Robótica: Atividade 02 – Teórica

Aluno: Aldemir Melo Rocha Filho **Matricula:** 17212086
Aluno: Sandoval da Silva Almeida Junior **Matricula:** 18210505
Aluno: Tayco Murilo Santos Rodrigues **Matricula:** 17211250

Descrição da Atividade:

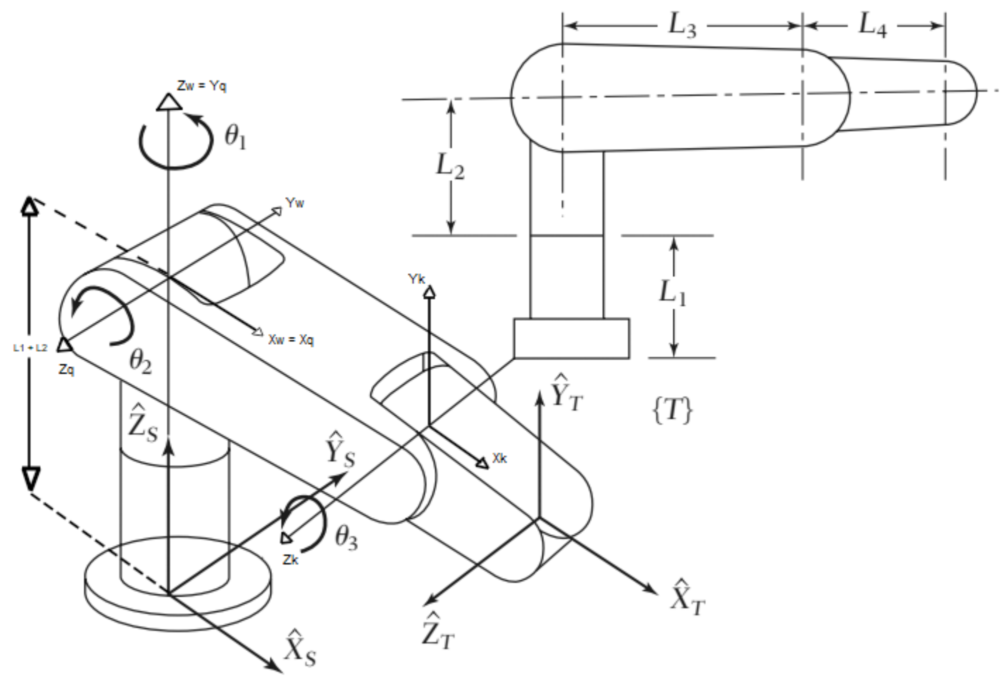
Esta atividade foca em problemas de cinemática.

Questão 1:

Para uma determinada postura do manipulador, representada por $\dot{q}$, teremos que $\mathcal{R}(J)$ estipula quais as velocidades possíveis no efetuador a partir das velocidades das juntas. Sendo $dim(\mathcal{N}(J)) \neq 0$ e dado nesse caso que $\dot{q}$ pertence a $\mathcal{N}(J)$, teremos que $v_e = 0$, ou seja, velocidade nula, com o efetuador sem alterar sua posição, mesmo que seus elos e juntas estejam se movimentando.

Questão 2:

2.a:



2.b:

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	$L_1 + L_2$	0	$\pi/2$
2	θ_2	0	L_3	0
3	θ_3	0	L_4	0

2.c:

Temos que:

$$ {}_0^3T = {}_0^1T \cdot {}_1^2T \cdot {}_2^3T $$

E partindo da tabela:

$$ {}_0^3T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 + L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & L_3 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ = \begin{bmatrix} c\theta_{123} - c\theta_1 s\theta_{23} & -c\theta_{13} s\theta_2 - c\theta_{12} s\theta_3 & s\theta_1 & L_3 c\theta_{12} \\ s\theta_1 c\theta_{23} - s\theta_{123} & -s\theta_{12} c\theta_3 - s\theta_{13} c\theta_2 & -c\theta_1 & L_3 s\theta_1 c\theta_2 \\ s\theta_2 c\theta_3 + s\theta_3 c\theta_2 & c\theta_{23} - s\theta_{23} & 0 & L_1 + L_2 + L_3 s\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

2.d:

Teremos a seguinte matriz de transformação para o efetuador final ao inserirmos uma junta prismática a partir do *frame 3*.

$$ {}_3^4T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Dessa forma:

$$ {}_0^4T = {}_0^3T \cdot {}_3^4T $$

Logo:

$$ {}_0^4T = \begin{bmatrix} c\theta_{123} - c\theta_1 s\theta_{23} & -c\theta_{13} s\theta_2 - c\theta_{12} s\theta_3 & s\theta_1 & (L_3 + d_4 c\theta_3) c\theta_{12} - d_4 c\theta_1 s\theta_{23} \\ s\theta_1 c\theta_{23} - s\theta_{123} & -s\theta_{12} c\theta_3 - s\theta_{13} c\theta_2 & -c\theta_1 & (L_3 + d_4 c\theta_3) s\theta_1 c\theta_2 - d_4 s\theta_{123} \\ s\theta_2 c\theta_3 + s\theta_3 c\theta_2 & c\theta_{23} - s\theta_{23} & 0 & L_1 + L_2 + (L_3 + d_4 s\theta_2 c\theta_3) + d_4 c\theta_1 s\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

2.e:

Para a função que determina $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$ partindo da cinemática inversa precisamos resolver o seguinte sistema:

$$ \begin{cases} x = L_3 c\theta_{12} \\ y = L_3 s\theta_1 c\theta_2 \\ z = L_1 + L_2 + L_3 s\theta_2 \end{cases} $$

Dessa forma obtemos o seguinte conjunto solução:

$$ \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} tan^{-1}(y/x) \\ \pm L_3 \dfrac{z - (L_1 + L_2)}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \end{bmatrix} $$

Questão 3:

Para a solução desse exercício e para supressão dos cálculos foi utilizado como base o conteúdo presente neste link.

3.a:

Temos que a tabela de parâmetros DH para este caso é do seguinte formato:

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	0	0	$\pi/2$
2	θ_2	0	L_1	0
3	θ_3	0	L_2	0

Dessa forma temos que:

$$ {}_0^3T = {}_0^1T \cdot {}_1^2T \cdot {}_2^3T $$

E partindo da tabela:

$$ {}_0^3T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & 0 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & 0 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c\theta_2 & s\theta_2 & 0 & L_1 c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & L_1 s\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c\theta_3 & s\theta_3 & 0 & L_2 c\theta_3 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & L_2 c\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ = \begin{bmatrix} c\theta_{123} - c\theta_1 s\theta_{23} & -c\theta_{12} s\theta_3 - c\theta_{13} s\theta_2 & -s\theta_1 & L_1 c\theta_{12} + L_2 c\theta_{123} - L_2 c\theta_1 s\theta_{23} \\ s\theta_1 c\theta_{23} - s\theta_{123} & -s\theta_{12} c\theta_3 - s\theta_{13} c\theta_2 & c\theta_1 & L_1 s\theta_1 c\theta_2 + L_2 s\theta_1 c\theta_{23} - L_2 s\theta_{123} \\ -c\theta_2 s\theta_3 - s\theta_2 c\theta_3 & s\theta_{23} - c\theta_{23} & 0 & L_1 s\theta_2 + L_2 s\theta_2 c\theta_3 - L_2 c\theta_2 s\theta_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

3.b:

Podemos usar a matriz calculada no item **3.a** para determinar os valores de x, y, z para uma configuração de juntas $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$

$$ Se\ \theta = [0.2, 0.0, 0.0]^T \longrightarrow P \cong (L_1 + L_2)\ [0.98\ 0.20\ 0]^T $$

3.c:

Podemos usar a matriz calculada no item **3.a** para determinar os valores de x, y, z para uma configuração de juntas $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$

$$ Se\ \theta = [0.0, 0.2, 0.0]^T \longrightarrow P \cong (L_1 + L_2)\ [0.98\ 0 - 0.20]^T $$

3.d:

Baseado no material presente no link apresentado no início da solução, temos a seguinte solução analítica baseada na geometria do corpo:

$$\begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \theta_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} tan^{-1}\left(\frac{-x}{y}\right) \\ \frac{\pi}{2} - cos^{-1}\left(\frac{L_1^2 + L^2 - L_1^2}{2L_1 L}\right) - tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right) \\ \frac{\pi}{2} - cos^{-1}\left(\frac{L_1^2 + L_2^2 - L^2}{2L_1 L_2}\right) \end{bmatrix}$$