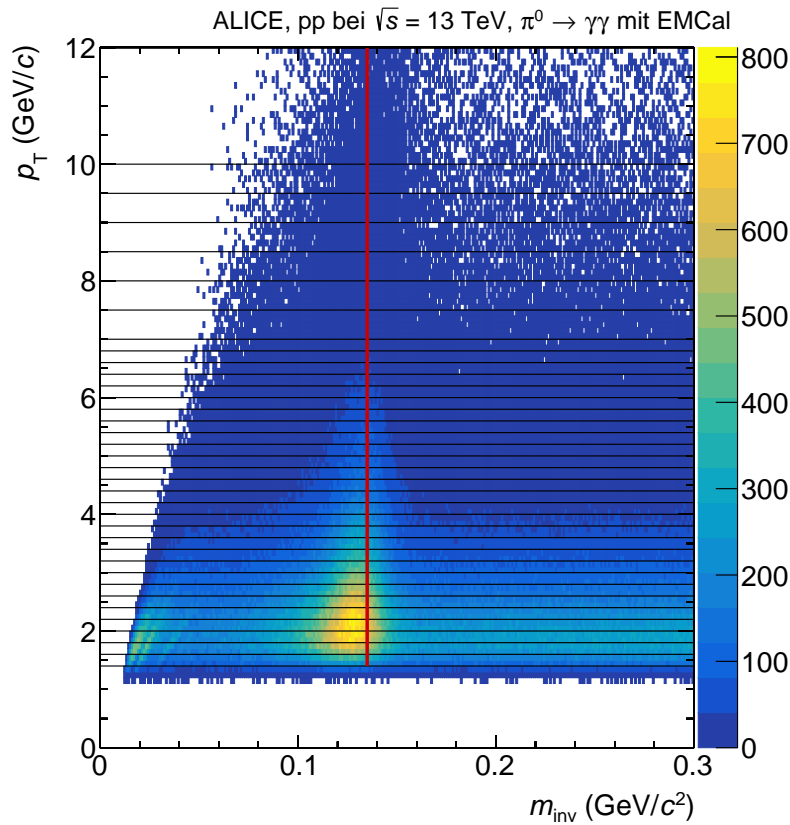


Abbildung 4: p_T und m_{inv} als Funktion der Anzahl von kombinierten Cluster-Paaren aus der gleichen Kollision. Die rote Linie liegt bei $m_{\text{inv}} \approx 0,135 \text{ GeV}/c^2$, was in etwa der π^0 Masse entspricht, wo eine deutliche Häufung der Einträge sich abzeichnet. Die schwarzen Linien stellen die Grenzen der p_T -Intervalle dar.

meistens geringer ist als die Masse von π^0 , wenn beide Teilchen, die dem *Cluster* zugrunde liegen, dem selben π^0 entstammen. Deshalb wird bei invarianten Massen $m_{\text{inv}} < 0,135 \text{ GeV}/c^2$ ein Teil des Signals erwartet.

Alle *Clusterpaare*, die nicht zum Signal zählen, bilden den Untergrund, der in zwei Teile unterteilt wird, dem kombinatorischen oder auch unkorrelierten Untergrund und dem korrelierten Untergrund. Dem korrelierten Untergrund liegen paarweise Kombinationen von *Cluster* zugrunde, zwischen denen eine Korrelation besteht. Das heißt, dass die Teilchen der zugehörigen *Cluster*, nicht aus dem Zerfall eines einzelnen π^0 stammen, aber über andere Zerfälle zusammenhängen. Durch die paarweise Kombination von *Cluster* von unkorrelierter Teilchen entsteht der unkorrelierte Untergrund.

Aufgrund der Anforderung an den Öffnungswinkel werden stetig mehr Kombinationsmöglichkeiten der *Cluster* ausgeschlossen, da ein immer größerer Anteil der *Cluster* aus zwei Teilchen besteht. Die

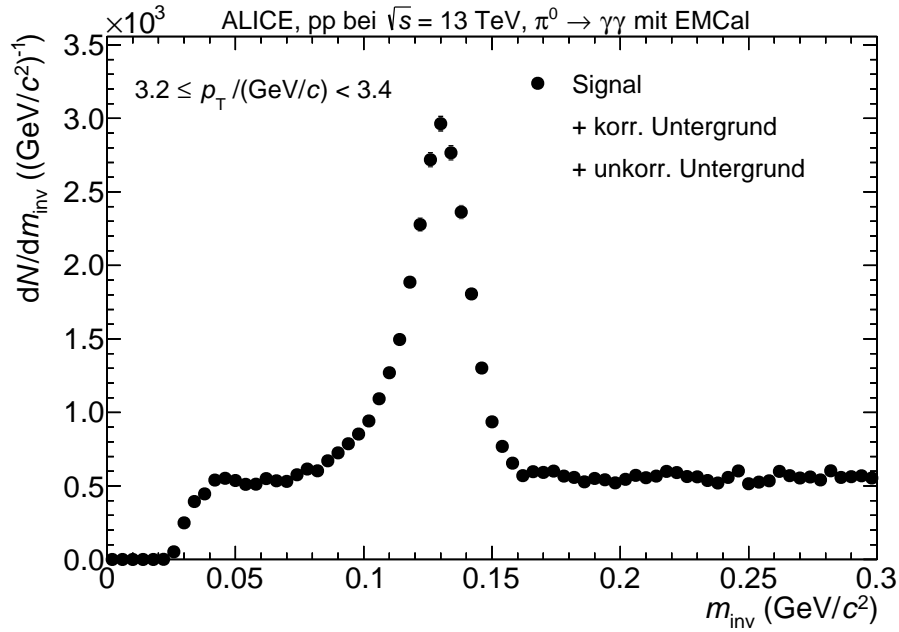


Abbildung 5: Projektion von Abbildung 4 im p_T -Intervall $(3,2 - 3,4)(\text{GeV}/c)$. Es ist ein deutlicher Peak um $m_{\pi^0} \approx 0,135 \text{ GeV}/c^2$ zu erkennen, aber auch Untergrund, da das Signal zu höheren Massen gaußförmig abklingen sollte. Bei $m_{\text{inv}} < m_{\pi^0}$ kann Signal vorliegen, das aus konvertierten Photonen besteht, weshalb eine Aussage über die Form, beziehungsweise den Untergrund dort schwer möglich ist.

ausgeschlossenen Kombinationen liegen im Bereich kleiner invarianter Massen weshalb es bei kleinem m_{inv} keine Datenpunkte gibt. Das führt dazu, dass mit steigendem p_T immer mehr Signal nicht rekonstruierbar wird.

Die Anzahl der π^0 weist eine p_T -Abhängigkeit auf. Deshalb wird die Verteilung aus Abbildung 4 in einzelnen p_T -Intervallen analysiert. Die Intervalle werden so gewählt, dass sie möglichst klein sind, während die statistischen Unsicherheiten der Datenpunkte nicht zu groß werden.

Abbildung 5 zeigt die Anzahl der *Clusterpaare* in Abhängigkeit der invarianten Massen im p_T -Intervall von $(3,2 - 3,4)(\text{GeV}/c)$. Die in Abbildung 4 beschriebene Anhäufung der Datenpunkten zeigt sich auch hier deutlich und wird im Folgenden als Peak bezeichnet. Der Peak besteht wie zuvor erwähnt hauptsächlich aus Signal.

Im folgenden Abschnitt wird eine Methode zur Abschätzung des unkorrelierten Untergrunds vorgestellt.

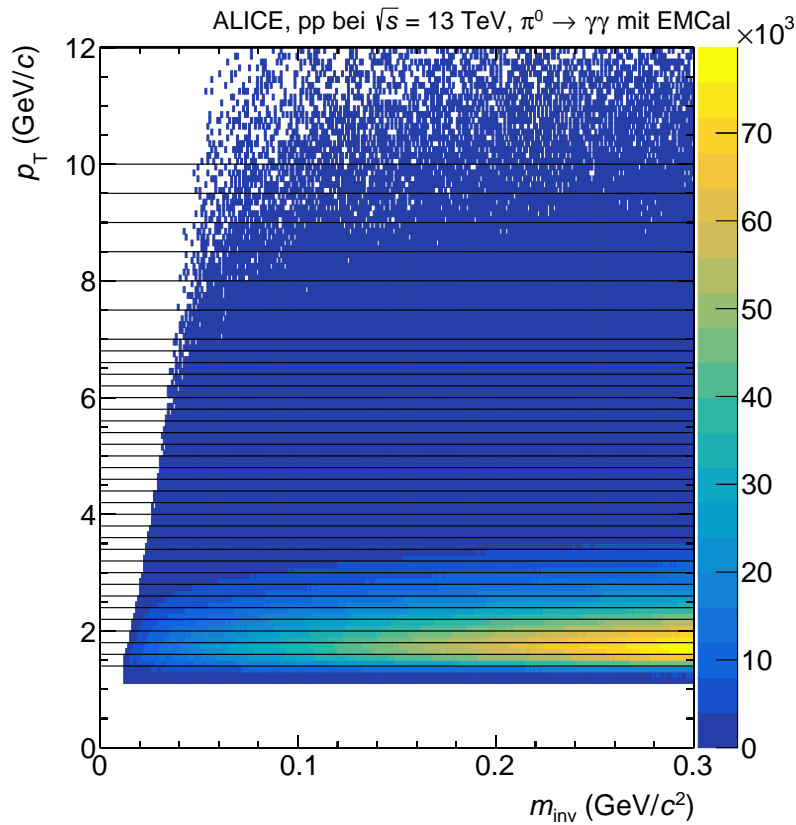


Abbildung 6: p_T und m_{inv} als Funktion von der Anzahl von kombinierten *Clusterpaaren* aus unterschiedlichen *events*.

3.3 Abschätzung des unkorrelierten Untergrunds

Durch das paarweise Kombinieren aller *Cluster*, wie es in Abschnitt 3.2 vorgestellt wurde, besteht ein großer Anteil der rekonstruierten Datenpunkte aus unkorreliert Paaren. Um den unkorrelierten Untergrund abzuschätzen werden *Cluster* aus unterschiedlichen *events* paarweise miteinander kombiniert. Dadurch wird sicher gestellt, dass zwischen den Teilchen, die den *Cluster* zugrunde liegen, keine Korrelation besteht. Diese Methode wird als *mixed event* Methode bezeichnet. Abbildung 6 zeigt eine Verteilung, bei der *Cluster* aus unterschiedlichen *events* miteinander kombiniert wurden. Eine Häufung der Datenpunkte um eine bestimmte invariante Masse gibt es, wie zu erwarten, nicht. Das Wegfallen von Datenpunkten bei kleinen invarianten Massen, aufgrund der Anforderung an den Öffnungswinkel, zeigt sich, wie bei der *same event* Methode, deutlich. Die untere Grenze der invarianten Masse, ab welcher Kombinationen möglich sind steigt mit p_T , analog wie zuvor bei Abbildung 4.

In der *mixed event* Methode gibt es eine größere Anzahl an Kombinationsmöglichkeiten, als in

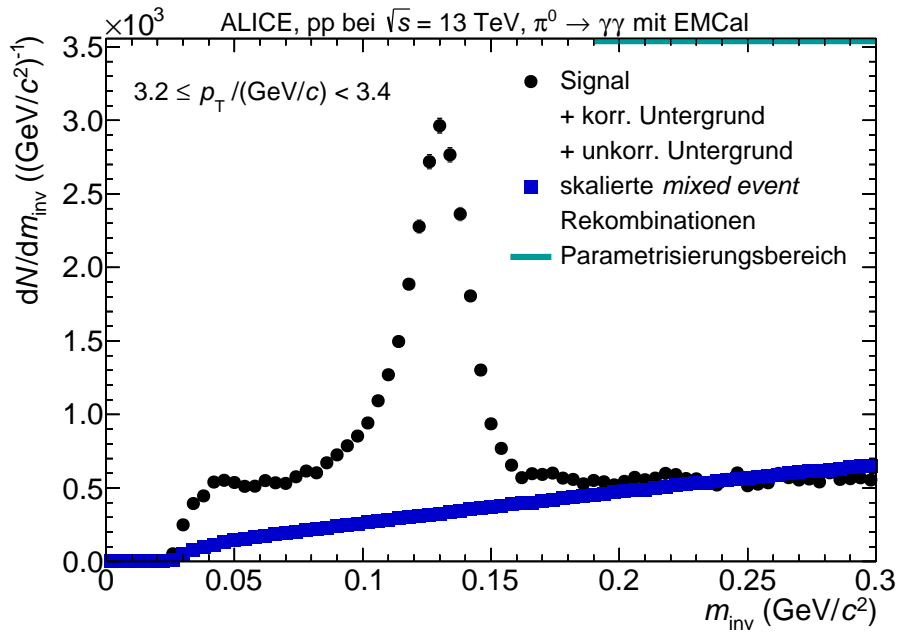


Abbildung 7: Nach Gleichung 7 skalierte *mixed event* Kombinationen als Abschätzung des unkorrelierten Untergrunds zusammen aufgetragen mit Signal zuzüglich beiden Untergrundkomponenten wie in Abbildung 5.

der *same event* Methode. Daraus resultiert eine größere Anzahl an Einträgen in der Verteilung der invarianten Masse und des Transversalimpulses, weshalb die Verteilung, die aus der *mixed event* Methode kommt, skaliert werden muss an die Verteilung aus der *same event* Methode. Die Skalierung erfolgt bei $m_{\text{inv}} \in [0, 19, 3, 0] \text{ (GeV/c}^2\text{)}$, da dort kein Signal erwartet wird. Es ergibt sich für den Skalierungsfaktor:

$$\alpha = \frac{\sum_{i \neq j} \sum_n m_{\text{inv}} \left(\gamma_i^{(n)}, \gamma_j^{(n)} \right)}{\sum_{i,j} \sum_{n \neq m} m_{\text{inv}} \left(\gamma_i^{(n)}, \gamma_j^{(m)} \right)} \quad (7)$$

Die oberen Indize m und n stehen hierbei für ein Event, aus dem ein Photon kommt und die unteren Indize i und j numerieren die Photonen (γ).

Abbildung 7 zeigt die skalierten *mixed event* Kombinationen und das Signal zusammen mit dem korrelierten und dem unkorrelierten Untergrund. Nachdem der unkorrelierte Untergrund abgeschätzt wird, wird dieser von der Verteilung der invarianten Masse aus der *same event* Methode subtrahiert.

Abbildung 8 zeigt eine Verteilung der invarianten Masse aus der *same event* Methode, nachdem die skalierten Kombinationen aus der *mixed event* Methode, als Abschätzung der unkorrelierten

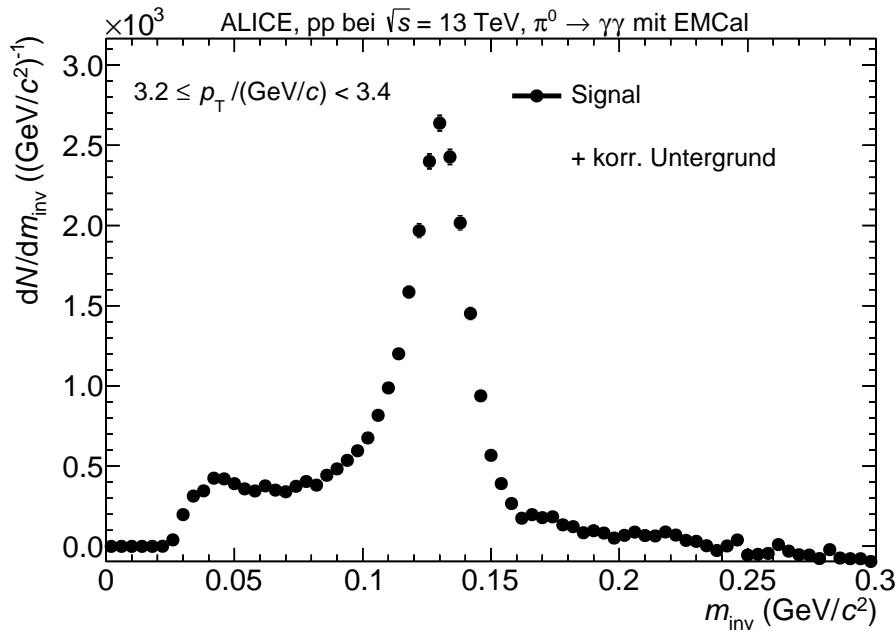


Abbildung 8: Signal nach Abzug des unkorrelierten Untergrunds.

Untergrunds, abgezogen wurden. Durch die Subtraktion geht jegliche Information verloren, welche *Clusterpaare* welchen Datenpunkt bilden. Grund dafür ist, dass nicht einzelne Datenpunkte abgezogen werden, sondern lediglich eine gewisse Anzahl an Einträgen. Deshalb spiegelt die Verteilung eine statistische Auswertung wider, mit statistischen Unsicherheiten.

Der nächste Schritt in der Analyse neutraler Pionen ist die Bestimmung des korrelierten Untergrunds. Das Abschätzen mit einer linearen Funktion hat sich als gängigste Methode zur Abschätzung des korrelierten Untergrunds entwickelt und wird im Folgenden als Standardmethode bezeichnet. In dieser Arbeit wird der korrelierte Untergrund sowie das reine π^0 -Signal mit Hilfe von Monte Carlo Templates bestimmt. Die Ergebnisse der Analyse mit Hilfe von Monte Carlo Templates, sowie mit der Standardmethode werden miteinander verglichen, um eine Aussage über den möglichen Nutzen von Analysen mit Hilfe von Monte Carlo Templates treffen zu können. Im folgenden Abschnitt wird zunächst die Standardmethode kurz erläutert.

3.4 Abschätzung des korrelierten Untergrunds mit der Standardmethode

Da es sich bei dem Signal um eine statistische Größe handelt, wird eine gaußförmige Funktion benutzt, um das Signal zu beschreiben.

Die *Tail* Komponente wird durch eine exponentielle Funktion und einer gaußförmigen Funktion beschrieben. Sie dient der Abschätzung des Anteils des Signals, dem Konversionselektronen oder

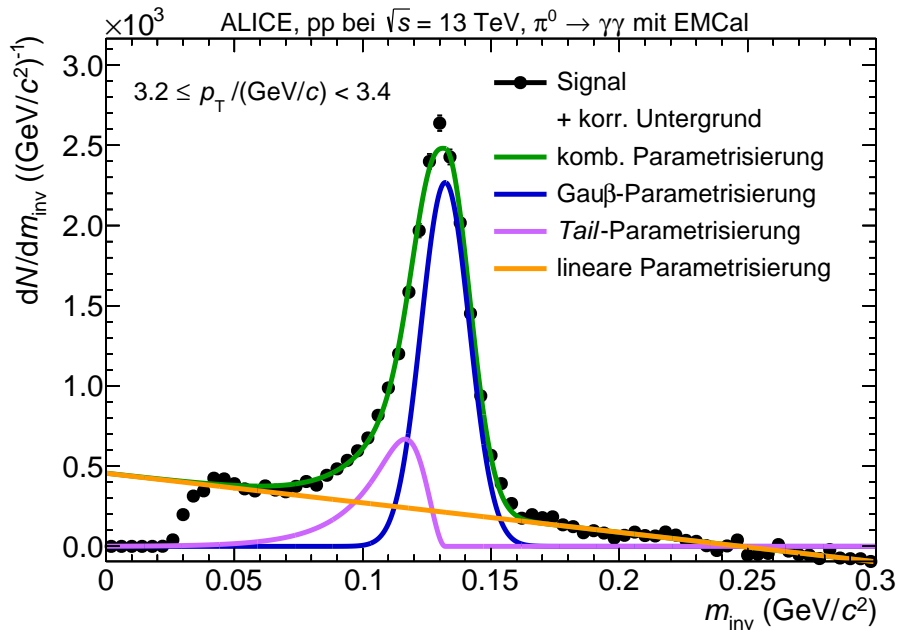


Abbildung 9: Signal mit korreliertem Untergrund sowie den Funktionen zur Beschreibung des Signals mit korreliertem Untergrund.

Konversionspositronen zu Grunde liegen.

Für die Abschätzung des korrelierten Untergrund wird eine lineare Funktion angenommen.

Die drei Funktionen werden zusammen an die Verteilung angepasst.

Abbildung 9 zeigt die Verteilung der invariante Masse bestehend aus Signal und korreliertem Untergrund, sowie das Ergebnis der an die Daten angepassten Funktion. Die grüne Funktion entspricht der Summe der drei einzelnen Komponenten, wobei die Gauß-Funktion in blau, die *Tail*-Funktion in pink und die lineare Funktion in orange, dargestellt werden. Dabei wird deutlich, dass durch die Abschätzung des korrelierten Untergrunds über die lineare Funktion bei einer invarianten Masse von etwa $0,06 \text{ GeV}/c^2$, kein beziehungsweise kaum Signal mit dieser Methode erwartet wird. Zu noch kleineren Massen hin sorgen die Anforderungen an den Öffnungswinkel dafür, dass die Datenpunkte rapide abnehmen, bis keine mehr da sind. Dieses Verhalten wird nicht von der Abschätzung des korrelierten Untergrunds berücksichtigt.

Um die Anzahl der produzierten π^0 mit der Standardmethode zu bestimmen, wird zunächst die lineare Parametrisierung von den Daten abgezogen. Anschließend werden die übrigen Daten, also das Signal, über einen festen Bereich um den Erwartungswert der Gauß-Funktion integriert. Für eine detaillierte Beschreibung der Standardmethode sei an dieser Stelle auf [Mec18] verwiesen.

Im folgenden Abschnitt wird die Abschätzung des korrelierten Untergrunds mit Hilfe von Templates

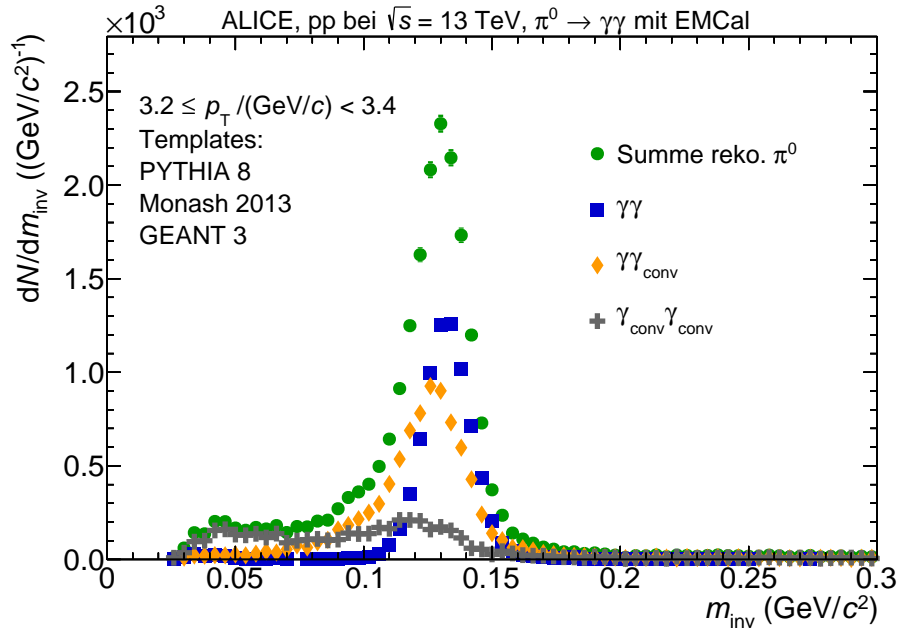


Abbildung 10: Template des Signals (grün) mit seinen drei Teilkomponenten. Diese bestehen aus Kombinationen mit zwei Photonen (blau), einem Photon und einem Konversionselektron oder Konversionspositron (gelb) und zwei unterschiedlichen Konversionselektron oder Konversionspositron (grau).

beschrieben.

3.5 Peakextraktion mit Hilfe von Parametrisierungen von Templates

Um das Signal mit Hilfe von Templates zu extrahieren wird, wie auch bei der Standardmethode, zunächst eine Abschätzung des korrelierten Untergrunds gemacht. Hierfür werden je p_T -Intervall zwei Templates an die Daten angepasst. Das eine Template wird verwendet um das Signal, das zweite um den korrelierten Untergrund zu beschreiben.

Im folgenden Abschnitt wird das Template des Signals diskutiert.

3.5.1 Template des Signals

Das Template des Signals kommt aus der Monte Carlo Simulation. Dabei wird ausgenutzt, dass in der Simulation bekannt ist, welchen Ursprung welches Teilchen hat und welches Teilchen auf das EMCal trifft. Dadurch wird ermöglicht genau bestimmen zu können, ob ein Photonkandidat aus einem Zerfall oder einem anderen Prozesse stammt und ob es sich dabei um ein Photon oder ein konvertiertes Elektron oder Positron handelt.

Abbildung 10 zeigt das Template des Signals in grün, sowie die Aufteilung des Signals in seine

einzelnen Komponenten. Die Komponenten setzen sich aus den drei möglichen Kombinationen von *Clustern* zusammen. Zum einen aus *Cluster* aus Photonen, in der Abbildung als γ bezeichnet und zum anderen aus *Cluster* aus einem Elektron oder Positron, die durch die Konversion eines Photonen entstanden sind. Letztere werden in der Abbildung durch γ_{conv} symbolisiert.

In blau sind die Kombinationen aus zwei Photonen ($\gamma\gamma$) dargestellt, in gelb die Kombination aus Photon und Elektron oder Positron ($\gamma\gamma_{\text{conv}}$) und in grau die Kombination aus Konversionselektron oder Konversionspositron miteinander ($\gamma_{\text{conv}}\gamma_{\text{conv}}$).

Die Abbildung zeigt außerdem, wie zuvor angesprochen, dass bei einer invarianten Masse um $m_{\text{inv}} = 0,05 \text{ GeV}/c^2$ Signal vorliegt. Der Anteil des Signals um diese invariante Masse besteht dominant aus zwei konvertierten Photonen. Genau dieser Teil des Signals wird nicht durch die Standardmethode berücksichtigt. Durch das Berücksichtigen in der Analyse mit Hilfe der Templates kann ein größerer Anteil des Signals gezählt werden. Deshalb wird eine geringere statistische Unsicherheit erwartet.

3.5.2 Template des korrelierten Untergrunds

Für die Bestimmung des Templates des korrelierten Untergrunds wird das Template des Signals von einer Verteilung der invarianten Masse abgezogen, die im gleichen p_T -Intervall liegt, wie das Template des Signals. Die Verteilung der invarianten Masse kommt dabei aus der Monte Carlo Simulation, auf die das Analyseverfahren bis einschließlich der Abschätzung der unkorrelierten Untergrunds angewandt wurde.

Abbildung 11 zeigt in pink das Template des korrelierten Untergrunds für das p_T -Intervall $(3,2 - 3,4)(\text{GeV}/c)$. Zur Verdeutlichung sind ebenfalls das oben beschriebene Signal in schwarz und das Template des Signals in grün eingezeichnet.

Für großes p_T wird die Unsicherheit im Template des korrelierten Untergrunds relativ groß im Vergleich mit der Anzahl an Einträgen in der Verteilung der invarianten Masse. Innerhalb der Unsicherheiten liegen die Werte der Templates des korrelierten Untergrunds dann bei Null, was eine Anpassung an die Daten, unter Berücksichtigung der statistischen Unsicherheiten, erschwert. Um die Unsicherheit zu verkleinern wird in dieser Arbeit der korrelierte Untergrund aus mehreren p_T -Intervallen zusammengefasst, in ein kombiniertes Template des korrelierten Untergrunds. Dabei wird angenommen, dass sich nicht die Form, sondern nur die Anzahl der Einträge in den p_T -Intervallen unterscheidet. Für die Zusammenfassung der Templates des korrelierten Untergrunds werden die Templates des korrelierten Untergrunds aus den p_T -Intervallen von $p_T \geq 1,8 \text{ GeV}/c$ bis

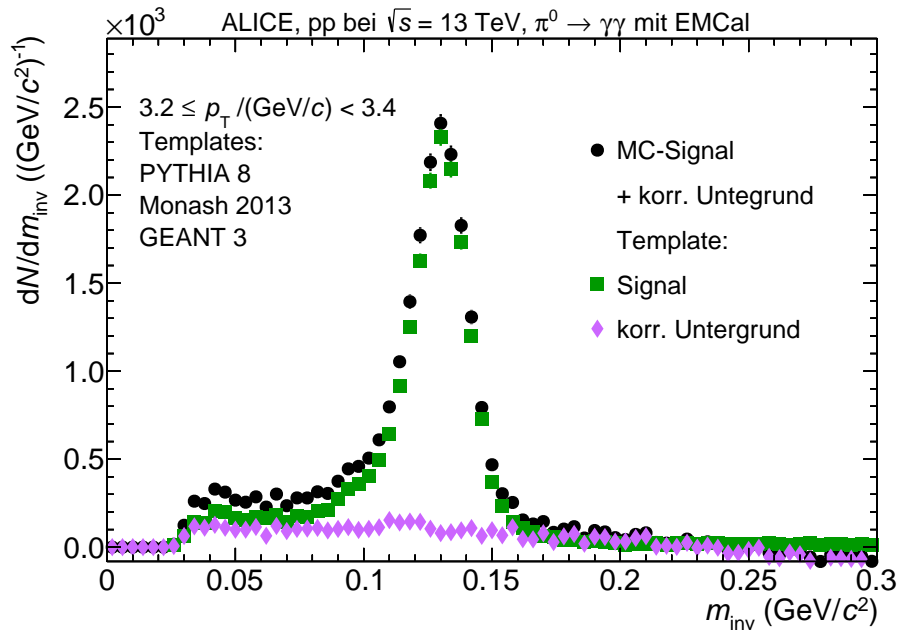


Abbildung 11: Template des korrelierten Untergrunds in pink entstanden durch den Abzug des Templates des Signals (grün) von der Verteilung der invarianten Masse aus einer Monte Carlo Simulation (schwarz).

$p_T \leq 3,2 \text{ GeV}/c$ benutzt, da sie die geringsten statistischen Unsicherheiten besitzen. Diese werden zunächst aufsummiert und auf die Anzahl der verwendeten p_T -Intervalle normiert.

Abbildung 12 zeigt in orange ein kombiniertes Template des korrelierten Untergrunds und in pink das Template des korrelierten Untergrunds für das p_T -Intervall $(3,2 - 3,4)(\text{GeV}/c)$. Um zu zeigen, dass die Annahme ihre Richtigkeit hat wird in Abbildung 12 das Verhältnis aus einzeltem Template des korrelierten Untergrunds zu den Kombinierten dargestellt. Die rote Linie im unteren Teil der Abbildung basiert auf einer konstanten Parametrisierung des Verhältnisses. Die getroffene Annahme wird bestätigt, da die konstante Parametrisierung und das Verhältnis gut miteinander übereinstimmen. Die großen Unsicherheiten im Verhältnis um $m_{inv} = 0,225 \text{ GeV}/c^2$ entsteht, da beide Templates an dieser Stelle eine Anzahl an Einträgen im Bereich nah um die Null besitzen. Teilt man zwei kleine Zahlen durch einander, so ändert sich der Quotientenwert stark, wenn man nur eine der beiden kleinen Zahlen leicht ändert. Dadurch wird auch die Unsicherheit auf den Quotientenwert deutlich größer.

Zuvor wurde bereits angesprochen, dass die Anforderung an den Öffnungswinkel abhängig von p_T ist. Um das kombinierte Template des korrelieren Untergrunds daran anzupassen wurde eine vereinfachte Monte Carlo Simulation durchgeführt. Die Simulation beinhaltete zwei Teile, in beiden Teilen wurden Teilchen mit zufälliger Energie simuliert, die in zwei Photonen zerfallen. Die

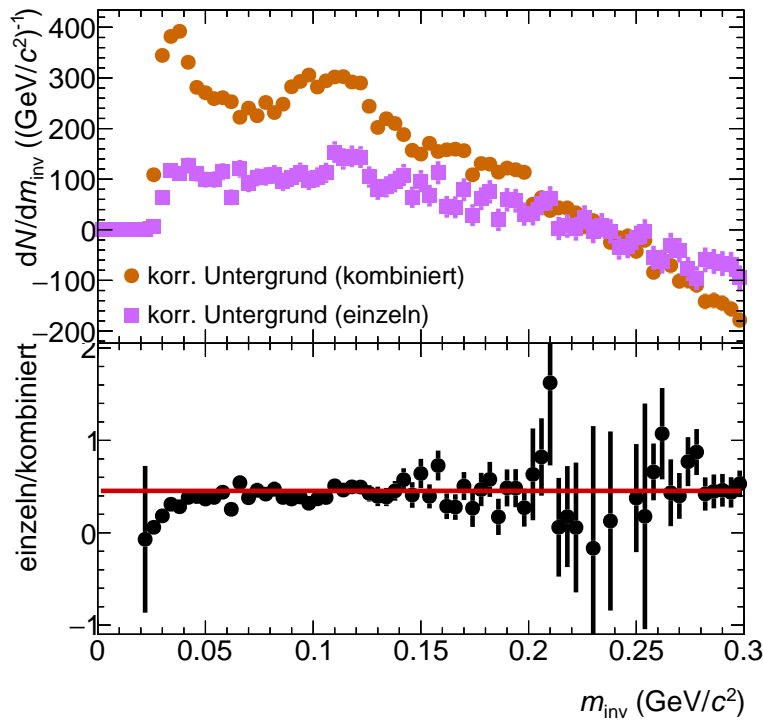


Abbildung 12: **Oben:** Template des korrelierten Untergrunds aus einem einzelnen p_T -Intervall in pink und aus mehreren p_T -Intervallen kombiniert in orange. **Unten:** Verhältnis der beiden Verteilungen in schwarz, sowie Parametrisierung einer Konstante an das Verhältnis in rot.

Photonen müssen dann auf einer Fläche auftreten, die der Fläche des EMCals entspricht, um als detektiert zu gelten. Dabei werden in beiden Teilsimulationen so viele Teilchen produziert, dass die selbe Anzahl an Photonen auf die Fläche des EMCals trifft. Anschließend werden die Photonen paarweise miteinander kombiniert, für jeden Teil der Simulation separat. In einer der beiden Simulationsteile werden dabei die Anforderung an den Öffnungswinkel noch zusätzlich gestellt, wodurch bei der paarweisen Kombination der Photonen einige Paare ausgeschlossen werden. Daraus entstehen zwei Verteilungen, die die Anzahl kombinierter Photonenpaare als Funktion von m_{inv} und p_T darstellen, einmal für den Fall, dass es keine Anforderung an den Öffnungswinkel gibt und einmal mit der Anforderung an den Öffnungswinkel. Da beide Teilsimulationen die gleiche Anzahl an detektierten Photonen haben, kann aus dem Verhältnis der Verteilung mit Anforderung an den Öffnungswinkel zur Verteilung ohne Anforderung an den Öffnungswinkel, bestimmt werden, wie wahrscheinlich es ist, einen Photonenkombination bei einem bestimmten m_{inv} und p_T zu messen. Mit Hilfe dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung werden die Templates des korrelierten Unter-

grunds, die das kombinierte Template des korrelierten Untergrunds bilden, an die unterschiedlichen p_T -Intervalle skaliert. Dadurch konnten größere Abweichungen für kleinere invariante Massen vermieden werden.

In Abschnitt 4.2 wird für die Bestimmung der systematischen Unsicherheit die Wahl des Templates des korrelierten Untergrunds variiert.

Zum einen werden die Templates einzeln verwendet, also jeweils das Template des korrelierten Untergrunds aus dem jeweiligen p_T -Intervall, aus dem auch die Verteilung der invarianten Masse und das Template des Signals kommen. Somit Wie bereits erwähnt wird die statistisch Unsicherheit, relativ gesehen zu den Werten der Templates, groß. Das hat zur Folge, dass je stärker das Template des korrelierten Untergrunds skaliert wird, desto größer werden die statistischen Unsicherheiten. Die statistischen Unsicherheiten sind jedoch immer groß genug, sodass die Werte des Template des korrelierten Untergrunds mit Null kompatibel sind. Effektiv wird nur die statistische Unsicherheit erhöht, was χ^2 verkleinert. Dadurch wird die Anpassung über χ^2 -Minimierung verfälscht. Die Berechnung von χ^2 wird im nächsten Abschnitt genauer erläutert.

Zum anderen wird die Kombination variiert, sodass das Template des korrelierten Untergrunds nicht aus einem festen vergrößerten p_T -Intervall stammt. Stattdessen wird das p_T -Intervall eines einzelnen Templates des korrelierten Untergrunds ausgeweitet, bis das Intervall mindestens 4 GeV/c umfasst. Die Annahme, dass sich die Form der korrelierten Untergrunds nicht ändert, kann dabei aufgelockert werden, da nur benachbarte p_T -Intervall kombiniert werden. Es wäre also akzeptabel, wenn sich die Form verändert, solange die Änderung kontinuierlich und langsam statt findet. Die dadurch entstehende Korrelation in den statistischen Unsicherheiten der verschiedenen kombinierten Templates des korrelierten Untergrunds kann dabei nur grob abgeschätzt werden.

Aus den genannten negativ Gründen, sowie der Bestätigung der Annahme, dass die Form des korrelierten Untergrund nicht von p_T abhängt, werden beide Methoden für die Bestimmung der systematischen Unsicherheiten benutzt und nicht als Standard.

Im Folgenden Abschnitt werden die Templates des Signals und des korrelierten Untergrunds so parametrisiert, dass sie die Daten nach Abschätzung des unkorrelierten Untergrunds bestmöglich beschreiben.

3.5.3 Parametrisierungsmethode

Die Parametrisierung der Templates des Signals und des korrelierten Untergrunds erfolgt durch die sogenannte χ^2 -Minimierung. χ^2 gibt dabei ein Maß an, wie gut eine Verteilung an gegebene Daten passt. Je kleiner χ^2 ist, umso besser beschreibt die Verteilung die Daten. Als freie Parameter werden zwei Skalierungsfaktoren benutzt, einmal ein Skalierungsfaktor für das Template des Signals (SF_{Signal}) und einmal ein Skalierungsfaktor für das Template des korrelierten Untergrunds ($SF_{\text{korr. Untergrund}}$). Für χ^2 gilt dann:

$$\chi^2 = \sum_i \left(\frac{SF_{\text{Signal}} \cdot x_i + SF_{\text{korr. Untergrund}} \cdot y_i - z_i}{\sqrt{(SF_{\text{Signal}} \cdot \Delta x_i)^2 + (SF_{\text{korr. Untergrund}} \cdot \Delta y_i)^2 + (\Delta z)^2}} \right)^2 \quad (8)$$

Hierbei steht x für das Template des Signals, y für das Template des korrelierten Untergrunds und z für die Verteilung der invarianten Masse nach Abzug der unkorrelierten Untergrunds. Letzteres stammt dabei wieder aus den gemessenen Daten und nicht wie im Abschnitt davor aus einer Simulation. Der Index i , über den summiert wird, läuft über die Intervalle in der invarianten Masse innerhalb des Parametrisierungsbereiches. Der Parametrisierungsbereich wird so gewählt, dass die untere Seite außerhalb des Bereiches liegt wo die Anforderung an den Öffnungswinkel Kombinationsmöglichkeiten ausschließt. Um diese Werte zu bestimmen wird das Ergebnis der vereinfachten Monte Carlo Simulation benutzt.

Abbildung 13 zeigt die Verteilung von χ^2 für unterschiedliche Kombinationen der beiden Skalierungsfaktoren im p_T -Intervall $(3,2 - 3,4)(\text{GeV}/c)$. χ^2_{\min} liegt bei dem schwarzen Kreuz in der Mitte des Bildes. Die weiße Kurve, die das Minimum umgibt, gibt die Unsicherheit bezüglich der beiden Skalierungsfaktoren an. Die Werte auf der weißen Kurve liegen werden berechnet durch $(\chi^2_{\min} + 1)$ [P⁺92].

Um die Stabilität der Methode zu prüfen wird $\frac{\chi^2_{\min}}{ndf}$ in Abhängigkeit von p_T betrachtet. Der Nenner ndf steht für die Anzahl der Freiheitsgrade (in englisch *numbers of degrees of freedom*). Die Anzahl an Freiheitsgraden setzt sich dabei aus zwei Teilen zusammen. Zum einen gilt jeder Datenpunkt in der Verteilung der invarianten Masse, der weder in Daten, noch in einem der Templates den Wert 0 besitzt und sich innerhalb des Parametrisierungsbereiches befindet, als ein Freiheitsgrad. Zum anderen wird für jeden freien Parameter die Anzahl an Freiheitsgraden um eins reduziert. Die Anforderungen an den Öffnungswinkel reduzieren zu höherem p_T hin die Anzahl an Freiheits-

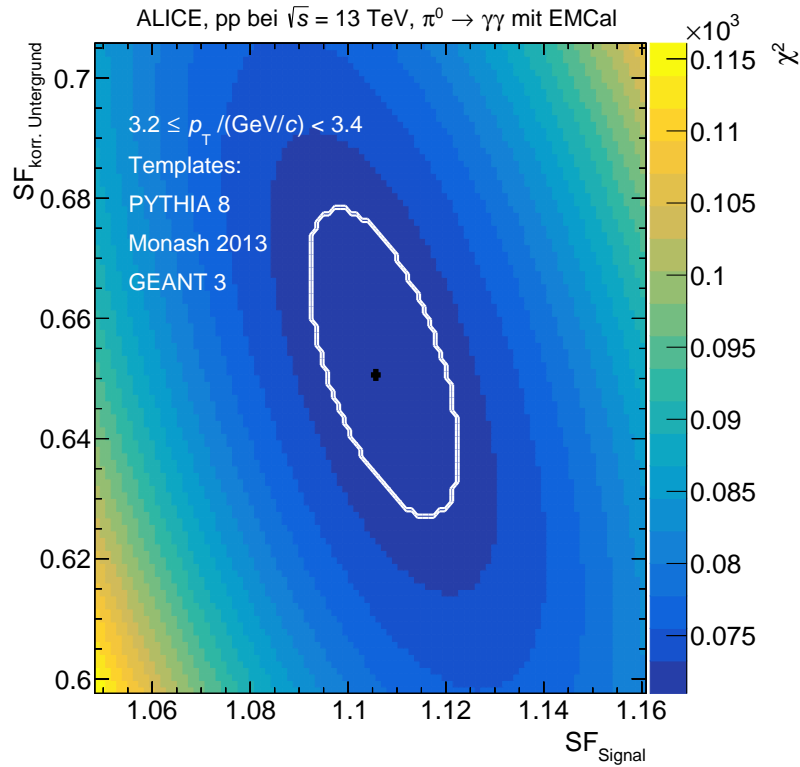


Abbildung 13: χ^2 in Abhängigkeit der Skalierungsfaktoren für das Template des Signals und das Template des korrelierten Untergrunds in einem p_T -Intervall von $(3,2 - 3,4)(\text{GeV}/c)$. Das schwarze Kreuz in der Mitte liegt auf χ^2_{\min} , während die weiße Kurve um das Minimum die Unsicherheit auf χ^2_{\min} darstellt.

graden zunehmend, weshalb die Normierung von χ^2_{\min} auf die Anzahl an Freiheitsgraden für einen p_T -differenzierten Vergleich notwendig ist. Außerdem gibt der Wert von $\frac{\chi^2_{\min}}{ndf}$ einen allgemeinen Hinweis auf die Güte der Parametrisierung. Für $\frac{\chi^2_{\min}}{ndf} > 1$ gilt, dass die Parametrisierung der Templates und die Verteilung der Daten immer weniger gut übereinstimmen. Umgekehrt gilt für $\frac{\chi^2_{\min}}{ndf} < 1$, dass die Unsicherheiten in der Verteilung der Daten oder den Templates zu groß sind, für eine sinnvolle Parametrisierung.

Abbildung 14 zeigt $\frac{\chi^2_{\min}}{ndf}$ in Abhängigkeit von p_T . Anfänglich liegt der Wert von $\frac{\chi^2_{\min}}{ndf}$ recht hoch bei fast 4,5, bis er bei $p_T > 2,2 \text{ GeV}/c$ schnell sinkt. Nach dem Absinken schwankt $\frac{\chi^2_{\min}}{ndf}$ um 1,25 herum bis $p_T = 7,5 \text{ GeV}/c$. Ab dort liegt der Wert für $\frac{\chi^2_{\min}}{ndf}$ um 1 herum, nur für das letzte gezeigte p_T -Intervall steigt $\frac{\chi^2_{\min}}{ndf}$ auf den größten Wert von 2,5. Insgesamt beschreiben die Templates also die Daten sehr gut.

Die Skalierungsfaktoren aus die aus der χ^2 -Minimierung folgen werden in Abbildung 15 gezeigt. Für $\text{SF}_{\text{kor. Untergrund}}$ zeigt sich ein Anstieg bis es sein Maximum bei $1,8 \leq p_T/(\text{GeV}/c) < 2,0$ erreicht.

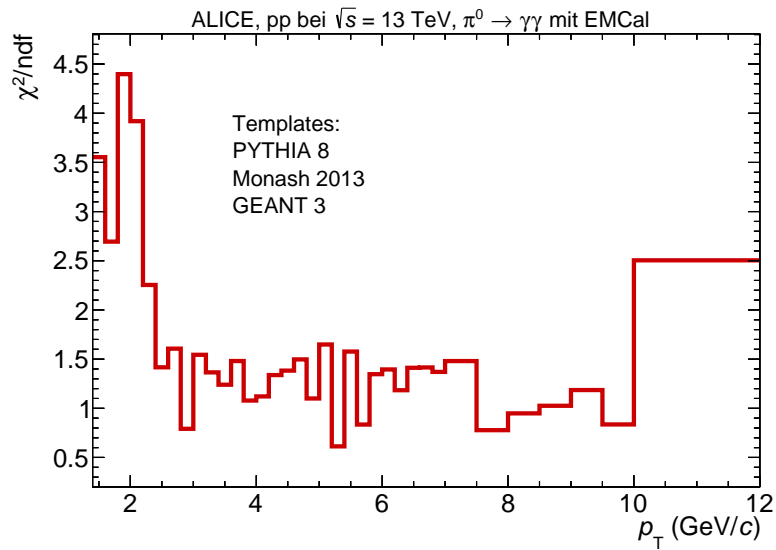


Abbildung 14: $\frac{\chi^2_{\min}}{ndf}$ in Abhängigkeit von p_T .

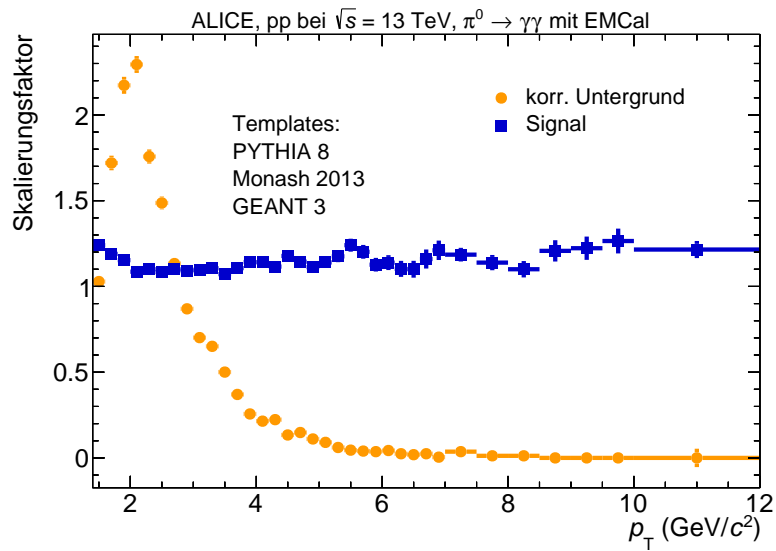


Abbildung 15: Skalierungsfaktoren der Templates des korrelierten Untergrunds und des Signals in Abhängigkeit von p_T .

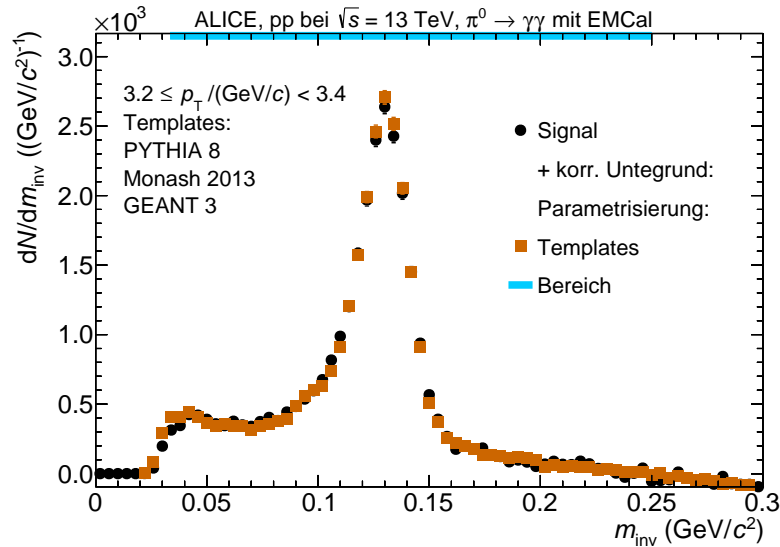


Abbildung 16: Signal mit unkorreliertem Untergrund zusammen mit Parametrisierung der Templates des korrelierten Untergrund und des Signals.

Vom Maximum aus fällt $SF_{\text{korrel. Untergrund}}$ ab, bis runter zur Null. Da für alle p_T -Intervall das gleiche Template des korrelierten Untergrunds verwendet wird, kann aus dem Verlauf von $SF_{\text{korrel. Untergrund}}$ direkt auf die Menge an korrelierten Untergrund geschlossen werden. So wird für große p_T kaum bis gar kein korrelierter Untergrund erwartet.

Die Templates des Signals sind jedoch für jeden p_T -Intervall unterschiedlich. Das annähernd konstante Verhalten von SF_{Signal} zeigt entsprechend, dass die Produktionsrate von π^0 in der Simulation gleichmäßig gut die Produktionsrate von π^0 im Experiment beschreibt.

3.5.4 Abzug des korrelierten Untergrunds und Integration des Signals

Das Ergebnis der Parametrisierung der Templates für das p_T -Intervall $(3,2 - 3,4)(\text{GeV}/c)$ wird in Abbildung 16 dargestellt. Die Parametrisierung der beiden Templates stimmt innerhalb der Unsicherheiten gut mit den Daten überein, wie zu erwarten war, nach Abbildung 14.

Um die Anzahl produzierter π^0 nun zu bestimmen, wird das skalierte Template des korrelierten Untergrunds von dem Signal ohne kombinatorischen Untergrund abgezogen. Anschließend wird in einem bestimmten Zählbereich über die Werte des Signals summiert. Dies wird für jedes p_T -Intervall durchgeführt.

Der Zählbereich hängt dabei von p_T ab, da er so gewählt wurde, dass die untere Grenze immer groß genug ist, um nicht von den Anforderungen an den Öffnungswinkel betroffen zu sein. Die obere Grenze liegt fest bei $p_T = 0,25 \text{ GeV}/c$. In Abbildung 16 wird er Zählbereich durch eine blaue Linie

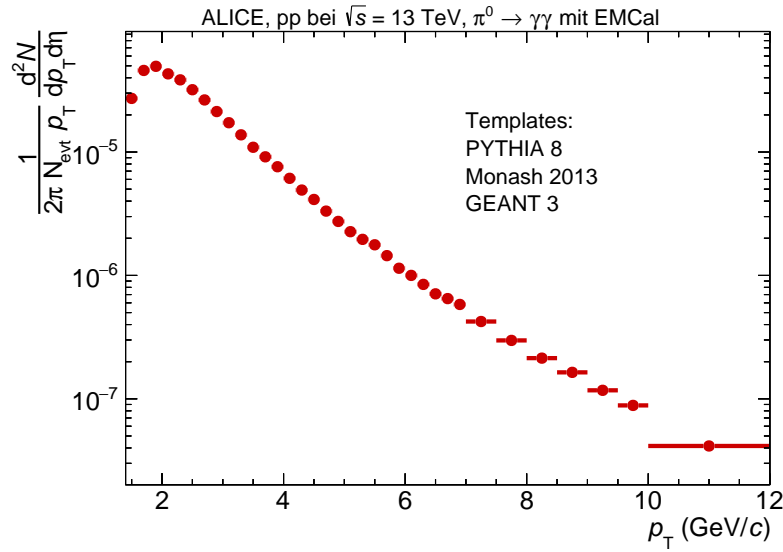


Abbildung 17: Anzahl produzierter π^0 in Abhängigkeit von p_T .

markiert.

Das so erhaltene rohe Spektrum wird zusätzlich noch normiert, auf die Anzahl an *events* N_{evt} , den Pseudorapiditätsbereich η , den Transversalimpuls p_T , die Wahrscheinlichkeit, dass ein π^0 in zwei Photonen zerfällt und 2π . Letzteres ist reine Konvention, während die anderen Normierungen einen Vergleich zwischen unterschiedlichen Analysen ermöglichen. Abbildung 17 zeigt ein normiertes rohes Spektrum. Das Spektrum steigt zunächst leicht an, bis es bei $1,8 \leq p_T / (\text{GeV}/c) < 2,0$ sein Maximum erreicht. Danach sinkt das Spektrum kontinuierlich.

Für eine genaue Aussage über die Produktionsrate von π^0 sowie einen allgemeinen Vergleich wird allerdings noch die Korrektur auf die Detektorakzeptanz sowie die Effizienz benötigt.

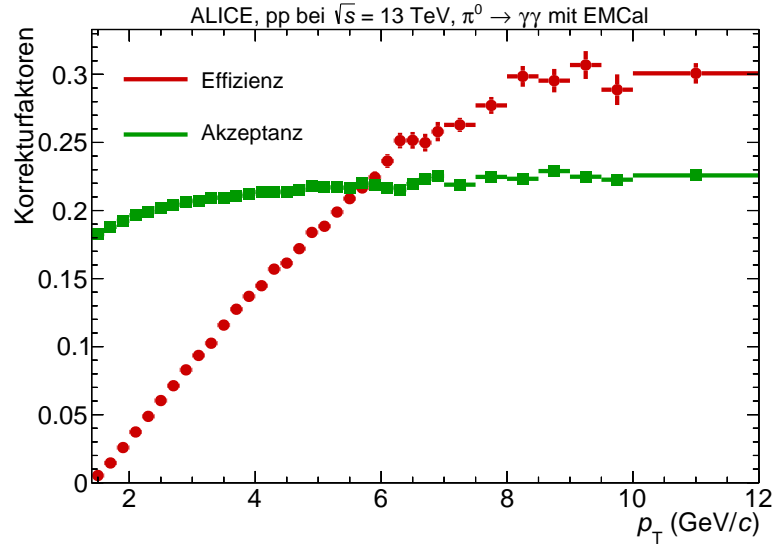


Abbildung 18: Detektorakzeptanz und Effizienz in Abhängigkeit von p_T .

4 Korrigierter Yield

4.1 Akzeptanz und Effizienz

Die Korrekturen die auf das rohe Spektrum angewandt werden basieren auf der Monte Carlo Simulationen, aus der auch die Templates für diese Analyse stammen.

Die Detektorakzeptanz spiegelt dabei die Abdeckung des EMCals wider. Sie berechnet sich aus dem Verhältnis der *Clusterpaare*, die auf das EMCal treffen, zu den produzierten *Clusterpaaren*.

Die Effizienz berechnet sich aus der Division der *Clusterpaare* aus dem Template des Signals geteilt durch die Anzahl der akzeptierten *Clusterpaaren*. Für die Effizienz wird der m_{inv} Bereich zum Zählen benutzt, der auch für die Bestimmung des rohen Spektrums benutzt wurde.

Durch das Korrigieren des rohen Spektrums mit der Detektorakzeptanz und der Effizienz, wird die Anzahl der detektierten und extrahierten π^0 auf die Anzahl der produzierten π^0 korrigiert. Abbildung 18 zeigt die beiden Korrekturgrößen Detektorakzeptanz und Effizienz.

Zerfällt ein π^0 in zwei Photonen, so fliegen die Photonen im System des π^0 entgegengesetzt zu einander weg, $\theta_{\gamma\gamma}$ beträgt in diesem System 180° . Abhängig vom p_T den ein π^0 im Laborsystem hat verringert sich $\theta_{\gamma\gamma}$. Je größer p_T umso kleiner $\theta_{\gamma\gamma}$. Deshalb treffen beide Photonen aus einem π^0 -Zerfall bei niedrigem p_T seltener auf das EMCal. Aus diesem Grund steigt die Detektorakzeptanz leicht an.

Durch die Anforderungen an die *Cluster* werden unter anderem auch *Cluster* ausgeschlossen, deren

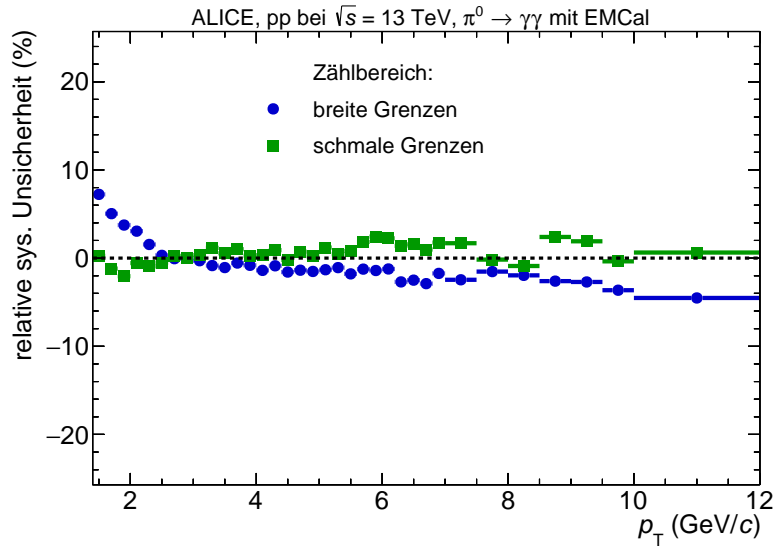


Abbildung 19: Relative systematische Unsicherheit durch die Variation des Zählbereiches abhängig von p_T .

zugrunde liegende Teilchen aus dem Zerfall eines π^0 stammen, aber zu wenig Energie besitzen. Gerade asymmetrische Zerfälle, bei denen der Anteil der zur Verfügung stehenden Energie ungleichmäßig auf die Zerfallsprodukte aufgeteilt wird, werden durch die Energieanforderung an die *Cluster* ausgeschlossen. Deshalb steigt die Effizienz bis $p_T \approx 8 \text{ GeV}/c$ an und saturiert dann.

4.2 Systematische Unsicherheit

Für den korrigierten Yield wird zuletzt noch die systematische Unsicherheit bestimmt. Dabei wird sich in dieser Arbeit rein auf die systematische Unsicherheit, die durch Variation in der Peakextraktion kommt, fokussiert. Die Variationen die in dieser Arbeit verwendet wurden lassen sich in vier Abschnitte unterteilen.

Bei der **Variation des Zählbereiches**, wird der Zählbereich einmal ausgeweitet und ein anderes mal verkleinert. Für das Verkleinern wird dabei der untere Wert für m_{inv} um $0,01 \text{ GeV}/c^2$ erhöht, während der obere Wert für m_{inv} um $0,025 \text{ GeV}/c^2$ verringert wird. Entsprechend wird beim Ausweiten der untere Wert für m_{inv} um $0,025 \text{ GeV}/c^2$ verringert der obere Wert für m_{inv} um $0,025 \text{ GeV}/c^2$ erhöht.

Bei der **Variation des Parametrisierungsbereiches** wird analog verfahren, mit den gleichen Zahlenwerten.

Die **Variation der Templates des korrelierten Untergrunds** basiert auf den in Abschnitt 3.5.2 vorgestellten Methoden zur Bestimmung der Templates des korrelierten Untergrunds.

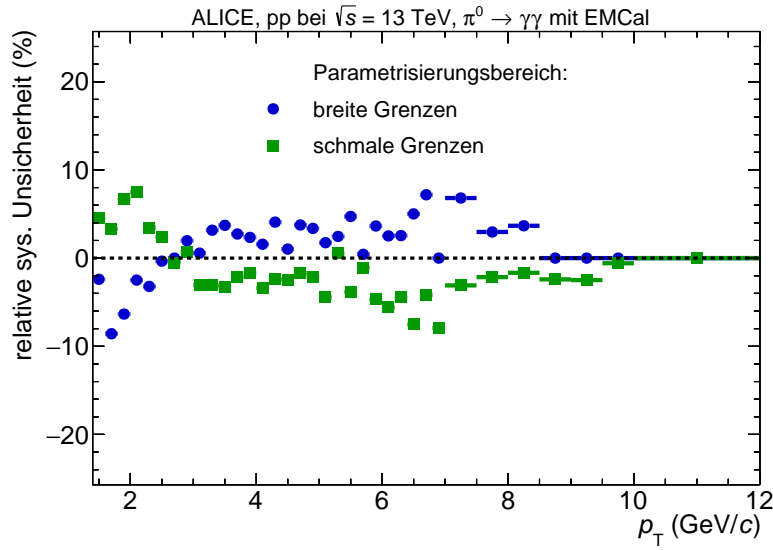


Abbildung 20: Relative systematische Unsicherheit durch die Variation des Parametrisierungsbereiches abhängig von p_T .

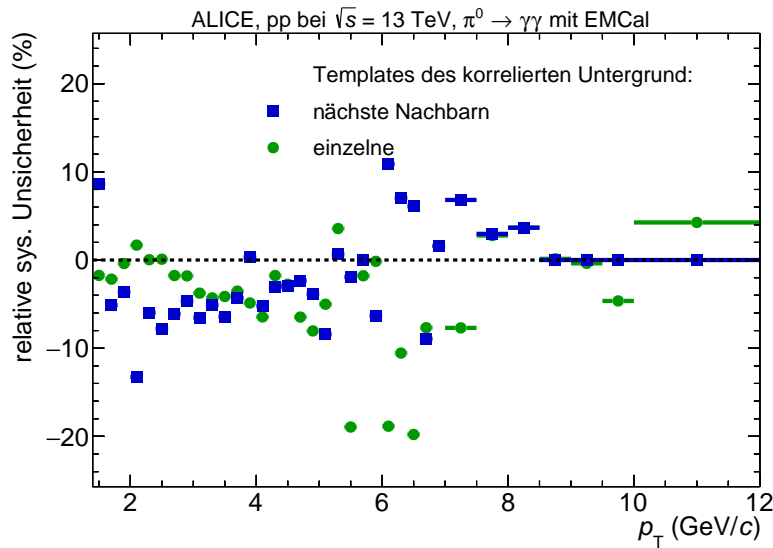


Abbildung 21: Relative systematische Unsicherheit durch die Variation der Templates des korrelierten Untergrunds abhängig von p_T .

Als letztes wird noch die Breite der m_{inv} -Intervalle Δm_{inv} in der **Variation des Rebinnings** verändert. Die Werte für Δm_{inv} hängen zunächst von zwei Faktoren ab. Zum einen werden die Daten für die Analyse in 800 gleichgroße m_{inv} -Intervalle aufgeteilt, die von $m_{\text{inv}} = 0,0$ GeV/ c^2 bis $m_{\text{inv}} = 0,8$ GeV/ c^2 reichen. Somit beträgt Δm_{inv} anfangs immer 0,001 GeV/ c^2 . Dieser Wert wird vergrößert um die statistische Unsicherheit möglichst klein zu halten, wobei darauf geachtet werden muss, dass es sich bei dem Faktor, um den Δm_{inv} vergrößert wird, um einen gemeinsamen Teiler von 800 handelt. Tabelle 4 zeigt Δm_{inv} im Normalfall, sowie für beide Variationen. Dabei hängt

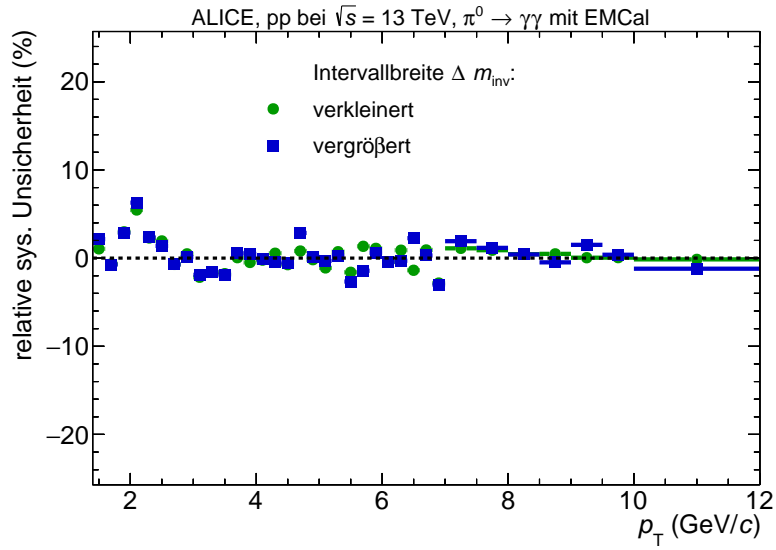


Abbildung 22: Relative systematische Unsicherheit durch die Variation des Rebinnings des korrelierten Untergrunds abhängig von p_T .

Δm_{inv} zusätzlich von p_T ab.

Zur Bestimmung der systematischen Unsicherheit $\sigma_{i,j}$ einer Variationsart j in einem p_T -Intervall i wird das quadratische Mittel der relativen Abweichungen der n unterschiedlichen Variationen k verwendet. Es gilt:

$$\sigma_{i,j} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\Delta y_{i,j,k})^2} \quad (9)$$

	Δm_{inv} (GeV/ c^2)	p_T -Intervall (GeV/ c)
Standard	0,004	1,4 – 7,5
	0,008	7,5 – 10
	0,010	10 – 12
Vergrößert	0,005	1,4 – 7,5
	0,010	7,5 – 10
	0,016	10 – 12
Verkleinert	0,002	1,4 – 7,5
	0,005	7,5 – 10
	0,008	10 – 12

Tabelle 4: Die verschiedenen Breiten der m_{inv} -Intervalle Δm_{inv} in Abhängigkeit von p_T .

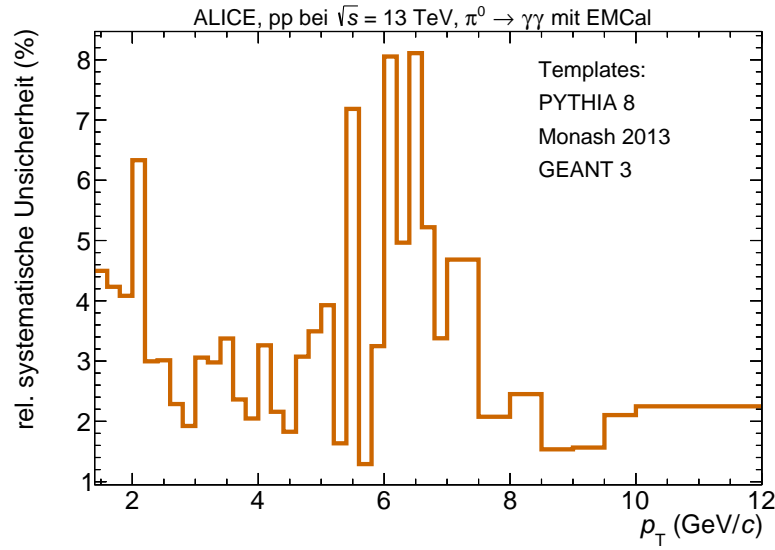


Abbildung 23: Gesamte relative systematische Unsicherheit des korrigierten π^0 -Spektrums.

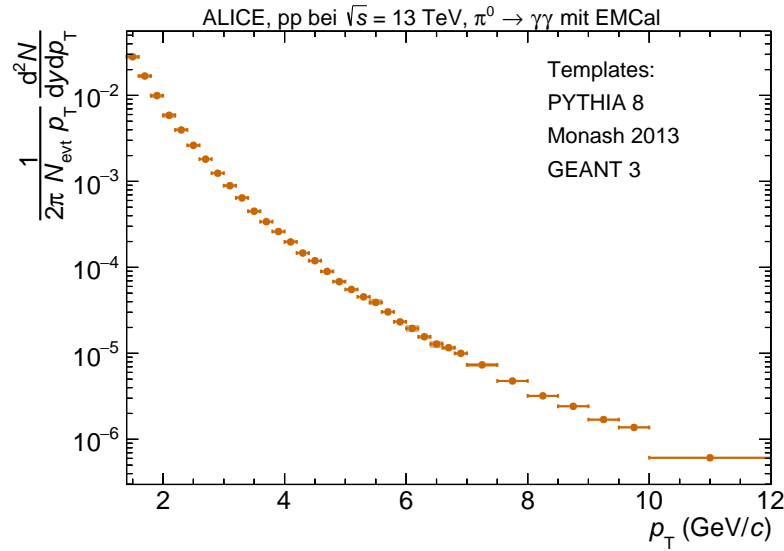


Abbildung 24: Korrigierter π^0 -Yield mit systematischen und statistischen Unsicherheiten.

Die gesamte Systematische Unsicherheit σ_i in einem p_T -Intervall i ergibt sich aus dem quadratischen Mittelwert der systematischen Unsicherheiten der vier Variationsarten $\sigma_{i,j}$.

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\sigma_{i,j})^2} \quad (10)$$

4.3 Vergleich mit Standardmethode

5 Zusammenfassung und Ausblick

p_T -Intervall (GeV/ c)	m_{inv} (GeV/ c^2)			p_T -Intervall (GeV/ c)	m_{inv} (GeV/ c^2)	
1,4 - 1,6	0,0195	0,25		5,0 - 5,2	0,0475	0,25
1,6 - 1,8	0,0205	0,25		5,2 - 5,4	0,0495	0,25
1,8 - 2,0	0,0225	0,25		5,4 - 5,6	0,0515	0,25
2,0 - 2,2	0,0235	0,25		5,6 - 5,8	0,0525	0,25
2,2 - 2,4	0,0255	0,25		5,8 - 6,0	0,0545	0,25
2,4 - 2,6	0,0275	0,25		6,0 - 6,2	0,0555	0,25
2,6 - 2,8	0,0285	0,25		6,2 - 6,4	0,0575	0,25
2,8 - 3,0	0,0305	0,25		6,4 - 6,6	0,0595	0,25
3,0 - 3,2	0,0315	0,25		6,6 - 6,8	0,0605	0,25
3,2 - 3,4	0,0335	0,25		6,8 - 7,0	0,0625	0,25
3,4 - 3,6	0,0355	0,25		7,0 - 7,5	0,0645	0,25
3,6 - 3,8	0,0365	0,25		7,5 - 8,0	0,0675	0,25
3,8 - 4,0	0,0385	0,25		8,0 - 8,5	0,0715	0,25
4,0 - 4,2	0,0395	0,25		8,5 - 9,0	0,0755	0,25
4,2 - 4,4	0,0415	0,25		9,0 - 9,5	0,0795	0,25
4,4 - 4,6	0,0425	0,25		9,5 - 10,0	0,0835	0,25
4,6 - 4,8	0,0445	0,25		10,0 - 12,0	0,0895	0,25
4,8 - 5,0	0,0465	0,25				

Tabelle 5: Obere und untere Grenze des Parametrisierungs- und Zählbereichs

Appendices

Anhang A Anhang

Binnumber	Int Value	Error Value		Binnumber	Int Value	Error Value
1,4 - 1,6	8183,77	248,36		5,0 - 5,2	375,78 ,	76,18
1,6 - 1,8	12696,80	319,21		5,2 - 5,4	183,20 ,	70,98
1,8 - 2,0	14928,40	335,82		5,4 - 5,6	273,14 ,	64,85
2,0 - 2,2	13686,40	323,90		5,6 - 5,8	105,55 ,	61,23
2,2 - 2,4	10766,10	300,70		5,8 - 6,0	106,59 ,	56,42
2,4 - 2,6	9047,53	273,67		6,0 - 6,2	34,35 & 52,23	
2,6 - 2,8	6901,65	246,32		6,2 - 6,4	3,41	49,94
2,8 - 3,0	5429,20	221,03		6,4 - 6,6	8,73	46,40
3,0 - 3,2	4220,52	198,67		6,6 - 6,8	-23,16	43,73
3,2 - 3,4	3253,74	178,66		6,8 - 7,0	-13,32	40,78
3,4 - 3,6	2660,09	160,66		7,0 - 7,5	-47,53	56,97
3,6 - 3,8	1994,75	144,91		7,5 - 8,0	-35,33	49,50
3,8 - 4,0	1537,27	130,91		8,0 - 8,5	-79,79	42,67
4,0 - 4,2	1411,16	118,39		8,5 - 9,0	-85,09 ,	39,43
4,2 - 4,4	852,25	108,17		9,0 - 9,5	-39,02 ,	35,48
4,4 - 4,6	817,07	99,02		, 9,5 - 10,0	-32,65 ,	31,98
4,6 - 4,8	590,26	89,73		10,0 - 12,0	-288,32 ,	50,04
4,8 - 5,0	460,15	82,49				

Tabelle 6

Literatur

- [BHHL78] R Brun, R Hagelberg, M Hansroul, and J C Lassalle. *Simulation program for particle physics experiments, GEANT: user guide and reference manual*. CERN, Geneva, 1978.
- [Büs18] Henner Büsching. Kerne und teilchen 1 die quarkstruktur der materie. https://elearning.physik.uni-frankfurt.de/goto_FB13-PhysikOnline_file_16390_download.html, 2018. Letzer Zugriff am 14.01.2019.
- [Kap00] Joseph I Kapusta. Quark - gluon plasma in the early universe. In *Phase transitions in the early universe: Theory and observations. Proceedings, NATO ASI, International School of Astrophysics 'Daniel Chalonge', 8th Course dedicated to Andrei D. Sakharov, Erice, Italy, December 6-17, 2000*, pages 103–121, 2000.
- [Kar06] Frithjof Karsch. Lattice simulations of the thermodynamics of strongly interacting elementary particles and the exploration of new phases of matter in relativistic heavy ion collisions. *J. Phys. Conf. Ser.*, 46:122–131, 2006.
- [Kön17] Joshua König. Studie zur datenqualität und signalextraktion in der messung von π^0 -mesonen mit dem alice-emcal detektor in pb-pb kollisionen bei $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ tev, 02

2017.

- [Mec18] Adrian Mechler. Messung neutraler pionen in pp-kollisionen bei $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5$ tev mit dem alice-dcal, 10 2018.
- [P⁺92] William Press et al. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Press Syndicate of the University of Cambridge,, 2 edition, 1992.
- [Rog17] Tim Rogoschinski. Signalextraktion neutraler pionen in p-pb-kollisionen bei $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5,02$ tev mit dem alice-phos-detektor, 12 2017.
- [Sch19] Kristina Schmitt. Multiplizitätsabhängigkeit der produktion geladener teilchen in proton-proton-kollision bei alice, 01 2019.
- [T⁺18] M. Tanabashi et al. *Physical Review D*, volume 98 of 3. American Physical Society, 3 edition, 08 2018.
- [Wik18] Wikipedia. Alice experiment. https://en.wikipedia.org/wiki/ALICE_experiment, 12 2018. Letzter Zugriff am 02.01.2019.