



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS  
INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO  
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO**

**RELATÓRIO DE ATIVIDADE Nº 2:  
GERAÇÃO DE UM SINAL DE  
ELETROCARDIOGRAMA SINTÉTICO PARTINDO DA  
REPRESENTAÇÃO E ANÁLISE EM ESPAÇO DE  
ESTADOS DE UM DISPOSITIVO PARA ASSISTÊNCIA  
CARDÍACA**

Aldemir Melo Rocha Filho - 17212086  
Sandoval da Silva Aldeida Junior - 18210505  
Tayco Murilo Santos Rodrigues - 17211250

Maceió - AL  
2022

Aldemir Melo Rocha Filho - 17212086  
Sandoval da Silva Aldeida Junior - 18210505  
Tayco Murilo Santos Rodrigues - 17211250

**GERAÇÃO DE UM SINAL DE  
ELETROCARDIOGRAMA SINTÉTICO PARTINDO DA  
REPRESENTAÇÃO E ANÁLISE EM ESPAÇO DE  
ESTADOS DE UM DISPOSITIVO PARA ASSISTÊNCIA  
CARDÍACA**

Segundo Relatório Parcial apresentado à disciplina de Modelagem do Sistema Cardiovascular Humano, correspondente à avaliação do semestre 2022.1 do curso de Engenharia de Computação da Universidade Federal de Alagoas, sob orientação do **Prof. Thiago D. Cordeiro**.

Maceió - AL  
2022

## RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento detalhado das equações matemáticas e representação em Espaço de Estados para um dispositivo de assistência cardíaca voltado para o ventrículo esquerdo. Juntamente com a implementação computacional destes mesmos modelos. Partindo da simulação realizada com auxílio da linguagem **Python** são feitas as validações necessárias e a geração de um ECG sintético. O Git com as implementações realizadas se encontra na área de anexos deste documento.

**Palavras-Chave:** Sistemas de Controle; Modelagem; Sistema Cardiovascular Humano; Ventrículo esquerdo; Detecção de onda R; ECG Sintético.

## Lista de Figuras

1	Corte transversal de um coração humano. . . . .	7
2	Modelo elétrico do sistema cardiovascular. . . . .	7
3	Função elastância para o ventrículo esquerdo. . . . .	8
4	Morfologia de um complexo PQRS de um ECG registrado de um ser humano normal. . . . .	9
5	Trajetória típica gerada pelo modelo . . . . .	10
6	ECG sintético em conjunto da função Elastância. . . . .	16
7	Resultados da simulação para o Ventrículo esquerdo. . . . .	16

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>6</b>
1.1	Contextualização . . . . .	6
1.2	Objetivos . . . . .	6
1.3	Motivação . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>7</b>
2.1	Função elastância . . . . .	8
2.2	Eletrocardiograma - ECG . . . . .	9
2.3	Eletrocardiograma Sintético - SECG . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>11</b>
3.1	Modelagem do Ventrículo esquerdo . . . . .	11
3.1.1	Representação matemática de $\dot{P}_{ae}$ : . . . . .	12
3.1.2	Representação matemática de $\dot{V}_{ve}$ : . . . . .	12
3.1.3	Representação matemática de $\dot{P}_{ao}$ : . . . . .	12
3.1.4	Representação matemática de $\dot{Q}$ : . . . . .	12
3.1.5	Representação matemática de $\dot{P}_{as}$ : . . . . .	13
3.2	ECG Sintético . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>16</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Contextualização

O transplante de coração é tido como a melhor solução para aqueles pacientes que apresentam falhas irreversíveis e que comprometam sua qualidade de vida. Contudo, estes pacientes costumam por acabar enfrentando longas filas de espera por um doador compatível e muitos acabam por morrer durante esse período.

## 1.2 Objetivos

A modelagem apresentada neste documento servirá como base para o desenvolvimento de um dispositivo de assistência ventricular esquerda(*LVAD*). O mesmo, suplementa o ventrículo esquerdo do coração a fim de atender a demanda circulatória do paciente. Em seguida, a geração de um ECG é realizada para validação do modelo. Essa validação se faz necessária para garantir o comportamento adequado do dispositivo, uma vez que estamos tratando de uma aplicação que tolera poucos ou quase nenhum tipo de falha.

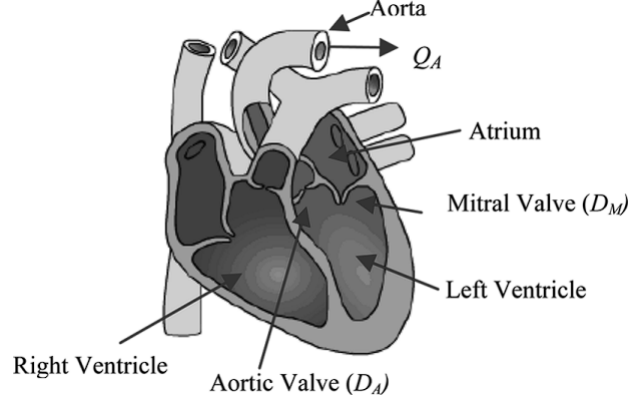
## 1.3 Motivação

De um modo geral, a principal motivação é a melhora da qualidade de vida de pacientes presentes na fila de espera por um órgão compatível ou até mesmo a sua possível recuperação. Permitindo assim que o mesmo retome sua vida de maneira normal.

## 2 Fundamentação Teórica

Inicialmente, partimos do objeto de estudo real. Abaixo é apresentada a representação para um corte transversal de um coração humano junto da denotação das partes que o compõe.

Figura 1: Corte transversal de um coração humano.

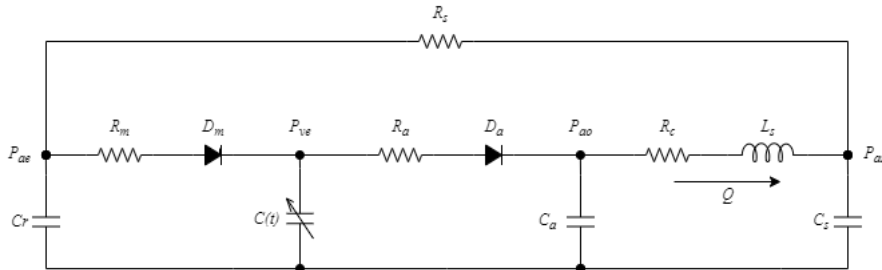


Fonte: A Dynamical State Space Representation and Performance Analysis of a Feedback-Controlled Rotary Left Ventricular Assist Device. Simman et al. P16. 2009.

Existem vários tipos de abordagem quando se tem como objetivo simular o coração humano. Diferentes modelos, representam diferentes níveis de complexidade. Uma destas abordagens se dá utilizando a teoria de controle moderna, buscando representar o modelo real em espaço de estados, dessa forma, é possível a aplicação das teorias de controle e modelagem envolvidas.

Assumindo que o ventrículo direito e a circulação pulmonar do objeto de estudo real estão se comportando de maneira normal, podemos fazer uso de um sistema elétrico de ordem 5 para representar a hemodinâmica do ventrículo esquerdo. O sistema em questão é mostrado na figura abaixo.

Figura 2: Modelo elétrico do sistema cardiovascular.



Fonte: Autores

O comportamento do ventrículo esquerdo é descrito por uma complacência variável no tempo,  $C(t)$ , que é recíproca a função elastância.

## 2.1 Função elastância

A elastância descreve a relação entre a pressão e o volume do ventrículo. O seguinte modelo matemático representa a elastância:

$$E(t) = \frac{LVP(t)}{LVV(t) - V_0} \quad (1)$$

Onde,  $LVP(t)$  descreve a variação temporal da pressão no ventrículo esquerdo,  $LVV(t)$  representa a variação temporal do volume no ventrículo esquerdo e  $V_0$  representa um valor de volume para referência. Neste documento iremos fazer uso da seguinte aproximação para a função elastância:

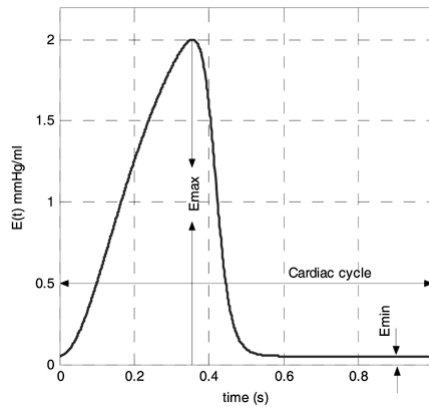
$$E(t) = (E_{max} - E_{min})E_n(t_n) + E_{min} \quad (2)$$

Onde,  $E_n(t_n)$  é chamada de função *Double Hill*. E pode ser descrita com o seguinte modelo matemático:

$$E_n(t_n) = 1.55 * \left[ \frac{\left(\frac{t_n}{0.7}\right)^{1.9}}{1 + \left(\frac{t_n}{0.7}\right)^{1.9}} \right] * \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{t_n}{1.17}\right)^{21.9}} \right] \quad (3)$$

Temos que a equação (3) é a elastância normalizada. Onde,  $t_n = t/T_{max}$ ,  $T_{max} = 0.2 + 0.15t_c$  e  $t_c$  é o intervalo do ciclo cardíaco, de forma que  $t_c = 60/HR$ , onde  $HR$  é a frequência cardíaca. Assim,  $E(t)$  é uma versão redimensionada de  $E_n(t_n)$  e as constantes  $E_{max}$  e  $E_{min}$  estão relacionadas com o volume e pressão sistólica final e a pressão e volume diastólica final. A figura abaixo mostra os valores de  $E(t)$  para um coração normal, assim,  $E_{max} = 2mmHg/ml$ ,  $E_{min} = 0.06mmHg/ml$  e  $HR = 60bpm$ .

Figura 3: Função elastância para o ventrículo esquerdo.



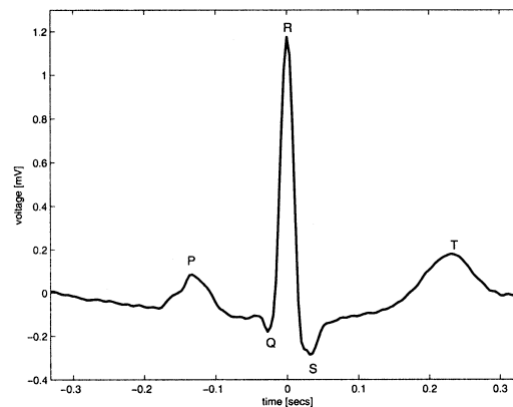
Fonte: A Dynamical State Space Representation and Performance Analysis of a Feedback-Controlled Rotary Left Ventricular Assist Device. Simman et al. P17. 2009.



## 2.2 Eletrocardiograma - ECG

O eletrocardiograma (ECG) é um sinal variável no tempo que reflete o fluxo de corrente iônica que faz com que as fibras cardíacas se contraíam e, posteriormente, relaxem. O ECG de superfície é obtido registrando a diferença de potencial entre dois eletrodos colocados na superfície da pele. Um único ciclo normal do ECG representa a sucessiva despolarização/repolarização atrial e despolarização/repolarização ventricular que ocorre a cada batimento cardíaco. Estes podem ser aproximadamente associados com os picos e vales da forma de onda do ECG rotulados como P, Q, R, S e T. (McSharry et al., 2003). A figura abaixo mostra esses picos e vales.

Figura 4: Morfologia de um complexo PQRST de um ECG registrado de um ser humano normal.



Fonte: A Dynamical Model for Generating Synthetic Electrocardiogram Signals. McSharry et al. 2003.

Perceba que um sinal ECG real é ruidoso, isso ocorre devido ao próprio funcionamento do organismo humano que gera ruído e não permite a detecção perfeita do sinal emitido por seu coração. Dessa forma, para a extração de informações clínicas úteis é preciso fazer uso de técnicas de processamento de sinais, que não serão abordadas nesse documento.

Uma das informações mais importantes que podemos retirar de um ECG é o intervalo RR, que é o intervalo entre sucessivos picos R. O inverso desse intervalo de tempo nos dá a frequência cardíaca instantânea. Uma série de intervalos RR é chamado de tacograma RR e o mesmo revela informações importantes sobre o paciente.

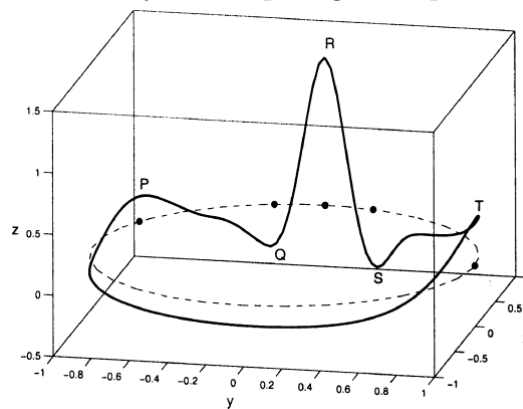
Levando em consideração sua importância e o fato das informações possivelmente serem comprometidas por ruído presente no sinal, seria de interesse coletivo a geração de um sinal sintético com morfologia PQRST realista partindo de características conhecidas.

## 2.3 Eletrocardiograma Sintético - SECG

O modelo utilizado para gerar o SECG em questão gera uma trajetória em um espaço de estados com três dimensões, com as coordenadas  $(x, y, z)$ . A Quasiperiodicidade do SECG é descrita pelo movimento da trajetória em torno de um ciclo de raio unitário presente no plano  $(x, y)$ . (McSharry et al., P290, 2003). Cada ciclo corresponde a um intervalo RR.

Pontos distintos no ECG, como P, Q, R, S e T são descritos por eventos que ocorrem ao longo do eixo  $z$ . Esses eventos são colocados em ângulos fixos ao longo do círculo unitário dados por:  $\theta_P, \theta_Q, \theta_R, \theta_S$  e  $\theta_T$ .

Figura 5: Trajetória típica gerada pelo modelo



Fonte: A Dynamical Model for Generating Synthetic Electrocardiogram Signals. McSharry et al. P290. 2003.

A linha tracejada representa o limite o ciclo com raio unitário e os pontos ao longo da curva representam as posições dos eventos P, Q, R, S e T. Onde cada seção desta curva podese ser vista da seguinte maneira:

- **Onda P:** Uma pequena deflexão de baixa voltagem longe da linha de base causada pela despolarização dos átrios antes da contração atrial.
- **Intervalo PQ:** O tempo entre o início da despolarização atrial e o início da despolarização ventricular.
- **Complexo QRS:** A porção de maior amplitude do ECG, causada por correntes geradas quando os ventrículos se despolarizam antes de sua contração.
- **Intervalo QT:** O tempo entre o início da despolarização ventricular e o fim da repolarização ventricular.
- **Intervalo ST:** O tempo entre o final da onda S e o início da onda T.
- **Onda T:** Repolarização ventricular, por meio da qual o músculo cardíaco é preparado para o próximo ciclo do ECG.

### 3 Metodologia

#### 3.1 Modelagem do Ventrículo esquerdo

Os elementos presentes na Figura 2 foram parametrizados de acordo com a seguinte tabela:

Parâmetros	Valor	Significado Fisiológico
Resistências	$mmHg \cdot s/ml$	
$R_S$	1.0000	Resistência Vascular Sistêmica
$R_M$	0.0050	Resistência da Válvula Mitral
$R_A$	0.0010	Resistência da Válvula Aórtica
$R_C$	0.0398	Resistência Característica
Complacências	$mlHg \cdot s^2/ml$	
$C(t)$	Variante no tempo	Complacência do Ventrículo Esquerdo
$C_R$	4.40000	Complacência Atrial esquerda
$C_S$	1.3300	Complacência Sistêmica
$C_A$	0.0800	Complacência Aórtica
Inertâncias	$mmHg \cdot s^2/ml$	
$L_S$	0.0005	Inertância do sangue na Aorta
Válvulas		
$D_M$		Válvula Mitral
$D_A$		Válvula Aórtica

Tabela 1: Parâmetros dos Componentes presentes no modelo da Figura 2

Uma vez que os valores do sistema foi parametrizado, podemos determinar nossa matriz  $x$  de estados assim como nossa matriz  $\dot{x}$ . As mesmas são apresentadas abaixo:

$$x = \begin{bmatrix} P_{ae} \\ V_{ve} \\ P_{ao} \\ Q \\ P_{as} \end{bmatrix} \rightarrow \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{P}_{ae} \\ \dot{V}_{ve} \\ \dot{P}_{ao} \\ \dot{Q} \\ \dot{P}_{as} \end{bmatrix}$$

De forma que:

- $\dot{P}_{ae}$  : Representa a pressão no átrio esquerdo;
- $\dot{V}_{ve}$  : Representa o volume no ventrículo esquerdo;
- $\dot{P}_{ao}$  : Representa pressão na aorta;
- $\dot{Q}$  : Representa o fluxo no ventrículo esquerdo;
- $\dot{P}_{as}$  : Representa a pressão arterial sistêmica.

### 3.1.1 Representação matemática de $\dot{P}_{ae}$ :

Partindo da Figura 2, temos as seguintes relações:

$$\left( \frac{P_{as} - P_{ae}}{R_s} \right) = \dot{P}_{ae} C_r + \left( \frac{P_{ae} - P_{ve}}{R_m} \right) D_m \quad (4)$$

Ajustando os valores de (4) temos que  $\dot{P}_{ae}$  pode ser escrito da seguinte forma:

$$\dot{P}_{ae} = \frac{P_s}{R_s C_r} - \frac{P_{ae}}{R_s C_r} - \frac{P_{ae} D_m}{R_m C_r} + \frac{P_{ve} D_m}{R_m C_r} \quad (5)$$

Por fim:

$$\dot{P}_{ae}(t) = P_{ae}(t) \left( -\frac{1}{R_s C_r} - \frac{D_m}{R_m C_r} \right) + P_{ve}(t) \left( \frac{D_m}{R_m C_r} \right) + P_{as}(t) \left( \frac{1}{R_s C_r} \right) \quad (6)$$

### 3.1.2 Representação matemática de $\dot{V}_{ve}$ :

Partindo do material fornecido em aula temos o seguinte:

$$\dot{V}_{ve}(t) = \frac{D_a}{R_a} P_{ao}(t) - \left( \frac{D_m}{R_m} + \frac{D_a}{R_a} \right) E(t) V_{ve}(t) + \frac{D_m}{R_m} P_{ae}(t) + \left( \frac{D_m}{R_m} + \frac{D_a}{R_a} \right) E(t) V_o$$

### 3.1.3 Representação matemática de $\dot{P}_{ao}$ :

Partindo da Figura 2, temos as seguintes relações:

$$\left( \frac{P_{ve} - P_{ao}}{R_a} \right) D_a = Q + P_{ao} \dot{C}_a \quad (7)$$

Ajustando os valores de (7) temos que  $\dot{P}_{ao}$  pode ser escrito da seguinte forma:

$$\dot{P}_{ao} = \frac{P_{ve} D_a}{R_a C_a} - \frac{P_{ao} D_a}{R_a C_a} - \frac{Q}{C_a} \quad (8)$$

Por fim:

$$\dot{P}_{ao}(t) = P_{ve}(t) \left( \frac{D_a}{R_a C_a} \right) + P_{ao}(t) \left( -\frac{D_a}{R_a C_a} \right) + Q(t) \left( -\frac{1}{C_a} \right) \quad (9)$$

### 3.1.4 Representação matemática de $\dot{Q}$ :

Partindo da Figura 2, temos as seguintes relações:

$$P_{ao} = Q R_c + \dot{Q} L + P_s \quad (10)$$

Ajustando os valores de (10) temos que  $\dot{Q}$  pode ser escrito da seguinte forma:

$$\dot{Q}(t) = P_{ao}(t) \left( \frac{1}{L_s} \right) + Q(t) \left( -\frac{R_c}{L_s} \right) + P_{as}(t) \left( -\frac{1}{L_s} \right) \quad (11)$$

### 3.1.5 Representação matemática de $\dot{P}_{as}$ :

Partindo da Figura 2, temos as seguintes relações:

$$Q = \dot{P}_{as} C_s + \left( \frac{P_{as} - P_{ae}}{R_s} \right) \quad (12)$$

Ajustando os valores de (12) temos que  $\dot{P}_{as}$  pode ser escrito da seguinte forma:

$$\dot{P}_{as}(t) = Q(t) \left( \frac{1}{C_s} \right) + P_{ae}(t) \left( \frac{1}{C_s R_s} \right) + P_{as}(t) \left( -\frac{1}{R_s C_s} \right) \quad (13)$$

De forma que para todos os fins:

$$P_{ve} = E(t) (V_{ve} - V_o) \quad (14)$$

As EDO's (6), (7), (9), (11) e (13) são representadas e resolvidas no código de simulação do modelo da seguinte forma:

```

1 #o proximo ponto e igual ao ponto anterior somado ao passo de
  integracao multiplicado pelo modelo da variavel de estado
2 for i in range(len(t)-1):
3     Dm = (1 if Pae[i] >= Pve[i] else 0)
4     Da = (1 if Pve[i] >= Pao[i] else 0)
5
6     Vve[i+1] = Vve[i] + dt*((Da/Ra)*Pao[i] - (Dm/Rm + Da/Ra)*E[i]*
      Vve[i] + (Dm/Rm)*Pae[i] + (Dm/Rm + Da/Ra)*E[i]* V0)
7     Pve[i+1] = E[i+1]*(Vve[i+1] - V0)
8     Pae[i+1] = Pae[i] + dt*(-(Dm/(Cr*Rm))*(Pae[i] - Pve[i]) + (Pas[
      i]-Pae[i])/(Cr*Rs))
9     Pao[i+1] = Pao[i] + dt*((Da/(Ca*Ra))*(Pve[i] - Pao[i]) - Q[i]/
      Ca)
10    Q[i+1] = Q[i] + dt*((-(Rc*Q[i])/Ls) - (Pas[i]/Ls) + (Pao[i]
      )/Ls))
11    Pas[i+1] = Pas[i] + dt*((Q[i]/Cs) - (Pas[i]-Pae[i])/(Cs*Rs))

```

Listing 1: Representação das EDO's do Ventrículo esquerdo. Fonte: Autores.

Para o nosso caso temos um passo de integração  $dt = 0.0001$  e as seguintes condições iniciais:

$$x(0) = \{P_{ae}, V_{ve}, P_{ao}, Q, P_{as}\} = \{5, 140, 90, 0, 90\}$$

A função elastância utilizada para solução das equações foi modelada em Python seguindo as representações presentes em (2) e (3). O trecho de código é apresentado abaixo.

```

1 def Elastancia(t, k):
2     tn = []
3     En = []
4
5     for i in range(int(tc/dt)):
6         if i+k == len(t): # i+k corresponde a posicao atual em
7             relacao ao tempo
8             break
9
10        t_aux = t[i] % tc # repete o ciclo cardiaco
11        tn.append(t_aux/Tmax)
12
13        v1 = (tn[-1]/0.7)**1.9
14        v2 = 1 + v1
15        v3 = 1 + (tn[-1]/1.17)**21.9
16
17        En.append(1.55*(v1/v2)*(1/v3))
18
19    return En, int((tc/dt)+k)

```

Listing 2: Representação da Função Elastância. Fonte: Autores.

### 3.2 ECG Sintético

Para se gerar um SECG como o mostrado na Figura 5 é preciso primeiro determinar os parâmetros para cada ponto P, Q, R, S e T presente na curva. A seguinte tabela representa estes parâmetros. Em código a mesma foi montada como

Index( $i$ )	P	Q	R	S	T
$\theta_i$	$-\frac{1}{3}\pi$	$-\frac{1}{3}\pi$	$-\frac{1}{12}\pi$	0	$\frac{1}{2}\pi$
$a_i$	1.2	-5.0	30.0	-7.5	0.75
$b_i$	0.25	0.1	0.1	0.1	0.4

Tabela 2: Parâmetros para o ECG sintético

uma matriz em conjunto de uma variável auxiliar para controle das variáveis.

```

1 #cada linha da tabela corresponde a (P, Q, R, S, T)
2 ECG_Table=[((-1/3)*np.pi, (-1/12)*np.pi, 0, (1/12)*np.pi, (1/2)*np.pi],
3             [1.2, -5.0, 30.0, -7.5, 0.75],
4             [0.25, 0.1, 0.1, 0.1, 0.4]]
5 table_width = 5

```

Listing 3: Matriz para os Parâmetros do ECG sintético. Fonte: Autores.

Dessa forma, as equações dinâmicas do movimento são dadas por um conjunto de três Equações diferenciais ordinárias.

$$\dot{x} = \alpha x - \omega y \quad (15)$$

$$\dot{y} = \alpha y + \omega x \quad (16)$$

$$\dot{z} = - \sum_{i \in \{P, Q, R, S, T\}} a_i \Delta \theta_i \exp\left(-\frac{\Delta \theta_i^2}{2b_i^2}\right) - (z - z_0) \quad (17)$$

Onde  $\alpha = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\Delta \theta_i = (\theta - \theta_i) \bmod 2\pi$ ,  $\theta = \text{atan2}(y, x)$  e  $\omega(t) = 2\pi/T(t)$ , de forma que  $T(t)$  é o intervalo do ciclo cardíaco. As equações descritas acima foram modeladas e resolvidas em Python da seguinte forma.

```

1 for i in range(t_len-1):
2
3     alfa = 1.0 - np.sqrt(x[i]**2 + y[i]**2)
4     omega = 2*np.pi/tc
5
6     #Resolvendo as EDO'S
7     x[i+1] = x[i] + dt*(alfa*x[i] - omega*y[i])
8     y[i+1] = y[i] + dt*(alfa*y[i] + omega*x[i])
9
10    theta = np.arctan2(y[i], x[i])
11    sum = 0
12
13    for colum in range(table_width):
14        deltaTheta_i = (theta - ECG_Table[0][colum])
15        sum += ECG_Table[1][colum]*deltaTheta_i*np.exp(-(
16            deltaTheta_i**2)/(2*(ECG_Table[2][colum]**2)))
17
18    z[i+1] = z[i] + dt*(-sum - z[i])
19
20    # insercao da funcao elastancia
21    if(z[i+1] >= 0.02 and rWaveCount <= t[i]/tc):
22        EnAux, deltaK = Elastancia(t, i)
23        En += EnAux
24        rWaveCount += 1
25    elif deltaK <= i:
26        En.append(0)

```

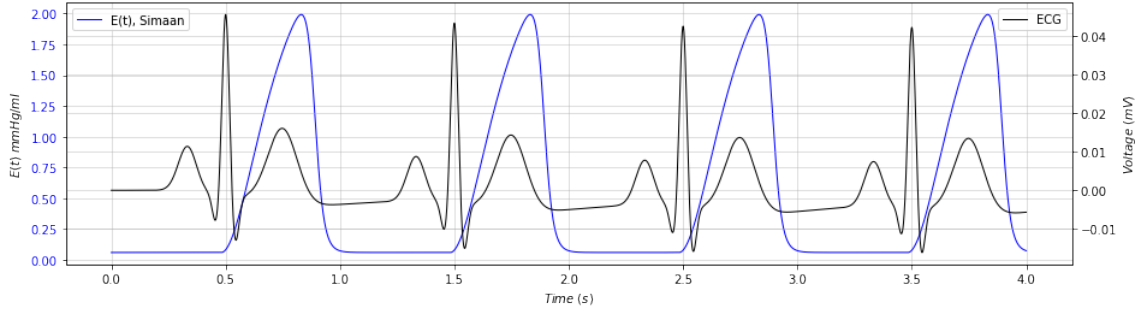
Listing 4: Representação das equações dinâmicas de movimento. Fonte: Autores.

Para o nosso caso temos um passo de integração  $dt = 0.0001$ . E o método de resolução para as EDO's foi o mesmo utilizado para os modelos do ventrículo esquerdo.

## 4 Resultados

Os seguintes resultados foram obtidos partindo dos modelos matemáticos apresentados anteriormente em conjunto da simulação e validação dos mesmo em Python.

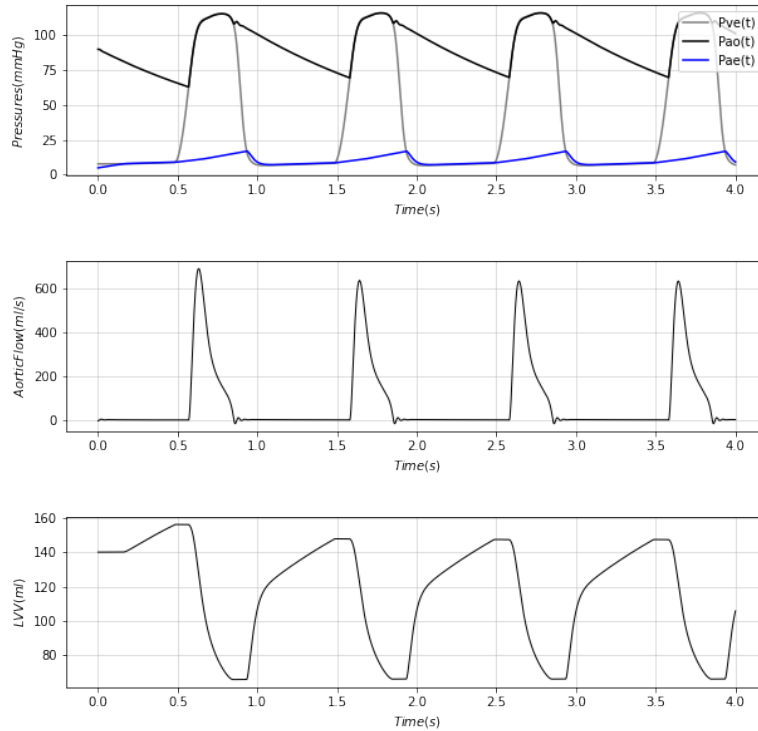
Figura 6: ECG sintético em conjunto da função Elastância.



Fonte: Autores.

Perceba que sempre que há uma ocorrência de onda R é iniciada a função elastância que se propaga até a detecção do próximo pico. Temos também que as curvas presentes no gráfico estão normalizadas para melhor visualização, de forma que na esquerda temos a amplitude da função elastância e na direita temos a amplitude do ECG. A seguir temos os resultados para o modelo do ventrículo esquerdo.

Figura 7: Resultados da simulação para o Ventrículo esquerdo.



Fonte: Autores.



## Referências

- [1] M. A. Simaan, A. Ferreira, S. Chen, J. F. Antaki, and D. G. Galati, “A dynamical state space representation and performance analysis of a feedback-controlled rotary left ventricular assist device,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology.*, vol. 17, no. 1, pp. 15–18, 2009.
- [2] P. E. McSharry, G. D. Clifford, L. Tarassenko, and L. A. Smith, “A dynamical model for generating synthetic electrocardiogram signals,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 50, no. 3, pp. 289–293, 2003.

## Apêndices

Apêndice A: [Git](#) com as implementações em [Python](#).