



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS
INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO**

**RELATÓRIO DA EXPERIÊNCIA Nº 01
IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS UTILIZANDO
MÉTODOS DETERMINÍSTICOS**

Tayco Murilo Santos Rodrigues - 17211250

Maceió - AL
2023

Tayco Murilo Santos Rodrigues - 17211250

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS UTILIZANDO MÉTODOS DETERMINÍSTICOS

Primeiro Relatório Parcial apresentado à disciplina de Introdução à Identificação de Sistemas, correspondente à avaliação do semestre 2023.1 do 10^o período do curso de Engenharia de Computação da Universidade Federal de Alagoas, sob orientação do **Prof. Ícaro Bezerra Queiroz de Araújo.**

Maceió - AL
2023

RESUMO

Este relatório científico apresenta uma avaliação de seis conjuntos de dados utilizando métodos determinísticos para identificação de sistemas. Os métodos analisados foram: Ziegler-Nichols, Hägglund, Smith, Sundaresan/Krishnaswamy e Mollenkamp. O desempenho dos resultados obtidos por cada método foi avaliado utilizando quatro métricas: IAE (Integral Absolute Error), ISE (Integral Square Error), ITAE (Integral Time Absolute Error) e MAE (Mean Absolute Error).

Os conjuntos de dados foram selecionados para representar diferentes tipos de sistemas e foram aplicados aos métodos determinísticos mencionados. Cada método foi implementado de acordo com suas respectivas formulações e parâmetros recomendados.

Após a aplicação dos métodos, os resultados foram comparados utilizando as métricas IAE, ISE, ITAE e MAE. Essas métricas são amplamente utilizadas na área de identificação de sistemas e fornecem medidas quantitativas do desempenho dos métodos em relação ao sistema real.

Palavras-Chave: Sistemas de Controle; identificação de sistemas; métodos determinísticos; Ziegler-Nichols; Hägglund; Smith; Sundaresan/Krishnaswamy; Mollenkamp; IAE; ISE; ITAE; MSE.

Lista de Símbolos

θ	posição angular
ω	velocidade angular
τ	Torque
m	massa
I	momento de inercia
v	velocidade do corpo
k_e	energia cinética
\dot{x}	primeira derivada
\ddot{x}	segunda derivada
$\frac{\partial}{\partial x}$	Derivada parcial com respeito à variável x
t_s	tempo de pico
t_r	tempo de subida
t_s	tempo de acomodação
M_p	sobressinal máximo
V	grandeza associada a tensão
R	grandeza associada a resistência
L	grandeza associada a indutância
A	grandeza associada a corrente
S	plano S
Z	plano Z
$R(s)$	sinal de referência
$E(s)$	erro associado ao sinal
$U(s)$	sinal de entrada para a planta
$Y(s)$	saída do sistema
$D(s)$	distúrbio externo ao sistema
k_p	ganho proporcional
k_i	ganho integrativo
k_d	ganho derivativo
$u[k]$	entrada discretizada do sistema
$e[k]$	erro discretizado do sistema
T_s	período de amostragem
h	período de amostragem no domínio discreto
\mathcal{L}	variável Lagrangiana
\mathcal{L}	transformada de Laplace

Lista de Abreviaturas e Siglas

IAE	Integral Absolute Error
ISE	Integral Square Error
ITAE	Integral Time Absolute Error
MSE	Mean Squared Error
ZN	Ziegler / Nichols
HAG	Hägglund

Lista de Figuras

1	Descrição simplificada de um Sistema de Controle.	10
2	Reta tangente sobreposta à resposta do Sistema.	13
3	Reta tangente ao ponto de máxima flexão	25
4	Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols	25
5	Sinal de saída para o método Hägglund	26
6	Sinal de saída para o método Smith	26
7	Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy	27
8	Sinal de saída para o método Mollenkamp	27
9	Reta tangente ao ponto de máxima flexão	29
10	Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols	29
11	Sinal de saída para o método Hägglund	30
12	Sinal de saída para o método Smith	30
13	Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy	31
14	Sinal de saída para o método Mollenkamp	31
15	Reta tangente ao ponto de máxima flexão	33
16	Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols	33
17	Sinal de saída para o método Hägglund	34
18	Sinal de saída para o método Smith	34
19	Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy	35
20	Sinal de saída para o método Mollenkamp	35
21	Reta tangente ao ponto de máxima flexão	37
22	Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols	37
23	Sinal de saída para o método Hägglund	38
24	Sinal de saída para o método Smith	38
25	Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy	39
26	Sinal de saída para o método Mollenkamp	39
27	Reta tangente ao ponto de máxima flexão	41
28	Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols	41
29	Sinal de saída para o método Hägglund	42
30	Sinal de saída para o método Smith	42
31	Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy	43
32	Sinal de saída para o método Mollenkamp	43
33	Reta tangente ao ponto de máxima flexão	45
34	Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols	45
35	Sinal de saída para o método Hägglund	46
36	Sinal de saída para o método Smith	46
37	Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy	47

38	Sinal de saída para o método Mollenkamp	47
----	---	----

Sumário

1	Introdução	9
1.1	Contextualização	9
1.2	Objetivos	9
1.3	Motivação	9
2	Fundamentação teórica	10
2.1	Introdução a Sistemas de Controle	10
2.2	Sistemas de Primeira Ordem	10
2.3	Sistemas de Segunda Ordem	11
2.4	Identificação de Sistemas	12
2.4.1	Método de identificação Ziegler / Nichols (<i>ZN</i>)	12
2.4.2	Método de identificação Hägglund (<i>HAG</i>)	13
2.4.3	Método de identificação de <i>Smith</i>	14
2.4.4	Método de identificação de <i>Sundaresan e Krishnaswamy</i>	14
2.4.5	Método de identificação de <i>Mollenkamp</i>	15
2.5	Funções de custo	15
2.5.1	Erro médio quadrático - Mean Squared Error (<i>MSE</i>)	15
2.5.2	Integral do módulo do erro - Integral Absolute Error (<i>IAE</i>)	16
2.5.3	Integral dos erros ao quadrado - Integral Square Error (<i>ISE</i>)	17
2.5.4	Integral do módulo do erro vezes o tempo - Integral Time Absolute Error (<i>ITAE</i>)	17
2.6	Filtro de Média Móvel com Janela Variável	18
3	Metodologia	20
3.1	Leitura dos dados	20
3.2	Filtragem dos dados	20
3.3	Estimação dos Parâmetros	21
3.4	Avaliação do Modelo estimado	22
4	Resultados	24
4.1	Resultados para o conjunto de dados 1	24
4.2	Resultados para o conjunto de dados 2	28
4.3	Resultados para o conjunto de dados 3	32
4.4	Resultados para o conjunto de dados 4	36
4.5	Resultados para o conjunto de dados 5	40
4.6	Resultados para o conjunto de dados 6	44
5	Conclusão	48

1 Introdução

1.1 Contextualização

Entende-se por modelagem e identificação a determinação do modelo matemático de um sistema representando os seus aspectos essenciais de forma adequada para uma utilização particular (Ljung and Glad, 1994).

1.2 Objetivos

Este documento descreve os experimentos realizados com o objetivo de estimar os hiperparâmetros das Funções de Transferência de sistemas de primeira e segunda ordem. Para os sistemas de primeira ordem, os hiperparâmetros estimados são τ , K e θ , enquanto para os sistemas de segunda ordem, são estimados τ , K , ω_n e ζ .

A partir desses hiperparâmetros, serão conduzidos experimentos utilizando ambientes computacionais, como o MATLAB. Esses experimentos visam validar as Funções de Transferência parametrizadas, utilizando métodos de avaliação de erros.

1.3 Motivação

A motivação por trás desses experimentos é promover a modelagem de sistemas reais no contexto de sistemas de controle. Através da estimativa dos hiperparâmetros e da validação das Funções de Transferência, busca-se uma aproximação mais precisa e eficiente entre os modelos matemáticos e os sistemas reais.

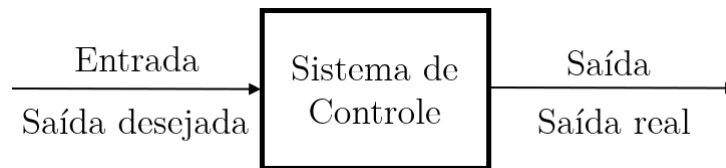
Esses experimentos permitem a simulação e realização de testes empíricos, possibilitando um melhor entendimento e aprimoramento dos sistemas de controle. Além disso, o uso de ferramentas computacionais oferece maior flexibilidade e facilidade na implementação e análise dos modelos, contribuindo para a evolução e otimização dos sistemas de controle em diversos domínios de aplicação.

2 Fundamentação teórica

2.1 Introdução a Sistemas de Controle

Um sistema de controle consiste em subsistemas e processos (ou plantas) construídos com o objetivo de se obter uma saída desejada com um desempenho desejado, dada uma entrada especificada. A Figura 1 mostra um sistema de controle em sua forma mais simples, na qual a entrada representa uma saída desejada.

Figura 1: Descrição simplificada de um Sistema de Controle.



Fonte: Autor

A figura acima pode ter sua arquitetura interna representada de duas formas: Malha aberta e Malha Fechada; sua ordem também pode variar. Nesse documento são discutidos experimentos que aproximam os dados para sistemas de primeira e segunda ordem.

2.2 Sistemas de Primeira Ordem

Sistemas de primeira ordem podem ser analisados no domínio da frequência por meio da Transformada de Laplace. Nesse domínio, a equação diferencial de um sistema de primeira ordem é representada pela função de transferência.

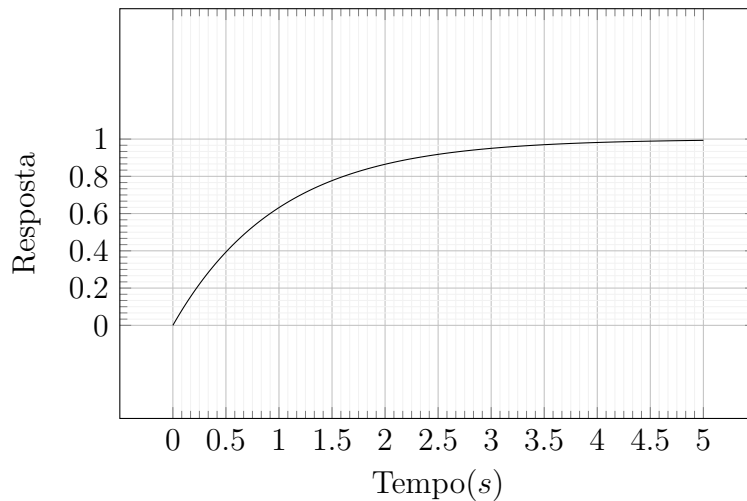
A função de transferência de um sistema de primeira ordem, no domínio da frequência, é definida como:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s} \quad (2.2.1)$$

onde s é a variável complexa da frequência, K é o ganho estático e τ é a constante de tempo.

A função de transferência descreve a relação entre a transformada de Laplace da saída $X(s)$ e a transformada de Laplace da entrada $U(s)$ do sistema. Ela permite analisar o comportamento do sistema em termos de ganho e fase em diferentes frequências. Abaixo é apresentada a resposta típica de um sistema de primeira ordem à um Degrau unitário.

Resposta típica ao Degrau unitário de um Sistema de Primeira Ordem



2.3 Sistemas de Segunda Ordem

Um sistema de segunda ordem é um tipo de sistema dinâmico cujo comportamento pode ser descrito no domínio da frequência por meio da função de transferência. A função de transferência de um sistema de segunda ordem é definida como:

$$G(s) = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} e^{-\theta s} \quad (2.3.1)$$

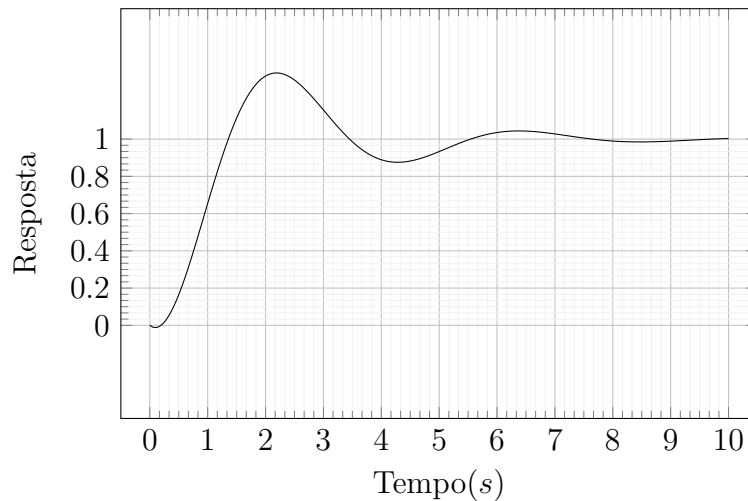
onde:

- $G(s)$ é a função de transferência do sistema,
- s é a variável complexa que representa a frequência complexa,
- K é o ganho do sistema,
- ζ é o coeficiente de amortecimento,
- ω_n é a frequência natural não amortecida.

No domínio da frequência, a função de transferência representa a relação entre a transformada de Laplace da saída e a transformada de Laplace da entrada do sistema.

A resposta em frequência de um sistema de segunda ordem é caracterizada pela presença de dois polos complexos conjugados no plano complexo s . Os polos são determinados pelos valores de ζ e ω_n . O coeficiente de amortecimento ζ afeta a forma da resposta em frequência, enquanto a frequência natural não amortecida ω_n determina a frequência de pico do sistema. Abaixo é apresentada a resposta típica de um sistema de segunda ordem **subamortecido** à um Degrau unitário.

Resposta típica ao Degrau unitário de um Sistema de Segunda Ordem



2.4 Identificação de Sistemas

Na análise e projeto de sistemas de controle, deve-se adotar uma base de comparação entre os vários sistemas avaliados. Esta base pode ser obtida especificando-se os sinais particulares de entrada e comparando-se as respostas dos sistemas. (Coelho, A.A.R. and dos Santos Coelho, L. 2004). As características de um sistema podem ser obtidas a partir do conhecimento da resposta ao sinal de entrada.

Neste tópico serão descritos métodos clássicos/Determinísticos para Modelagem de Processos. São eles:

- Ziegler / Nichols;
- Hägglund;
- Smith (1^a e 2^a ordem);
- Sundaresan / Krishnaswamy;
- Mollenkamp.

Por dependerem de uma reta tangente, os métodos de *ZN* e *HAG* apresentam sensibilidade na presença de ruído. (Coelho, A.A.R. and dos Santos Coelho, L. 2004).

2.4.1 Método de identificação Ziegler / Nichols (*ZN*)

Este método é apropriado para estimar Funções de Transferência de primeira ordem, no formato descrito em (2.2.1). No método de Ziegler / Nichols (*ZN*), os parâmetros K , τ e θ são estimados partindo da reta tangente ao ponto de máxima inclinação da curva de resposta do sistema conforme é ilustrado na figura (2). De forma que o atraso θ é calculado pelo intervalo de tempo entre a aplicação do sinal

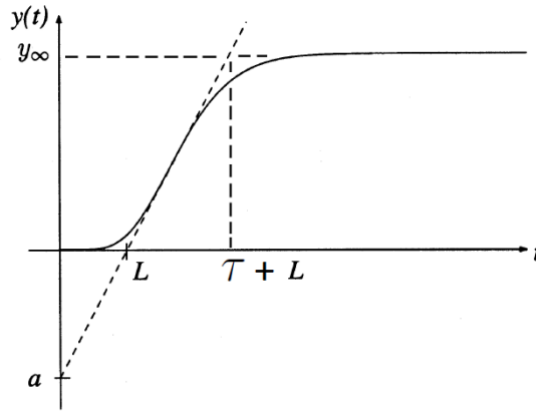
na entrada e o instante L em que a reta tangente toca a reta $y(t) = y(0)$. Desta forma:

$$\theta = L \quad (2.4.1.1)$$

Temos também a constante de tempo τ que é determinada pelo intervalo de tempo entre L e o instante de tempo em que a curva de resposta do sistema alcança o valor $y(t) = y(0) + 0.63y(\infty)$. Desta forma:

$$\tau = y(\infty) - L \quad (2.4.1.2)$$

Figura 2: Reta tangente sobreposta à resposta do Sistema.



Fonte: PROJETO DE CONTROLADORES PI E PID PARA UM FORNO AQUECEDOR DE ÓLEO DE UMA PLANTA DE TRATAMENTO DE HIDROCARBONETOS, p.: 7 , VASCONCELLOS, A. 2017)

O parâmetro K é calculado fazendo-se uso da variação da resposta do sistema sobre a variação do sinal de entrada, Desta forma:

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (2.4.1.3)$$

2.4.2 Método de identificação Hägglund (HAG)

Este método é apropriado para estimar Funções de Transferência de primeira ordem, no formato descrito em (2.2.1). No método de Hägglund (HAG), os parâmetros K , τ e θ são estimados partindo da reta tangente ao ponto de máxima inclinação da curva de resposta do sistema conforme é ilustrado na figura (2). De forma que o atraso θ é calculado pelo intervalo de tempo entre a aplicação do sinal na entrada e o instante L em que a reta tangente toca a reta $y(t) = y(0)$. Desta forma:

$$\theta = L \quad (2.4.2.1)$$

Temos também a constante de tempo τ que é determinada pelo intervalo de tempo entre L e o instante de tempo em que a curva de resposta do sistema alcança o valor $y(t) = y(0) + 0.63y(\infty)$. Desta forma:

$$\tau = [y(0) + 0.63 \cdot y(\infty)] - L \quad (2.4.2.2)$$

O parâmetro K é calculado fazendo-se uso da variação da resposta do sistema sobre a variação do sinal de entrada, Desta forma:

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (2.4.2.3)$$

2.4.3 Método de identificação de *Smith*

Este método é apropriado para estimar Funções de Transferência de primeira ordem, no formato descrito em (2.2.1). Sobre a curva de reação do sistema são marcados os instantes de tempo t_1 e t_2 correspondentes às passagens da resposta pelos pontos $y(0) + 0.283 \cdot y(\infty)$ e $y(0) + 0.632 \cdot y(\infty)$ respectivamente. Dessa forma:

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (2.4.3.1)$$

$$\tau = 1.5(t_2 - t_1) \quad (2.4.3.2)$$

$$\theta = t_2 - \tau \quad (2.4.3.3)$$

2.4.4 Método de identificação de *Sundaresan e Krishnaswamy*

Este método é apropriado para estimar Funções de Transferência de primeira ordem, no formato descrito em (2.2.1). O método de *Sundaresan e Krishnaswamy* similar ao método de *Smith*, evita o uso da reta tangente para identificação dos parâmetros. Sobre a curva de reação do sistema são marcados os instantes de tempo t_1 e t_2 correspondentes às passagens da resposta pelos pontos $y(0) + 0.353 \cdot y(\infty)$ e $y(0) + 0.853 \cdot y(\infty)$ respectivamente. Dessa forma:

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (2.4.4.1)$$

$$\tau = 0.67(t_2 - t_1) \quad (2.4.4.2)$$

$$\theta = 1.3t_1 - 0.29t_2 \quad (2.4.4.3)$$

2.4.5 Método de identificação de *Mollenkamp*

Este método é apropriado para estimar Funções de Transferência de segunda ordem, no formato descrito em (2.3.1). Sobre a curva de reação do sistema são identificados três pontos, t_1 , t_2 e t_3 , que são respectivamente os instantes de tempo que a saída leva para alcançar 15%, 45% 75% da mudança total final. Com base nestes instantes de tempo, os parâmetros do modelo de segunda ordem são calculados da seguinte forma:

$$x = \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_1} \quad (2.4.5.1)$$

$$\zeta = \frac{0.0805 - 5.547(0.475 - x)^2}{(x - 0.356)} \quad (2.4.5.2)$$

$$\begin{cases} f_2(\zeta) = (0.708)(2.811)^\zeta & \text{se } \zeta < 1 \\ f_2(\zeta) = 2.6\zeta - 0.60 & \text{se } \zeta \geq 1 \end{cases} \quad (2.4.5.3)$$

$$\omega_n = \frac{f_2(\zeta)}{t_3 - t_1} \quad (2.4.5.4)$$

$$f_3(\zeta) = (0.922)(1.66)^\zeta \quad (2.4.5.5)$$

$$\theta = t_2 - \frac{f_3(\zeta)}{\omega_n} \quad (2.4.5.6)$$

$$\tau_{1,2} = \frac{\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}}{\omega_n} \quad (2.4.5.7)$$

De forma que: $t_1 = y(0) + 0.15 \cdot y(\infty)$, $t_2 = y(0) + 0.45 \cdot y(\infty)$ e $t_3 = y(0) + 0.75 \cdot y(\infty)$.

2.5 Funções de custo

2.5.1 Erro médio quadrático - Mean Squared Error (*MSE*)

O Erro Médio Quadrático (MSE - *Mean Squared Error*) é uma métrica utilizada para avaliar a qualidade de um modelo em relação aos valores reais ou observados. Ele mede a média dos quadrados das diferenças entre as previsões do modelo e os valores reais. O MSE é frequentemente utilizado em problemas de regressão, onde se deseja estimar um valor contínuo a partir de um conjunto de variáveis independentes.

A fórmula do MSE é dada por:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.5.1)$$

Onde:

n é o número total de amostras,

y_i representa o valor real ou observado da amostra i ,

\hat{y}_i é a previsão do modelo para a amostra i .

A fórmula calcula a diferença entre o valor real e a previsão do modelo para cada amostra, eleva essa diferença ao quadrado e tira a média desses quadrados para obter o MSE.

O MSE fornece uma medida da dispersão dos erros ao quadrado entre as previsões e os valores reais. Quanto menor o valor do MSE, melhor é a qualidade do modelo, pois indica que as previsões estão mais próximas dos valores reais. No entanto, o MSE penaliza erros grandes de forma mais significativa devido à sua natureza quadrática.

2.5.2 Integral do módulo do erro - Integral Absolute Error (IAE)

O Erro Absoluto Integral (IAE - *Integral Absolute Error*) é uma métrica utilizada para avaliar a qualidade de um sistema ou modelo em relação aos valores reais ou observados ao longo do tempo. Ele quantifica a soma das diferenças absolutas entre as previsões do sistema/modelo e os valores reais, considerando o período de tempo em análise. O IAE é comumente utilizado em problemas de controle e otimização.

A fórmula do IAE é dada por:

$$IAE = \int_{t_0}^{t_f} |y(t) - \hat{y}(t)| dt \quad (2.5.2)$$

Onde:

t_0 é o tempo inicial,

t_f é o tempo final,

$y(t)$ representa o valor real ou observado no instante de tempo t ,

$\hat{y}(t)$ é a previsão do sistema/modelo no instante de tempo t .

A fórmula calcula a diferença absoluta entre o valor real e a previsão do sistema/modelo para cada instante de tempo e integra essas diferenças ao longo do período de tempo considerado.

O IAE fornece uma medida da magnitude total dos erros absolutos entre as previsões e os valores reais ao longo do tempo. Quanto menor o valor do IAE, melhor é a qualidade do sistema/modelo, pois indica que as previsões estão mais próximas dos valores reais.

2.5.3 Integral dos erros ao quadrado - Integral Square Error (*ISE*)

O Erro Quadrático Integral (ISE - *Integral Square Error*) é uma métrica utilizada para avaliar a qualidade de um sistema ou modelo em relação aos valores reais ou observados ao longo do tempo. Ele quantifica a soma dos quadrados das diferenças entre as previsões do sistema/modelo e os valores reais, considerando o período de tempo em análise. O ISE é frequentemente utilizado em problemas de controle e otimização.

A fórmula do ISE é dada por:

$$ISE = \int_{t_0}^{t_f} (y(t) - \hat{y}(t))^2 dt \quad (2.5.3)$$

Onde:

t_0 é o tempo inicial,

t_f é o tempo final,

$y(t)$ representa o valor real ou observado no instante de tempo t ,

$\hat{y}(t)$ é a previsão do sistema/modelo no instante de tempo t .

A fórmula calcula a diferença ao quadrado entre o valor real e a previsão do sistema/modelo para cada instante de tempo e integra esses quadrados ao longo do período de tempo considerado.

O ISE fornece uma medida da magnitude total dos erros quadráticos entre as previsões e os valores reais ao longo do tempo. Quanto menor o valor do ISE, melhor é a qualidade do sistema/modelo, pois indica que as previsões estão mais próximas dos valores reais.

2.5.4 Integral do módulo do erro vezes o tempo - Integral Time Absolute Error (*ITAE*)

O Erro Absoluto Integral ao Tempo (ITAE - *Integral Time Absolute Error*) é uma métrica utilizada para avaliar a qualidade de um sistema de controle em relação aos valores desejados ao longo do tempo. Ele quantifica a soma das diferenças absolutas ponderadas pelo tempo entre as respostas do sistema e os valores de referência. O ITAE é comumente utilizado na sintonia de controladores.

A fórmula do ITAE é dada por:

$$ITAE = \int_{t_0}^{t_f} t \cdot |y(t) - r(t)| dt \quad (2.5.4)$$

Onde:

t_0 é o tempo inicial,

t_f é o tempo final,

$y(t)$ representa a resposta do sistema no instante de tempo t ,

$r(t)$ é o valor de referência no instante de tempo t .

A fórmula calcula a diferença absoluta ponderada pelo tempo entre a resposta do sistema e o valor de referência para cada instante de tempo e integra esses termos ao longo do período de tempo considerado.

O ITAE fornece uma medida da magnitude total das diferenças absolutas ponderadas pelo tempo entre as respostas do sistema e os valores de referência ao longo do tempo. O objetivo é minimizar o valor do ITAE para obter uma resposta mais precisa e rápida do sistema em relação aos valores desejados.

2.6 Filtro de Média Móvel com Janela Variável

O Filtro de Média Móvel com Janela Variável é uma técnica de processamento de sinais utilizada para suavizar uma série temporal ou um sinal discreto, calculando a média ponderada dos valores próximos em uma janela com tamanho variável. A janela é definida para incluir um número específico de pontos próximos, e a média é ponderada para atribuir mais importância aos pontos centrais da janela.

A fórmula para o Filtro de Média Móvel com Janela Variável é dada por:

$$y(n) = \frac{1}{\sum_{i=-k}^k w(i)} \sum_{i=-k}^k w(i) \cdot x(n+i)$$

Onde:

$y(n)$ é o valor filtrado no instante de tempo discreto n ,

$x(n)$ é o valor original no instante de tempo discreto n ,

k é o tamanho da janela (metade do tamanho total),

$w(i)$ são os pesos atribuídos aos pontos dentro da janela,

$\sum_{i=-k}^k w(i)$ é a soma dos pesos.

A fórmula calcula a média ponderada dos pontos dentro da janela variável, onde o valor filtrado $y(n)$ é dado pela soma ponderada dos valores originais $x(n+i)$ multiplicados pelos pesos $w(i)$ correspondentes. A soma dos pesos normaliza o resultado para garantir que a média seja corretamente calculada.

A técnica de Filtro de Média Móvel com Janela Variável é amplamente utilizada em áreas como processamento de sinais, análise de dados e controle, onde a suavização dos dados é desejada enquanto se leva em consideração a importância relativa dos pontos próximos.

3 Metodologia

De maneira geral, a metodologia aplicada na realização do experimento consistiu inicialmente em coletar as informações de saída do sistema quando o mesmo é submetido a um sinal de entrada do tipo degrau. Essas informações estão presentes em um arquivo, onde na primeira coluna temos a amplitude do sinal e na segunda coluna temos o instante de tempo em que o mesmo ocorreu.

Uma vez que os dados foram coletados e armazenados em variáveis, foi realizada uma filtragem para amenizar o ruído presente. O tipo de filtro utilizado foi o Filtro de Média Móvel com Janela Variável, ver seção (2.6).

Com os dados filtrados, foi realizada a estimação dos parâmetros fazendo uso dos diferentes tipos de algoritmos supracitados na seção (2.4). Por fim, os resultados foram avaliados com os métodos descritos na seção (2.5). Um gráfico exibindo a resposta do sistema estimado sobre os dados do sistema real é exibido para melhor visualização dos resultados.

3.1 Leitura dos dados

As informações do sinal de saída estavam presentes em um arquivo .txt e sua leitura foi feita usando a função `load` presente no `Matlab`. O trecho de código responsável por essa tarefa é mostrado abaixo:

```

1  %Carregando o conjunto de dados
2  data    = load('dados.txt');
3  time    = (data(:, 2));
4  output  = data(:, 1);

```

Listing 1: Leitura dos dados. Fonte: Autor.

No código acima os valores de tempo são armazenados na variável `time` enquanto a amplitude do sinal no instante de tempo em questão se encontra em `output`.

3.2 Filtragem dos dados

A filtragem de dados foi realizada após sua coleta e armazenamento. O trecho de código responsável por essa tarefa é mostrado abaixo:

```

1  %filtrando os dados (filtro de média móvel)
2  window_size = 10;
3  figure;
4  f_output = movmean_filter(output, window_size);

```

Listing 2: Filtragem do sinal. Fonte: Autor.

De forma que `movmean-filter` é uma função definida da seguinte forma:

```

1 function filtered_output = movmean_filter(output, window_size)
2     % Verifica se o tamanho da janela é válido
3     if window_size < 1 || window_size > numel(output)
4         error('O tamanho da janela é inválido!');
5     end
6
7     % Calcula a média móvel e preenche o vetor de saída filtrado
8     filtered_output = movmean(output, window_size);
9
10    % Plota os dados de entrada e saída filtrados
11    plot(output, 'r', 'LineWidth', 0.5); % Dados de entrada
12    hold on
13    plot(filtered_output, 'b', 'LineWidth', 1); % Dados filtrados
14    hold off
15
16    % Configura o eixo do gráfico
17    grid on
18    legend('Dados de entrada', 'Dados filtrados');
19    xlabel('Amostras');
20    ylabel('Valor');
21    title('Dados com e sem filtro (Média Móvel)');
22 end

```

Listing 3: Função para filtragem do sinal. Fonte: Autor.

Ao fim da execução do código acima temos o sinal filtrado e um plot exibindo as duas curvas sobrepostas.

3.3 Estimação dos Parâmetros

Após a filtragem, os dados foram submetidos aos métodos presentes na seção (2.4). O trecho de código responsável por essa tarefa é mostrado abaixo:

```

1 % Aplicar a função fo_Smith em time e f_output
2 [K_smith, theta_smith, tau_smith] = fo_Smith(time, f_output);
3 num_smith = K_smith;
4 den_smith = [tau_smith, 1];
5 G_smith = tf(num_smith, den_smith, 'InputDelay', theta_smith);

```

Listing 4: Estimação dos Parâmetros. Fonte: Autor.

Similar ao método de *Smith* os outros métodos são aplicados ao(s) conjunto(s) de dados. O restante do código foi suprimido para evitar redundância. Abaixo são apresentados os códigos para o método de HAG. Para verificar a implementação dos outros métodos basta visitar o link presente no **Apêndice A: Repositório com as implementações**.

```

1 function [K, theta, tau] = fo_Hagglund(time, output)
2     y0 = abs(output(1));
3     y_final = abs(output(end));
4     y_632 = y0 + 0.632 * y_final;
5     slope = diff(abs(output))./diff(time);
6     max_slope = max(slope);
7     max_slope_idx = find(slope >= max_slope , 1);
8     yTangent = (time - time(max_slope_idx))*slope(max_slope_idx)+
           output(max_slope_idx);
9     index_t1 = find(yTangent >= y0, 1);
10    index_t2 = find(yTangent >= y_632, 1);
11    t1 = time(index_t1);
12    t2 = time(index_t2);
13    K = y_final / 1;
14    tau = t2 - t1;
15    theta = t1;
16    if theta < 0
17        theta = 0;
18    end
19 end

```

Listing 5: Método de Hagglund. Fonte: Autor.

3.4 Avaliação do Modelo estimado

Por fim, a resposta ao degrau da Função de Transferência estimada é exibida para os diferentes métodos sobreposta à curva gerada com os dados presente do *dataset*, mais detalhes na seção (4). A reta tangente ao ponto de máxima flexão também é mostrada junto dos valores de interesse.

```

1     % Reta tangente ao ponto de máxima flexão
2     figure;
3     plot_tangent_line(time, abs(f_output));
4     disp('Metodo de Smith:');
5     % Resposta do sistema para G(S) aproximada
6     figure;
7     title(titles{4});
8     plot_result(time, f_output, G_array(4));
9     display_transfer_function(K_smith, tau_smith, tau_smith,
           theta_smith, 1);
10
11    % Avalia o da funcao estimada
12    benchmark(time, f_output, G_smith);

```

Listing 6: Avaliação dos Parâmetros. Fonte: Autor.

Similar ao método de *Smith* os outros métodos são submetidos as avaliações de erro. O restante do código foi suprimido para evitar redundância. Os códigos responsáveis por realizar os cálculos de erro são mostrados abaixo:

```

1 function mse(real_output, predicted_output)
2     if numel(real_output) ~= numel(predicted_output)
3         error('Input vectors must have the same size');
4     end
5     mse = sum((real_output - predicted_output).^2) / numel(
6         real_output);
7     disp(['Mean Squared Error (MAE): ', num2str(mse)]);
8 end

```

Listing 7: MSE. Fonte: Autor.

```

1 function iae(real_output, predicted_output)
2     if numel(real_output) ~= numel(predicted_output)
3         error('Input vectors must have the same size');
4     end
5     iae = sum(abs(real_output - predicted_output));
6     disp(['Integral Absolute Error (IAE): ', num2str(iae)]);
7 end

```

Listing 8: IAE. Fonte: Autor.

```

1 function ise(real_output, predicted_output)
2     if numel(real_output) ~= numel(predicted_output)
3         error('Input vectors must have the same size');
4     end
5     ise = sum((real_output - predicted_output).^2);
6     disp(['Integral Square Error (ISE): ', num2str(ise)]);
7 end

```

Listing 9: ISE. Fonte: Autor.

```

1 function itae(real_output, predicted_output, time)
2     if numel(real_output) ~= numel(predicted_output)
3         error('Input vectors must have the same size');
4     end
5     itae = sum((time .* abs(real_output - predicted_output)));
6     disp(['Integral Time Absolute Error (ITAE): ', num2str(itae)]);
7 end

```

Listing 10: ITAE. Fonte: Autor.

4 Resultados

4.1 Resultados para o conjunto de dados 1

```

1 -----
2 Metodo de Mollenkamp:
3  $G(s) = 1.0002 \cdot e^{(-0s)} / (0.14342s + 1)(0.0024791s + 1)$ 
4 -----
5 Metodo de Sundaresan Krishnaswamy:
6  $G(s) = 1 \cdot e^{(-0s)} / 0.15s + 1$ 
7 -----
8 Metodo de Ziegler-Nichols:
9  $G(s) = 1.0002 \cdot e^{(-0.013816s)} / 0.11512s + 1$ 
10 -----
11 Metodo de Smith:
12  $G(s) = 1 \cdot e^{(-0.01s)} / 0.12s + 1$ 
13 -----
14 Metodo de Hagglund:
15  $G(s) = 1.0002 \cdot e^{(-0.013816s)} / 0.078287s + 1$ 

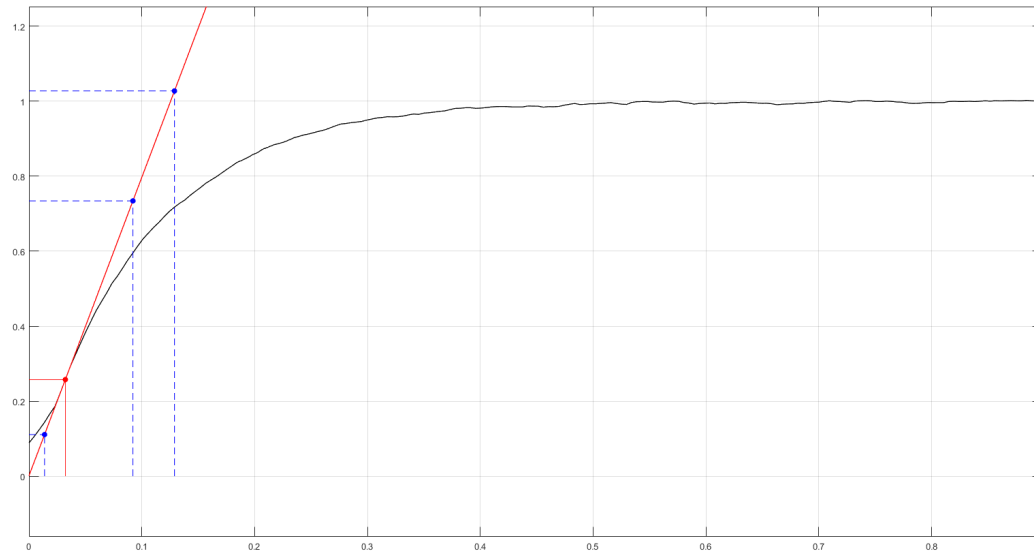
```

Listing 11: Funções de Transferência C1. Fonte: Autor.

Tabela 1: Comparação dos Métodos

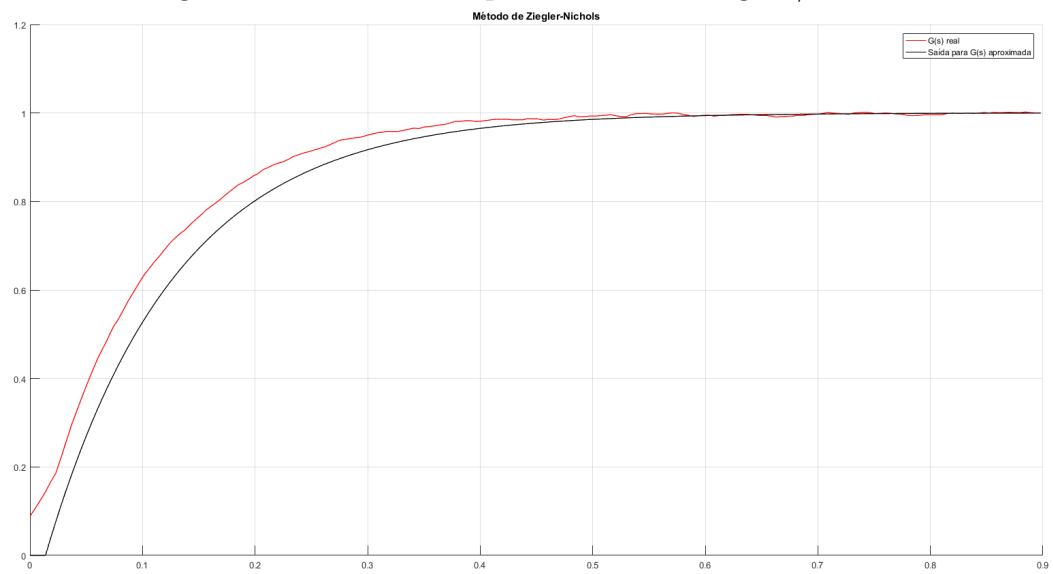
Método	Indicadores de Desempenho			
	MAE	IAE	ISE	ITAE
Método de Mollenkamp	0.0050054	9.1031	0.98105	1.6458
Método de Sundaresan	0.0051182	10.4256	1.0032	2.4979
Método de Ziegler-Nichols	0.0023612	6.0411	0.4628	1.0206
Método de Smith	0.0022693	6.2484	0.44478	1.1543
Método de Hagglund	0.00096341	3.8389	0.18883	0.78533

Figura 3: Reta tangente ao ponto de máxima flexão



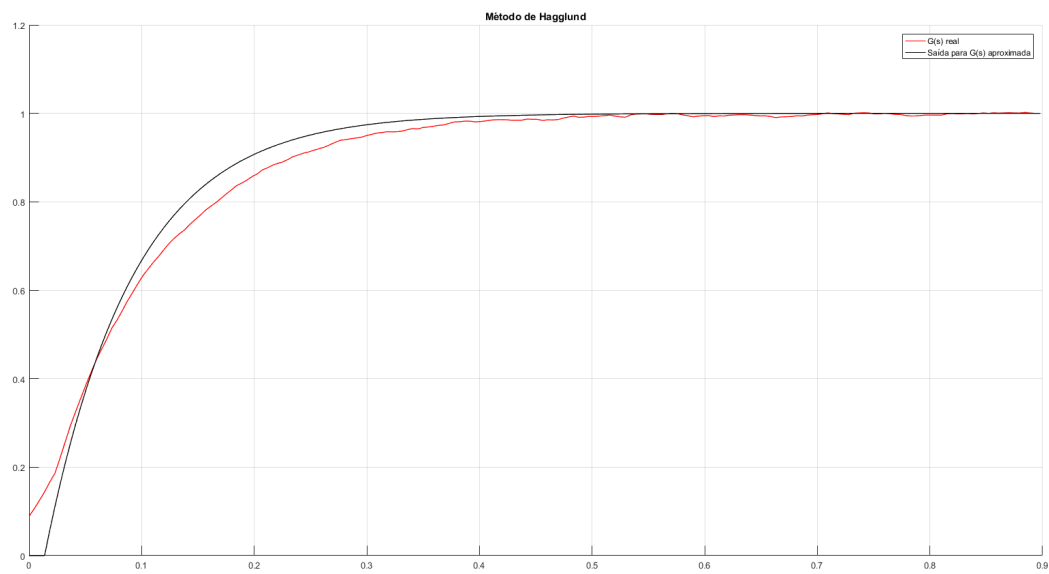
Fonte: Autor

Figura 4: Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols



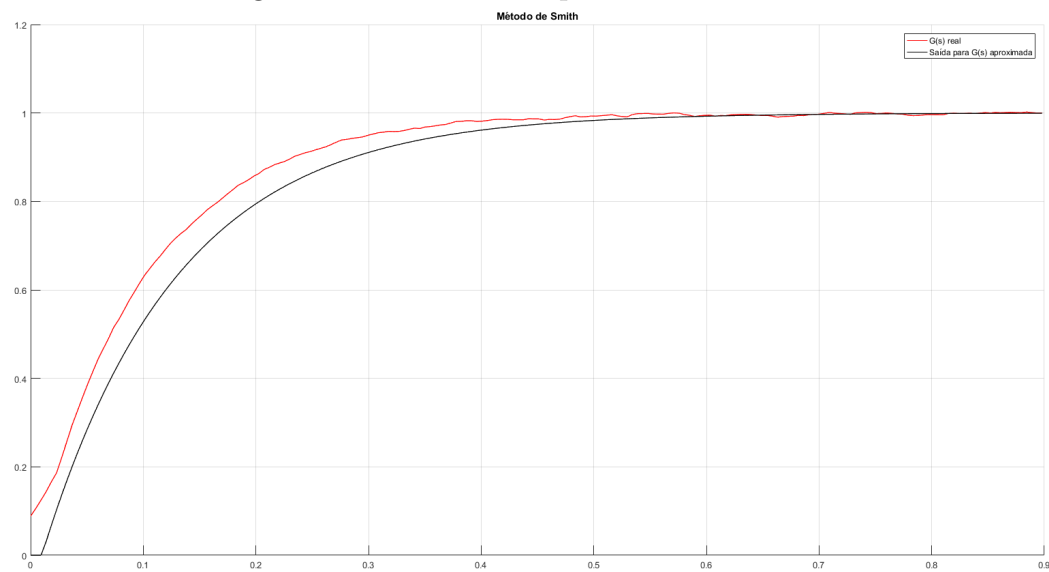
Fonte: Autor

Figura 5: Sinal de saída para o método Hägglund



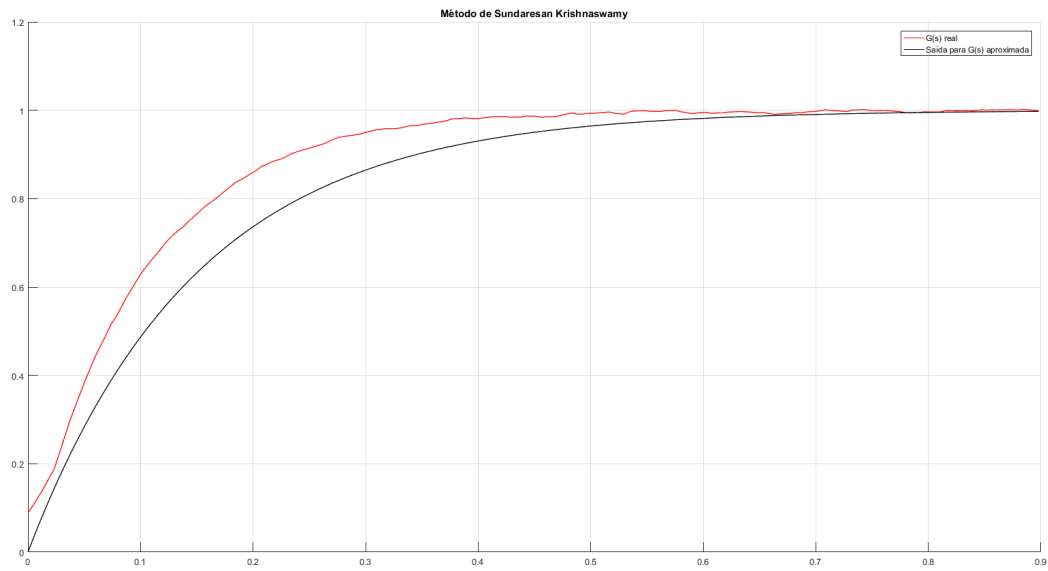
Fonte: Autor

Figura 6: Sinal de saída para o método Smith



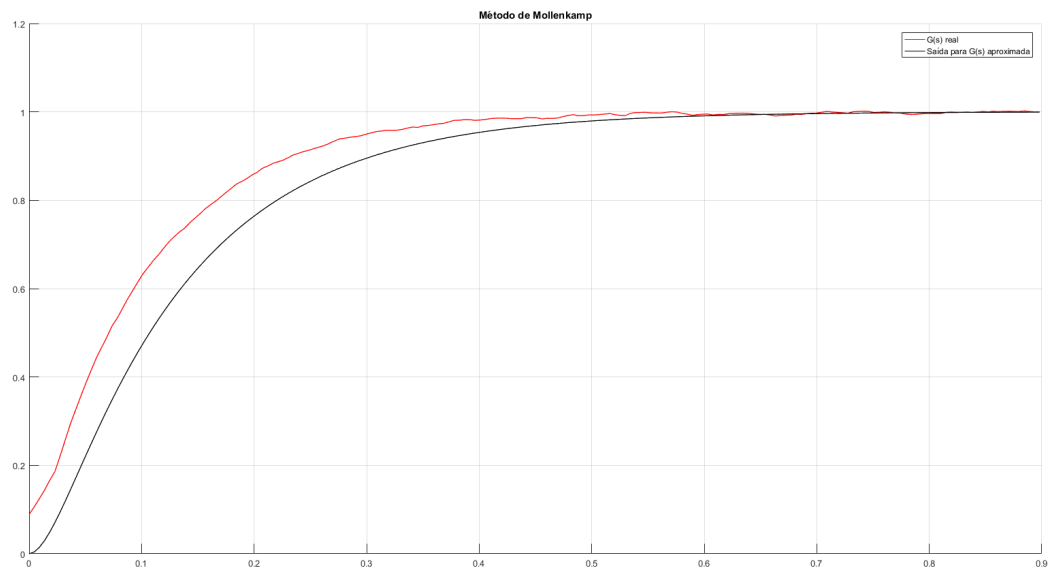
Fonte: Autor

Figura 7: Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy



Fonte: Autor

Figura 8: Sinal de saída para o método Mollenkamp



Fonte: Autor

4.2 Resultados para o conjunto de dados 2

```

1 -----
2 Metodo de Mollenkamp:
3  $G(s) = 2.0699 \cdot e^{(-2.7044s)} / (0.75233s + 1)(0.28487s + 1)$ 
4 -----
5 Metodo de Sundaresan Krishnaswamy:
6  $G(s) = 2.07 \cdot e^{(-3.08s)} / 0.62s + 1$ 
7 -----
8 Metodo de Ziegler-Nichols:
9  $G(s) = 2.0699 \cdot e^{(-3.4078s)} / 0.7829s + 1$ 
10 -----
11 Metodo de Smith:
12  $G(s) = 2.07 \cdot e^{(-3.02s)} / 0.62s + 1$ 
13 -----
14 Metodo de Hagglund:
15  $G(s) = 2.0699 \cdot e^{(-3.4078s)} / 0.5066s + 1$ 

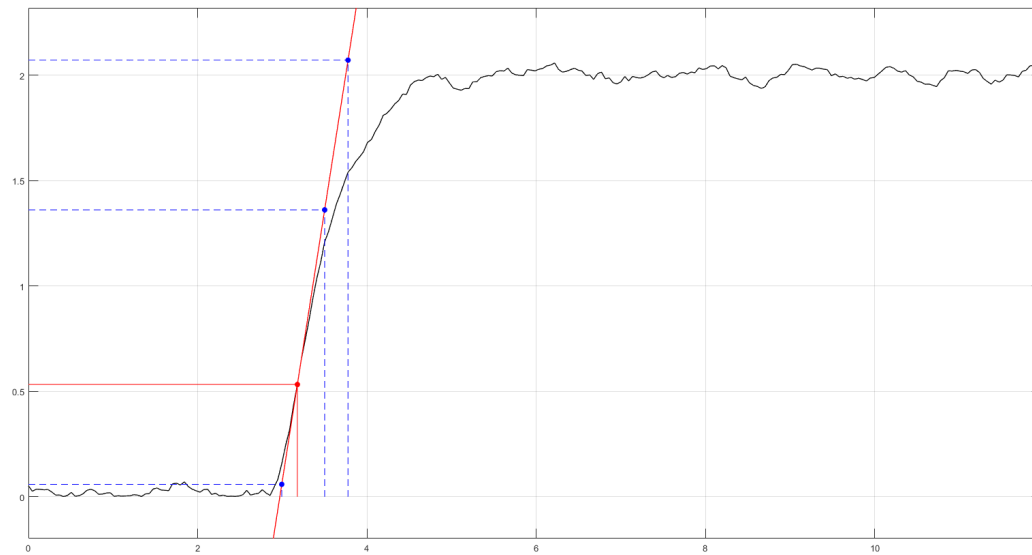
```

Listing 12: Funções de Trasnferência C2. Fonte: Autor.

Tabela 2: Comparação dos Métodos

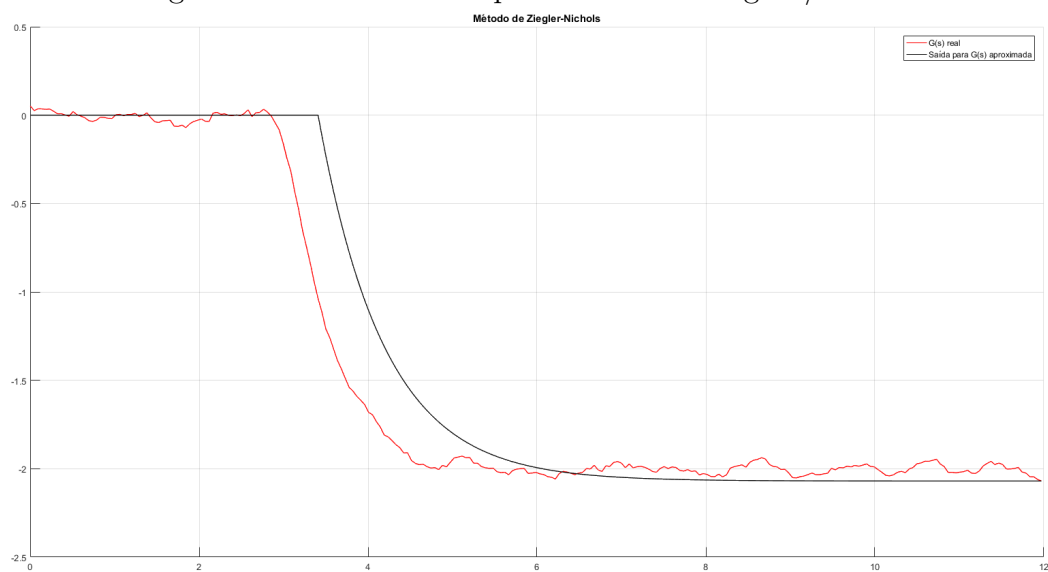
Método	Indicadores de Desempenho			
	MAE	IAE	ISE	ITAE
Método de Mollenkamp	0.0069641	17.917	1.8176	116.3679
Método de Sundaresan	0.0059731	15.7183	1.559	100.9037
Método de Ziegler-Nichols	0.063008	34.6121	16.445	173.2494
Método de Smith	0.0036036	13.2597	0.94053	92.3591
Método de Hagglund	0.037397	25.9053	9.7606	137.9372

Figura 9: Reta tangente ao ponto de máxima flexão



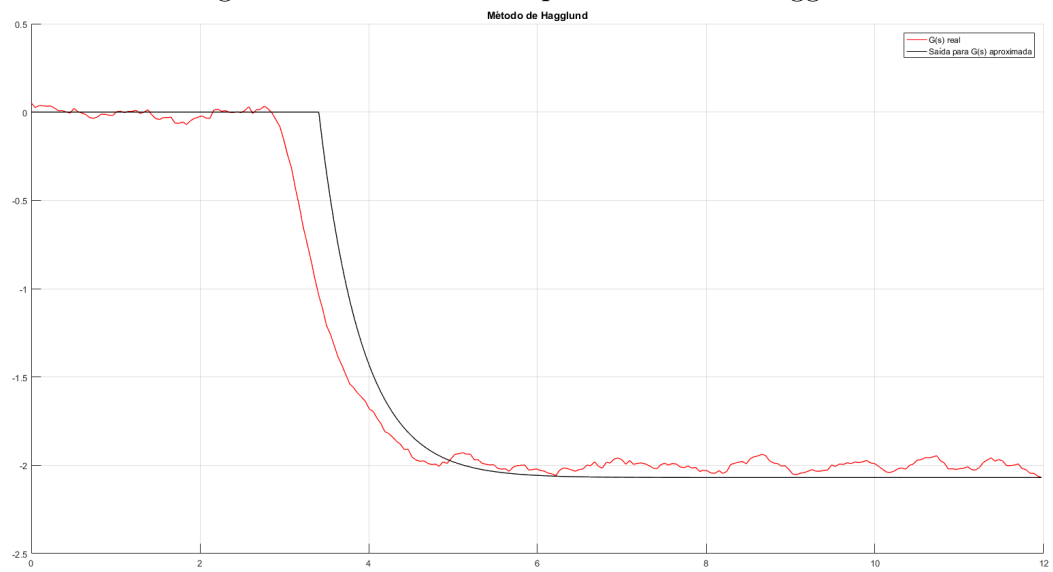
Fonte: Autor

Figura 10: Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols



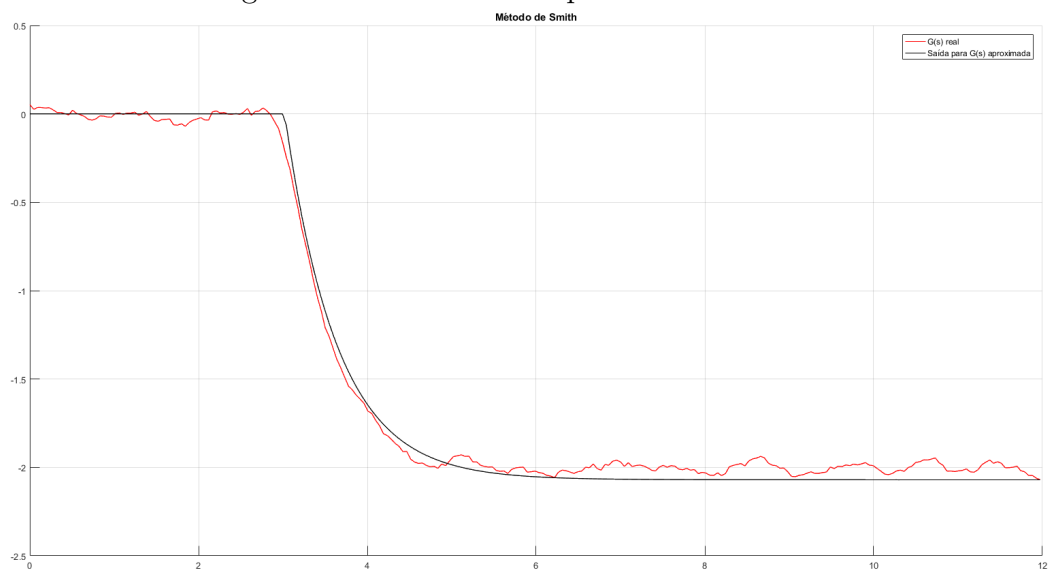
Fonte: Autor

Figura 11: Sinal de saída para o método Hägglund



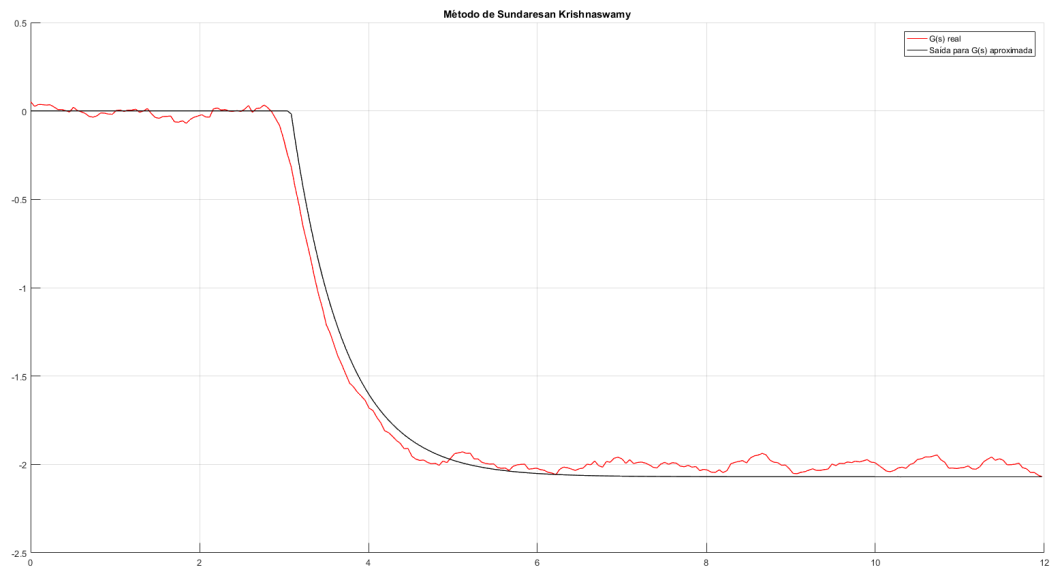
Fonte: Autor

Figura 12: Sinal de saída para o método Smith



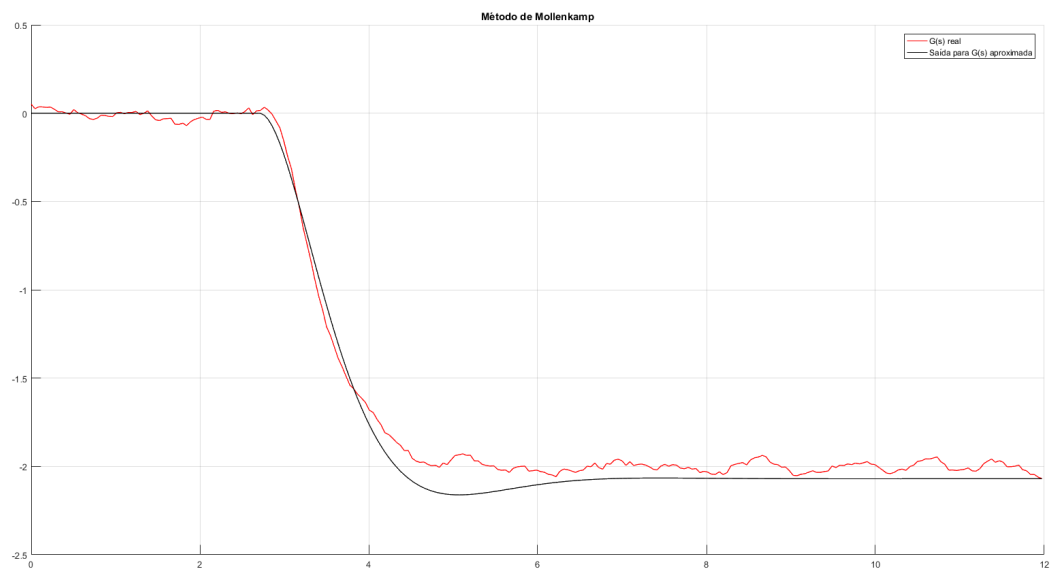
Fonte: Autor

Figura 13: Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy



Fonte: Autor

Figura 14: Sinal de saída para o método Mollenkamp



Fonte: Autor

4.3 Resultados para o conjunto de dados 3

```

1 -----
2 Metodo de Mollenkamp:
3  $G(s) = 1.0056 \cdot e^{(-0.05897s)} / (0.64058s + 1)(0.35842s + 1)$ 
4 -----
5 Metodo de Sundaresan Krishnaswamy:
6  $G(s) = 1.01 \cdot e^{(-0.51s)} / 0.43s + 1$ 
7 -----
8 Metodo de Ziegler-Nichols:
9  $G(s) = 1.0056 \cdot e^{(-0.27631s)} / 1.1053s + 1$ 
10 -----
11 Metodo de Smith:
12  $G(s) = 1.01 \cdot e^{(-0.39s)} / 0.62s + 1$ 
13 -----
14 Metodo de Hagglund:
15  $G(s) = 1.0056 \cdot e^{(-0.27631s)} / 0.73679s + 1$ 

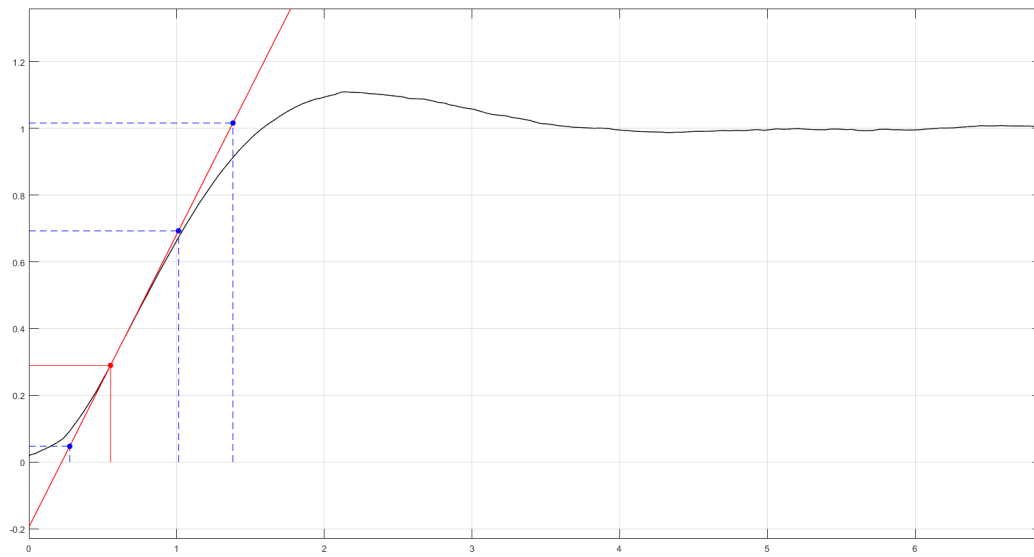
```

Listing 13: Funções de Trasnferência C3. Fonte: Autor.

Tabela 3: Comparação dos Métodos

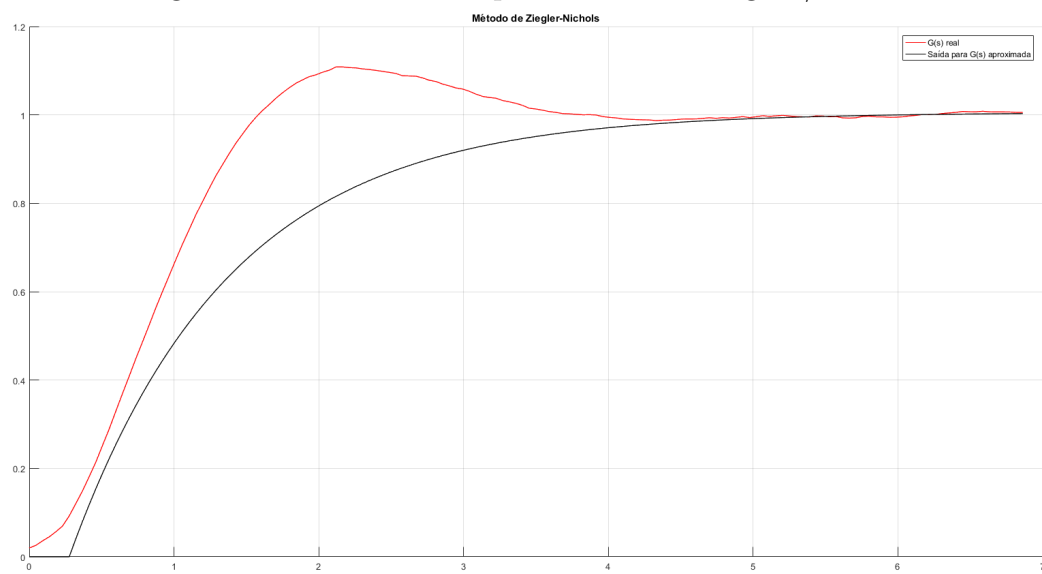
Método	Indicadores de Desempenho			
	MAE	IAE	ISE	ITAE
Método de Mollenkamp	0.00047987	2.4583	0.07198	5.137
Método de Sundaresan	0.0040106	6.349	0.60159	13.3186
Método de Ziegler-Nichols	0.020976	14.528	3.1464	28.836
Método de Smith	0.0051701	7.4688	0.77551	16.1484
Método de Hagglund	0.0064065	7.712	0.96097	16.6492

Figura 15: Reta tangente ao ponto de máxima flexão



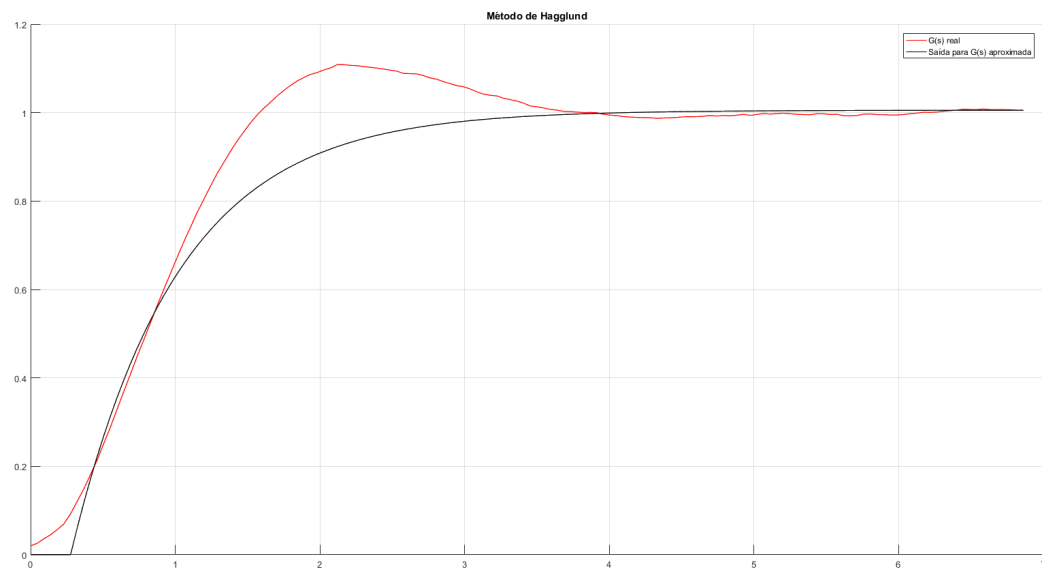
Fonte: Autor

Figura 16: Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols



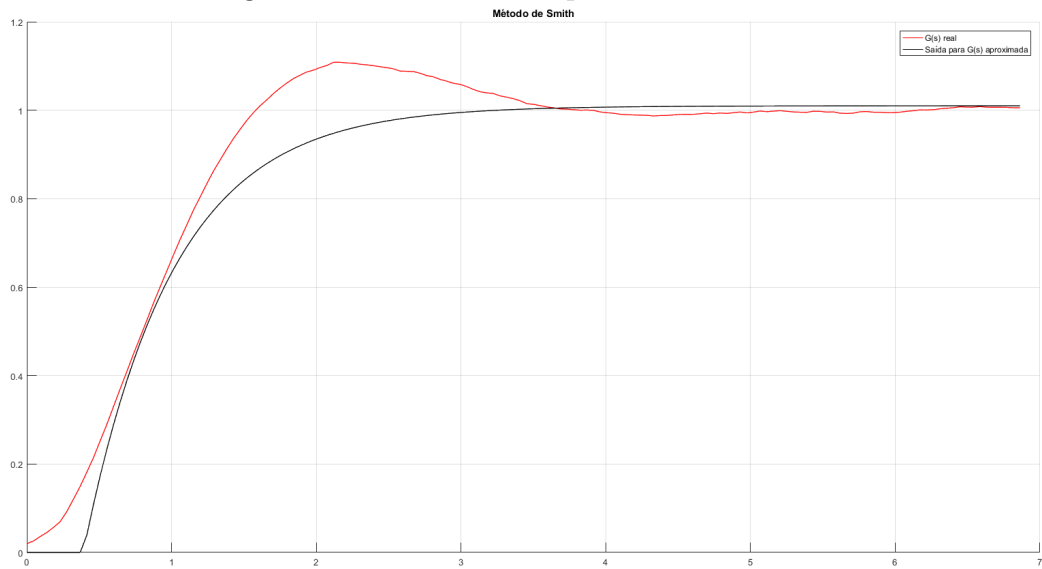
Fonte: Autor

Figura 17: Sinal de saída para o método Hägglund



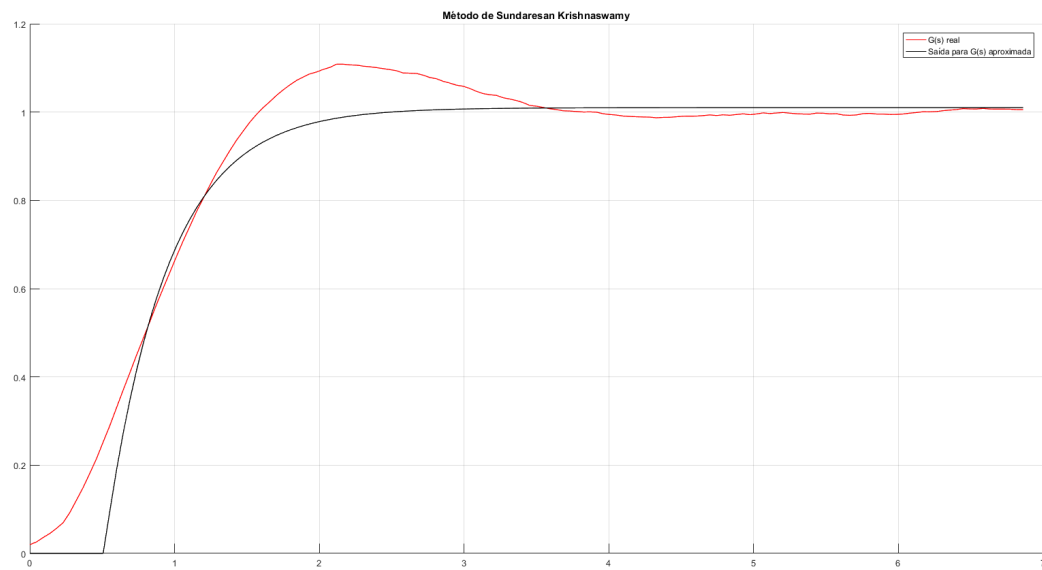
Fonte: Autor

Figura 18: Sinal de saída para o método Smith



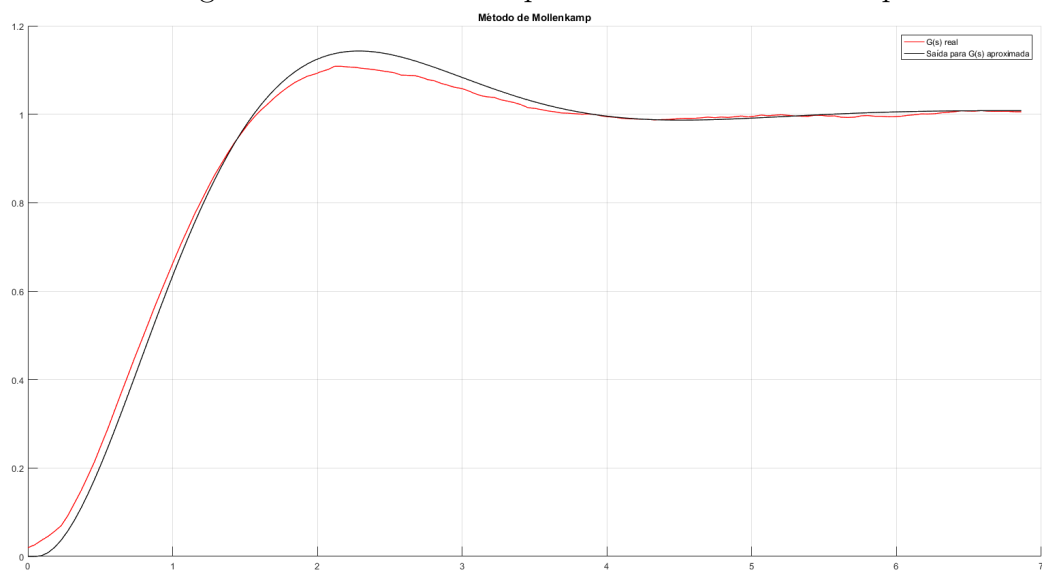
Fonte: Autor

Figura 19: Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy



Fonte: Autor

Figura 20: Sinal de saída para o método Mollenkamp



Fonte: Autor

4.4 Resultados para o conjunto de dados 4

```

1 -----
2 Metodo de Mollenkamp:
3  $G(s) = 1.9135 \cdot e^{(-2.1246s)} / (0.83627s + 1)(0.10764s + 1)$ 
4 -----
5 Metodo de Sundaresan Krishnaswamy:
6  $G(s) = 1.91 \cdot e^{(-2.35s)} / 0.6s + 1$ 
7 -----
8 Metodo de Ziegler-Nichols:
9  $G(s) = 1.9135 \cdot e^{(-2.2719s)} / 0.7675s + 1$ 
10 -----
11 Metodo de Smith:
12  $G(s) = 1.91 \cdot e^{(-2.27s)} / 0.64s + 1$ 
13 -----
14 Metodo de Hagglund:
15  $G(s) = 1.9135 \cdot e^{(-2.2719s)} / 0.4912s + 1$ 

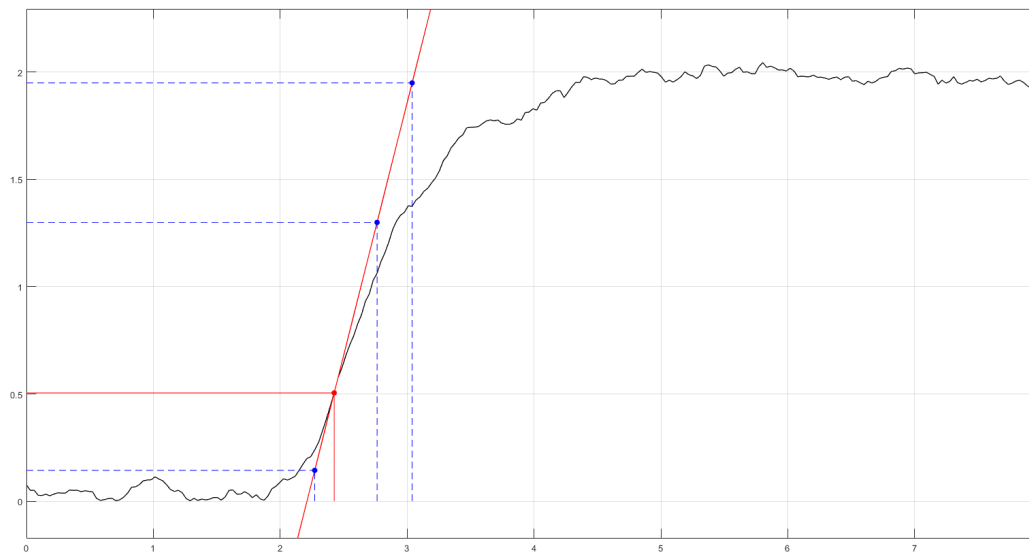
```

Listing 14: Funções de Trasnferência C4. Fonte: Autor.

Tabela 4: Comparação dos Métodos

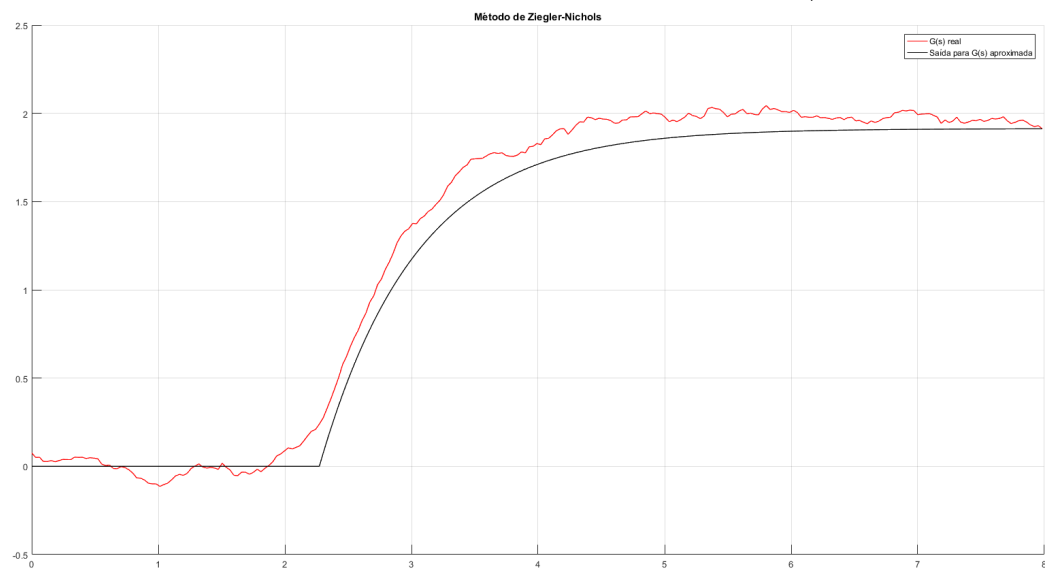
Método	Indicadores de Desempenho			
	MAE	IAE	ISE	ITAE
Método de Mollenkamp	0.0081132	20.9502	2.1175	86.4333
Método de Sundaresan	0.0093409	20.8523	2.438	83.7522
Método de Ziegler-Nichols	0.013147	25.8321	3.4315	104.2414
Método de Smith	0.0065199	18.3707	1.7017	78.006
Método de Hagglund	0.0059643	17.1491	1.5567	69.8835

Figura 21: Reta tangente ao ponto de máxima flexão



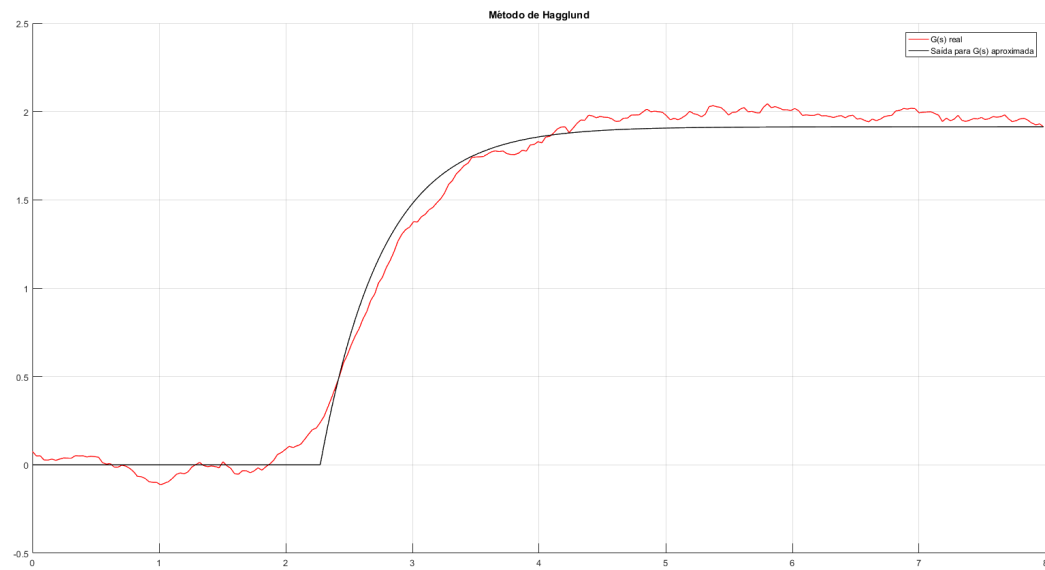
Fonte: Autor

Figura 22: Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols



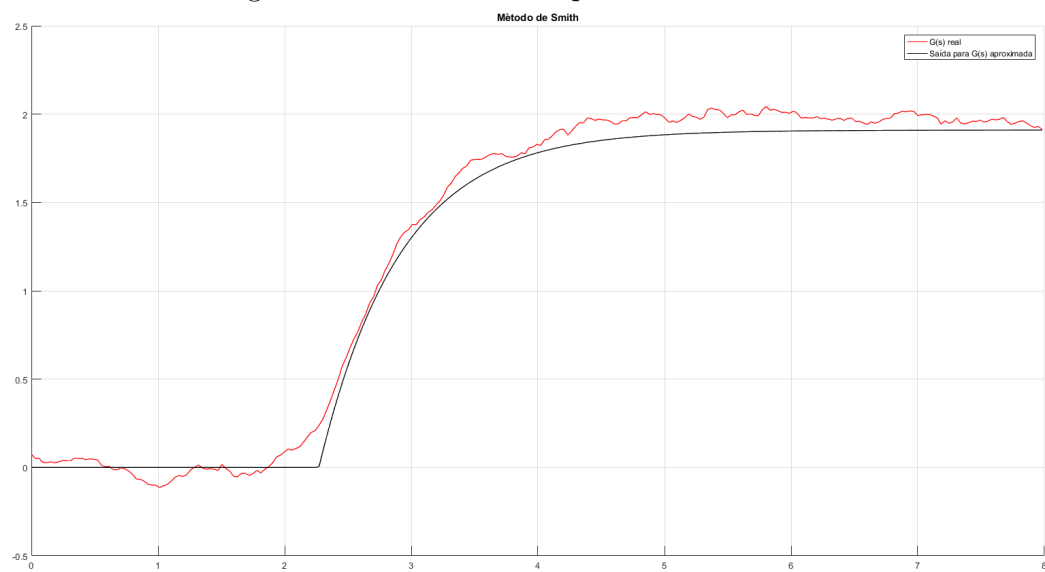
Fonte: Autor

Figura 23: Sinal de saída para o método Hägglund



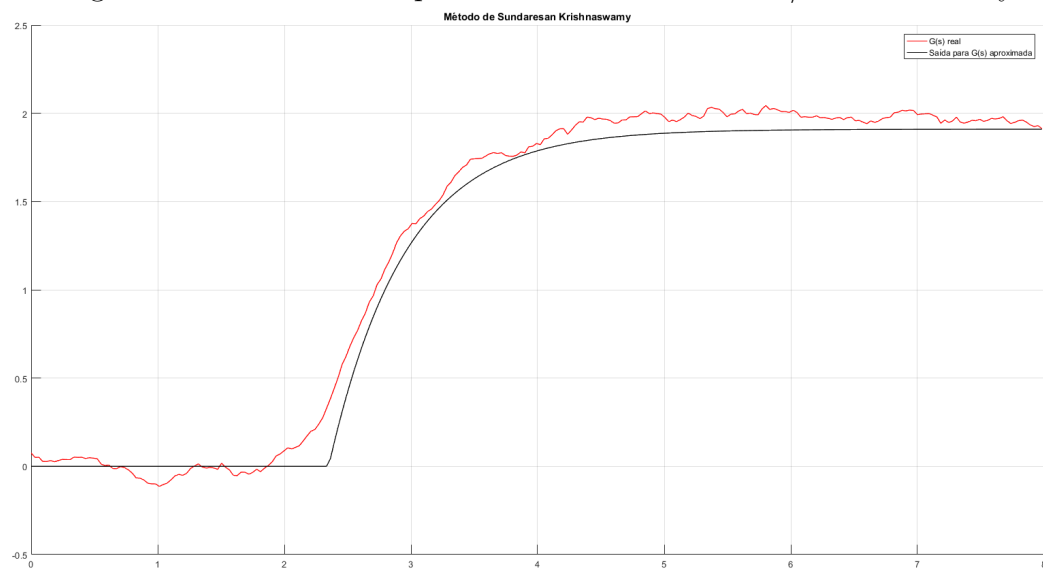
Fonte: Autor

Figura 24: Sinal de saída para o método Smith



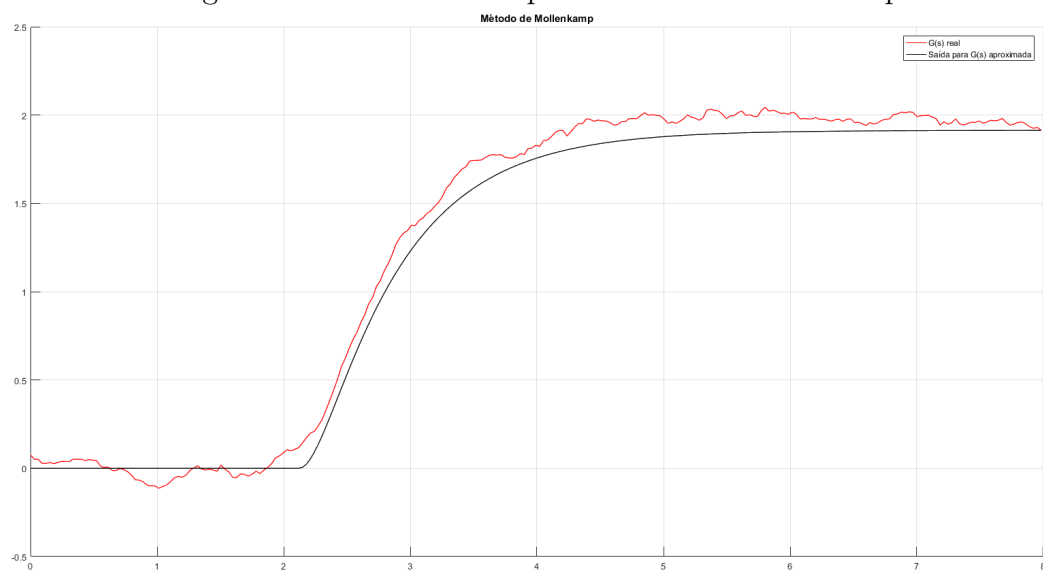
Fonte: Autor

Figura 25: Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy



Fonte: Autor

Figura 26: Sinal de saída para o método Mollenkamp



Fonte: Autor

4.5 Resultados para o conjunto de dados 5

```

1 -----
2 Metodo de Mollenkamp:
3  $G(s) = 0.67415 \cdot e^{(-1.1434s)} / (1.2879s + 1)(0.55992s + 1)$ 
4 -----
5 Metodo de Sundaresan Krishnaswamy:
6  $G(s) = 0.67 \cdot e^{(-1.98s)} / 0.37s + 1$ 
7 -----
8 Metodo de Ziegler-Nichols:
9  $G(s) = 0.67415 \cdot e^{(-1.796s)} / 0.9211s + 1$ 
10 -----
11 Metodo de Smith:
12  $G(s) = 0.67 \cdot e^{(-1.84s)} / 0.55s + 1$ 
13 -----
14 Metodo de Hagglund:
15  $G(s) = 0.67415 \cdot e^{(-1.796s)} / 0.5526s + 1$ 

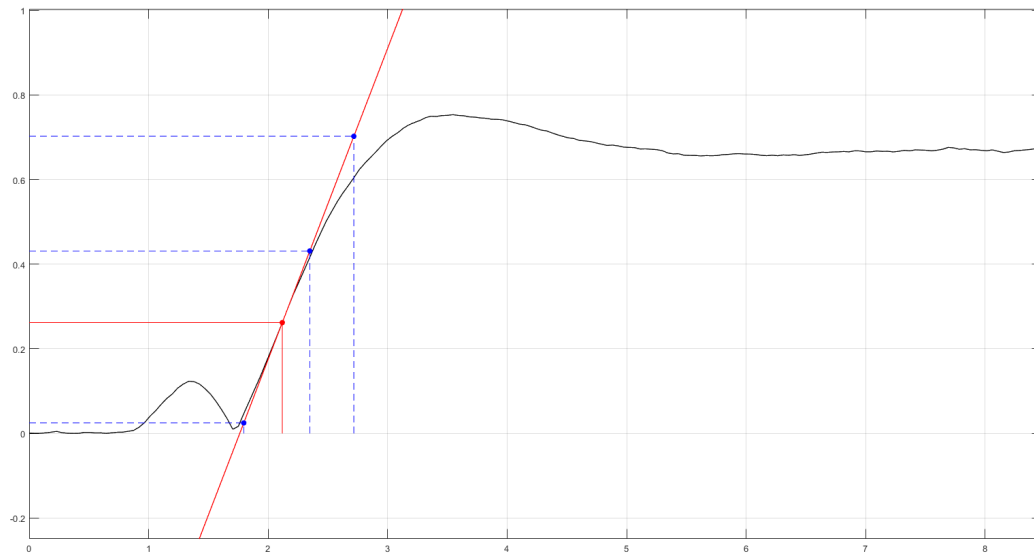
```

Listing 15: Funções de Trasnferência C5. Fonte: Autor.

Tabela 5: Comparação dos Métodos

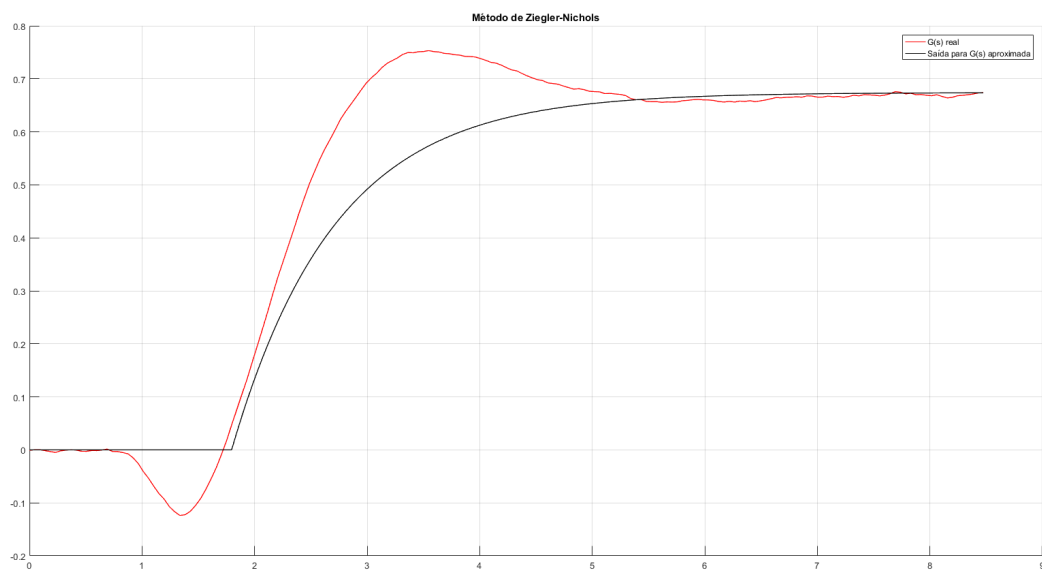
Método	Indicadores de Desempenho			
	MAE	IAE	ISE	ITAE
Método de Mollenkamp	0.0060683	9.5228	1.1226	29.3298
Método de Sundaresan	0.0022922	5.6338	0.42406	17.0065
Método de Ziegler-Nichols	0.0076122	10.3709	1.4083	32.7997
Método de Smith	0.0027227	6.1647	0.5037	19.3652
Método de Hagglund	0.0024346	6.046	0.4504	19.6876

Figura 27: Reta tangente ao ponto de máxima flexão



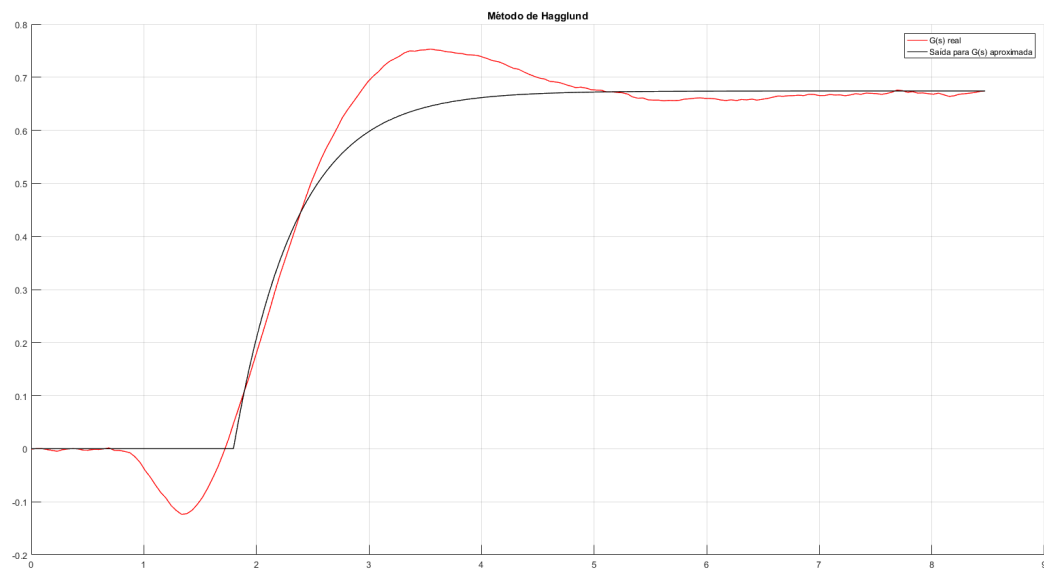
Fonte: Autor

Figura 28: Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols



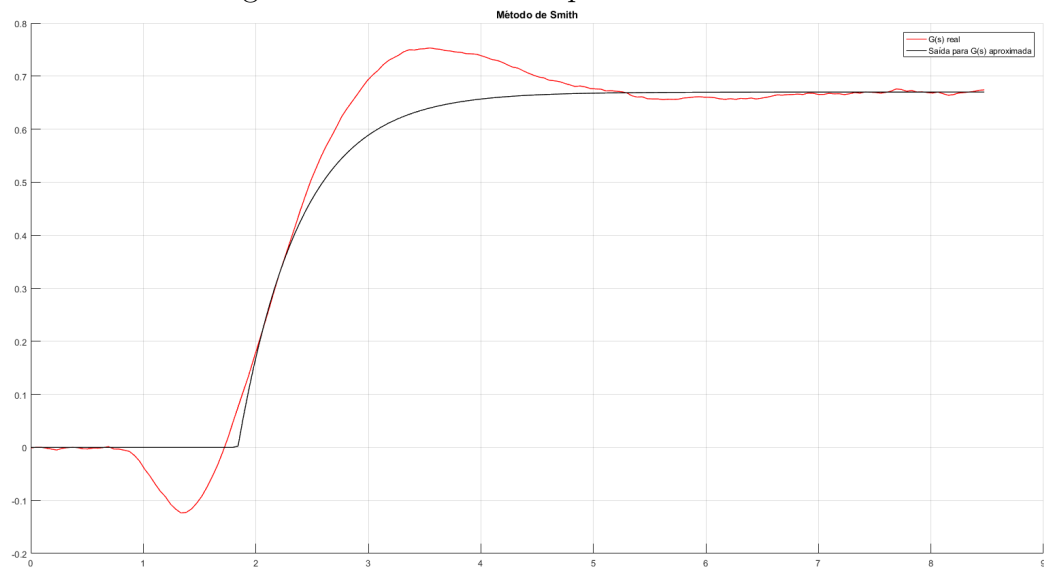
Fonte: Autor

Figura 29: Sinal de saída para o método Hägglund



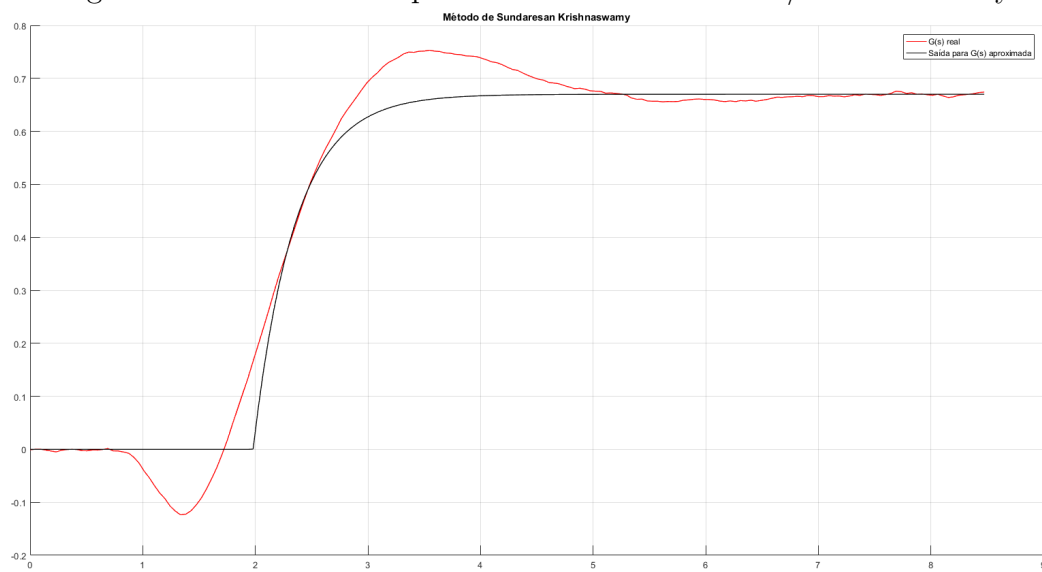
Fonte: Autor

Figura 30: Sinal de saída para o método Smith



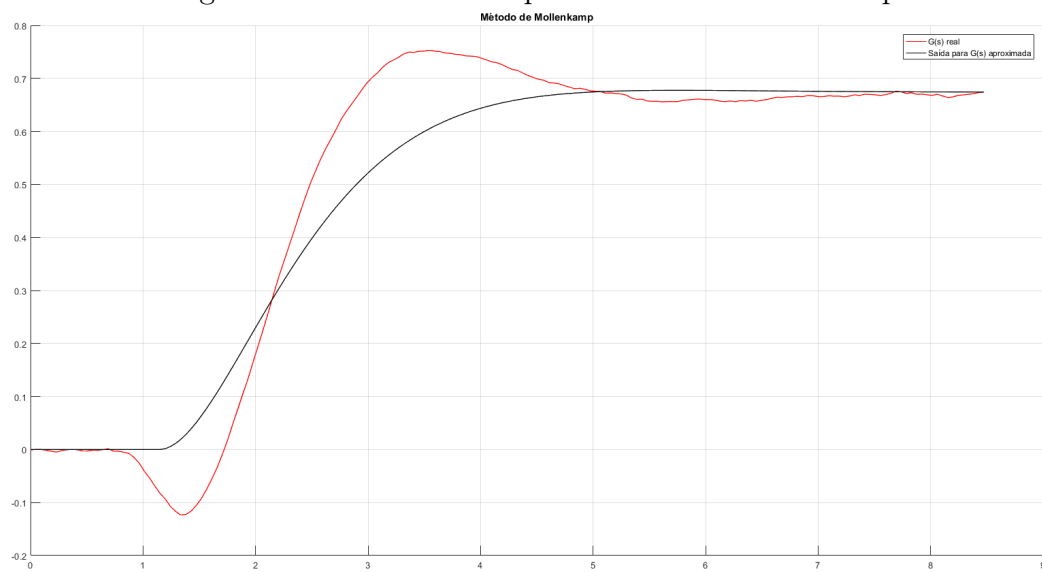
Fonte: Autor

Figura 31: Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy



Fonte: Autor

Figura 32: Sinal de saída para o método Mollenkamp



Fonte: Autor

4.6 Resultados para o conjunto de dados 6

```

1 -----
2 Metodo de Mollenkamp:
3  $G(s) = 0.0020198 * e^{(-4.1358s)} / (0.22609s + 1)(0.06505s + 1)$ 
4 -----
5 Metodo de Sundaresan Krishnaswamy:
6  $G(s) = 0 * e^{(-4.38s)} / 0.15s + 1$ 
7 -----
8 Metodo de Ziegler-Nichols:
9  $G(s) = 0.0020198 * e^{(-4.3289s)} / 0.2118s + 1$ 
10 -----
11 Metodo de Smith:
12  $G(s) = 0 * e^{(-4.3s)} / 0.21s + 1$ 
13 -----
14 Metodo de Hagglund:
15  $G(s) = 0.0020198 * e^{(-4.3289s)} / 0.1381s + 1$ 

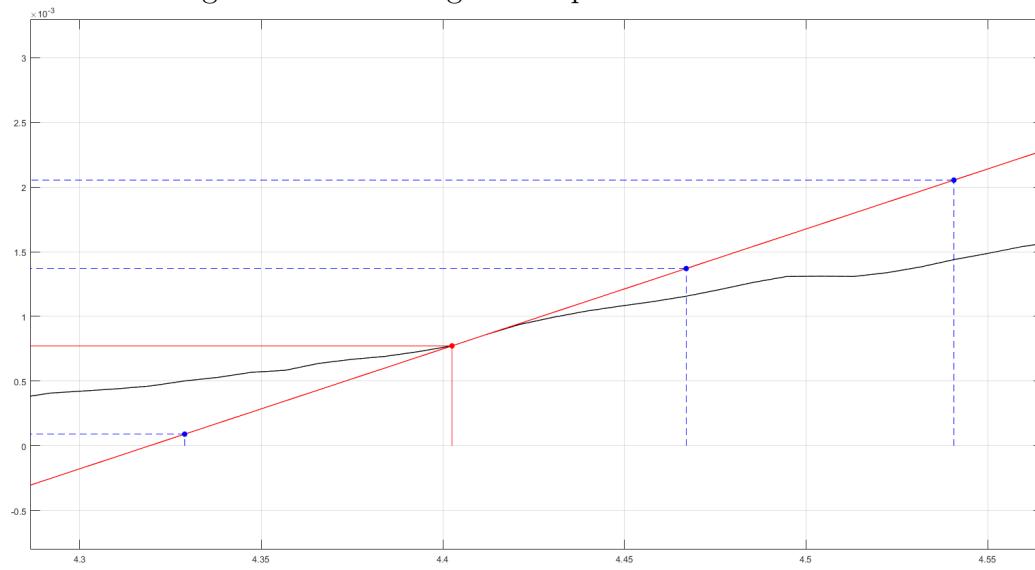
```

Listing 16: Funções de Trasnferência C6. Fonte: Autor.

Tabela 6: Comparação dos Métodos

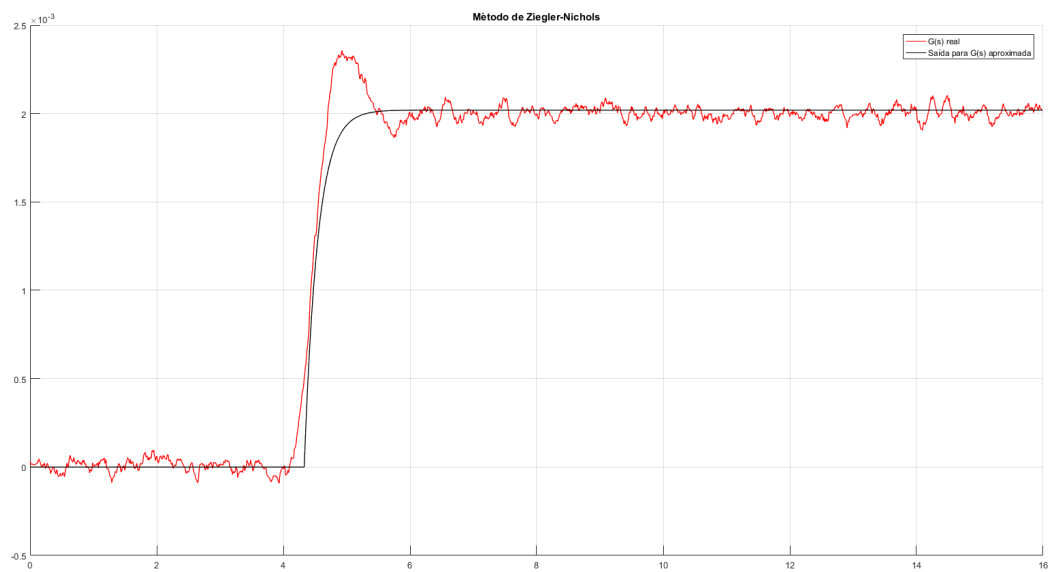
Método	Indicadores de Desempenho			
	MAE	IAE	ISE	ITAE
Método de Mollenkamp	2.0791×10^{-9}	0.060978	3.6114×10^{-6}	0.45861
Método de Sundaresan	2.9172×10^{-6}	2.5421	0.0050672	25.7845
Método de Ziegler-Nichols	8.9149×10^{-9}	0.087856	1.5485×10^{-5}	0.58436
Método de Smith	2.9172×10^{-6}	2.5421	0.0050672	25.7845
Método de Hagglund	5.8351×10^{-9}	0.077101	1.0136×10^{-5}	0.53356

Figura 33: Reta tangente ao ponto de máxima flexão



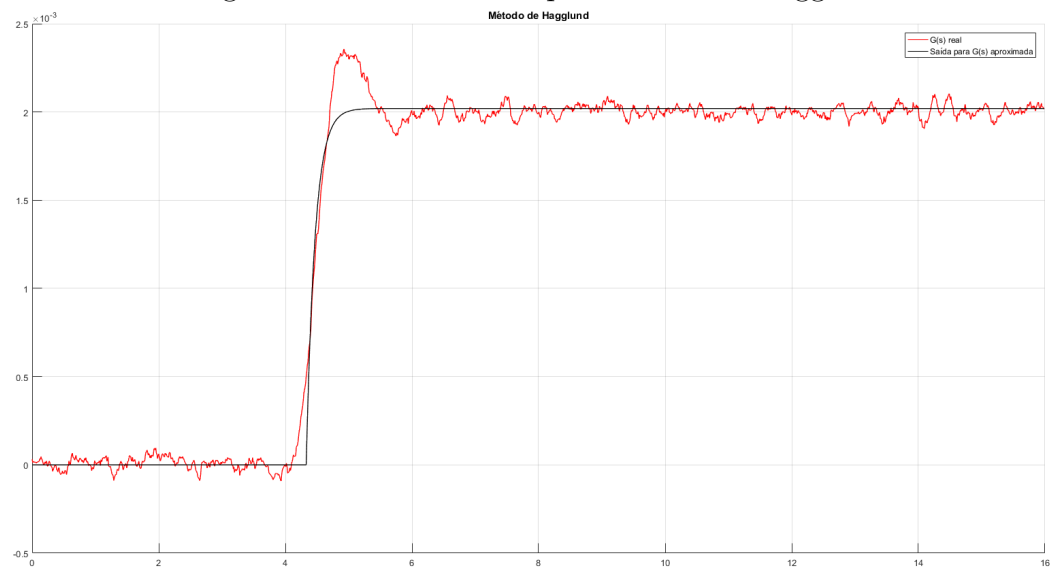
Fonte: Autor

Figura 34: Sinal de saída para o método Ziegler / Nichols



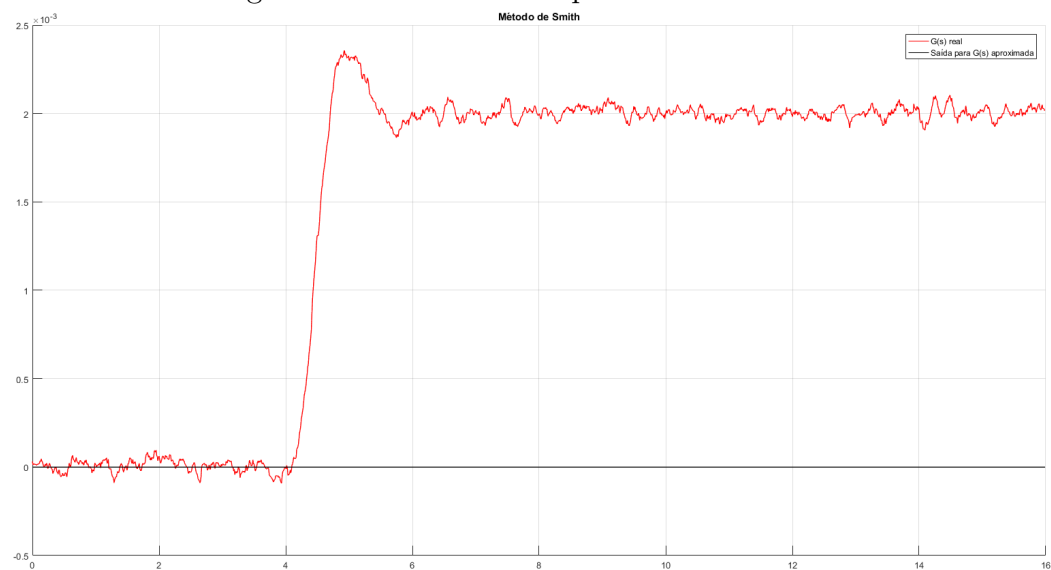
Fonte: Autor

Figura 35: Sinal de saída para o método Hägglund



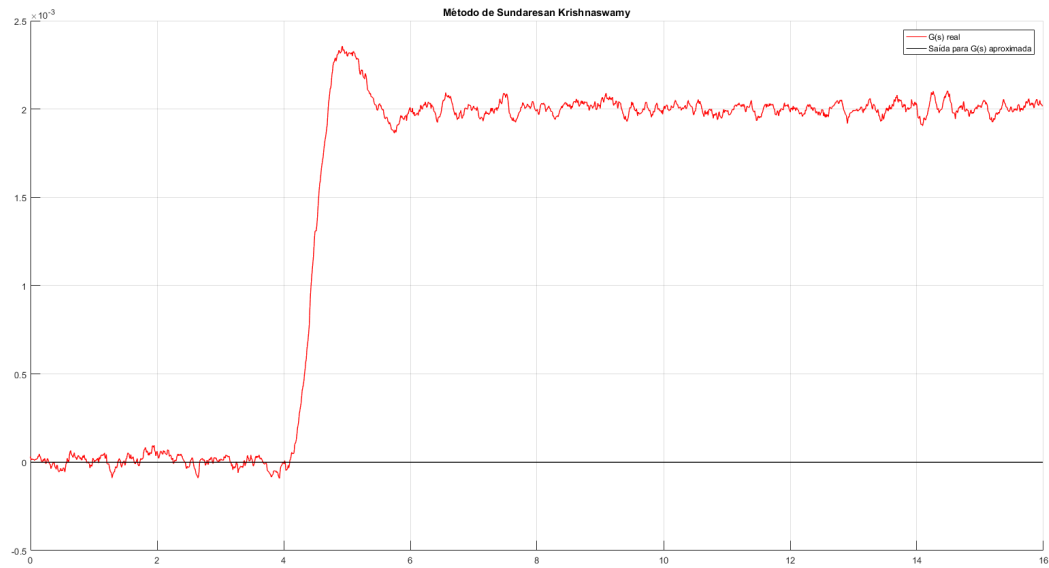
Fonte: Autor

Figura 36: Sinal de saída para o método Smith



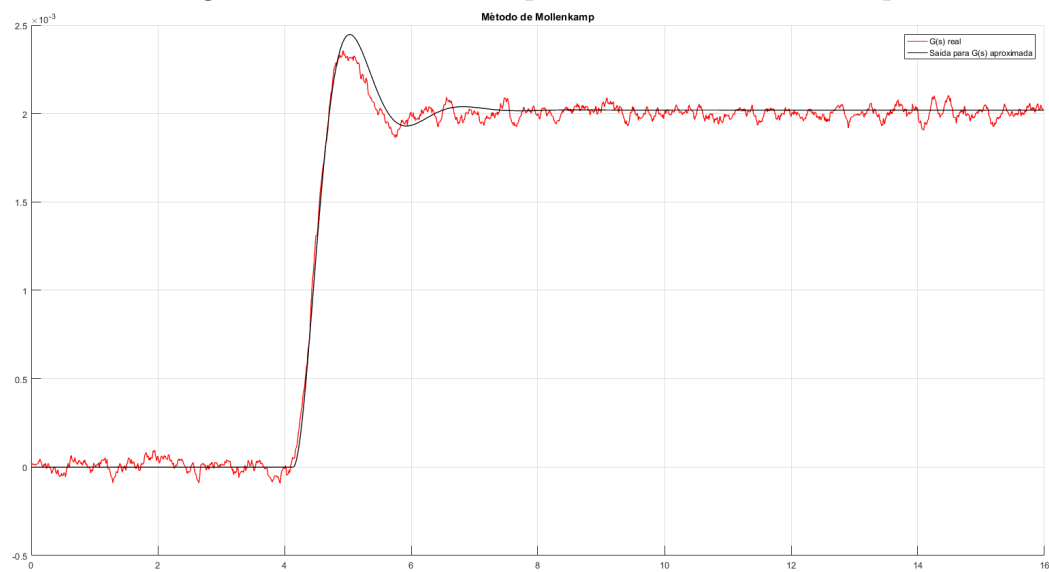
Fonte: Autor

Figura 37: Sinal de saída para o método Sundaresan / Krishnaswamy



Fonte: Autor

Figura 38: Sinal de saída para o método Mollenkamp



Fonte: Autor

5 Conclusão

Em conclusão, este relatório científico investigou a identificação de sistemas utilizando métodos determinísticos, avaliando seis conjuntos de dados por meio dos métodos de Ziegler-Nichols, Hägglund, Smith, Sundaresan/Krishnaswamy e Mollenkamp. O desempenho dos resultados foi avaliado por meio de métricas importantes, incluindo o IAE (Integral of Absolute Error), ISE (Integral of Squared Error), ITAE (Integral of Time multiplied by Absolute Error) e MAE (Mean Absolute Error).

Os métodos determinísticos avaliados neste estudo forneceram uma compreensão aprofundada da identificação de sistemas e ofereceram resultados promissores em relação às métricas de desempenho. Através da análise dos conjuntos de dados, pudemos observar variações nos resultados obtidos por cada método, destacando a importância de selecionar o método mais adequado para cada tipo de sistema.

O método de Ziegler-Nichols mostrou-se eficiente em determinadas situações, apresentando resultados satisfatórios em termos de IAE, ISE, ITAE e MAE. Da mesma forma, os métodos de Hägglund, Smith, Sundaresan/Krishnaswamy e Mollenkamp também exibiram resultados promissores, cada um com suas próprias vantagens e considerações.

No entanto, é importante ressaltar que a escolha do método mais adequado deve ser baseada nas características específicas do sistema em análise. Além disso, a utilização de diferentes métricas de desempenho, como IAE, ISE, ITAE e MAE, permite uma avaliação abrangente do desempenho do sistema e a seleção do método mais apropriado para cada aplicação.

Referências

- [1] N. S. Nise, *Control Systems Engineering*,. John Wiley & Sons, 2007.
- [2] A. Coelho and L. dos Santos Coelho, *Identificação de sistemas dinâmicos lineares*. Editora da UFSC, 2004.
- [3] A. Vasconcellos, “Projeto de controladores pi e pid para um forno aquecedor de óleo de uma planta de tratamento de hidrocarbonetos,” 2017. Monografia (Graduação em Engenharia de Controle e Automação) - Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [4] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab, *Signals & Systems (2Nd Ed.)*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1996.

Apêndices

Apêndice A: [Repositório com as implementações em MATLAB](#)

Apêndice B: [Arquivos .pdf com as saídas do console do MATLAB para cada conjunto de dados](#)