9 การทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐาน (hypothesis testing)

เป็นกระบวนการที่มีระบบและมีกฎเกณฑ์สำหรับการตัดสินใจว่า จะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งขึ้น เพื่อการสรุปอ้างอิงค่าสถิติไปสู่พารามิเตอร์

สมมติฐานทางสถิติ (statistical hypothesis)

เป็นข้อสมมติเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์หนึ่งตัวหรือมากกว่า ของหนึ่งประชากร หรือหลายประชากร ซึ่งข้อสมมติดังกล่าวอาจเป็นจริงหรือไม่ก็ได้

สมมติฐานที่จะทดสอบ จะเรียกว่าสมมติฐานเพื่อการทดสอบหรือสมมติฐานหลัก (null hypothesis) และแทนด้วย H_0 ส่วนสมมติฐานที่แย้งกับสมมติฐานหลัก เรียกว่าสมมติฐานแย้งหรือสมมติฐานรอง (alternative hypothesis) แทนด้วย H_1

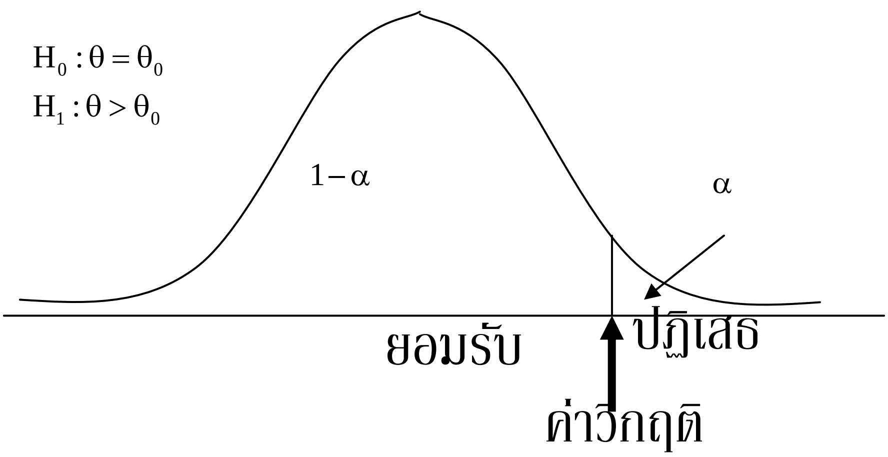
ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ θ เมื่อ θ_0 คือค่าของพารามิเตอร์ที่จะพิจารณาใน H_0 และ H_1 ซึ่งขัดแย้งกันกันเสมอ หาก H_0 เป็นจริงแล้ว H_1 จะไม่จริง และในทางกลับกัน หาก H_0 ไม่จริงแล้ว H_1 จะเป็นจริงเสมอ การขัดแย้งกันมี 3 ลักษณะ

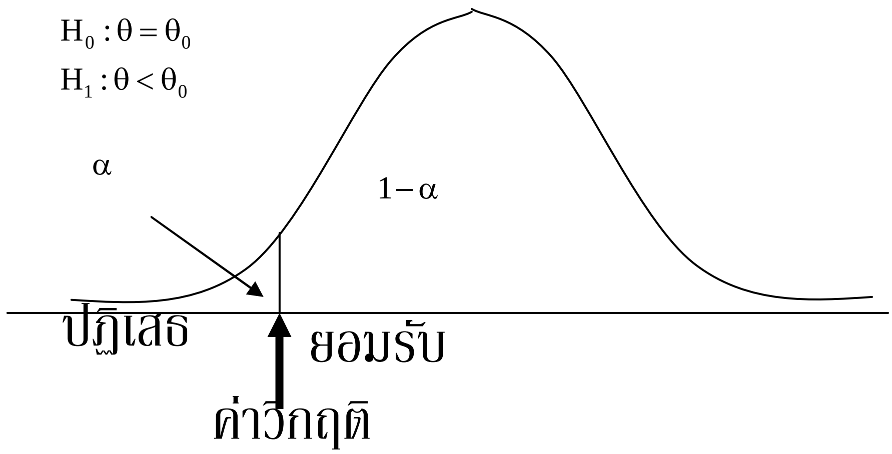
1) $H_0 : \theta = \theta_0$ $\qquad H_1 : \theta > \theta_0$

2) $H_0 : \theta = \theta_0$ $\qquad H_1 : \theta < \theta_0$

3) $H_0 : \theta = \theta_0$ $\qquad H_1 : \theta \neq \theta_0$

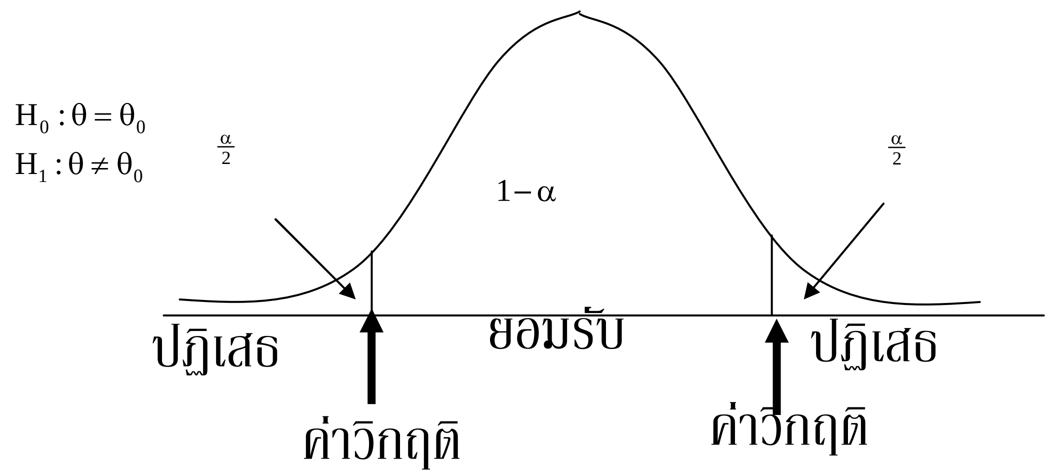
การทดสอบสมมติฐานแบบทางเดียว (One - tailed Test)





จากสมมติฐานที่ตั้งขึ้น โดยอาศัยตัวสถิติทดสอบ (test statistic) ซึ่งอาจจะเป็น Z, T, χ^2 หรือ F แล้วนำข้อมูลหลักฐานที่เก็บรวบรวมได้จากตัวอย่างที่สุ่มมา เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจที่จะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ด้วยเหตุนี้จะเห็นว่ามีการแบ่งการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบออกเป็น 2 ส่วน คือ บริเวณยอมรับและปฏิเสธ โดยค่าที่แบ่งบริเวณทั้งสองนี้เรียกว่า ค่าวิกฤติ (critical value)

การทดสอบสมมติฐานแบบสองทาง (Tow - tailed Test)



บริเวณยอมรับ (acceptance region)

คือบริเวณที่ทำให้เกิดการยอมรับ H_0 ส่วนบริเวณปฏิเสธ (rejection region) หรือบริเวณวิกฤติ (critical region) คือบริเวณที่ทำให้เกิดการปฏิเสธ H_0

ความคลาดเคลื่อนในการตัดสินใจ

เนื่องจากการตัดสินใจที่จะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐาน ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาจากกลุ่มตัวอย่าง จึงไม่อาจตัดสินใจด้วยความมั่นใจได้ มีโอกาสที่จะตัดสินใจผิดได้เสมอ ดังตารางต่อไปนี้

สมมติฐานหลัก (H_0)	การตัดสินใจ	
	ปฏิเสธ H_0	ยอมรับ H_0
เป็นจริง / ถูก	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 P(Type I Error) = α	ตัดสินใจถูกต้อง (ระดับความเชื่อมั่น = 1-α)
ไม่เป็นจริง / ไม่ถูก	ตัดสินใจถูกต้อง (อำนาจการทดสอบ = 1-β)	ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 P(Type II Error) = β

ขั้นตอนการทดสอบสมมติฐาน

- ตั้งสมมติฐานทางสถิติ
- เลือกสถิติที่เหมาะสมสำหรับการทดสอบสมมติฐาน
- กำหนดระดับนัยสำคัญหรือระดับความคลาดเคลื่อน และขนาดของกลุ่มตัวอย่าง
- กำหนดเขตวิกฤต ในการปฏิเสธสมมติฐาน โดยอาศัยการแจกแจงของตัวอย่างของสถิติที่ใช้ทดสอบ
- คำนวณค่าสถิติ
- ทำการตัดสินใจ และสรุปผล

การทดสอบสมมติฐานค่าเฉลี่ยของหนึ่งประชากร

ตัวอย่าง :

จากการศึกษาคุณภาพอากาศในกรุงเทพฯ ก่อนที่จะมีการออกมาตรการแก้ไข
พบว่า มีปริมาณก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์โดยเฉลี่ย 9.4 ส่วนต่อล้านส่วน (ppm)
เพื่อตรวจสอบว่ามาตรการดังกล่าวช่วยลดปริมาณก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์ได้จริง
โดยการสุ่มอากาศจุดต่างๆ ทั่วกรุงเทพฯ รวม 18 จุด
วัดปริมาณก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์ได้ ดังนี้ หน่วย : ppm

8.6	6.4	7.2	10.5	8.7	10.7	5.4	5.7	3.9
4.5	3.6	7.6	6.8	10.9	10.2	7.9	9.4	7.9

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มาตรการดังกล่าวได้ผลหรือไม่

วิธีการทดสอบ

ให้ μ เป็นปริมาณก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์โดยเฉลี่ยของอากาศในกรุงเทพฯ

ขั้นตอนที่ 1 ตั้งสมมติฐานทางสถิติ

$$H_0 : \mu = 9.4 \qquad H_1 : \mu < 9.4$$

ขั้นตอนที่ 2 เลือกสถิติทดสอบที่เหมาะสม

$$t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \qquad , \quad \nu = n - 1$$

ขั้นตอนที่ 3 กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

ขั้นตอนที่ 4 กำหนดเขตวิกฤต ในการปฏิเสธสมมติฐาน $t \leq -1.74$

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่าสถิติทดสอบ

จาก ข้อมูล คำนวณค่าเฉลี่ย ได้ 7.55 และ

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ได้ 2.32

$$t = \frac{7.55 - 9.4}{\frac{2.32}{\sqrt{18}}} = -3.38$$

ขั้นตอนที่ 6 ตัดสินใจ และสรุปผล

ปฏิเสธ H0

นั่นคือ ปริมาณก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์โดยเฉลี่ยมีค่าน้อยกว่า 9.4 ppm

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของสองประชากรที่มีอิสระต่อกัน

เมื่อ μ_1 , μ_2 เป็นค่าเฉลี่ยของประชากรที่ 1 และ 2 และ d_0 คือค่าของผลต่างของค่าเฉลี่ยของสองประชากร สมมติฐานที่จะทดสอบมีลักษณะดังต่อไปนี้

H_0	H_1
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$\mu_1 - \mu_2 < d_0$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$\mu_1 - \mu_2 > d_0$
$\mu_1 - \mu_2 = d_0$	$\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$

ตัวสถิติทดสอบขึ้นอยู่กับการแจกแจงของประชากรที่เกี่ยวข้อง ขนาดตัวอย่างที่สุ่มมา และความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 ชุด ซึ่งแบ่งได้ 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1

เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาดประชากร n_1 และ n_2 มาโดยอิสระกัน จาก 2 ประชากร ที่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 และ μ_2 ความแปรปรวน σ_1^2 และ σ_2^2 ซึ่งทราบค่า

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

กรณีที่ 2

เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาดประชากร n_1 และ n_2 มาโดยอิสระกัน จาก 2 ประชากร ที่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 และ μ_2 ความแปรปรวน σ_1^2 และ σ_2^2 ซึ่งไม่ทราบค่า แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

มีองศาแห่งความอิสระ $\nu = n_1 + n_2 - 2$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

กรณีที่ 3

เมื่อสุ่มตัวอย่างขนาดประชากร n_1 และ n_2 มาโดยอิสระกัน จาก 2 ประชากร ที่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย μ_1 และ μ_2 ความแปรปรวน σ_1^2 และ σ_2^2 ซึ่งไม่ทราบค่า แต่ทราบว่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

มีองศาแห่งความเป็นอิสระ

$$\nu = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

ตัวอย่าง

นักธรณีวิทยาผู้หนึ่งได้ศึกษาค่าความร้อนที่ได้จากแหล่งถ่านหิน 2 แหล่ง

โดยสุ่มถ่านหินครั้งละ 1 ตัน จากแหล่งที่ 1 รวม 5 ครั้ง และจากแหล่งที่ 2 รวม 6 ครั้ง

พบว่ามีค่าความร้อนดังนี้ หน่วย : ล้านคาลอรี/ตัน

แหล่งที่ 1 : 8260 8130 8350 8070 8340

แหล่งที่ 2 : 7950 7890 7900 8140 7920 7840

ถ้าค่าความร้อนของถ่านหินทั้ง 2 แหล่ง มีความแปรปรวนเท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

นักธรณีวิทยาผู้นี้จะกล่าวได้หรือไม่ว่า ถ่านหินจากแหล่งที่ 1 ให้ค่าความร้อนสูงกว่า

แหล่งที่ 2 มากกว่า 150 ล้านคาลอรี/ตัน

วิธีทดสอบ

ให้ μ_1 และ μ_2 เป็นค่าความร้อนเฉลี่ยของถ่านหินจากแหล่งที่ 1 และ 2

1. ตั้งสมมติฐาน $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 150$ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > 150$

2. สถิติที่ใช้ทดสอบ T-test แบบ 2 กลุ่มที่มีอิสระต่อกัน ความแปรปรวนเท่ากัน

3. ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

4. บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $t \geq 1.833$

5. คำนวณค่าสถิติ

$$\bar{x}_1 = 8230 \qquad S_1^2 = 15750$$

$$\bar{x}_2 = 7940 \qquad S_1^2 = 10920$$

$$S_p^2 = \frac{(5-1)(15750)+(6-1)(10920)}{5+6-2} = 13066.67$$

$$T = \frac{(8230-7940)-150}{\sqrt{13066.67\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)}} = 2.02$$

6. ตัดสินใจ ปฏิเสธ H0 นั่นคือ ถ่านหินจากแหล่งที่ 1 ให้ค่าความร้อนสูงกว่าแหล่งที่ 2 มากกว่า 50 ล้านคาลอรี/ตัน

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของสองประชากร ที่มีที่มีความสัมพันธ์กัน

ในบางครั้งสิ่งที่ต้องการศึกษามีลักษณะเป็นคู่กัน เช่น ฝาแฝด หรือกลุ่มเดียว แต่มีการทดสอบสองครั้ง เช่น ทดสอบก่อนการทดลองและทดสอบหลังการทดลอง

คนที่	ก่อนทดลอง : x_1	หลังทดลอง : x_2	$D = x_2 - x_1$
1	178	181	3
2	172	172	0
3	185	190	5
4	184	187	3
5	201	210	9

ข้อมูลคะแนนทั้ง 2 กลุ่มได้มาจากคนกลุ่มเดียวกัน ถือว่าเป็นประชากร 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน อยู่กันเป็นคู่ๆ มีค่าเฉลี่ยเป็น μ_1 และ μ_2 ตามลำดับ

ถ้ากลุ่มตัวอย่างขนาด n ถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่มีความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของคะแนน 2 ชุด เป็น $\mu_D = \mu_1 - \mu_2$ ถ้าให้ D_0 เป็นค่าผลต่างของค่าเฉลี่ย

สมมติฐานที่จะทดสอบเป็นดังนี้

H_0	H_1
$\mu_D = D_0$	$\mu_D < D_0$
$\mu_D = D_0$	$\mu_D > D_0$
$\mu_D = D_0$	$\mu_D \neq D_0$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$T = \frac{\overline{D} - D_0}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}}$$

ค่าองศาแห่งความอิสระ $\nu = n - 1$

ตัวอย่าง

ผู้จัดการฝ่ายการตลาดแชมพูตราหนึ่งต้องการศึกษาอิทธิพลของระดับชั้นวางสินค้าที่มีต่อยอดขายผลิตภัณฑ์ ของตน โดยเชื่อว่าผลิตภัณฑ์ของตนที่วางบนชั้นระดับสายตาจะมียอดขายสูงกว่าที่วางบนชั้นระดับต่ำกว่าสายตา จากการสุ่มห้างสรรสินค้ามารวม 10 แห่ง แล้วบันทึกยอดขายในช่วง 2 สัปดาห์ของผลิตภัณฑ์ตราดังกล่าว ที่สัปดาห์หนึ่งวางบนชั้นระดับสายตา และอีกสัปดาห์หนึ่งวางบนชั้นระดับต่ำกว่าสายตา ปรากฏผลดังนี้

หน่วย : พันบาท/สัปดาห์

ห้างสรรพสินค้าที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ระดับสายตา :X1	181	172	190	187	210	202	166	173	183	184
ระดับต่ำกว่าสายตา :X2	178	172	185	184	201	201	160	168	180	179

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ความเชื่อของผู้จัดการฝ่ายการตลาดผู้นี้ถูกต้องหรือไม่

วิธีทดสอบ

ให้ μ_D เป็นค่าเฉลี่ยของผลต่างของยอดขายผลิตภัณฑ์ตราดังกล่าวที่วางบนชั้นระดับสายตาและระดับต่ำกว่าสายตา

1. สมมติฐาน $H_0 : \mu_D = 0$ $H_1 : \mu_D > 0$
2. สถิติทดสอบ คือ T-test กรณี 2 กลุ่มสัมพันธ์
3. ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
4. บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $t \geq 1.833$
5. คำนวณค่าสถิติ

ห้างสรรพสินค้าที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ระดับสายตา :X1	181	172	190	187	210	202	166	173	183	184
ระดับต่ำกว่าสายตา :X2	178	172	185	184	201	201	160	168	180	179
D = X1 - X2	3	0	5	3	9	1	6	5	3	5

$\overline{D} = 4$ $D_0 = 0$ $S_D = 2.58$ $n = 10$ $T = 4.9$

6. ตัดสินใจ ปฏิเสธ H0 นั่นคือ ยอดขายแชมพูบนชั้นระดับสายตาสูงกว่าบนชั้นระดับต่ำกว่าสายตา

การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของหนึ่งประชากร

เมื่อ σ_0^2 คือ ค่าของความแปรปรวนของประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ

สมมติฐานที่จะทดสอบคือ

H_0	H_1
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 < \sigma_0^2$
$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$

สถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

มีค่าองศาแห่งความอิสระ $\nu = n - 1$

ตัวอย่าง

โรงงานผลิตหลอดภาพโทรทัศน์แห่งหนึ่งทราบว่า อายุการใช้งานของหลอดภาพมีการแจกแจงแบบปกติ มีความแปรปรวน 10000 ช.ม.^{2} ในการตรวจสอบคุณภาพครั้งหนึ่ง โดยการสุ่มหลอดภาพมา 20 หลอด พบว่าความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดภาพเท่ากับ 12000 ช.ม.^{2} ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะกล่าวได้หรือไม่ว่า ความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดภาพไม่เท่ากับ 10000 ช.ม.^{2}

วิธีทดสอบ

ให้ σ^2 คือความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดภาพที่ผลิตโดยโรงงานแห่งนี้

หน่วย : ช.ม.^{2}

1. $H_0 : \sigma^2 = 10000$ $\quad$ $H_1 : \sigma^2 \neq 10000$
2. $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$
3. $\alpha = 0.05$
4. บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $\chi^2 \leq 8.91$ หรือ $\chi^2 \geq 32.9$
5. $\chi^2 = \dfrac{(20-1)(12000)}{10000} = 22.8$
6. ยอมรับ H_0

   นั่นคือ ความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดภาพเท่ากับ 10000 ช.ม.^{2}

การทดสอบสมมติฐานความแปรปรวนของสองประชากร

เมื่อ σ_1^2 และ σ_2^2 คือความแปรปรวนของประชากรที่ 1 และ 2 ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน และทั้งสองประชากรต่างมีการแจกแจงแบบปกติ

สมมติฐานที่จะทดสอบ คือ

H_0	H_1
$\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1$	$\sigma_1^2/\sigma_2^2 > 1$
$\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1$	$\sigma_1^2/\sigma_2^2 < 1$
$\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1$	$\sigma_1^2/\sigma_2^2 \neq 1$

เมื่อ S_1^2 และ S_2^2 คือความแปรปรวนของตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรที่ 1 และ 2

ขนาด n_1 และ n_2 ตามลำดับ

ตัวสถิติทดสอบ คือ F test

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \qquad \text{ที่มี } \nu_1 = n_1 - 1 \quad \text{และ} \quad \nu_2 = n_2 - 1$$

ตัวอย่าง

ในการศึกษาประสิทธิภาพของโปรแกรมบทเรียนคอมพิวเตอร์ 2 โปรแกรม ผู้วิจัยได้สุ่มเลือกนักเรียนมา 2 กลุ่ม ให้แต่ละกลุ่มเรียนรู้ด้วยตนเองจากโปรแกรมบทเรียนคอมพิวเตอร์ กลุ่มละ 1 โปรแกรม จากนั้นทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ได้ผลดังนี้

โปรแกรม 1	33	37	35	41	34	35	40	38	32	37
โปรแกรม 2	32	36	31	34	30	34	28	31	33	

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผู้วิจัยจะสรุปได้หรือไม่ว่าโปรแกรม 1 มีประสิทธิภาพดีกว่าโปรแกรม 2

วิธีทดสอบ

ให้ σ_1^2 และ σ_2^2 คือความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ของประชากรนักเรียนที่เรียนจากโปรแกรมที่ 1 และ 2

1. $H_0: \sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1$ $\qquad H_1: \sigma_1^2/\sigma_2^2 \neq 1$
2. $F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$
3. $\alpha = 0.05$
4. บริเวณปฏิเสธ คือ $F \leq 0.24$ หรือ $F \geq 4.36$
5. $F = 1.458$
6. ยอมรับ H_0 นั่นคือประสิทธิภาพโปรแกรม 1 และ 2 เท่ากัน

การทดสอบสมมติฐานสัดส่วนของประชากร

ข้อมูลมีการแจกแจงเป็น 2 ลักษณะ เช่น ใช่-ไม่ใช่ ถูก-ผิด จริง-เท็จ เป็นต้น เรียกว่าการแจกแจงแบบทวินาม สัดส่วนของจำนวนสมาชิกที่มีลักษณะ 2 จำพวก ในประชากรเป็น p และสัดส่วนของตัวอย่าง เป็น $\hat{p}$ เมื่อ p_0 คือค่าสัดส่วนที่กำหนดหรือคาดหวังของประชากร สมมติฐานที่จะทดสอบมีลักษณะดังนี้

H_0	H_1
$p = p_0$	$p > p_0$
$p = p_0$	$p < p_0$
$p = p_0$	$p \neq p_0$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ Z test

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} \quad \text{เมื่อ} \quad q_0 = 1 - p_0 \quad \text{และ} \quad n \geq 30$$

ตัวอย่าง

ผู้อำนวยการโรงเรียนแห่งหนึ่ง ทราบข้อมูลจากการประเมินของ สมศ. ว่านักเรียนในโรงเรียนของตนเองมีความสามารถคิดวิเคราะห์ ไม่เกินร้อยละ 3 ของนักเรียนทั้งหมด ผู้อำนวยการจึงสุ่มเลือกตัวอย่างนักเรียนมา 500 คน และทดสอบความสามารถในการคิดวิเคราะห์ และพบว่ามีนักเรียนที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ 22 คน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผู้อำนวยการโรงเรียนท่านนี้ จะเชื่อผลการประเมินของ สมศ.หรือไม่

วิธีทดสอบ

1. สมมติฐานที่ต้องการทดสอบ $H_0: p = 0.03$ $H_1: p > 0.03$
2. สถิติที่ใช้ทดสอบ Z test
3. ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$
4. บริเวณปฏิเสธ H_0 คือ $Z \geq 1.645$
5. คำนวณค่าสถิติ

$$Z = \frac{\frac{22}{500} - 0.03}{\sqrt{\frac{(0.03)(0.97)}{500}}} = 1.84$$

6. ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ สัดส่วนของนักเรียนที่มีความสามารถคิดวิเคราะห์มีมากกว่าร้อยละ 3 ของจำนวนนักเรียน

ในกรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงมากกว่า 2 ลักษณะ สัดส่วนของประชากร จะเป็น

$p_1, p_2, \ldots, p_k$ เมื่อ k คือจำนวนลักษณะหรือประเภทของประชากรที่จำแนก

$p_{10}, p_{20}, \ldots, p_{k0}$ เป็นสัดส่วนที่กำหนดหรือคาดหวังของประชากรในแต่ละประเภท

สมมติฐานที่จะทดสอบมีลักษณะดังนี้

$H_0: p_i = p_{i0}$	สำหรับทุกค่าของ i = 1, 2, …, k สัดส่วนหรือความน่าจะเป็นของประชากรในแต่ละประเภท มีค่าเท่ากันทั้งหมด คือเท่ากับค่าคงที่ตัวหนึ่งที่คาดหวัง (Pio)
$H_1: p_i \neq p_{i0}$	สัดส่วนหรือความน่าจะเป็นของประชากรในบางประเภท มีค่าไม่เท่ากับค่าคงที่ที่คาดหวัง (Pio) หรือความน่าจะเป็นของประชากรในแต่ละประเภทมีค่าเท่ากันไม่ทั้งหมด

หรือ

$H_0: O_i = E_i$	ความถี่ที่สังเกตได้ (O) เท่ากับความถี่ที่คาดหวัง (E)ในทุกประเภท
$H_1: O_i \neq E_i$	ความถี่ที่สังเกตได้และความถี่ที่คาดหวังในแต่ละประเภท มีค่าไม่เท่ากันทั้งหมดหรือมีบางประเภทที่ความถี่สังเกตได้แตกต่างไปจากความถี่คาดหวัง

ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ χ^2 test (Chi-square)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \qquad \text{และ} \quad \nu = k - 1$$

O_i = ความถี่ที่สังเกตได้ หรือจำนวนข้อมูลของตัวอย่างประเภทที่ i

E_i = ความถี่ที่คาดหวัง หรือ จำนวนข้อมูลที่ควรจะเกิดขึ้นในประเภทที่ i

ภายใต้ H_0 เป็นจริง = np_i

p_i = ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ในประเภทที่ i

k = จำนวนประเภทของประชากร

n = จำนวนความถี่ทั้งหมด หรือขนาดตัวอย่าง

ν = องศาความเป็นอิสระ (Degree of freedom)

ตัวอย่าง

ในการวิจัยเพื่อติดตามผลการรับนักเรียนเข้าศึกษาต่อในวิทยาลัยแห่งหนึ่ง ว่าเป็นไปตามนโยบายการรับนักเรียนกระจายตามจังหวัดต่างๆ อย่างเป็นสัดส่วนกับจำนวนนักเรียนที่มาสมัครและเข้าสอบหรือไม่ ผลการเก็บข้อมูล เป็นดังนี้

จังหวัด	**จำนวนผู้มาสมัครและเข้าสอบ (N_i)**	**จำนวนผู้สอบได้ (O_i)**
1	35	19
2	130	50
3	60	35
4	38	20
5	122	50
6	55	26
รวม	**N=440**	**n=200**

วิธีทดสอบ

1. $H_0 : p_1 = p_{i0}$ $\quad H_1 : p_i \neq p_{i0}$

2. $\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ $\quad \nu = 6-1 = 5$

3. $\alpha = 0.05$

4. $\chi^2 \geq 11.07$

5. คำนวณ $p_i = \frac{n}{N} = \frac{200}{440} = 0.46$ $\quad E_i = N_i p_i$

จังหวัด	N_i	O_i	E_i	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	35	19	16	0.563
2	130	50	59	1.373
3	60	35	27	2.370
4	38	20	17	0.529
5	122	50	56	0.643
6	55	26	25	0.040
รวม	N=440	n=200	200	**5.518**

6. ยอมรับ H_0 นั่นคือเป็นไปตามนโยบาย

แบบฝึกหัด

1. ผู้อำนวยการโรงเรียนแห่งหนึ่งกำลังที่จะตัดสินใจเลือกรับอาจารย์ใหม่ คนใดคนหนึ่ง ระหว่าง อาจารย์ ก กับ อาจารย์ ข เพื่อประกอบการตัดสินใจจึงให้อาจารย์ทั้งสอง ทดลองสอน โดยการสุ่มนักเรียนมา 18 คน และสุ่มแยกออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 9 คน แล้วให้อาจารย์ทั้งสอง ทดลองสอนคนละกลุ่ม จากนั้นทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มได้ดังนี้

อาจารย์ ก	35	31	29	25	34	40	27	32	31
อาจารย์ ข	32	37	35	28	41	44	35	31	34

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ผู้อำนวยการโรงเรียนจะตัดสินใจได้หรือไม่ว่าควรจะเลือกรับอาจารย์ใหม่คนไหน

2. ปริมาณการขายก่อนและหลังการอบรมเกี่ยวกับเทคนิคการขายของพนักงานขาย 12 คน ที่สุ่มมาได้ เป็นดังนี้ หน่วย : 1000 บาท/เดือน

พนักงานคนที่	**ก่อนอบรม**	**หลังอบรม**	**พนักงานคนที่**	**ก่อนอบรม**	**หลังอบรม**
1	135	136	7	126	135
2	142	141	8	139	138
3	130	140	9	144	148
4	143	148	10	152	160
5	135	138	11	130	132
6	159	155	12	144	150

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จะสรุปได้หรือไม่ว่าปริมาณการขายหลังการอบรมสูงกว่าก่อนการอบรม

3. เครื่องขายน้ำอัดลมอัตโนมัติโดยวิธีหยอดเหรียญ ถูกออกแบบให้รินน้ำอัดลมในปริมาณ 16 ออนซ์ต่อถ้วย ในการตรวจสอบการทำงานของเครื่องขายน้ำอัดลมเครื่องหนึ่ง โดยการสุ่มหยอดเหรียญ 9 ครั้ง วัดปริมาณน้ำอัดลมได้ดังนี้ หน่วย : ออนซ์

15.6 15.8 16.2 16.3 15.9 15.5 15.9 16.0 15.8

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงทดสอบว่าเครื่องขายน้ำอัดลมเครื่องนี้ทำงานเป็นปกติหรือไม่

4. ในการศึกษาอายุการใช้งานของถ่านไฟฉาย 2 ตรา โดยสุ่มถ่านไฟฉายตราเพชร และ ตราดาว มาจำนวน 10 และ 21 ก้อน ตามลำดับ บันทึกการใช้งานได้ดังนี้ หน่วย : นาที

ตราเพชร	218	236	178	244	148	171	198	168	160	174
ตราดาว	178	184	146	176	185	158	175	172	163	181
	162	152	164	180	157	164	182	169	178	154
	148									

ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จงทดสอบว่าถ่านไฟฉายทั้งสองตรามีอายุการใช้งานแตกต่างกันหรือไม่