

## **Industrielle Elektronik (IE)**

Schule: HTBLuVA St. Pölten  
Abteilung / Zweig: Elektronik / Technische Informatik  
Lehrperson: Prof. Dipl.-Ing. Christoph Bochdansky  
Jahrgang: 2006 / 07  
Klasse: 5AHELI

# 1 Anmerkung

| Rechenbeispiele sind mit einem Strich auf der Seite gekennzeichnet.

## 2 Inhaltsverzeichnis

1	Anmerkung.....	2
2	Inhaltsverzeichnis.....	2
3	Digital – Analog Converter (DAC).....	4
3.1	Parallelverfahren (Flash Converter).....	4
3.2	Wäge-Verfahren.....	5
3.2.1	R2R-Netzwerk.....	5
3.2.2	invers betriebenes Netzwerk .....	6
3.3	Zählverfahren .....	6
3.4	DAC mit Kondensatoren.....	7
4	Analog – Digital Converter (ADC).....	7
4.1	ADC mit Spannungsfrequenzumsetzer.....	7
4.1.1	direktes Zählverfahren.....	8
4.1.2	Verhältniszählverfahren .....	8
4.1.3	Vorteile der Spannungsfrequenzwandler .....	9
4.2	Einrampenverfahren (Single Slope) .....	9
4.3	Dual Slope Verfahren.....	11
4.4	Quad Slope Verfahren.....	12
4.5	ADC mit stufenweiser Annäherung .....	14
4.5.1	Stufenrampenwandler.....	14
4.5.2	Wägeverfahren .....	15
4.6	Parallelumsetzer (Flash Converter).....	16
5	Messungen an Umsetzern.....	17
5.1	Messungen an DA-Umsetzern .....	17
5.1.1	Spezifikationen.....	17
5.1.2	Offset- und Verstärkungsfehler.....	17
5.1.3	Linearitätsfehler .....	18
5.2	Statische Tests an ADC .....	19
5.2.1	DC-Spezifikationen.....	19
5.2.2	Offsetfehler.....	20
5.2.3	Verstärkungsfehler .....	20
5.2.4	Linearitätsfehler .....	21
5.2.5	Codeübergang.....	22
5.3	Dynamische Tests an ADC .....	23
5.3.1	Allgemeines.....	23
5.3.2	Signalrauschabstand (SNR – Signal to Noise Ratio) .....	23
5.3.3	Effektive Genauigkeit (ENOB – Effective number of bits).....	24
5.3.4	Klirrfaktor (THD – Total Harmonic Distortion) .....	24
5.3.5	Intermodulationsverzerrungen (IMD – Inter Modulation Distortion) .....	24
5.3.6	Aperturzeit (Aperture Time), Unsicherheit (Uncertainty) .....	24
5.4	Weitere Begriffe von ADC und DAC .....	25
5.5	Testschaltungen .....	26
5.6	Störeinflüsse und Fehlerquellen .....	26

5.7 Layoutvorschläge / -probleme.....	26
5.7.1 Layer.....	26
5.7.2 Pads .....	27
6 Zeit- und Frequenzmessung .....	28
6.1 Zeitmessung .....	28
6.1.1 Digitale Messung eines Zeitintervalls .....	28
6.1.2 Digitale Messung einer Periodendauer .....	29
6.1.3 Digitale Messung des Phasenwinkels .....	30
7 Digitale Regelung.....	31
7.1 Allgemeines.....	31
7.1.1 Aufgaben des Prozessrechners .....	31
7.1.2 Vorteile.....	32
7.1.3 Problematik .....	32
7.2 Mathematische Beschreibung digitaler Systeme.....	32
7.2.1 Abtastung von Basisfunktionen .....	33
7.2.2 Abtasthalteglied.....	33
7.2.3 Frequenzgang .....	34
7.3 Regelalgorithmus .....	34
7.3.1 Differenzengleichung .....	34
7.3.2 Wahl der Abtastrate.....	36
7.3.3 Stabilität von digitalen Reglern.....	38
7.4 z-Bereich .....	38
7.5 Digitale Zustandsregelung.....	39
7.5.1 Aufstellen der Zustandsgleichungen .....	39
7.5.2 Entwurf eines Zustandsreglers für kürzeste Einstellzeit .....	40
8 Digitale Signalverarbeitung.....	43
8.1 Signaldefinitionen .....	43
8.2 Nicht determinierte Signale.....	44
8.2.1 Linearer Mittelwert .....	44
8.2.2 Frequenzbereich .....	45
8.2.3 Leistungsdichtespektrums eines Tiefpassgefiltertem Rauschen .....	45
8.3 Digitale Analyse digitaler Signale.....	45
8.3.1 Fourieintegral( für nicht periodische Signale günstig).....	46
8.3.2 Analyse von Abtastsignalen .....	46
8.3.3 Autokorrelationsfunktion .....	47
8.3.4 Kreuzkorrelation.....	47
8.3.5 Summenformel .....	48
8.3.6 Leistungsspektren.....	48
8.3.7 Anwendung der Korrelationstechnik .....	48
8.3.8 Pseudozufällige Signale .....	49

### 3 Digital – Analog Converter (DAC)

DAC können nur bewertete Codes umwandeln. Jedem Element des Codes ist ein bestimmter Zahlenwert zugeordnet (binär, dezimal, hex, bcd, etc.).

Urbewertete Codes (Grey Code) müssen in einem Codewandler in einen bewerteten Code umgewandelt werden.

Durch die Quantisierung entsteht eine Stufung des analogen Ausgangssignals. Die Quantisierungssprünge können noch durch Filter geglättet werden.

→ Siehe Grundlagenbuch 1. Klasse

Berechnung des LSB:

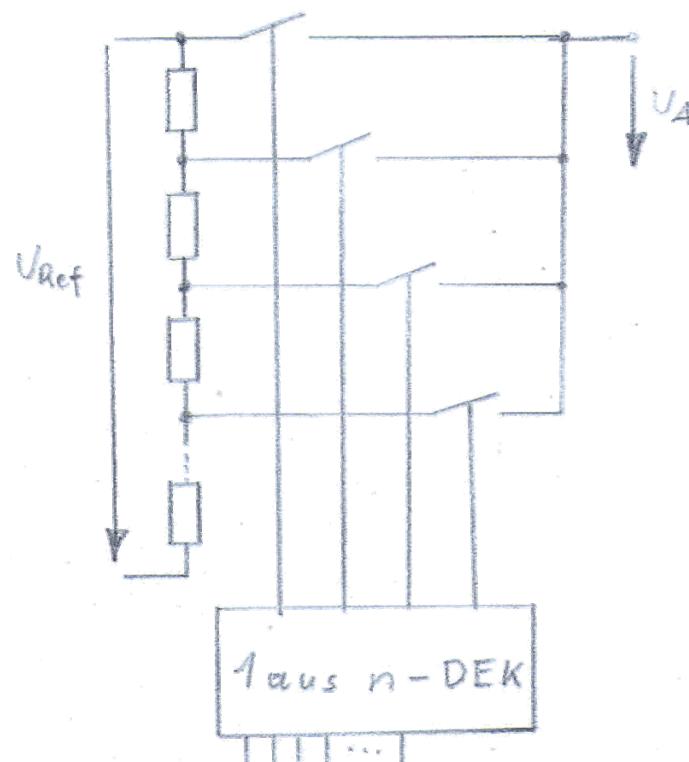
5V, 8 bit

$$\text{LSB} = \frac{5V}{255} = 20mV$$

Man unterscheidet 3 verschiedene Verfahren:

- Parallelverfahren (Flash)
- Wäge-Verfahren
- Zählverfahren

#### 3.1 Parallelverfahren (Flash Converter)



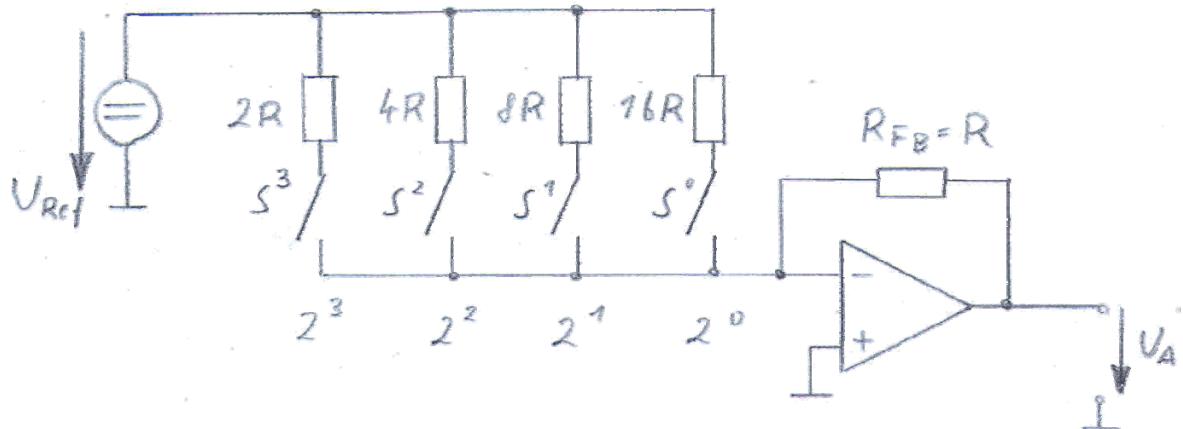
Das Parallelverfahren ist die schnellste (nur Gatterlaufzeit), aber auch die aufwändigste Art des DAC (viele Widerstände)

Der 1 aus n Decoder steuert einen Schalter, der die gewünschte Spannung zum Ausgang durchschaltet.

**Nachteil:** Hoher schaltungstechnischer Aufwand, schwankende Potentiale durch parasitäre Kapazitäten,  $R_i$  verändert sich (Fehler bei Lastwiderstand)  
**Vorteil:** Schnell, hohe Linearität, Gleicharm

## 3.2 Wäge-Verfahren

Jedem Bit wird ein Schalter zugeordnet und über gewichtete Widerstände wird der Ausgangstrom bzw. die Ausgangsspannung erzeugt.

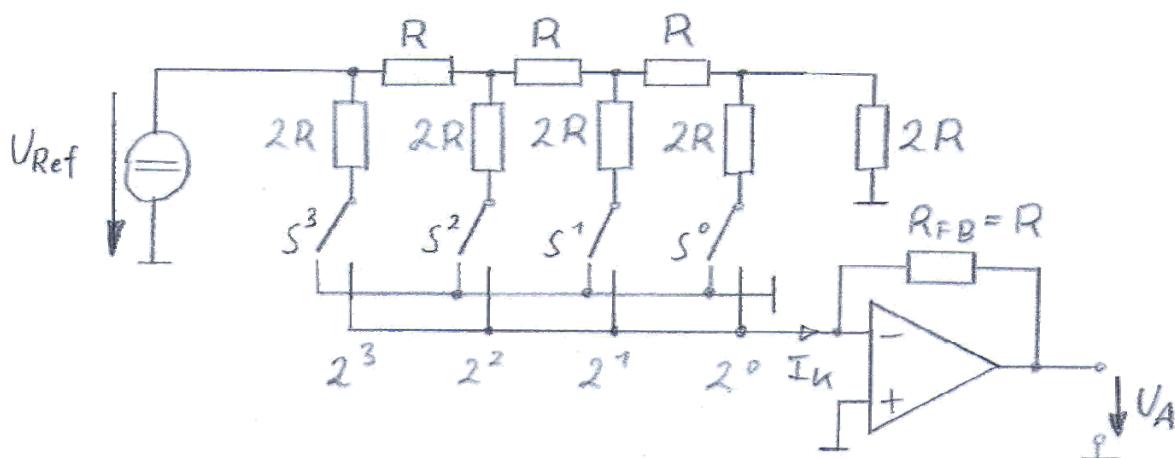


**R<sub>FB</sub>**...Feedback Resistor (bei manchen ICs kann man ihn extern anschließen – Ausgangspegel einstellbar)

$$U_A = -\frac{U_{Ref}}{16} (8S_3 + 4S_2 + 2S_1 + S_0)$$

**Nachteil:** Herstellung der gewichteten Widerstände mit engen Toleranzen ist sehr schwierig.  
Nur für 4bit-DAC verwendbar (Genauigkeit).

### 3.2.1 R2R-Netzwerk



Da die Schalter zwischen Masse (linke Schalterstellung) und virtueller Masse (OPV Eingang) umschaltet, bleibt der R<sub>i</sub> für die Quelle stets gleich (R2R-Netzwerk: R<sub>i</sub> = R).

Hier wird die Gewichtung durch einen vorgesetzten Spannungsteiler realisiert. Ein Grundelement stellt einen belasteten Spannungsteiler dar.

Pro Stufe benötigt man nur zwei Widerstände und einen Wechselschalter.

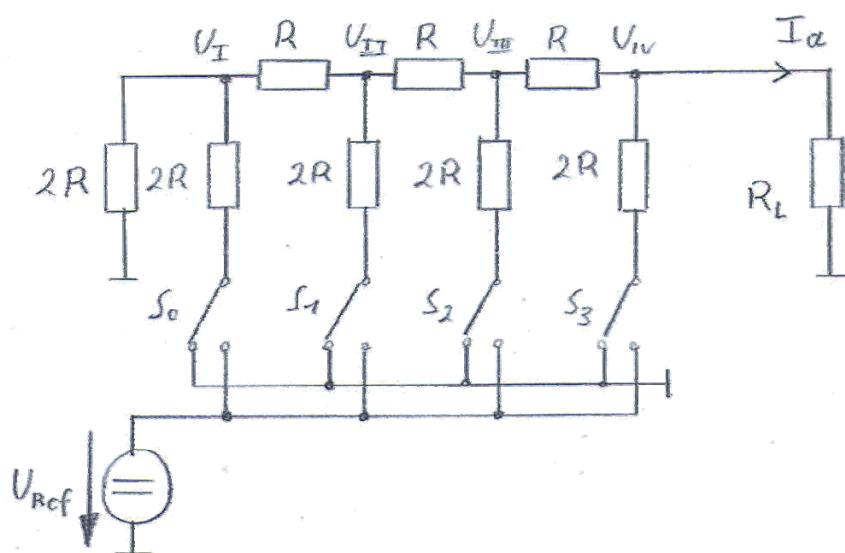
Unabhängig von der Schalterstellung ist die Belastung der Referenzspannung U<sub>Ref</sub> immer gleich R.

**Vorteil:** Man benötigt nur 2 Widerstandswerte. Durch Serien- oder Parallelschaltung lässt sich das R2R-Netzwerk mit nur einem Widerstandwert ( $R = 10k$  bis  $50k$ ) realisieren.

Sie eignet sich daher besonders für integrierte Schaltungen. Die hohe Genauigkeit der Widerstandspaare kann durch Lasertrimmung erzielt werden.  $R_{FB}$  wird dabei immer gleich mit integriert.

$$U_A = R_{FB} * I_K = -U_{Ref} * \frac{R_{FB}}{16} (8S_3 + 4S_2 + 2S_1 + S_0)$$

### 3.2.2 invers betriebenes Netzwerk



Ein invers betriebenes Netzwerk wird bei unipolaren Versorgungsspannungen betrieben. Dadurch erhält man direkt einen Spannungsausgang (kein OPV).

Mit einem OPV kann die Ausgangsimpedanz verkleinert und eine Anpassung der Verstärkung vorgenommen werden.

Wählt man  $R_L = 2R$ , dann ergibt sich bei geschlossenem Schalter  $S_X$  an zugehörigen Knotenpunkt  $U_X$  ein Spannungsabfall der ein drittel der Referenzspannung beträgt. Aus der Addition der gewichteten Teilspannungen erhält man:

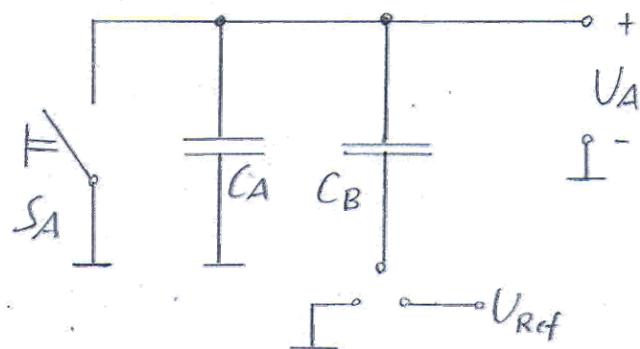
$$U_A = \frac{1}{3}U_{IV} + \frac{1}{6}U_{III} + \frac{1}{12}U_{II} + \frac{1}{24}U_I$$

### 3.3 Zählverfahren

Ein Schalter wird dabei periodisch an  $U_{Ref}$  oder Masse gelegt, sodass ein RC-Glied geladen oder entladen wird. Das Tastverhältnis wird so verändert, dass die Ausgangsspannung um den gewünschten Wert oszilliert. Das Tastverhältnis ergibt sich aus der Impulsanzahl (Frequenz) des Eingangssignals. Eine Flanke des digitalen Signals aktiviert dabei ein Monoflop, das den Schalter ansteuert. Dabei muss die Restwelligkeit gegenüber dem Mittelwert vernachlässigbar klein werden. Dafür muss  $\tau = R * C$  genügend groß sein.

**Nachteil:** Durch großes  $\tau$  ergibt sich eine tiefe Grenzfrequenz → nur niedrige Umsetzraten.

### 3.4 DAC mit Kondensatoren



$$U_A = U_{\text{Ref}} \frac{C_B}{C_A + C_B}$$

Grundprinzip ist ein kapazitiver Spannungsteiler. Mit  $S_A$  wird ein Reset ausgelöst (alle Kondensatoren entladen).

Die Schaltung zeigt nur das Grundprinzip. Die Kondensatoren sind genauso gewichtet. Man benötigt präzise im Verhältnis stehende Kondensatorarrays und nahezu ideale Analogschaltung. (Verwendung von CMOS-Technik)

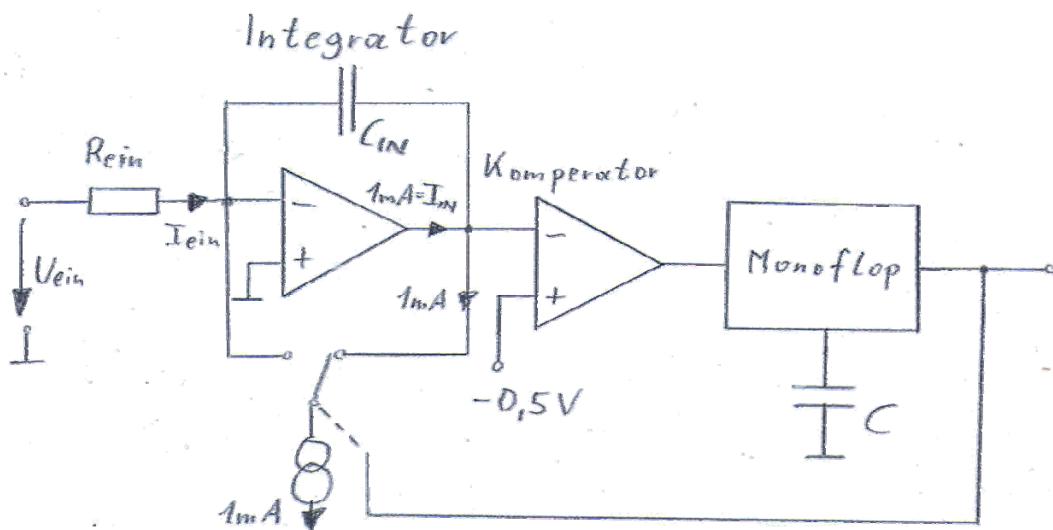
Nachteil:

Stark voneinander abweichende Kondensatorgrößen

Ähnliches Verfahren mit C ist äquivalent zu R-2R-Netzwerke aufgebaut. Dabei werden Ladungen statt Strömen gemessen.

## 4 Analog – Digital Converter (ADC)

### 4.1 ADC mit Spannungs frequenzumsetzer



Über einen Integrierer wird so lange integriert, bis der Komparator umschaltet und damit ein Monoflop steuert. Die Frequenz der Impulse ist damit proportional der Eingangsspannung. (VFC...Voltage Frequency Converter)

Je höher die Spannung am Eingang, desto schneller wird der  $C_{IN}$  (Integrierkondensator) entladen.

Die Impulse werden anschließend gezählt.

#### 4.1.1 direktes Zählverfahren

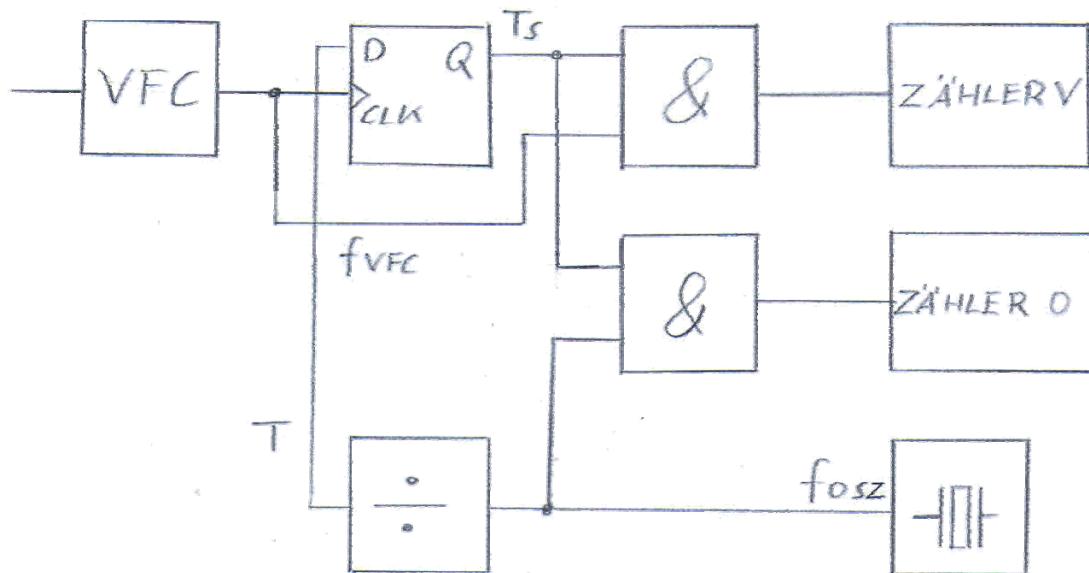
Es wird ein Zählerbaustein für eine festgelegte Zeit, die Torzeit, mit Zählimpulsen beliefert. Bei  $f_{max}$  muss der Zähler bis zum letzten Bit gezählt haben. Der Zählerstand entspricht damit der Eingangsspannung.

$$Z_{max} = f_{VFCmax} * T_{Tor}$$

$Z_{max}$ ...maximaler Zählerstand

$$\text{Auflösung (Bit)} \quad N = \frac{\lg Z_{max}}{\lg Z}$$

#### 4.1.2 Verhältniszählverfahren



Es werden 2 Zähler getaktet, das Verhältnis der beiden Zähler entspricht der Binärinformation des Analogsignals. Die Torzeit wird auf den Takt des VFC synchronisiert.

Maximaler Fehler:

-1 Takt des Oszillatorkäfers

Durch hohe Fosz ist dieser sehr klein.

$$Z = \frac{V}{O} f_{osz}$$

V...VFC Zähler (zählt die Spannung)

O...Oszillatorkäfer

fosz...Oszillatorkfrequenz

Durch verändern der Oszillatorkoeffizienten  $f_{OSZ}$  kann die Integrationszeit des Umsetzers verändert werden. Dadurch lassen sich wählbare Wandleraten und wählbare Frequenzen der Netzbrummunterdrückung (z.B.: 50Hz) verwirklichen.

Der Grund für die Brummunterdrückung liegt im integrierenden Verhalten des Umsetzverfahrens. → Eine Integration über die Zeitdauer des Netzbrumms entfernt diesen (Brumm = Wechselspannung)

Es besitzt auch eine hohe Signalrauschunterdrückung.

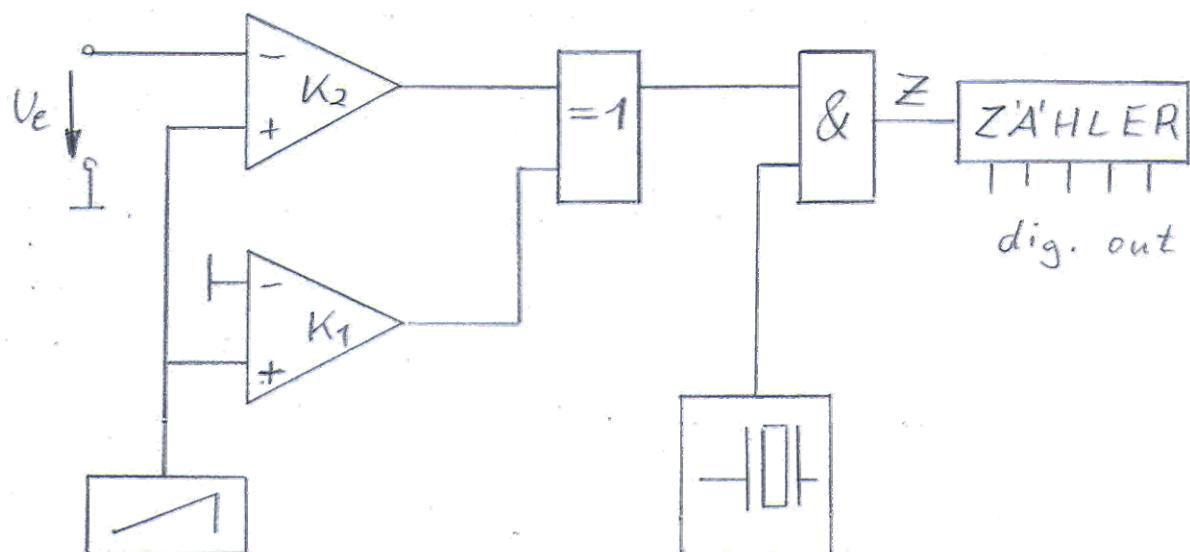
Für weißes Rauschen gilt:  $\int_0^{\infty} U_{Rausch} dt = 0$

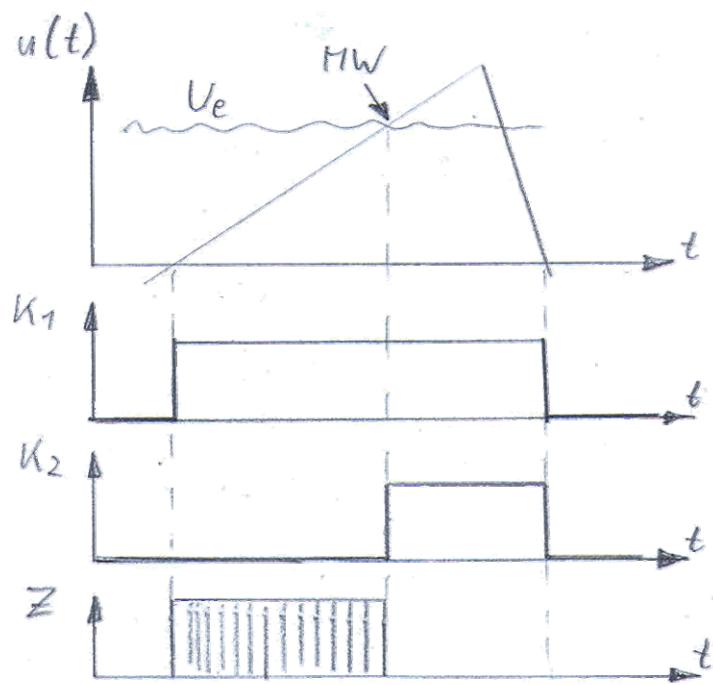
#### 4.1.3 Vorteile der Spannungsfrequenzwandler

- einfacher, unkomplizierter Aufbau
- hohe Auflösung erreichbar
- direkte, serielle Datenübertragung möglich
- geringe Kosten pro Bit
- hohe Signalrauschunterdrückung
- hohe Netzbrummunterdrückung
- variable Umsetzzeiten
- variable Auflösung

Bei hoch genauen Wiege-, Kraftmess- oder sonstigen Messbrückenapplikationen.

#### 4.2 Einrampenverfahren (Single Slope)





MW... Messwert

Ein Sägezahngenerator läuft hoch und über einen Fensterkomparator  $K_1$ ,  $K_2$  wird so lange das Tor freigegeben, bis  $U_E$  kleiner  $U_S$  ist.

Die Anstiegs geschwindigkeit des Sägezahngenerators ist so gewählt, dass er dann seinen höchsten Wert erreicht, wenn auch der Zähler voll ist.

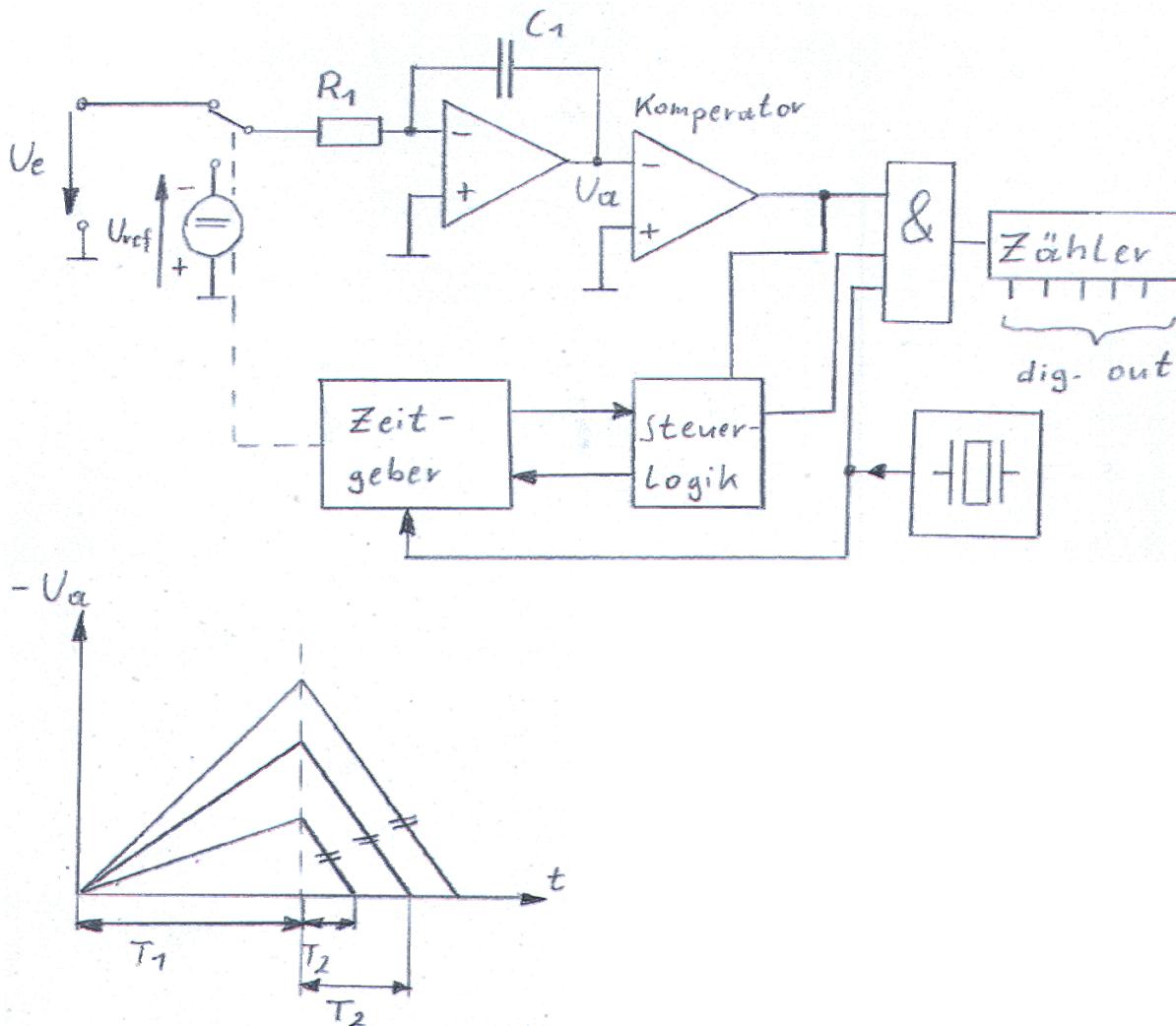
$$\text{Zählerstand: } Z = \tau \cdot f \cdot \frac{U_e}{U_{\text{Ref}}}$$

$\tau$ ... Zeitkonstante (wird vom C des Sägezahngenerators bestimmt)

f... Oszillatorkonstante

Da  $\tau$  direkt in das Messergebnis eingeht, ist dieses Verfahren nicht sehr genau (maximal 12 Bit realisierbar). Außerdem sind Präzisionskapazitäten teuer.

### 4.3 Dual Slope Verfahren



$$-\hat{U}_{a_1} = \frac{U_{e_1} \cdot T_1}{R_1 \cdot C_1}$$

Bei diesem Verfahren wird sowohl über die Eingangsspannung, als auch über die Referenzspannung integriert.

Während der Zeit  $T_1$  wird über die Eingangsspannung integriert. Die Ausgangsspannung und damit die Kondensatorspannung ist direkt proportional der Eingangsspannung.

Die Flankensteilheit variiert (nach der Eingangsspannung).

$$u_a(t) = -\frac{1}{R_1 C_1} \cdot U_e \cdot t$$

Dann wird der Integrator mit einem konstanten Strom (Flankensteilheit konstant) entladen. Die Zeitspanne, die zum Entladen benötigt wird ist somit von der Eingangsspannung abhängig.

$$T_2 = \frac{U_e}{U_{\text{Ref}}} \cdot T_1$$

$$Z = f_{osz} \cdot T_2$$

$$\hat{u}_a = \frac{u_e \cdot T_1}{R_1 \cdot C_1} = \frac{U_{\text{Ref}} \cdot T_2}{R_1 \cdot C_1}$$

$$\hat{u}_a \cdot T_1 = U_{\text{Ref}} \cdot T_2$$

$$T_2 = \frac{Z}{f_{osz}}$$

$$T_1 = \frac{n}{f_{osz}}$$

$$Z = n \cdot \frac{U_e}{U_{\text{Ref}}}$$

Die Entladezeit wird für die Digitalisierung der Messgröße  $U_e$  verwendet.

Über ein Tor werden Zählimpulse während der Zeit  $T_2$  in den Zähler eingelesen.

Durch die Doppelintegration können Genauigkeiten von 0,01% (fast 14 Bit) erreicht werden.

Das Ergebnis ist unabhängig von der Zeitkonstante  $R \cdot C$  und somit unabhängig von den Fehlereinflüssen von  $R$  und  $C$ .

Anwendungen:

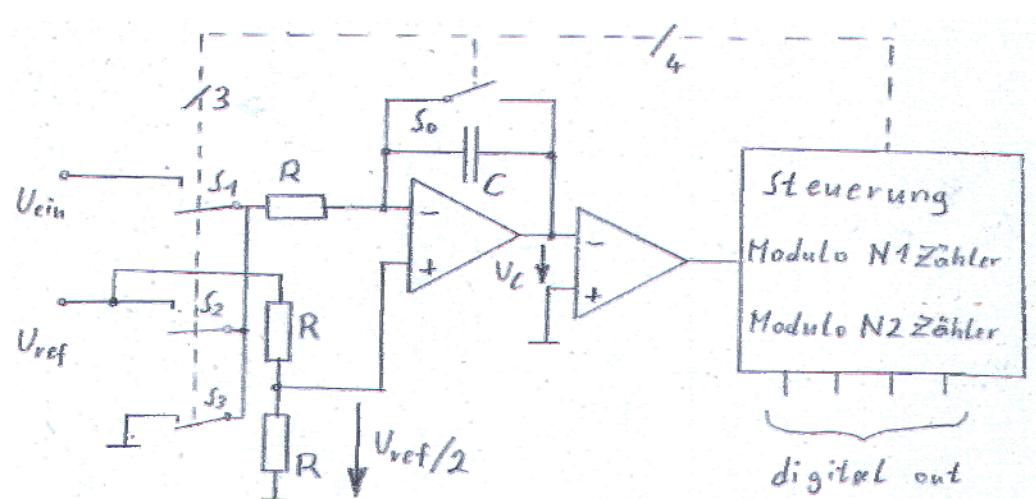
Bei 3,5 und 4,5stelligen digitalen Multimetern.

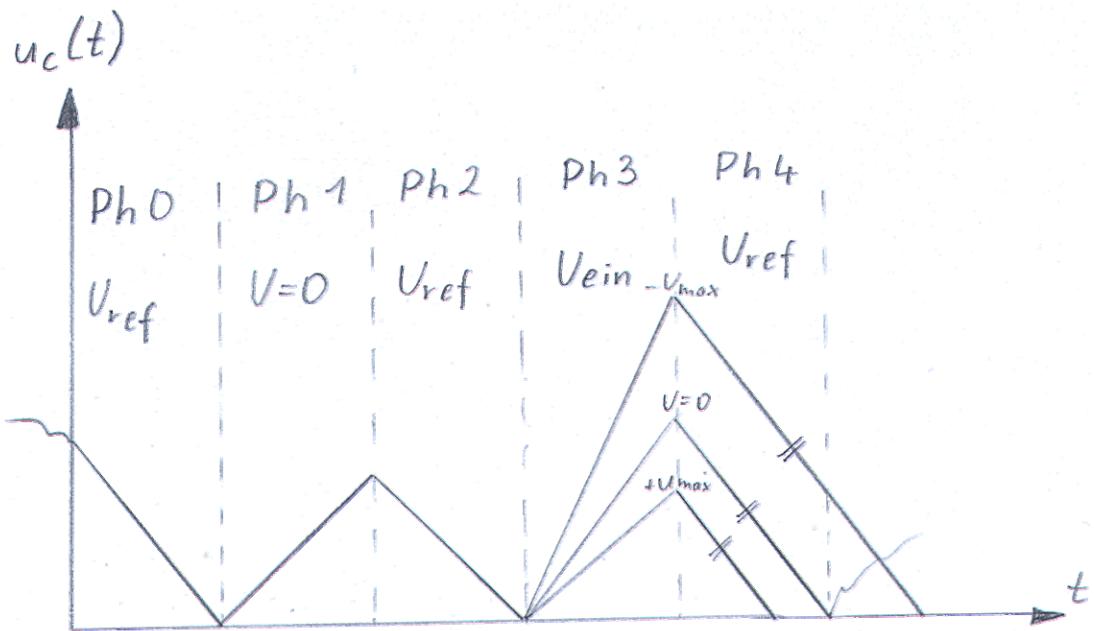
Nachteil:

Umsetzraten sind sehr gering (ca. 3 Wandlungen pro Sekunde).

Offsetfehler bleiben erhalten

#### 4.4 Quad Slope Verfahren





#### Phase 0:

$S_2$  liegt an  $U_{ref}$ , Phasenende wenn  $U_C = 0$  (alle anderen Schalter sind offen)

#### Phase 1:

$S_3$  liegt an Masse, Zähler 1 startet, Phasenende bei Zählerstand 1

#### Phase 2:

$S_2$  liegt an  $U_{ref}$ , der Zähler zählt  $n_1$  Impulse herunter

#### Phase 3:

$S_1$  schließt ( $U_{ein}$ ), Zähler 2 zählt rückwärts, Phase 3 ist beendet wenn 4 mal  $n_1$  Impulse gezählt wurden.

#### Phase 4:

$S_2$  schließt (Integration von  $U_{ref}$  beginnt), wenn  $U_C = 0$  ist die Phase 4 beendet  
Zähler 2 wird angehalten, sein Ergebnis entspricht der analogen Eingangsspannung.

### 4.4.1.1 Offset-Fehler Betrachtung

#### Phase 1 :

Offset Fehler bewirken eine Änderung der Anstiegsflanke von  $U_C$ . Es wird ein anderer Endwert erreicht.

#### Phase 2:

Durch den geänderten Endwert aber gleicher Flankensteilheit wird der Nulldurchgang bei  $T \pm \Delta T$  erreicht.

#### Phase 3:

Zähler 2 startet um  $\pm \Delta T$  verschoben. Sie endet zum selben Zeitpunkt wie im fehlerfreien Fall.

#### Phase 4:

Sie verläuft wie im fehlerfreien Fall. Der im Zähler 1 gespeicherte Offsetwert wird vom Ergebnis des Zählers 2 subtrahiert.

#### Genauigkeit:

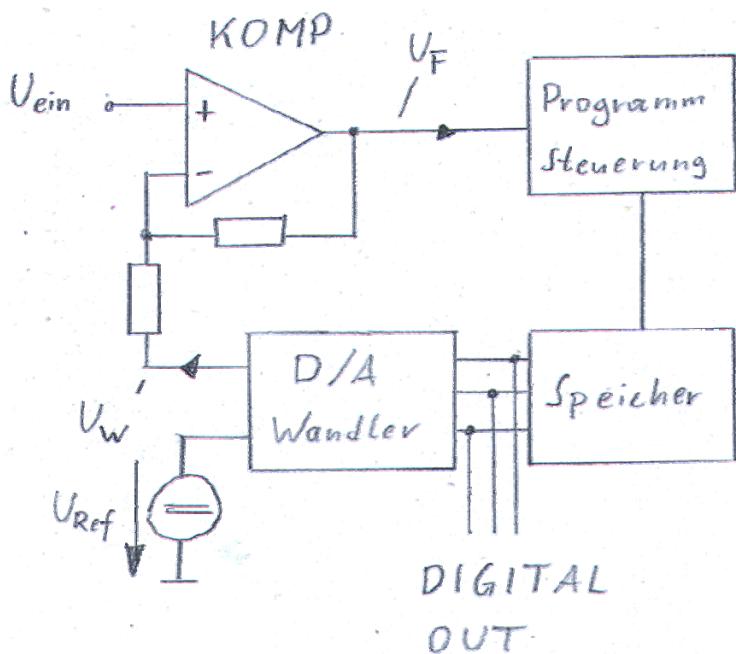
ca. 12-25 Bit (Damit können Digitalmultimeter mit 6,5 Digits gebaut werden.)

#### Wandelrate:

ca. 12-500ms

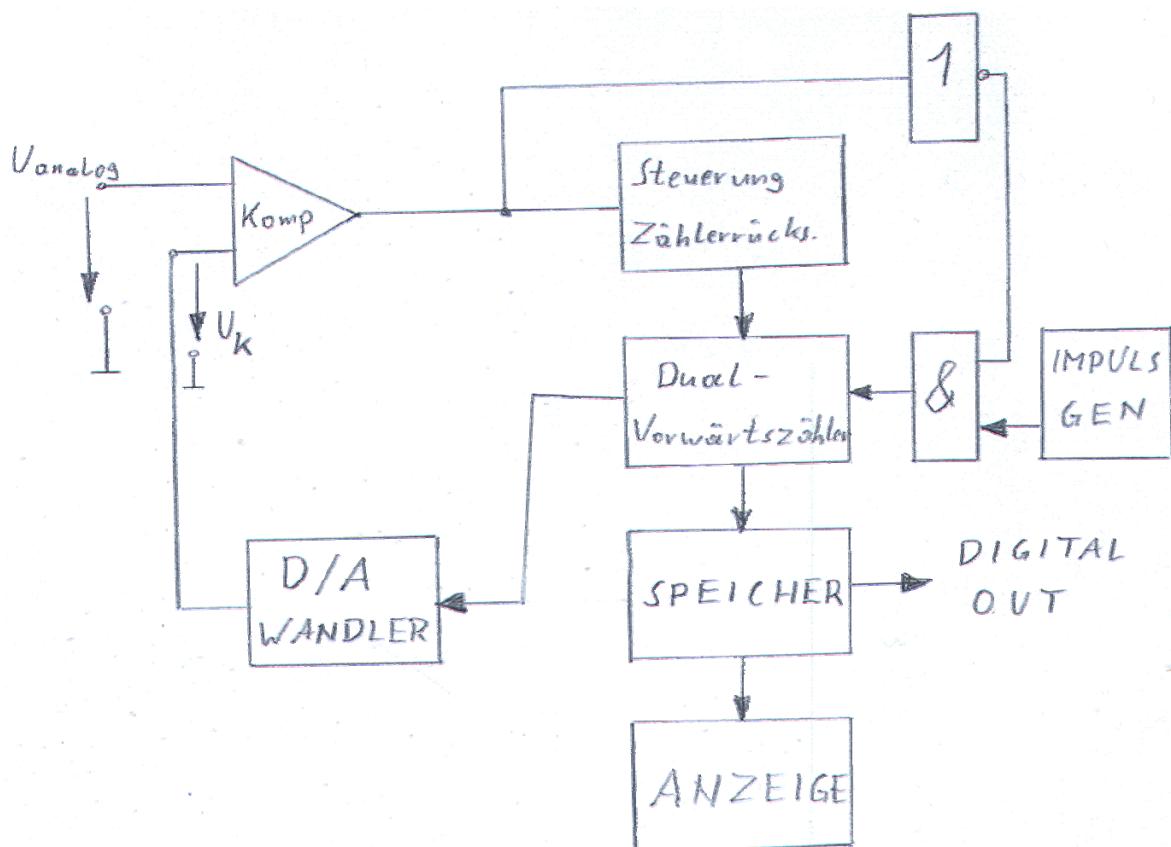
Eine höhere Auflösung kann man mit dem Multislope-Verfahren erzielen.

## 4.5 ADC mit stufenweiser Annäherung



Dieser Wandler arbeitet mit einem Regelkreis. Die einstellbare Potentiometer (Spannungsteiler) wird verschieden realisiert (binär kodierte Widerstandskette, ...) Je nach Verfahren unterscheiden sich Programmsteuerung und Programmspeicher.

### 4.5.1 Stufenrampenwandler

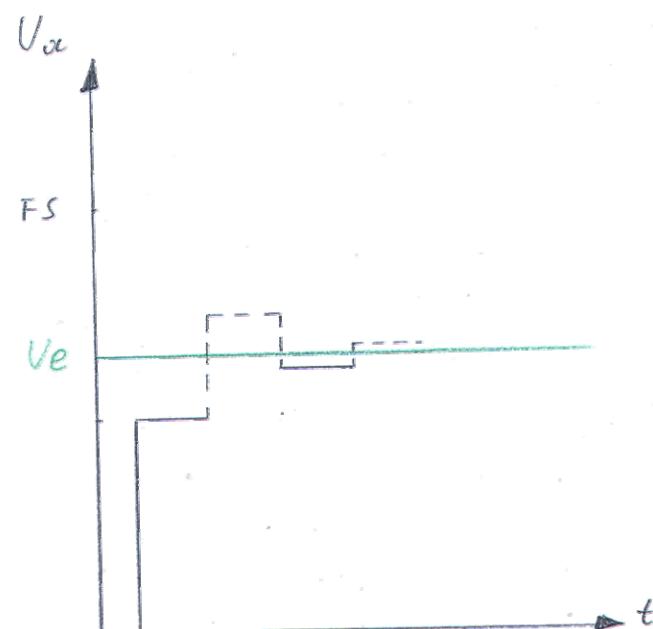
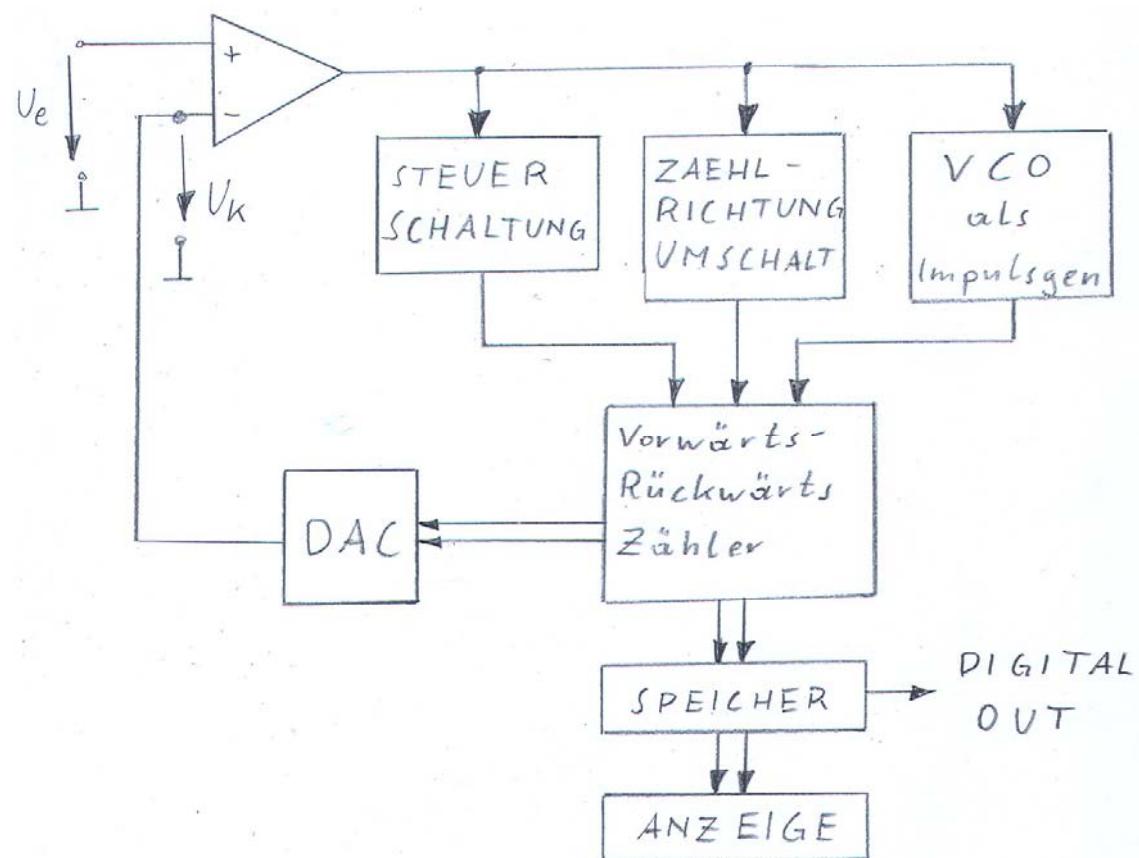


Die Wandlung beginnt bei 0 und zählt so lange, bis der Komparator am Ausgang x umschaltet und so anzeigt, dass der Zählerstand dem Analogeingang entspricht.

Die Steuerschaltung stellt den Zähler auf 0 und somit kann eine neue Wandlung beginnen.

Nachteil: Durch das Zählen von 0 ist der Wandler sehr langsam.

#### 4.5.2 Wägeverfahren



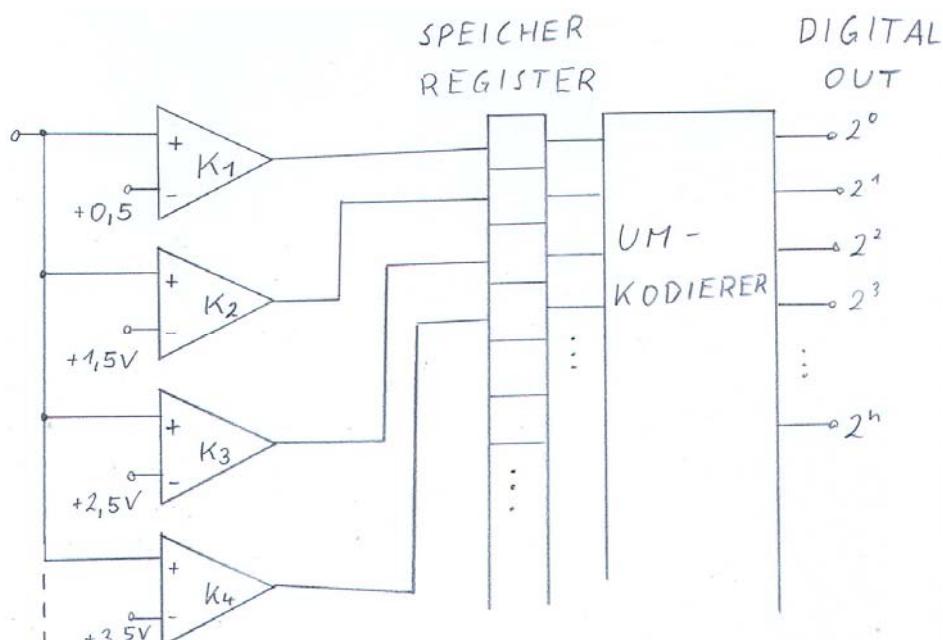
Wie bei einer Waage wird entschieden ob der Wert größer oder kleiner als ein bestimmter Wert ist. Begonnen wird immer bei der (maximalen Größe)/2. Bei jedem Schritt wird die Größe halbiert und untersucht ob sie größer oder kleiner ist. Die Summe aller Entscheidungen ist nun das Ergebnis. Bei Änderung der Eingangsspannung bleibt durch den spannungsgesteuerten Oszillator, der Zählerstand in der Nähe des Wertes, daher ist die Wandlung sehr schnell.

Das Ergebnis ist auf  $\pm \frac{1}{2}$  Digit genau.

Vorteile:

- hohe Umsetzraten (12 Bit im  $\mu\text{s}$ -Bereich)
- Die Grenzen für die Umsetzgeschwindigkeit sind im Komparator und im Schalter zu suchen.

## 4.6 Parallelumsetzer (Flash Converter)



Die Analoggröße wird mit Referenzspannungen verglichen, die mit dem Digitalwort korrigiert sind.

Die Quantisierungsschritte können konstant oder mit Gewichtsfunktion versehen sein. Dadurch ergeben sich lineare oder nicht lineare Umwandlungscharakteristiken. Das Ergebnis steht nach einem Wandlungstakt zur Verfügung. Man spricht von einem „word – at a time“-Prinzip.

Vorteil:

- Sehr hohe Messgeschwindigkeit (bis 300MBit/s)

Nachteil:

- großer Aufwand
- geringe Genauigkeit
- Möglichkeit der Fehlkodierung beim Übergang von einer Stufe auf eine andere (Klitsch)
- Belastung der Messspannung

Je mehr Komparatoren benutzt werden, je feiner ist die Umsetzung.

# 5 Messungen an Umsetzern

## 5.1 Messungen an DA-Umsetzern

### 5.1.1 Spezifikationen

Die Übertragungskennlinie eines DA-Umsetzers besteht aus einzelnen Punkten, deren Anzahl dem Code entspricht.

Die kleinstmögliche Stufe ist:

$$\text{LSB} = 2^{-n} U_{FS}$$

n...Anzahl der Bits

$U_{FS}$ ...Full Scale (Referenzspannung)

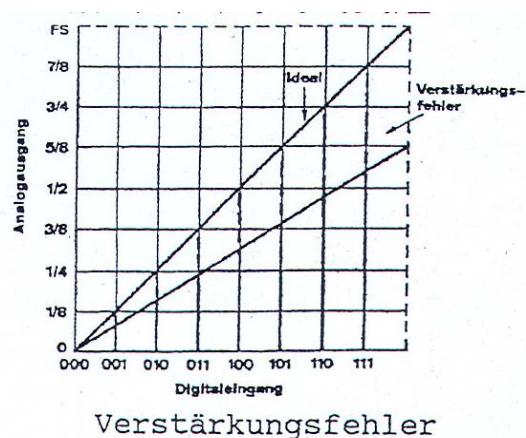
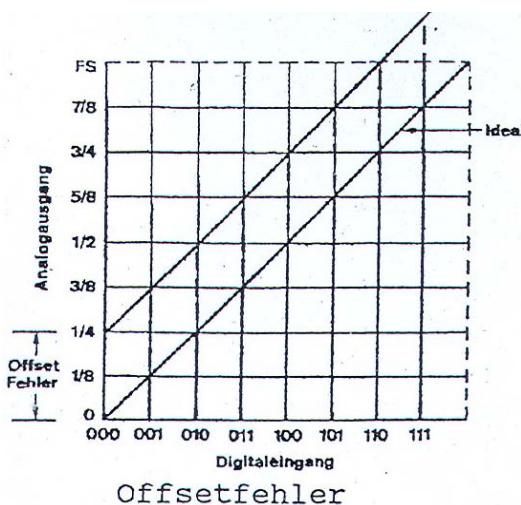
Die Maximale Ausgangsspannung ist  $A = U_{FS} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$

Die wichtigsten Spezifikationen eines DAC sind Auflösung und Genauigkeit.

Bei der Genauigkeit gibt es 3 Hauptfehler:

- Offsetfehler
- Verstärkungsfehler
- Linearität

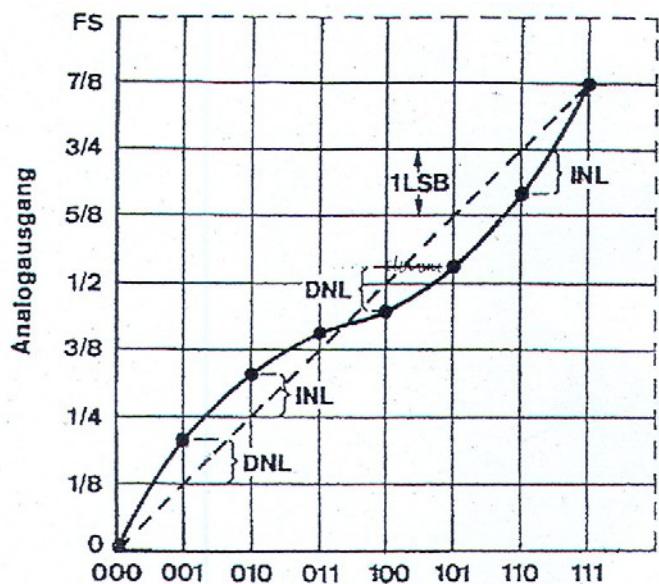
### 5.1.2 Offset- und Verstärkungsfehler



Offset Fehler entspricht einer Parallelverschiebung der Kurve

Verstärkungsfehler entspricht einer Drehung der Kennlinie

### 5.1.3 Linearitätsfehler

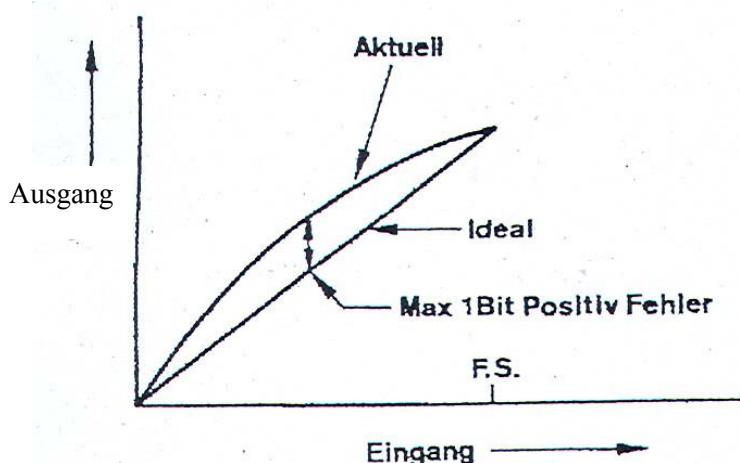


Durch nicht optimal getrimmte Widerstände lassen sich Fehler dieser Art nicht abgleichen.

Man unterscheidet:

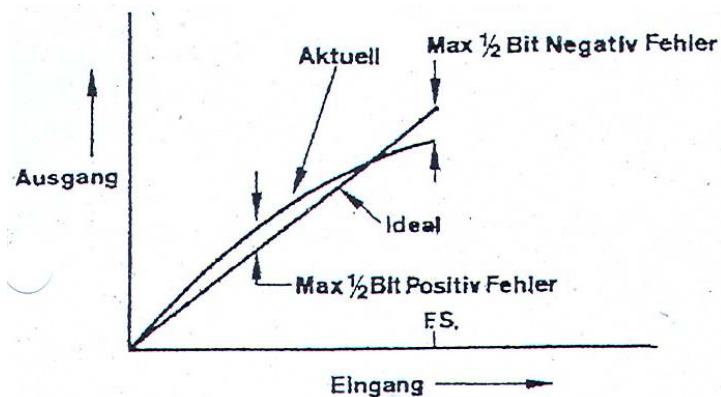
- integraler (relativer) Linearitätsfehler (INL): max. Abweichung von der Geraden
- differenzieller Linearitätsfehler (DNL): max. Abweichung vom idealen Codesprung

#### a) Endpunktlinearität



Man zieht eine Gerade durch die Endpunkte und bestimmt nach der INL die max. Differenz der Übertragungskurve zu der Geraden.  
Der Abgleich ist hier für den Anwender sehr einfach.

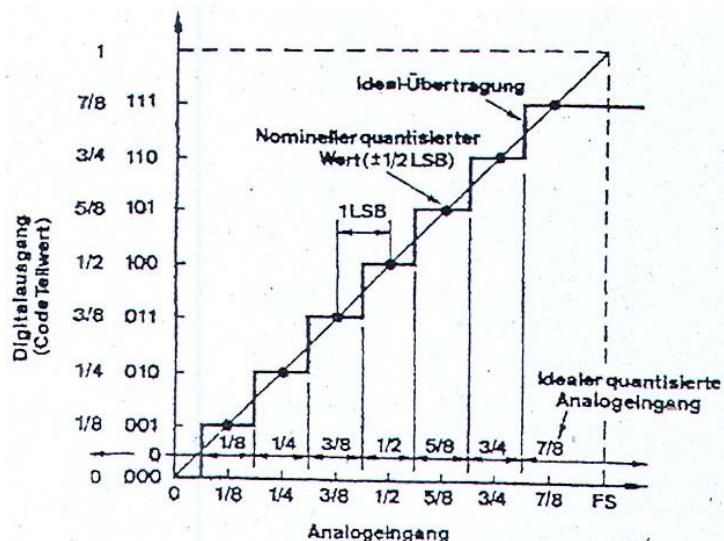
### b) Linearität nach Optimumsabgleich (best straight line)



Nach Aufnahme der Übertragungskurve wird eine Gerade so über den gesamten Bereich gelegt, so dass ein Minimum an Abweichung auftritt. Eine 100% Aussage über das Linearitätsverhalten eines DAC ist nur dann gegeben, wenn alle möglichen Codes überprüft werden.

## 5.2 Statische Tests an ADC

### 5.2.1 DC-Spezifikationen



Beim ADC besitzen mehrere benachbarte Analogwerte den gleichen Ausgangscode. Die Breite der gleich codierten Spannungsspegl beträgt im Idealfall 1 LSB.

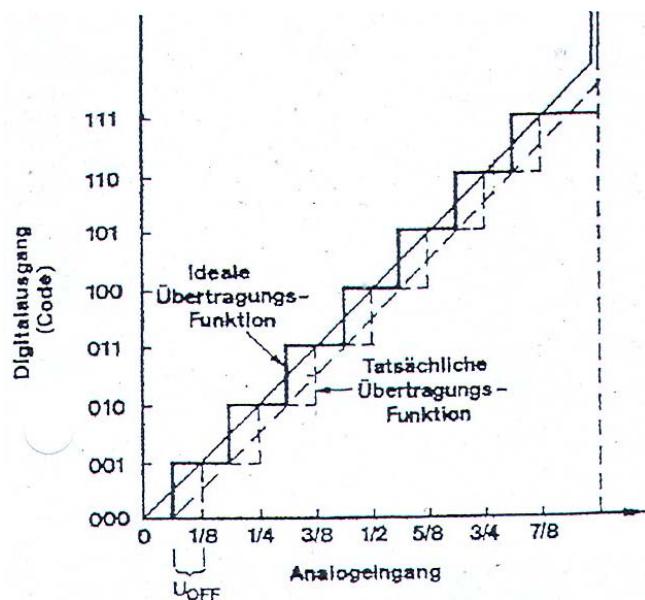
#### Wichtigste Spezifikationen:

- Auflösung
- Wandelzeit

#### Unterteilung in:

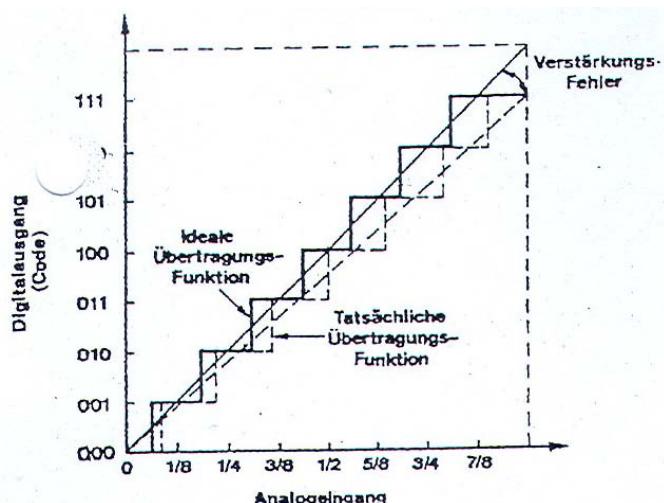
- Offsetfehler
- Verstärkungsfehler
- Linearität

## 5.2.2 Offsetfehler



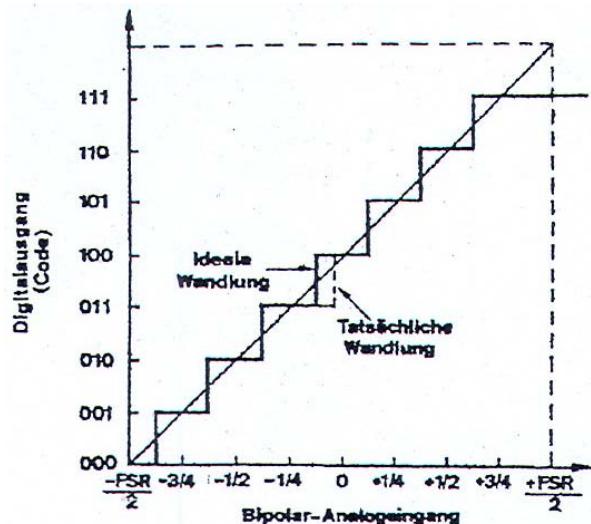
Zur Bestimmung des Offsetfehlers wird die Eingangsspannung so lange erhöht, bis der Ausgangscode von 0000 auf 0001 springt. Von diesem Spannungswert wird der Spannungswert des idealen ersten Codeübergangs ( $1/2$  LSB) abgezogen.

## 5.2.3 Verstärkungsfehler



Der Verstärkungsfehler (Gain Error) beeinflusst die Steilheit der Kurve und wirkt sich prozentuell für alle Codes gleich aus. Der Fehler lässt sich durch Abgleich vermeiden. Er wird durch die Abweichung der Differenz des gemessenen Letzten zum ersten Codeübergang vom idealen Wert definiert.

## 5.2.4 Linearitätsfehler

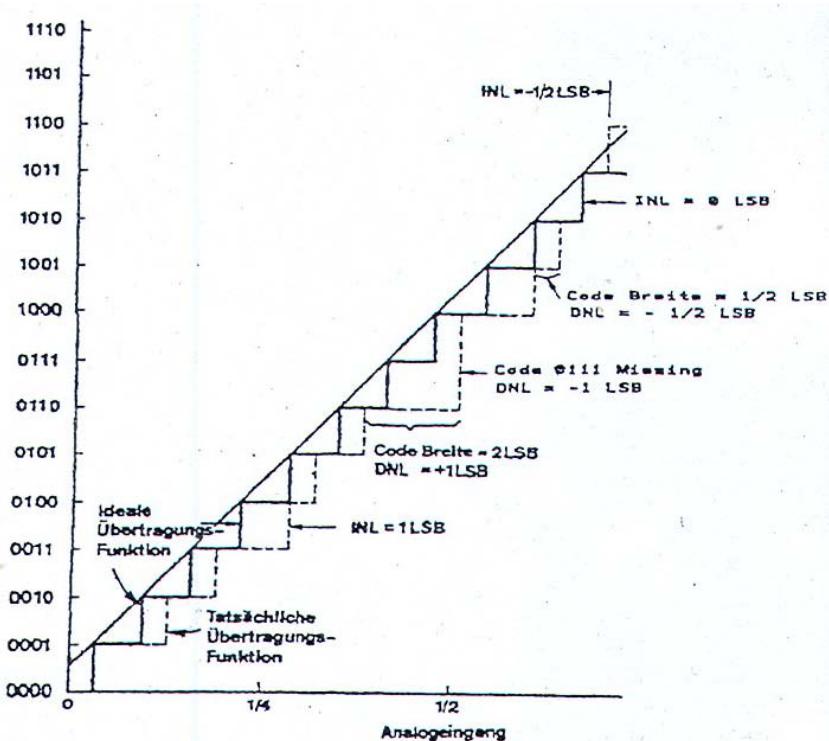


Linearitätsfehler sind nicht abgleichbar, daher ist dies eine der wichtigsten Spezifikationen.

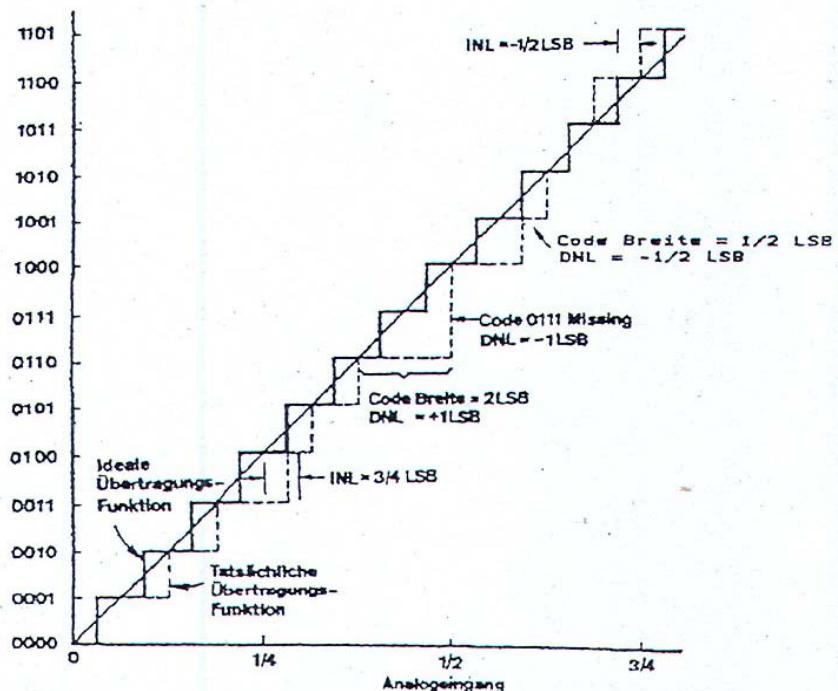
Differenzielle Nichtlinearität (DNL) ist die Abweichung von einer idealen Codebreite. Integrale Nichtlinearität (INL) ist die Abweichung von einem idealen Codeübergang.

Bei der Linearitätsbetrachtung sind zwei verschiedene Definitionen möglich.

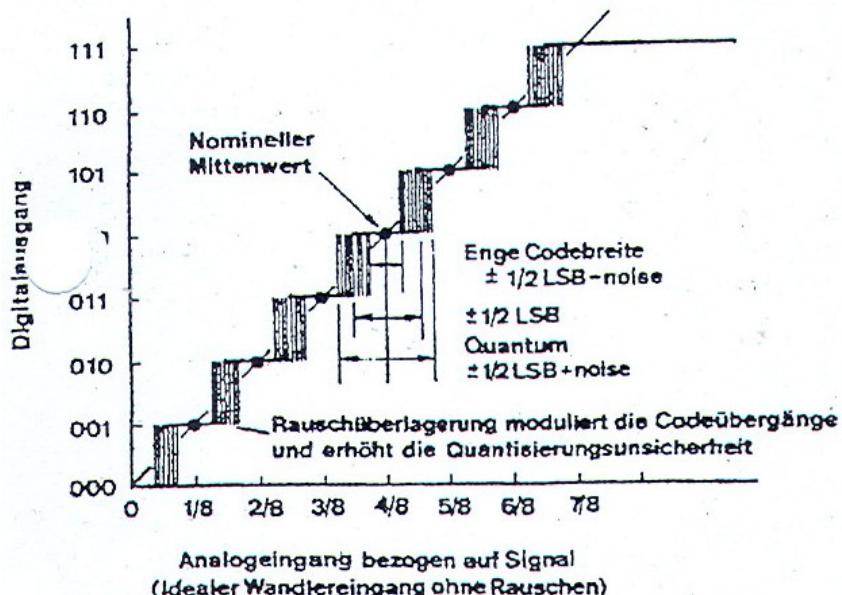
- a) Abweichung von der Geraden gezogen durch die Eckpunkte der Treppe des ersten und letzten Codes (Low Side Transition)



- b) Abweichung von der Geraden, gezogen durch die Codemitten des ersten und letzten Codes (Center Code)



### 5.2.5 Codeübergang



Durch das Rauschen und die endliche Verstärkung des internen Komparators erfolgt beim mehrfachen Wandeln der Codeübergang an unterschiedlichen Stellen.  
Der Abtastpunkt wird, bedingt durch die Wahrscheinlichkeit, in der Mitte der möglichen Übergänge angenommen.

## 5.3 Dynamische Tests an ADC

### 5.3.1 Allgemeines

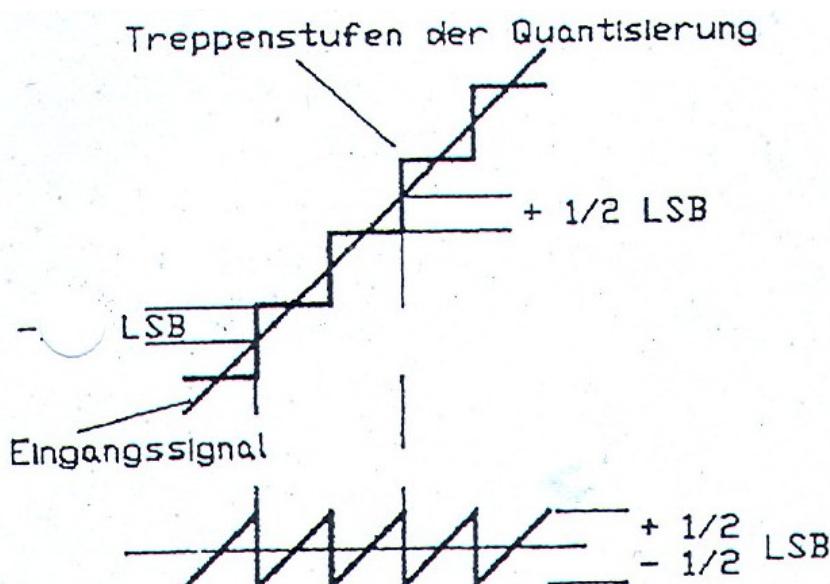
Offset, Verstärkungsfehler und Linearität sind DC-Parameter, die die Qualität bei Gleichspannungsmessungen wiedergeben.

Zur Digitalisierung von AC-Signalen muss noch ein Abtasthalteglied (Sample Hold) vorgeschaltet werden. Das dynamische Verhalten der Kombination wird von den AC-Parametern des Halteverstärkers bestimmt. Während der Wandlung wird dem ADC ein DC-Signal angeboten, sodass die DC-Spezifikationen ausreichend sind.

Die neuen Sampling-ADC haben Sample und Hold schon integriert, sodass eine Spezifikation im AC- und DC-Bereich notwendig ist.

In anderen Worten: Der ADC kann eine Gleichspannung konvertieren, die Eingangsspannung muss während der Wandelzeit konstant bleiben. Deshalb genügen beim ADC die Gleichstromparameter. Bei der Umwandlung eines Signals (Musik, Sprache, etc.) wird das Signal kurz gespeichert und dem ADC als Gleichspannung gegeben.

### 5.3.2 Signalrauschabstand (SNR – Signal to Noise Ratio)



Der Sägezahn ist die Differenz zwischen dem Eingangssignal und dem quantisierten Signal.

Verhältnis des Messsignals zum Rauschen bei reinem Sinus.

Da als Eingangssignal ein reiner Sinus verwendet wird, ergibt sich der RMS-Wert für einen n Bitumsetzer:

$$U_{e_{RMS}} = \frac{2^{n-1} * LSB}{\sqrt{2}}$$

Der Quantisierungsfehler am Ausgang von  $\frac{1}{2}$  LSB wird als Quantisierungsrauschen bezeichnet (Sägezahnverlauf). Je nach Auflösung ergibt sich ein geänderter Signalrauschabstand (z.B.: bei 8Bit, 50dB).

### 5.3.3 Effektive Genauigkeit (ENOB – Effective number of bits)

Die ENOB steht unmittelbar im Zusammenhang zur SNR. Je nach Applikation kann die eine oder andere Definition aussagekräftiger sein.

### 5.3.4 Klirrfaktor (THD – Total Harmonic Distortion)

$$THD = \log \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}}{U_1} dB$$

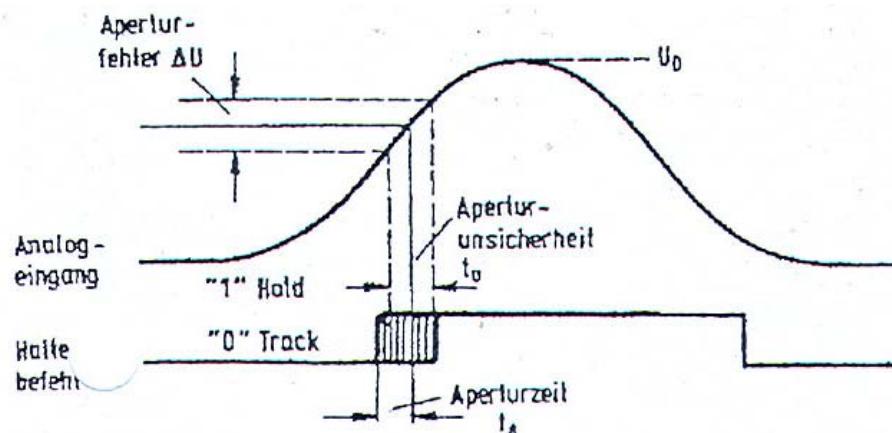
### 5.3.5 Intermodulationsverzerrungen (IMD – Inter Modulation Distortion)

Bei Eingangsspannungen, die aus zwei oder mehr Sinusspannungen bestehen ergeben sich auf Grund der Nichtlinearitäten der aktiven Bauteile Verzerrungen. Die Intermodulationsverzerrungen entstehen aus den Summen- und Differenzfrequenzen.

$$m * f_a \pm b * f_b \quad \text{mit } m, n = 1, 2, \dots$$

Von besonderem Interesse ist dabei die dritte Ordnung der harmonischen, da viele Applikationen auf ein relativ enges Frequenzband ausgelegt sind.

### 5.3.6 Aperturzeit (Aperture Time), Unsicherheit (Uncertainty)



Die Aperturzeit ist die Zeit vom Anlegen des Haltesignals bis zum tatsächlichen Öffnen des Schalters des Sample Holds. Während dieser Zeit ändert sich das Eingangssignal, wodurch ein Fehler (Aperturfehler) in Abhängigkeit der Slew Rate des Eingangssignals entsteht.

$$u(t) = U_0 * \sin 2\pi f * t$$

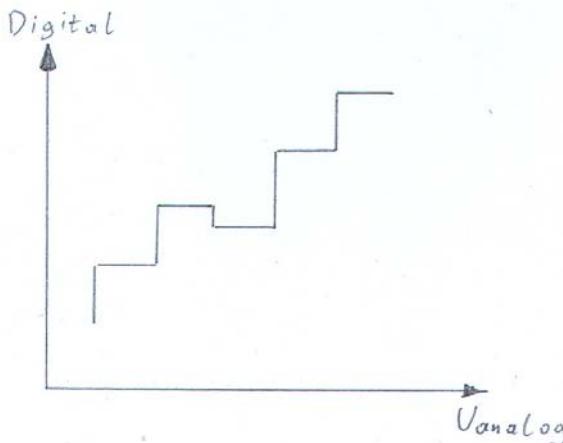
$$\frac{du}{dt} = 2\pi f * U_0 * \cos 2\pi f * t$$

$$\max \text{Wert} : \left. \frac{du}{dt} \right|_{\max} = \frac{\Delta U}{t_m} = 2\pi U_0 * f_{\max} \rightarrow f_{\max} = \frac{\Delta U}{2\pi U_0 t_0}$$

$U_0$ ...Amplitude  
 $\Delta u$ ...max. Fehler  
 $t_u$ ...Aperturunsicherheit

## 5.4 Weitere Begriffe von ADC und DAC

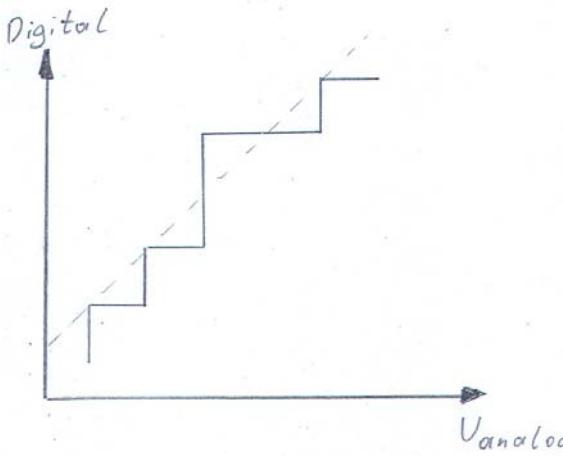
### a) Monotoniefehler



Bei sehr langsamem und stetigem Anstieg der Binärfolge als Eingangssignal soll eine stetig steigende Ausgangsspannung  $U_{\text{analog}}$  entstehen. (Achtung: Text für DAC, Bild für ADC)

Entsteht z.B. durch falsch gewichtete Widerstände – siehe R-Netzwerke.

### b) Missing Code Fehler



Bei ADC werden durch langsame und stetige Eingangsspannungen  $U_{\text{analog}}$  bestimmte Codeworte nicht erzeugt.

### c) Einschwingzeit (Setling Time)

Das Zeitintervall zwischen anlegen eines Eingangssignals und dem Erreichen des entsprechenden Ausgangswertes mit einer definierten Genauigkeit

### d) Umwandlungsrate (Conversion Rate)

Die Zahl der Wandlungen pro Zeiteinheit

### e) Umwandlungszeit (Conversion Time)

Die Zeit die benötigt wird, beginnend mit dem Abtasten (Sampling) des Messwertes und endet mit der Ausgabe des Digitalwertes.

### f) Samplingzeit

Jener Zeitabschnitt, in dem der Messwert vom ADC abgefragt wird. Sie ist in der Regel klein gegen die Umwandlungszeit.

## 5.5 Testschaltungen

### a) Rekonstruktionsschaltungen

Es wird ein Dreieck- oder ein Sinussignal über einen Pufferverstärker in den zu prüfenden ADC eingespeist. Über einen DAC, dessen Auflösung mindestens um 2 Bit größer sein muss, wird das Signal rückgewandelt. Um Störungen der Messanordnung zu unterdrücken werden Deglitcher und Tiefpassfilter nachgeschalten. Das Ergebnis wird mit einem Oszilloskop untersucht.



### b) Dynamischer Test mit Computerauswertung (FFT)

Diese Methode hat zwei Vorteile:

- a. Es entfällt der zur Zurückwandlung notwendige DAC (mit Deglitcher und Filter) dessen Fehler bzw. dynamisches Verhalten die Ergebnisse (des DAC) verschlechtern.
- b. Die Auswertung erfolgt mit einem Rechner, wodurch die Ergebnisse gespeichert, ausgewertet und gegebenenfalls grafisch dargestellt werden können. Es entfällt die subjektive, optische Auswertung an einem Oszilloskopbild.

## 5.6 Störeinflüsse und Fehlerquellen

### a) Erdungsprobleme und Masseführung

häufiger Fehler: digitale Ströme laufen über analoge Masseleitungen  
Alle analogen und digitalen Masseleitungen sollten getrennt verlaufen und die Verbindung der Masse sollten nur einmal und zwar möglichst nahe am Umsetzer durchgeführt werden. Optimal wäre ein konsequent durchgeföhrter sternförmiger Leitungsverlauf.

### b) Entkopplung zwischen schnellen DAC und IU-Wandler

Die Ausgangsspannung ist auf die positive Versorgung bezogen. Um die Impedanz im hochfrequenten Strompfad zu verringern, muss der Entkopplungskondensator so gelegt werden, dass der Strom von den Versorgungsanschlüssen zum Masseanschluss des DAC fließen kann.

## 5.7 Layoutvorschläge / -probleme

### 5.7.1 Layer

Prints mit multiblen Layern haben immer eine gerade Anzahl von Layern, da jeweils 2-Layer-Platten zusammengeklebt werden. (Mit einem Isolator dazwischen)

Für jede Versorgung verwendet man einen eigenen Layer, dazu kommen noch einige zum Routen.

Ein Beispiel wäre ein System mit digitaler und zwei analogen Versorgungsspannungen → 5 Layer + 3 Layer fürs Routing ergeben 8 Layer.

Eine Möglichkeit Layer einzusparen wäre, den digitalen und den analogen Teil auf der Platine zu trennen, dadurch können die Planes nebeneinander gelegt werden.  
Prints mit zu vielen Layern sind zu teuer, wirtschaftlich ist es bis 6 Layer.

Die Signallayer sollten bei einem Testprint außen verlaufen, damit Änderungen möglich sind.

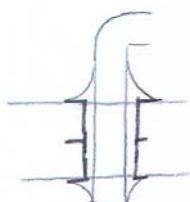
### 5.7.2 Pads

Bei einem Pad auf einer Masse-, oder Versorgungsplane, darf nicht einfach ein Loch in die Plane gesetzt werden, da sonst die Lötstelle nicht genügend erwärmt werden kann.

Beispiel für ein Pad in einer Plane:



Wird der Print nicht genügend erwärmt, entsteht eine kalte Lötstelle.  
Eine andere Möglichkeit wäre es den Print vorzuheizen.



...gute Lötstelle



...kalte Lötstelle

## 6 Zeit- und Frequenzmessung

Zeitintervalle lassen sich nicht nur mit einer außerordentlich hohen Genauigkeit messen, sie sind auch „digitalfreundliche“ Größen. Über die Impulszählung können die Messsignale leicht als Zahl dargestellt werden. So werden im zunehmenden Maße Zeit- und Frequenzsignale als die die Messinformation tragenden Parameter benutzt, wobei sich die Vorteile bei analoger und digitaler Signalverarbeitung miteinander kombinieren lassen.

Vorteile der frequenzproportionalen digitalen Signale:

- hohe Nullpunktkonstanz
- hohe Linearität
- hohe Genauigkeit
- unempfindlich gegen Änderungen der Leitungsparameter
- unempfindlich gegenüber Signaleinstreuungen (LWL)
- Sie lassen sich leicht galvanisch entkoppeln.
- Sie können ohne Verlust an Genauigkeit verstärkt werden.
- Sie lassen sich mit einfachen Hilfsmitteln verarbeiten. (Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren)

Zeit- und Frequenzmessung sind einander sehr ähnlich.

Eine Impulsfolge der Frequenz  $f$  läuft während eines Zeitintervalls  $T$  in einen Zähler ein und führt dort zu einem Zählerstand  $N$ .

$$N = f * T$$

**Zeitmessung** – Die Frequenz ist bekannt und der Zählerstand ist ein Maß für die gesuchte Zeit  $T$ .

**Frequenzmessung** – Die Messzeit wird konstant gehalten und aus dem Zählerstand kann die Frequenz  $f$  ermittelt werden.

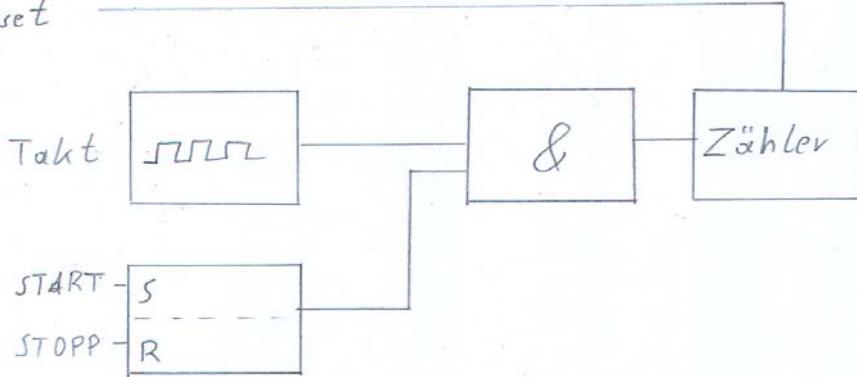
### 6.1 Zeitmessung

#### 6.1.1 Digitale Messung eines Zeitintervalls

Zur Messung eines Zeitintervalls ist ein Taktgeber notwendig, der eine Impulsfolge der bekannten Frequenz  $f$  liefert.

Als Taktgeber (Zeitnormal) dient ein mit einer sehr konstanten Frequenz schwingender Oszillator, wie z.B. ein Schwingquarz. Seine Impulse werden gezählt, solange das als „Tor“ vor dem Zähler liegende UND-Gatter geöffnet ist.

Reset



Genauigkeit abhängig von:  
Taktfrequenz und Zeitintervall

Empfindlichkeit abhängig von:  
Taktfrequenz

Durch den Startimpuls wird das RS-FF gesetzt und das &-Gatter mit einer 1 belegt. Das Tor schließt, sobald das FF durch einen Stopp-Impuls rückgesetzt wird. Bei der bekannten Frequenz  $f$  ergibt sich die zwischen dem Start- und Stopp-Impuls vergangene Zeit  $T_x$  als Zählerstand  $N_x$  zu  $N_x = f * T_x$ .

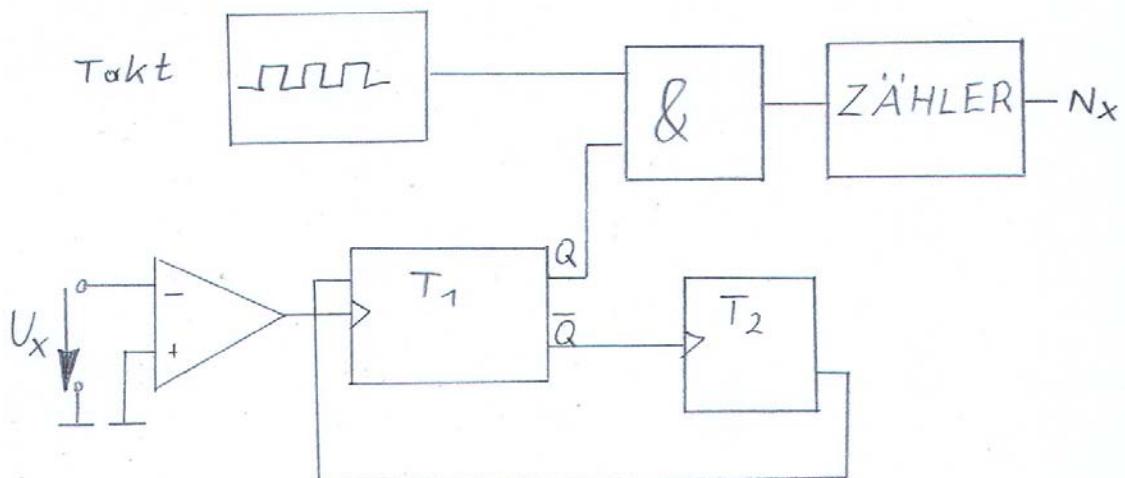
Sobald das Ergebnis abgelesen und zwischengespeichert ist, wird der Zähler wieder rückgesetzt und die Anwendung ist bereit für eine neue Messung.

### Quantisierungsfehler

Der Startimpuls ist nicht mit dem Taktsignal synchronisiert und hätte auch bei einer anderen Phasenlage kommen können. In diesem Fall ist das Ergebnis um ein Ereignis unsicher → Quantisierungsfehler. Der Zählerstand wird mit  $N_x \pm 1$  angegeben.

### 6.1.2 Digitale Messung einer Periodendauer

Das analoge Signal muss zuerst in ein binäres Rechtecksignal umgewandelt werden.



Der OPV macht aus dem Eingangssignal ein Rechteck.  
 $T_1$  ist die Torzeit.

Die Zeit  $T_2$  wird zum Rücksetzen der Zeit  $T_1$  benötigt, die Schaltung wird jedoch nicht nochmals gestartet.

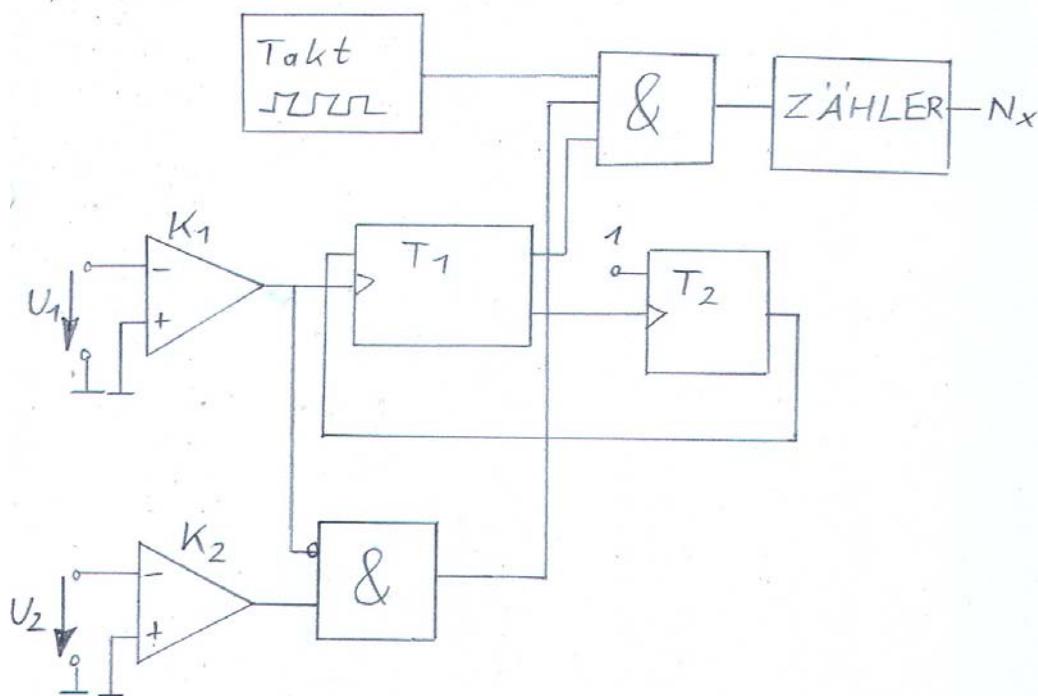
Nach dem Rücksetzen der Kippstufen und des Zählers wird von der ersten ansteigenden Flanke des Komparatorsignals das FF  $T_1$  gesetzt, mit der zweiten Flanke wieder rückgesetzt. Damit wird mit  $\bar{Q}$  von  $T_1$ ,  $T_2$  gesetzt und ab diesem Zeitpunkt bleibt  $T_1$  rückgesetzt. Während dieser Zeit werden die Taktimpulse eines Taktgenerators gezählt. Die Impulse des Taktgenerators gelangen für genau eine Periode durch das &-Gatter in den Zähler. Bei bekannter Frequenz  $f$  ist der Zählerstand  $N_x$  ein Maß für die Periodendauer  $T_x$ .

$$N_x = f * T_x$$

### 6.1.3 Digitale Messung des Phasenwinkels

Es soll dabei der Phasenwinkel der beiden Spannungen  $u_1(t) = \hat{u} * \sin \omega t$  und  $u_2(t) = \hat{u} * \sin(\omega t + \varphi) = \hat{u} * \sin(\omega t + \omega t_x)$  gemessen werden.

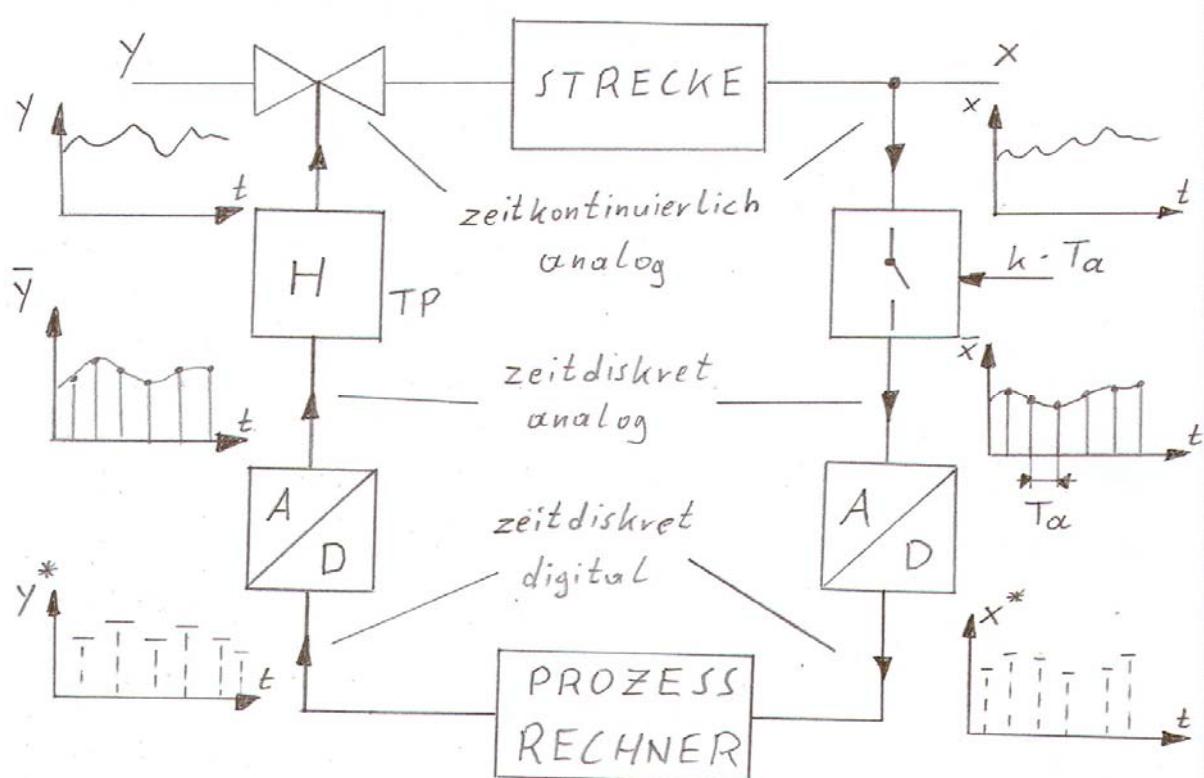
Beide Signale werden (negierend) Komparatoren zugeführt und durch eine &-Verknüpfung dass Zeitintervall  $t_x$  herausgefiltert. Das FF  $T_2$  gewährleistet, dass nur ein Impuls für die Zählung herangezogen wird. Mit  $f$  als Frequenz des Taktgebers und  $N_x$  als Zählerstand ergibt sich der Phasenwinkel zu  $\varphi = \omega t_x = \omega \frac{N_x}{f}$



# 7 Digitale Regelung

## 7.1 Allgemeines

Die immer analog vorliegenden Signale einer Strecke müssen in ein digitales Signal umgewandelt werden. Dies geschieht durch einen Abtaster, der die Regelgröße mit der Abtastzeit  $t_0$  in ein zeitdiskretes Analogsignal umwandelt. Diese diskreten Werte werden über einen ADC digitalisiert und dem Prozessrechner zugeführt.



### 7.1.1 Aufgaben des Prozessrechners

- Berechnung von Prozessgrößen nach mathematischen Formeln.  
(Differentialgleichungen)
- Der Rechner verarbeitet dabei alle auftretenden Messwerte zentral und gibt alle notwendigen Stellgrößen aus.
- Übergeordnete Regelungen z.B. Störgrößenaufschaltung unter Verwendung von Prozessmodellen zur Prozessoptimierung
- Ausgabe von Informationen an das Bedienpersonal.
- Ausgabe von Daten an andere Rechner.

Die Abtastzeit  $T_0$  hängt von der Grenzfrequenz des abzutastenden Signals und von der Genauigkeit der Regelung ab.

### 7.1.2 Vorteile

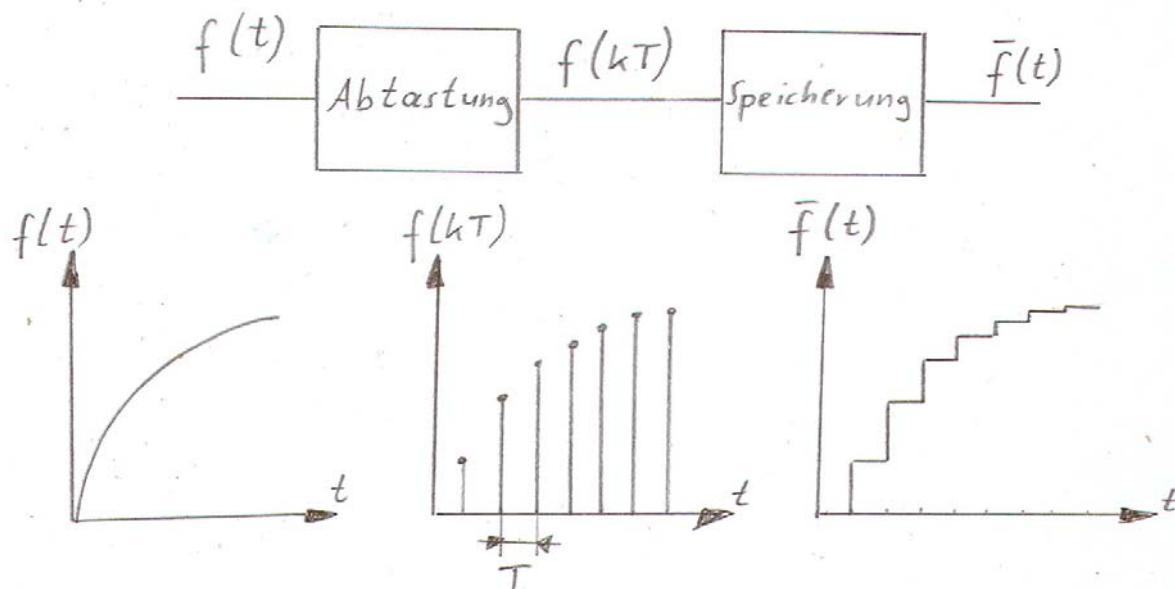
- a) Flexibler, durch leichte Änderung der Daten durch Regelparameter, Sollwert, Modellparameter
- b) Digital realisierte Parameter sind unempfindlicher gegen Umwelteinflüsse als analoge.
- c) Die Parameter lassen sich „beliebig genau“ einstellen.
- d) Mehrere Regelgrößen sind mit Digitalrechner effizienter als mit Analogrechnern zu betreiben.
- e) Leichte Dokumentation aller Messgrößen und Stellgrößen
- f) Bei großer Anzahl einzelner analoger Regler Verbilligung durch den Rechnereinsatz.  
Bei vielen kann man vor dem ADC einen Multiplexer einbauen.

### 7.1.3 Problematik

- a) Hohe Investitionskosten für die Geräte und das Programm  
Beispiel: Eine analoge Raumtemperaturregelung kostet OPV ca. 50 Cent, ein paar Widerstände fertig. Für eine digitale braucht man einen ADC, DAC, Rechner, ...
- b) Sicherung der Anlage bei Ausfall des Rechners  
Abhilfe: analoge Regelung im Hintergrund, 2-3 Rechner parallel

## 7.2 Mathematische Beschreibung digitaler Systeme

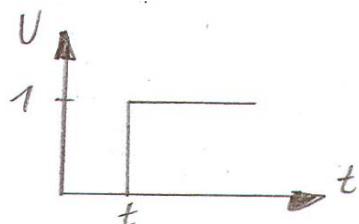
Durch die Abtastung werden die analogen Werte eines bestimmten Zeitpunktes erfasst, die dann für den AD-Wandler gespeichert werden müssen → Treppenfunktion.



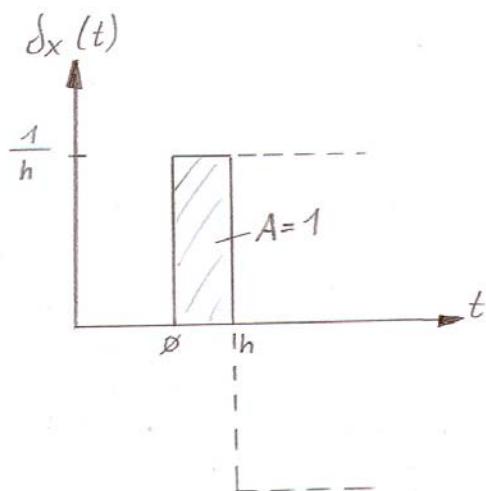
Abtaster + Halteglied = Abtasthalteglied (Sample and Hold)

### 7.2.1 Abtastung von Basisfunktionen

$$\sigma(t) \begin{cases} 1 & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t \leq 0 \end{cases}$$

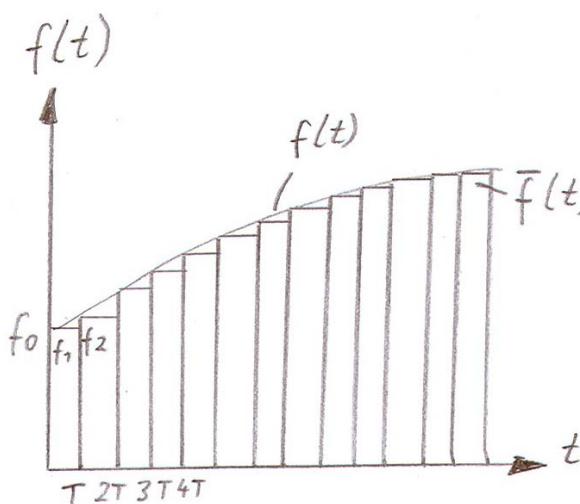


$$\delta(t) = \frac{\sigma(t) - \sigma(t-h)}{h}$$



Die  $\delta$ -Funktion kann man sich aus zwei zeitverschobenen Einheitssprüngen zusammengesetzt denken.

### 7.2.2 Abtasthalteglied



Durch das aneinanderreihen von  $\delta$ -Impulsen entsteht eine Treppenfunktion.

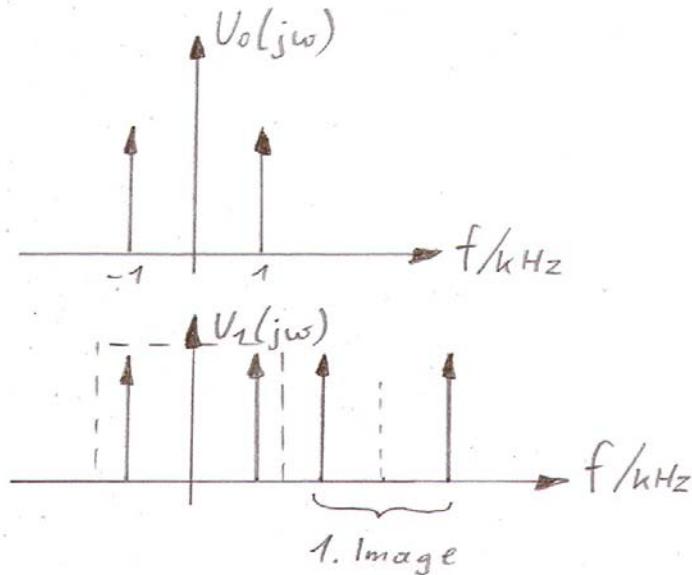
$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) * \delta(n-k)$$

### 7.2.3 Frequenzgang

Bei existierender Grenzfrequenz ergibt sich die Integraldarstellung der Zeitfunktion zu:

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_g}^{\omega_g} U(j\omega) * e^{j\omega t} d\omega$$

Die Bandbegrenzung wird mittels eines Tiefpass-Filters vor der Abtastung realisiert (Anti Aliasing Filter).



Bei der digitalen Verarbeitung wird für die Bandbegrenzung am Eingang ein Anti-Aliasing-Filter und am Ausgang ein Filter zur Glättung der Quantisierungssprünge eingesetzt.

## 7.3 Regelalgorithmus

### 7.3.1 Differenzengleichung

Das zeitliche Verhalten eines Systems kann durch die Beschreibung der Ein- und Ausgangssignale über eine Zeitspanne hinweg beschrieben werden. Diese Zeitspanne wird durch die Abtastrate  $T_s$  wiedergegeben. Alle Regler haben dabei treppenförmigen Verlauf.

**Die stetige PID-Reglerfunktion lautet:**

$$y = K_p \cdot \left( x_w + \frac{1}{T_n} \int x_w \cdot dt + T_v \cdot \frac{dx_w}{dt} \right)$$

Für den Rechner ist diese Funktion in diskrete Werte umzusetzen. Dazu wird der kontinuierliche Zeitverlauf in diskrete Zeitintervalle  $\Delta t = T_s$  unterteilt.

**Die Diskretisierung bedeutet:**

a) **Übergang vom zeitlichen Differenzialquotienten zum Differenzenquotienten:**

$$T_v * \frac{dx_w}{dt} \rightarrow T_v \cdot \frac{\Delta x_w}{\Delta t}$$

Mit  $\Delta t = T_s$  und der Abweichung der Regeldifferenz  $\Delta x_w = x_{w_i} - x_{w_{(i-1)}}$  lautet der D-Anteil des Regelalgorithmus

$$T_v * \frac{dx_{w_i}}{dt} \rightarrow \frac{T_v}{T_s} (x_{w_i} - x_{w_{(i-1)}})$$

b) **Übergang vom Zeitintegral zur Summenbildung:**

$$\frac{1}{T_n} \int_0^t x_{w_i} dt \rightarrow \frac{1}{T_n} \sum x_{w_i} \cdot \Delta t \quad \dots \text{allgemein mathematisch}$$

$$\frac{1}{T_n} \int_0^t x_{w_i} dt \rightarrow \frac{T_s}{T_n} \cdot \sum_{i=0}^{i=n} x_{w_i}$$

**Damit lautet der PID-Regelalgorithmus:**

$$y_i = K_p \left( x_{w_i} + \frac{T_s}{T_n} \sum_{i=0}^{i=n} x_{w_i} + \frac{T_v}{T_s} (x_{w_i} - x_{w_{(i-1)}}) \right)$$

Dieser Algorithmus, der als PID-Stellungsalgorithmus bezeichnet wird, kann direkt programmiert werden. Zur Verarbeitung sind nur noch die Operationen Summen oder Differenzbildung erforderlich.

$K_p$ ,  $T_N$ ,  $T_V$  und  $T_S$  sind für eine bestimmte Aufgabe konstante Größen, die in den Speicher eingegeben werden. Ihre Zahlenwerte sind von den Eigenschaften der Regelstrecke und den Optimierungsverfahren abhängig.

Außer dem Stellungsalgorithmus gibt es noch den Geschwindigkeitsalgorithmus. Bei diesem sind die Signaländerungen der Stellgröße  $\Delta y$  von Abtastzeitpunkt zu Abtastzeitpunkt, also die Stellgeschwindigkeit, zu bestimmen.

Aus den Gleichungen für den Stellungsalgorithmus folgt:

$$\Delta y_i = y_i - y_{(i-1)} = K_p \left[ (x_{w_i} - x_{w_{(i-1)}}) + \frac{T_s}{T_n} \cdot x_{w_i} + \frac{T_v}{T_s} (x_{w_i} - 2x_{w_{(i-1)}} + x_{w_{(i-2)}}) \right]$$

Zur Ermittlung der aktuellen Stellgröße  $y_i$  ist nur die Änderung  $\Delta y_i$  zu berechnen und zu der im vorhergehenden Abtastschritt vorhandenen Stellgröße  $y_{i-1}$  zu addieren.

$$y_i = y_{(i-1)} + \Delta y$$

### 7.3.2 Wahl der Abtastrate

Die Wahl der Abtastrate hängt von vielen Faktoren ab und kann den Regelkreis stark beeinträchtigen. Bei Abtastintervallen länger als die Anfahrtszeit des technischen Prozesses, können die Störungen auf den Prozess einwirken und wieder verschwinden, bevor der Regler eingreifen könnte. Daher ist es wichtig, sowohl die Prozessdynamik, als auch die Störungseigenschaften bei der Wahl der Abtastrate zu berücksichtigen. Bei zu hohen Abtastraten wird der Rechner zu stark belastet.

#### Minimale Abtastzeit:

Sie ist durch die notwendige Rechenzeit für den Regelalgorithmus vorgegeben. Die Rechnerleistung ist so zu dimensionieren, dass die Abtastzeit immer kleiner ist, als die durch das Abtasttheorem vorgegebene maximale Abtastzeit.

#### Maximale Abtastzeit:

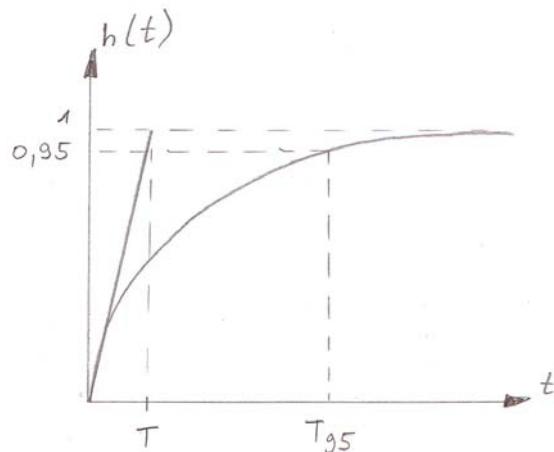
Sie wird durch das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem vorgegeben. Sie hängt auch von der Wahl der Abtastung ab.

#### Kriterien zur Festlegung des Zeittaktes:

- **Stabilität des Regelkreises**  
Der Phasenrand wird durch die abtastbedingte Totzeit geschränkt.
- **Verfügbare Rechenzeit**  
Der digitale Regelkreis ist in ein Realzeitprogramm eingebunden und damit an übergeordnete Rechenzeitvorgaben gebunden.
- **Kosten der Rechnerleistung**  
Je kleiner die Abtastintervalle, umso größer muss die Rechengeschwindigkeit sein.
- **Systementwurf**  
Aus Kostengründen wird in einem komplexen System nur eine Taktfrequenz verwendet. Man kann dann die Einheit Anti-Aliasing-Filter, DA-Wandler mehrfach verwenden.
- **Totzeiteinflüsse**  
Durch Totzeiten im System ist das Shannontheorem nicht ausreichend. Die Abtastung liefert eine zusätzliche Totzeit von  $T_S/2$ . (halbe Sampletime)

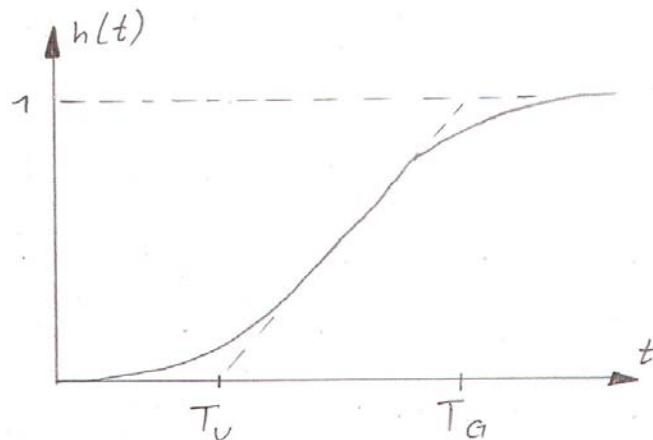
## Faustformel zur Bestimmung der Abtastfrequenz

- ohne Totzeit



$$T \approx \left( \frac{1}{6} \dots \frac{1}{5} \right) \cdot T_{95}$$

- mit Totzeit



PT2...mehrere Zeitkonstanten sind meist vernachlässigbar

$T_U$ ...Bezugszeitkonstante

$T_G$ ...Ausgleichszeitkonstante

$T_A$ ...Abtastzeit

$T = T_G - T_U$  ...Zeitkonstante

$$TA = \begin{cases} (1,2 \dots 0,35)T_U & \text{für } 0,1 \leq \frac{T_U}{T} \leq 1,0 \\ (0,35 \dots 0,22)T_U & \text{für } 0,1 \leq \frac{T_U}{T} \leq 1,0 \end{cases}$$

In der Praxis können die Zeitkonstanten (Exemplarstreuungen) weit auseinander liegen, was die Messung der Zeitkonstanten unbedingt erforderlich macht.

### 7.3.3 Stabilität von digitalen Reglern

Grundsätzlich gelten dieselben Stabilitätskriterien wie bei den analogen Regelkreisen. Die Untersuchung erstreckt sich aber auf die Stabilität zum Abtastzeitpunkt und auf die Stabilität zwischen den Abtastzeitpunkten. Grundsätzlich gilt allerdings, dass ein System stabil ist, wenn es zu den Abtastzeiten stabil ist.

Durch die Abtastrate kommt im Regelkreis noch eine zusätzliche (ungünstige) Zeitkonstante dazu – nämlich eine Totzeit.

Dadurch ist die Stabilität von digitalen Regelkreisen noch genauer zu untersuchen und die Phasenreserven ausreichend groß zu dimensionieren.

Der Vorgang zur Untersuchung der Stabilität ist daher fast identisch mit der analogen Regelung. Im Frequenzbereich muss als zusätzliches Element noch der Frequenzgang der Abtastzeit herangezogen werden und zwar das Totzeitelement.

## 7.4 z-Bereich

Durch Abtastung erhält man eine Impulsfolge  $f^*(t)$ .

$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k \delta(t - k \cdot T)$$

Durch die Laplace-Transformation erhält man:

$$F^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k \cdot e^{-kT_s}$$

Mit dieser Abbildung kann prinzipiell gearbeitet werden, die Rücktransformation des Terms  $e^{sT}$  ist jedoch mit höherem Rechenaufwand verbunden. Es wird  $e^{sT}$  mit  $z$  substituiert.

$$F_z(z) := [F^*(s)] = \sum_{k=0}^{\infty} f_k \cdot z^{-k}$$

### Definition der z-Transformation:

Als z-Transformation der Funktion  $f(t)$  versteht man eine Funktion  $F_z(z)$ , die aus der Laplace transformierten der zu  $f(t)$  gehörenden Impulsfolge  $f^*(t)$  mit anschließender Substitution.  $z = e^{sT}$  entstanden ist.

### Inverse z-Transformation:

Die Rücktransformation kann entweder über ein Tabellenwerk oder über eine Laurentreihe

$$F_z(z) = Z\{f(kT)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \cdot z^{-k} \text{ geschehen. Die Koeffizienten werden nach einem}$$

Risiduen-Satz bestimmt. Im z-Bereich können die grafischen Methoden zur Reglerdimensionierung ähnlich wie im Bodediagramm verwendet werden. Der Vorteil dabei ist, dass man hier die Totzeit berücksichtigen kann (im Bodediagramm nicht).

## 7.5 Digitale Zustandsregelung

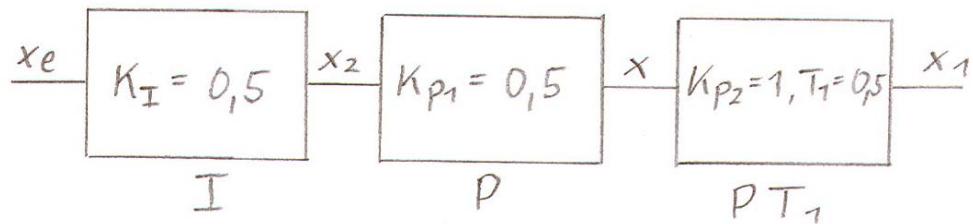
Bei der digitalen Regelung erhält man mit PID-Reglern bei großen Zykluszeiten schlechte Ergebnisse.

### 7.5.1 Aufstellen der Zustandsgleichungen

In der bisherigen Analyse eines Regelkreises war der Ausgangspunkt immer die Differentialgleichung der Regelstrecke oder deren Frequenzgang.

Bei Zustandsregelungen wird die Regelstrecke beschrieben durch ein System von Differentialgleichungen 1. Ordnung.

Beispiel:



**Differentialgleichung:**

$$x_2 = K_I \int_0^t x_e dt \quad / \frac{d}{dt} \rightarrow \dot{x}_2 = K_I \cdot x_e$$

$$x = K_{p_1} \cdot x_2 \rightarrow \dot{x} = K_{p_1} \cdot \dot{x}_2$$

$$\dot{x}_1 + T_1 \cdot \dot{x}_1 = K_{p_2} \cdot x \rightarrow \dot{x}_1 + T_1 \cdot \ddot{x}_1 = K_{p_2} \cdot \dot{x}$$

Durch Einsetzen von  $\dot{x}$  und  $\dot{x}_2$  folgt die Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$\dot{x}_1 + T_1 \cdot \ddot{x}_1 = K_{p_2} \cdot K_{p_1} \cdot K_I \cdot x_e$$

**Zustandsgleichungen:**

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_1x_e$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_2x_e$$

$$[\dot{X}] = [A] \cdot [X] + [B] \cdot x_e$$

[A] ... Zustandsmatrix aus der Regelstrecke ermittelbar

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

[X] ... Zustandsvariable xi sind Ausgänge von Grundgleichungen mit Differentialgleichung

erster Ordnung

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Die Regelstrecke besteht aus drei Elementen, aber nur zwei davon haben eine Differentialgleichung 1. Ordnung (I-, PT<sub>1</sub>-Element). Daher gibt es nur 2 Zustandsvariable am Ausgang dieser Grundglieder ( $x_1, x_2$ ).

$$x_1 + T_1 \cdot \dot{x}_1 = K_{p_1} K_{p_2} x_2$$

$$x_2 = K_I \int_0^t x_e dt$$

$$\dot{x}_2 = K_I x_e$$

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{T_1} x_1 + K_{p_1} \frac{K_{p_2}}{T_1} x_2 + 0 \cdot x_e$$

$$\dot{x}_2 = 0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + K_I \cdot x_e$$

Für dieses System ist auch eine Matrixschreibweise möglich.

$$[\dot{X}] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & \frac{K_{p_1} K_{p_2}}{T_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [X] + \begin{bmatrix} 0 \\ K_I \end{bmatrix} x_e$$

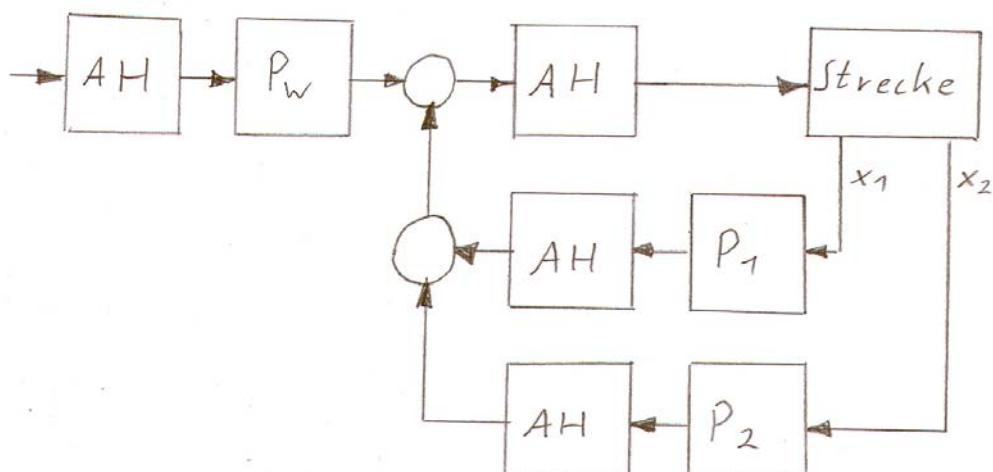
Diese Zustandsgleichung kann nun gelöst werden. Aus dem Ergebnis kann für den Momentanwert die Stellgröße gerechnet werden. Dies ist aber nur bei großen Zykluszeiten wirklich sinnvoll.

Eine Verbesserung ist wieder die Berechnung der Änderung der Werte. Dieses rekursive Verfahren ist zwar nicht gut geeignet zur Berechnung der Sprungantwort, sie ist jedoch die Grundlage für den Entwurf des Zustandsreglers.

## 7.5.2 Entwurf eines Zustandsreglers für kürzeste Einstellzeit

### 7.5.2.1 Deadbeat Regler

Dieser Zustandsregler besteht aus einer „gewichteten Rückkopplung“ der Zustandsgrößen auf den Regelstreckeneingang. Mit diesen Reglern ist es möglich, bei kürzester Einstellzeit, ohne Überschwingen den Sollwert zu erreichen.



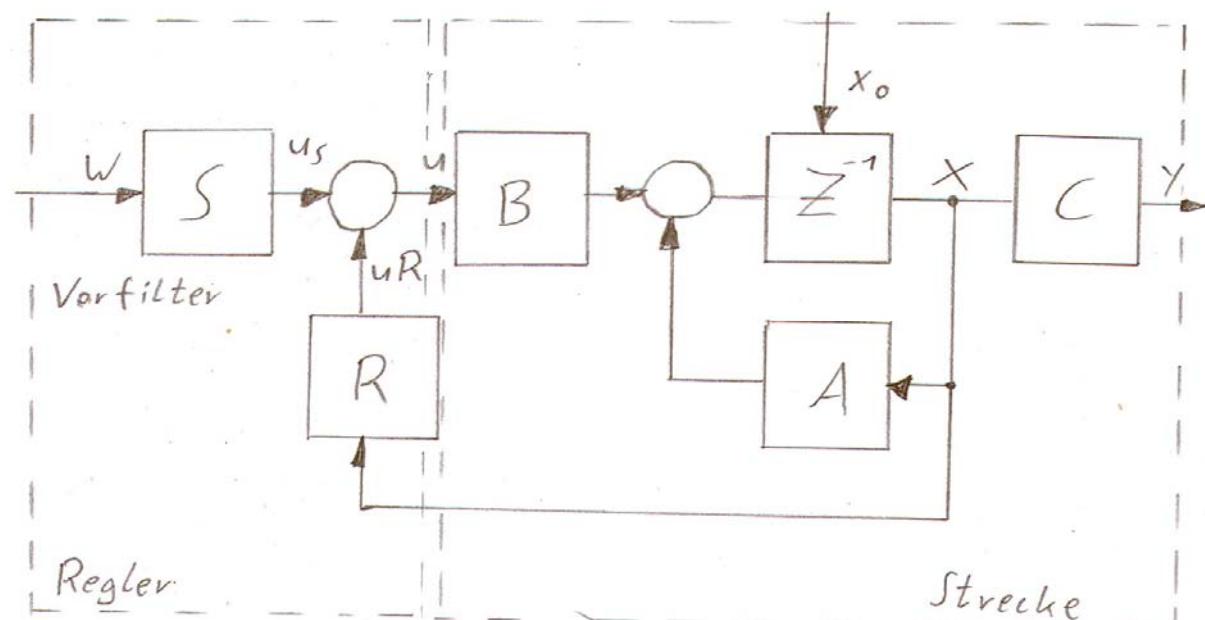
## AH... Abtasthalteglied

Ziel des Reglerentwurfs ist die Ermittlung der Kenngrößen für  $P_1$  und  $P_2$ .  
Zur Vermeidung der bleibenden Regelabweichung (nur P-Regler vorhanden) muss im Zustandsregler noch eine Kompensation mittels  $P_w$  vorgenommen werden.  
Die Berechnung der Reglerkenngrößen erfolgt über die Vektorrechnung.

### Nachteile:

- Hoher Dimensionierungsaufwand
- Optimierung nur durch Versuchsreihen vernünftig möglich
- Zugang zu allen Grundgliedern 1. Ordnung notwendig.
- Bleibende Regelabweichung nur für eine Stellgröße kompensierbar  
Bei Störgrößen bleiben Regelfehler.

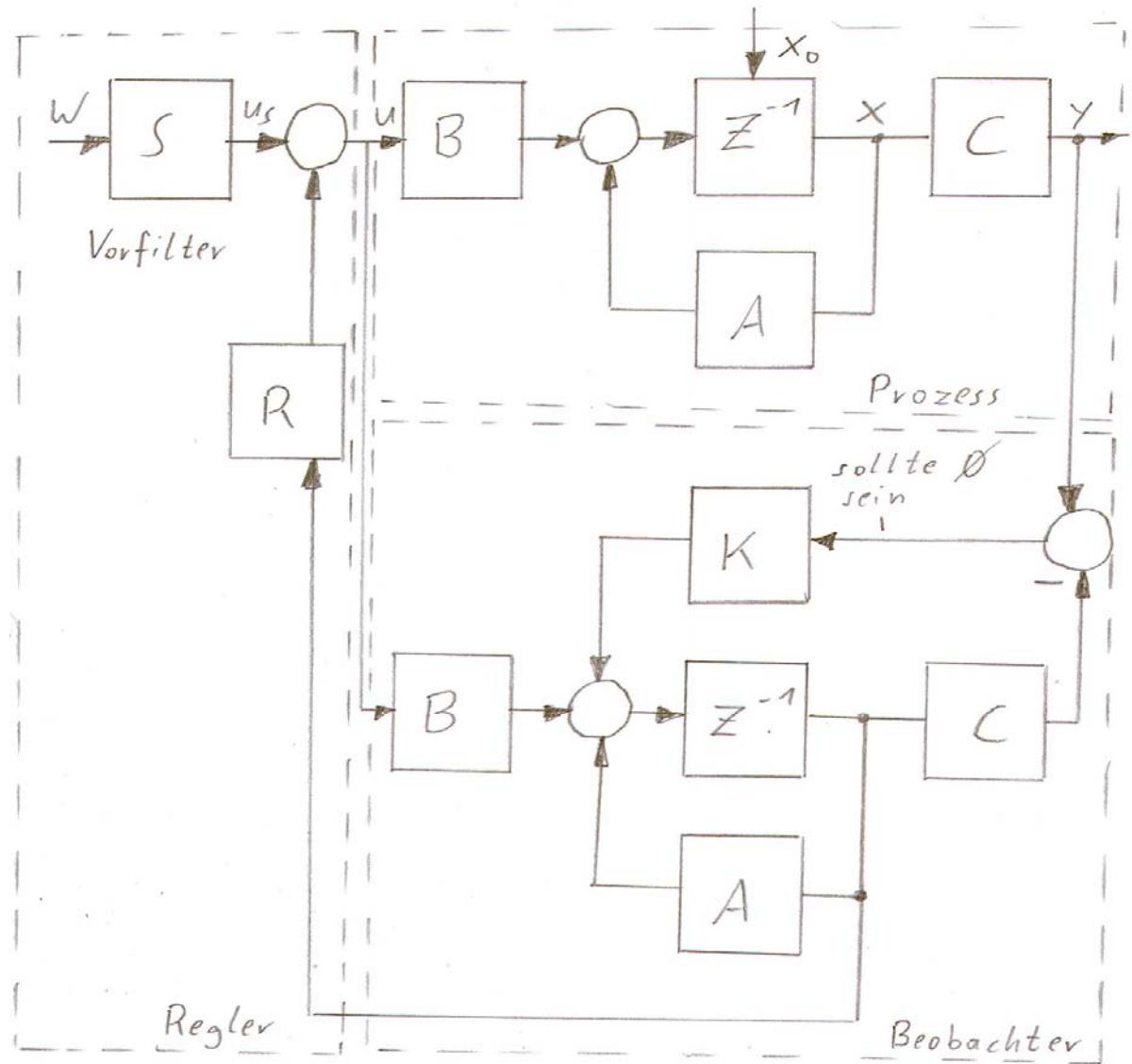
### 7.5.2.2 Zustandsregler ohne Beobachter



Bei völliger Messbarkeit der Zustandsvektoren wird der Zustandsregler  $R$  in die Rückführung des Zustandsvektors gelegt. Das Führungsübertragungsverhalten des digitalen Regelungssystems wird mit dem Vorfilter  $S$  eingestellt.

### 7.5.2.3 Zustandsregler mit Beobachter

Ist die Messbarkeit des Zustandsvektors (Tiefpässe 1. Ordnung) nicht gegeben, so kann er durch den Einsatz von Beobachtern zwischen der Matrix C und dem Regler R geschalten werden.



Im Beobachter wird der Prozess mit den Matrizen A, B und C modelliert. Die im Prozess nicht messbaren Zustandsgrößen sind somit im modellierten Prozess, dem Zustandsbeobachter abgreifbar. Die Regelung und Nachführung übernehmen wieder die Reglermatrix R und das Vorfilter S.

Der Beobachter ist also eine Nachbildung des Reglers. Das Ergebnis von Prozess und Regler wird verglichen (Subtrahierer). Da der Beobachter nicht genau dem Prozess entsprechen wird, fügt man zur Kompensierung einen fixen Faktor K ein.

# 8 Digitale Signalverarbeitung

## 8.1 Signaldefinitionen

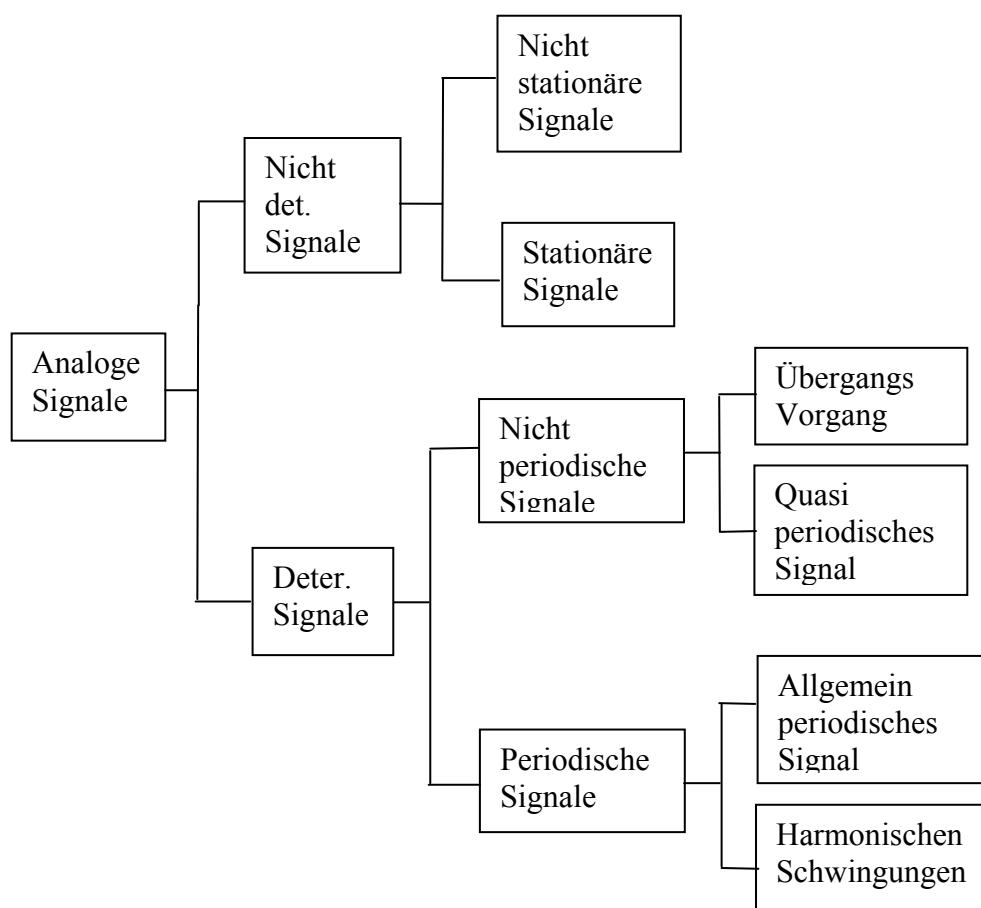
a) Determinierte Signale:

Der Werteverlauf ist zu jedem Zeitpunkt vorhersehbar. Sie sind mathematisch berechenbar.

b) Nicht determinierte Signale:

Nicht vorhersehbar und nicht berechenbar. (z.B.: Rauschen, Musik)

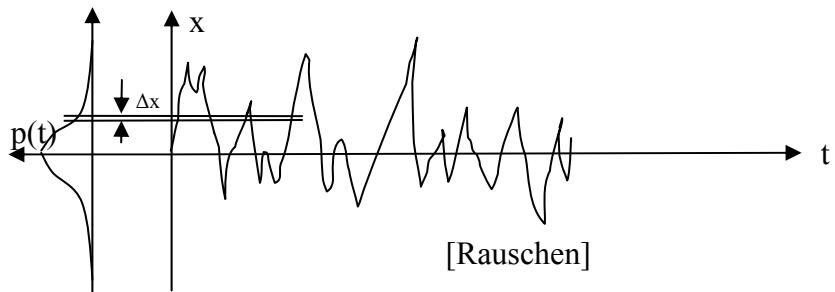
c) Einteilung:



## 8.2 Nicht determinierte Signale

Die Struktur der Signale muss mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie beschrieben werden.

a) Amplitudendichte Verteilung  $p(x)$



$$p(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \lim_{T_M \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{\Delta x} * \frac{T_x}{T_M} \right]$$

$$T_x = \sum_{K=1}^m \Delta f_K^X$$

$T_m$  ... Mess- oder Beobachtungszeit

$T_X$  ... Aufenthalt innerhalb eines Intervalls

X ... alle T Werte liegen in dem

$P(x)$  ... Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Amplitudenwertes X

Bei endlicher Beobachtungszeit folgt immer nur ein Schätzwert für den jeweiligen Wert der Wahrscheinlichkeit.

Für Wahrscheinlichkeitsverteilungen kann man nach der Wahrscheinlichkeitsrechnung verschiedene statistische Kenngrößen angeben.

### 8.2.1 Linearer Mittelwert

$$\bar{s} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T s(t) dt$$

$$\bar{s}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (s(t))^2 dt$$

$$s_{eff} = \sqrt{\bar{s}^2}$$

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (s(t) - \bar{s})^2 dt$$

## 8.2.2 Frequenzbereich

Nicht determinierte Signale besitzen ein konstantes Frequenzspektrum. Die Phase enthält dabei keine relevante Information. Angaben erfolgen deshalb nur im Leistungsdichtespektrum.

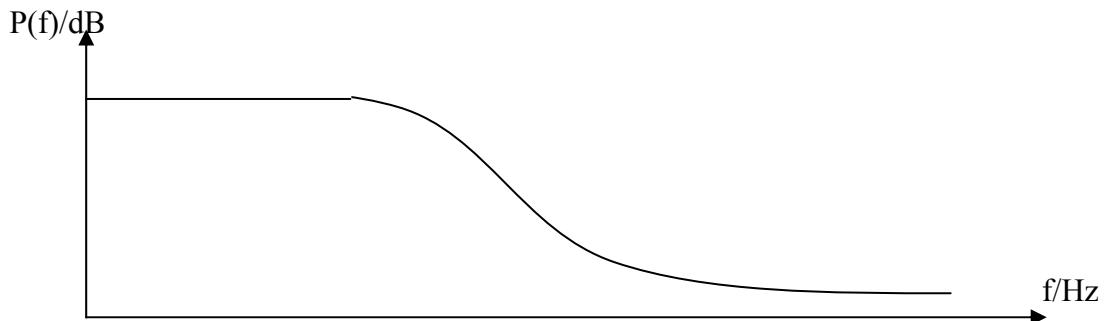
Es entspricht der quadrierten Fouriertransformierten der kontinuierlichen Zeitfunktion  $f(t)$ .

$$w(\omega) = |F(\omega)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \right|^2$$

Dimension V<sup>2</sup>/Hz

Bei endlicher Bandbreite (reale Analysen) erhält man das Leistungsspektrum der Signalform. Um auf das Leistungsdichtespektrum zu kommen, muss man noch durch die Analysebandbreite dividieren.

## 8.2.3 Leistungsdichtespektrums eines Tiefpassgefiltertem Rauschen



## 8.3 Digitale Analyse digitaler Signale

Fourierreihen:

$$f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k * \cos(w_k * t) + \sum_{k=0}^{\infty} b_k * \sin(w_k * t) \quad \dots \text{in reeller Schreibweise}$$

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=0}^{\infty} A_k * \cos(k * w_p * t + \varphi_k) \quad \text{wp... Grundfrequenz}$$

Aus  $A_k$  und  $\varphi_k$  kann man das Linienspektrum der periodischen Funktion an den Stellen  $w_k = k * w_p$  bestimmen. Die Länge wird aus  $A_k$  bzw.  $\varphi_k$  bestimmt. Der Abstand zweier Linien ist umgekehrt proportional zur Periodendauer  $T_p$ .

$$\Delta f = \frac{1}{T_p}$$

$$w_p \dots \Delta w = \frac{2 * \pi}{T_p}$$

Die Linien sind umso dichter, je größer die Grundperiode  $T_p$  des Signals bzw. je niedriger dessen Grundfrequenz ist.

### 8.3.1 Fourierintegral( für nicht periodische Signale günstig)

Übergang von periodischen Signalen zu nichtperiodischen Signalen:  $T_p \rightarrow \infty$

Der Abstand der Spektrallinien im diskreten Spektrum ist umgekehrt proportional der Periodendauer.

$$\Delta f \rightarrow \text{für } T_p \rightarrow \infty$$

Damit erhält man ein kontinuierliches Spektrum. Aus der komplexen Darstellung der Fourierreihe

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{(jk\omega_p * t)}$$

Erhält man durch den Grenzübergang ein Integral das Fourierintegral ( $\infty$  kleine  $\Delta f$ )

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) * \exp(j\omega t) d\omega$$

$$\underline{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) * \exp(-j\omega t) d\omega$$

$\underline{F}(\omega)$  enthält die Phasen- und Amplitudeninformation jeder Frequenz.

**Allgemein gilt:**

- Nichtperiodische Signale besitzen ein kontinuierliches Frequenzspektrum  $\underline{F}(\omega)$
- Das Spektrum  $\underline{F}(\omega)$  ist im allgemeinen komplex
- Bei bekanntem  $\underline{F}(\omega)$  kann die Zeitfunktion  $F(t)$  rekonstruiert werden
- Der Betragsverlauf  $\underline{F}(\omega)$  ist für die Rekonstruktion  $F(t)$  nicht ausreichend

### 8.3.2 Analyse von Abtastsignalen

Analoge Signale werden zu diskreten Zeitpunkten abgetastet, Amplituden quantisiert, und in einem Speicher endlichen Umfangs unendlicher Genauigkeit abgelegt.

### 8.3.3 Autokorrelationsfunktion

Sie ist ein zeitlicher Mittelwert aller Produkte von Funktionswerten, die um Tau Zeiteinheiten auseinander liegen.

$$R_{ss}(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T s(t) * s(t + \tau) dt$$

Dadurch wird der Grad einer Verwandtschaft einer Zeitfunktion gekennzeichnet.

Eigenschaften:

Die AKF ist eine gerade Funktion  $R_{ss}(-\tau) = R_{ss}(\tau)$

Der Maximalwert liegt bei  $\tau = 0$ ,  $R_{ss}(0) \geq R_{ss}(\tau)$ ,  $R_{ss}(0) = \overline{s^2}$

Aus dem Verlauf der AKF kann man nicht mehr aus dem zeitlichen Verlauf zurück schließen  
Für die Behandlung mit dem Rechner muss das Integral in eine Summenformel umgewandelt werden.

$$R_{ss}(\tau) = \frac{1}{N} * \sum_{i=0}^{N-1} x_i(t) * x_i(t \pm \tau)$$

Durch Variation von Tau können damit für einen Ast N Punkte berechnet werden.

### 8.3.4 Kreuzkorrelation

Beschreibt die Zusammenhänge von 2 verschiedenen Signalen zueinander.

$$R_{xy}(T) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) * y(t \pm \tau) dt$$

Eigenschaften:

KKV ist eine gerade Funktion

$$R_{xy}(\tau) = R_{yx}(-\tau)$$

Wert bei 0 entspricht dem Mittelwert

$$R_{xy}(0) = \overline{x(t) * y(x)}$$

Wert bei unendlich ist der Mittelwert von x(t) und y(t)

$$R_{xy}(\infty) = \overline{x(t)} * \overline{y(x)}$$

### 8.3.5 Summenformel

$$R_{xp}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{n-1} x_i(t) * y_i(t \pm \tau)$$

### 8.3.6 Leistungsspektren

Um den Frequenzgang eines Signals angeben zu können, müssen mittels Fouriertransformation die Kennwerte des Signals bestimmt werden. Für das Signal selbst liegt keine mathematische Beschreibung vor, sodass nur die AKF durch die Transformation in den Frequenzbereich gebracht werden kann. Die bei der AKF verloren gegangene Phaseninformation kann nicht wieder hergestellt werden.

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{\pi} * \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) * e^{-j\omega\tau} d\tau$$

Die Spektrale Leistungsdichte gibt nur an, wie die Gesamtleistung über die in den Vorgang enthaltenen Frequenzkomponenten verteilt sind.

Eigenschaften:

- Die Leistungsdichte ist eine gerade Funktion  $S_{xx}(\omega) = S_{xx}(-\omega)$
- Die Leistungsdichte ist immer positiv  $S_{xx}(\omega) \geq 0$
- Vom Leistungsspektrum kann nicht auf die Kurvenform zurück geschlossen werden

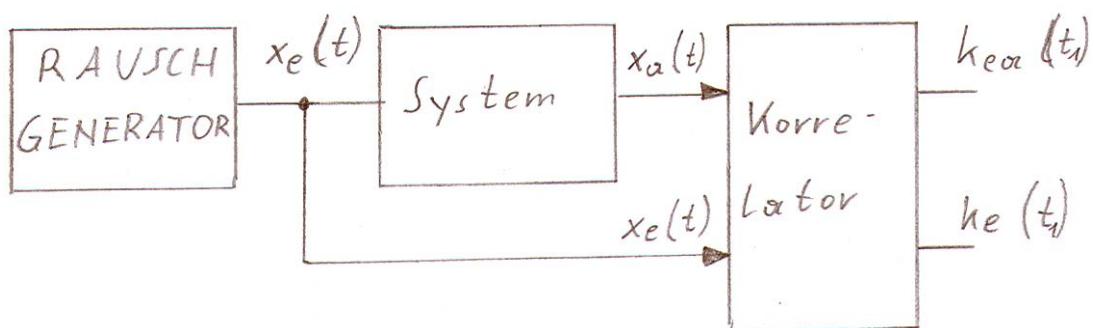
### 8.3.7 Anwendung der Korrelationstechnik

#### 1. Optimierung linearer Systeme

Die Führungsgrößen oder Störgrößen haben meist stochastisches Verhalten. Es kann durch zufällige Signale die optimale Reglereinstellung ermittelt werden.

#### 2. Identifikation von Regelsystemen

Als Testsignal wird weißes Rauschen verwendet.



Zur Ermittlung der Auto- und Kreuzkorrelation erhält man aus:

$$K_e(t_1) = K_0 * \delta(t_1) \dots \text{mit dem Faltungsintegral}$$

$$K_{ea}(t_1) = \int_0^{\infty} g(t) * K_1(t_1 - t) * dt = g(t_1) * k_e(t_1)$$

$$g(t_1) = \frac{1}{K_0} K_{ea}(t_1)$$

Die Gewichtsfunktion ist damit proportional zur KKF.

### 3. Torsionsmessungen an Wellen

Durch Markierungen an den Wellenenden kann durch Messung der KKF die Verdrehung der Wellen gemessen werden. Es unterscheiden sich dabei die Maxima der KKF.

Vorteil: Messung unabhängig von Drehzahl, Hohe Messgenauigkeit bis 1%

### 4. Vibrationsmessung

z.B. Auswirkungen von Vibrationen von Maschinen auf das Mauerwerk

Durch verschiedene Messpunkte und der Messung der KKF kann der größte Störer während des Betriebes der Maschinen ermittelt werden.

Auswirkungen von Schwingungen auf den Menschen. Messung ebenfalls durch KKF. Menschliche Körperteile haben Resonanzfrequenzen: Lunge 40 – 100Hz, Herz 5Hz, Kopf 20Hz, Wirbelsäule 5Hz. Ist der Mensch oft diesen Resonanzfrequenzen ausgesetzt, kommt es zur Schädigung des jeweiligen Körperteils.

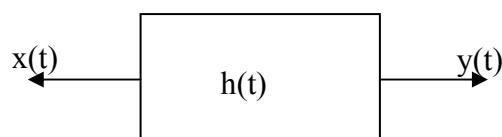
### 8.3.8 Pseudozufällige Signale

Markhoff Ketten – Regellose Signale mit großer Periodendauer.

Einfachste Form – Ringregister mit zufälliger Formverteilung.

Veränderung eines Zufallssignals beim Durchgang durch ein LTI (Linear Time Invariant) System

Sprungantwort =  $h(t)$

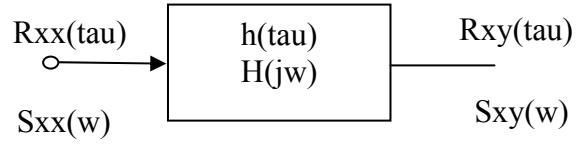


$$y = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) * h(t - \tau) d\tau$$

$$Y(j\omega) = X(j\omega) * H(j\omega)$$

Gibt es nicht beim Zufallssignal [x(jw)]

Faltung im Zeitbereich → Multiplikation im Frequenzbereich



$$Sxy(\omega) = Sxx(\omega) \cdot H(j\omega) - \text{Kreuzleistungsspektrum}$$

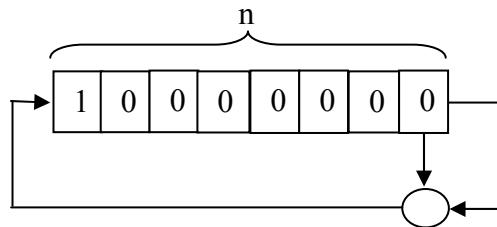
$$Rxy(\tau) = \eta_{xx}(\tau) * h(\tau)$$

$$Sxx(\omega) \xrightarrow{\text{--FT--}} Rxx(\tau)$$

Rxy über die Fouriertransformation von Sxy

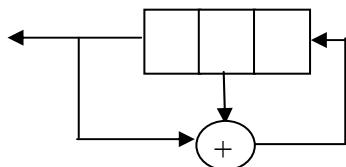
Modellierung von Rauschen mit PN Folgen (PN – Pseudonoise)

Pseudozufallsfolge

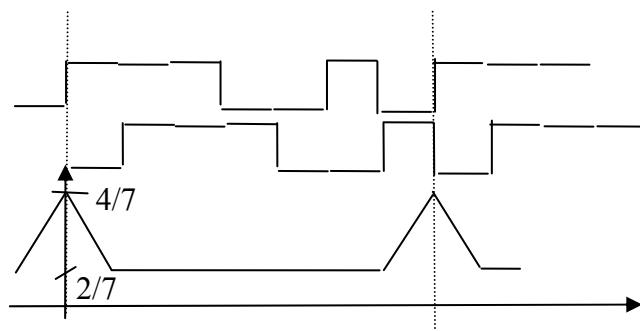


Erzeugt alle Bitkombinationen der Länge n (außer n Nullen) periodisch.

Die Periodendauer ist  $2^n - 1$



Modulo 2 Addition



$$AKF : Rx(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{+\frac{T_0}{2}} x(t) * x(t + \tau) dt$$

