

## **Grundlagen der Elektrotechnik (GET)**

Schule: HTBLuVA St. Pölten

Abteilung / Zweig: Elektronik / Technische Informatik

Lehrperson: Dipl. Ing. Markus Tillich

Jahrgang: 2002 / 03

Klasse: 1AT

# 1 Anmerkung

Der Unterricht war auf Prof. Panny und Prof. Tillich aufgeteilt.

Praktische Beispiele sind mit einem Strich auf der Seite gekennzeichnet.

Im Unterricht wurde folgendes Buch verwendet: Deimel, Hasenzagl, Krikava, Ruhswurm, Seiser, Grundlagen der Elektrotechnik 1, R. Oldenbourg Verlag, Wien, 2000 (Zehnte Auflage), ISBN 3-7029-0750-5

# 2 Inhaltsverzeichnis

1	Anmerkung.....	2
2	Inhaltsverzeichnis.....	2
3	Grundlagen der Elektrotechnik .....	4
3.1	Stromwirkungen.....	4
4	Magnetismus – Magnetisches Feld .....	4
4.1	Darstellung des magnetischen (Kraft-)Feldes .....	5
4.2	Modell der Elementarmagnete .....	5
4.3	Elektromagnetismus .....	6
4.4	Magnetische Feldstärke H .....	6
4.4.1	Merkregel zur Bestimmung der Felstärkerichtung.....	7
4.5	Magnetische Durchflutung $\Theta$ .....	7
4.5.1	Anwendung des Durchflutungssatzes .....	8
4.6	Magnetischer Fluss $\Phi$ .....	10
4.7	Magnetische Flussdichte B .....	10
4.8	Permeabilität $\mu$ .....	11
4.9	Induktivität L .....	12
4.9.1	Flächen .....	12
4.10	Magnetische Werkstoffe .....	13
4.11	Ferromagnetismus ( $\mu_r \gg 1$ ) .....	14
4.12	Ferrimagnetismus .....	15
4.13	Magnetisierungslinie und Hysterese .....	16
4.13.1	Hysterese .....	17
4.13.2	Abmagnetisieren.....	18
4.14	Weich- und Hartmagnetische Werkstoffe .....	18
4.14.1	magnetisch „weiche“ Werkstoffe .....	19
4.14.2	magnetisch „harte“ Werkstoffe .....	19
4.15	Magnetische Kreise .....	20
4.15.1	Charakteristische Größen magnetischer Kreise .....	20
4.15.2	Analogien zwischen Stromkreis und Magnetismus .....	21
4.15.3	Serienschaltung magnet. Widerstände .....	21
4.15.4	Parallelschaltung magnet. Widerstände .....	22
4.15.5	Magnetischer Kreis mit Luftspalt.....	22
4.15.6	Streu- und Eisenfüllfaktor .....	24
4.16	Verhalten magnetischer Feldlinien beim Verlassen magnetisierbarer Materialien .	25
4.17	Kraftwirkungen im Magnetfeld.....	25
4.17.1	Tragkraft eines Elektromagneten .....	26
4.17.2	Kraftwirkung auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld.....	26

4.17.3	Kraftwirkung stromdurchflossener Leiter aufeinander .....	29
4.17.4	Magnetische Kraftwirkung auf geladene Teilchen .....	30
4.17.5	Ableitung eines Elektronenstrahles .....	31
5	Elektrostatik – elektrisches Feld .....	32
5.1	Elektrische Ladung Q .....	32
5.2	Darstellung des elektr. Feldes .....	32
5.3	Elektrische Feldstärke E .....	34
5.4	Elektrisches Potential $\phi$ .....	35
5.5	Elektrischer Fluss $\psi$ (Verschiebungsfluss) .....	36
5.6	Elektrische Flussdichte D (Verschiebungsfußdichte) .....	36
5.7	Permitivität $\epsilon$ (Dielektrizitätskonstante) .....	36
5.8	Elektrische Kapazität C .....	37
5.8.1	Berechnung von Kondensatoren .....	38
5.8.2	Zusammenschaltung von Kondensatoren .....	42
5.8.3	Geschichtetes Dielektrikum .....	44
5.8.4	Gemischte Schaltungen .....	45
5.9	Energie und Kraftwirkung im elektrischen Feld .....	46
5.9.1	Energieinhalt .....	46
5.9.2	Kraftwirkung .....	47
5.10	Leitender Körper im elektrischen Feld (Influenz) .....	48
5.11	Isolator im elektrischen Feld (Polarisation) .....	49
5.12	Dielektrische Festigkeit von Isolierstoffen .....	50
5.13	Idealer – Realer Kondensator .....	50
5.14	Laden und entladen von Kondensatoren .....	51
6	Übungsbeispiele Magnetismus .....	52
7	Übungsbeispiele Elektrostatik .....	64

### 3 Grundlagen der Elektrotechnik

$\eta\lambda\epsilon\kappa\tau\rho\omega$  } griech. „Bernstein“  
ELEKTRON

Schon in der Antike wurden an Bernstein elektrische Phänomene beobachtet.

Elektrostatik... ruhende Ladungen  
Elektrodynamik... bewegte Ladungen (= el. Strom)

Elektrischer Strom ist mit keinem Sinnesorgan wahrnehmbar, wir bemerken nur seine Wirkungen.

#### 3.1 Stromwirkungen

- Wärme (z.B.: Heizkörper, Lötkolben, Fön, Glühbirne)
- Licht (z.B.: Leuchtstofflampen, Glimmlampen, Leuchtdioden, ...)
- Magnetfeld
  - Kraftwirkung (z.B.: Motor, Hubmagnet, Relais, Lautsprecher, Ablenkung des Elektronenstrahls in einer Bildröhre)
  - Induktionswirkung (z.B.: Transformator, Übertrager)

### 4 Magnetismus – Magnetisches Feld

Magnetfelder sind weder sichtbar noch greifbar. Man kann aber bestimmte Wirkungen beobachten.

z.B.: natürlicher Magnetismus

Die Enden von Stäben aus Magneteisenstein ziehen magnetisierbare Materialien (Eisen, Nickel, Kobalt) an.

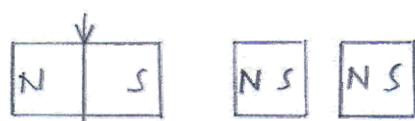
Gegenüber anderen Magneten sind sowohl anziehende als auch abstoßende Kräfte wirksam.  
Zur besseren Unterscheidung werden die Enden als Süd- bzw. Nordpol bezeichnet.

Gleichnamige Pole stoßen sich ab, ungleichnamige Pole ziehen sich einander an.



In der Mitte ist der Magnet unmagnetisch (neutrale Zone).

Beim Zerschneiden eines Magneten entstehen wieder neue Magnete, egal wie klein man ihn macht.



Durch Annäherung eines Magneten, werden Körper aus Eisen magnetisch (Influenz).  
Durch darüber streichen bleibt die Magnetisierung aufrecht.

## 4.1 Darstellung des magnetischen (Kraft-)Feldes

Das Magnetfeld kann folgender Maßen vermessen und dargestellt werden.

Mit einer Kompassnadel (= ein kleiner drehbarer aufgehängter Stabmagnet) wird die Umgebung des Magneten abgetastet.

Die Nadel richtet sich entsprechend der auf sie wirkenden Kraft aus und gibt somit die Richtung der magnetischen Kraft an.

Das auf die Nadel einwirkende Drehmoment ist ein Maß für die Stärke des Feldes. Die Summe aller Richtungspfeile ergibt die Kraft von den Feldlinien.

Das dadurch entstehende Bild wird **Feldbild** genannt.

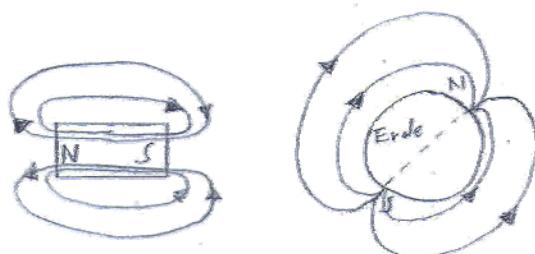
Die Dichte der Feldlinien ist ein Maß für die lokalen Stärke-Feldbilder (lassen sich leicht mit Eisenspänen zeigen).

Die Tangente an die Feldlinien = Richtung und Orientierung des Magnetfeldes. Die Dichte der Feldlinien entspricht der lokalen Stärke des Magnetfeldes.

das Magnetfeld ist ein Wirbelfeld, das heißt alle Feldlinien sind in sich geschlossen.

Sie haben keinen Anfang und kein Ende.

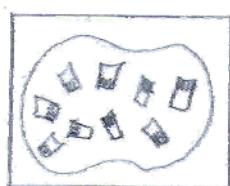
z.B.: Magnetfeld eines Stabmagneten.



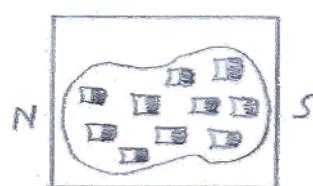
Der aus Eisen bestehende Kern der Erde ist magnetisch.

Weil jenes Ende der Kompassnadel das nach Norden zeigt als magnetischer Nordpol bezeichnet wird, ist der geografische Nordpol der Erde eigentlich ein magnetischer Südpol.

unmagnetischer Zustand



magnetischer Zustand



## 4.2 Modell der Elementarmagnete

Mit diesem Modell lassen sich sehr einfach magnetische Gesetze erklären.

z.B. die Unmöglichkeit einzelner (isolierter) Magnetpole und den Vorgang des Magnetisierens mit einem äußeren Magnetfeld. Man denkt sich einen magnetisierbaren Körper aus lauter mikroskopisch kleinen Elementarmagneten aufgebaut, die normalerweise zufällig angeordnet sind.

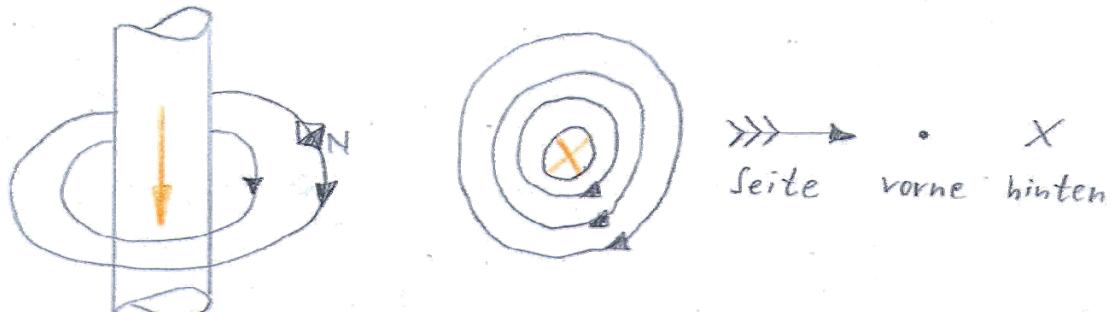
Die einzelnen Magnetfelder überlagern sich, von außen ist daher kein Feld messbar.

Beim anlegen eines äußeren Feldes (Bleistiftmagnet) werden die Elementarmagnete ausgerichtet.

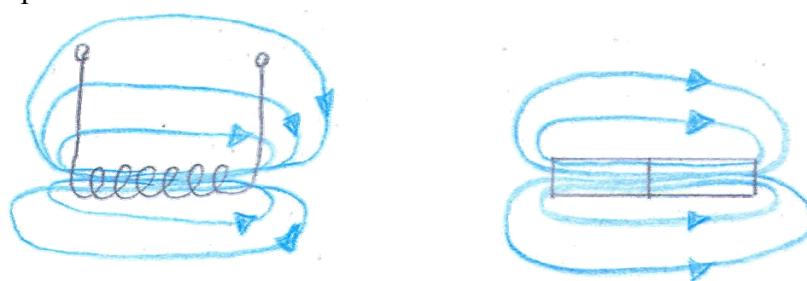
## 4.3 Elektromagnetismus

Jeder von Strom durchflossene Leiter ist von einem Magnetfeld umgeben.  
Die Feldlinien bilden bei einem geraden Leiter konzentrische Kreise.

- gerade Leiter



- Spule



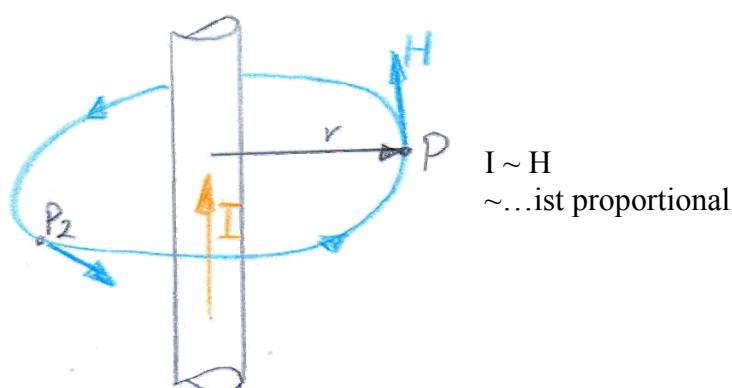
## 4.4 Magnetische Feldstärke H

Die Ursache (treibende Kraft) des Magnetfeldes wird als magnetische Feldstärke bezeichnet.

### Einheit der magnetischen Feldstärke:

$$[H] = \frac{[I]}{[l]} = \frac{1A}{m} = \frac{A}{m}$$

Ein Ampere pro Meter ist jene Feldstärke, die ein mit ein Ampere durchflossener Leiter in einem Abstand besitzt, wo der Umfang 1 Meter beträgt. ( $U = 2r\pi$ )



$$I \sim H$$

...ist proportional

#### 4.4.1 Merkregel zur Bestimmung der Felstärkerichtung

1) Rechtsschraubenregel

Denkt man sich eine rechtsgängige Schraube in Richtung des Stromes bewegt, so gibt der Drehsinn die Richtung der Feldlinien an.

2) Die Rechte-Hand-Regel für Stromdurchflossene Leiter

Zeigt der abgespreizte Daumen der rechten Hand in Richtung des Stromes, so geben die gekrümmten Finger die Richtung der Feldlinien an.



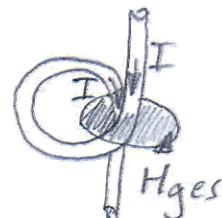
#### 4.5 Magnetische Durchflutung $\Theta$

Durch spulenförmige Anordnung kann der Strom scheinbar vervielfacht und das Magnetfeld verstärkt werden.

Allgemein gilt:

$$H_{\text{ges}} = N * H$$

$$H_{\text{ges}} \sim 2I$$



$H_{\text{ges}}$ ...Gesamtfeldstärke

N...Windungszahl

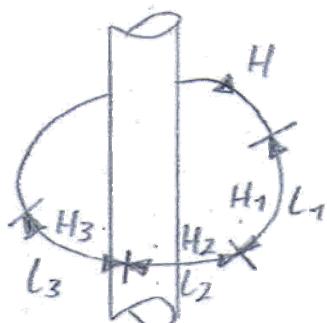
$$N * I = \Theta (\Theta)$$

Das Produkt aus Windungszahl N mal Strom I wird als Durchflutung ( $\Theta$ ) bezeichnet und bestimmt die magnetische Wirkung einer stromdurchflossenen Leiteranordnung (Spule).

Der Zusammenhang zwischen Durchflutung und Feldstärke wird durch den Durchflutungssatz hergestellt.

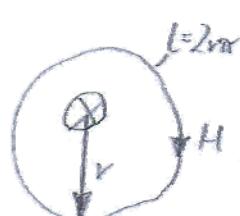
Die Summen von Feldstärke  $H$  mal Wegstücke  $l$  müssen entlang einer geschlossenen Feldlinie aufsummiert werden.

Wenn das Magnetfeld durch verschiedene Materialien verläuft, nimmt die Feldstärke verschiedene Werte an. Die Teilstücke müssen daher getrennt berechnet werden.

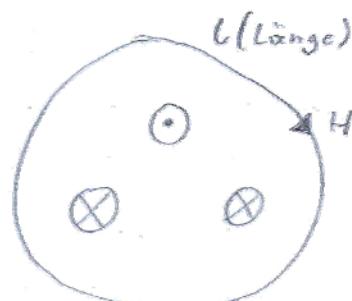


$$\Theta = \sum H * l = H_1 * l_1 + H_2 * l_2 + \dots = N * I$$

(entlang einer Feldlinie)

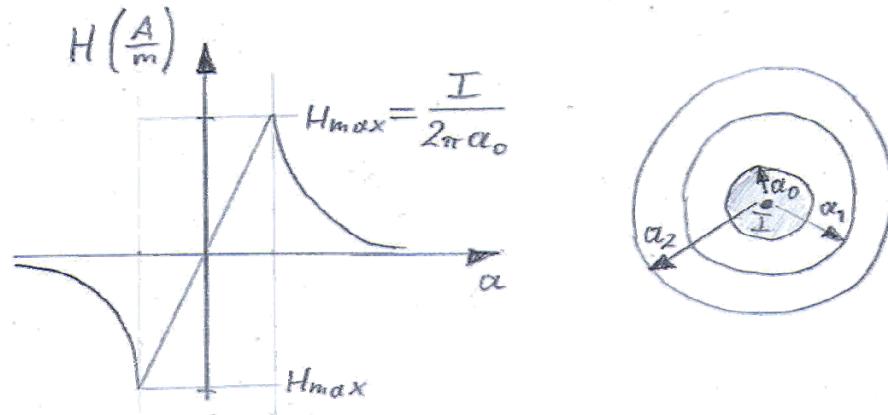


$$\Theta = I_1 + I_2 - I_3 = H * l$$



## 4.5.1 Anwendung des Durchflutungssatzes

### 4.5.1.1 Magnetfeld eines stromdurchflossenen geraden Leiters



$$N * I = H * l$$

$$H = \frac{I}{2\pi * a}$$

$$H_i = \frac{I}{2\pi * a_0^2} * a$$

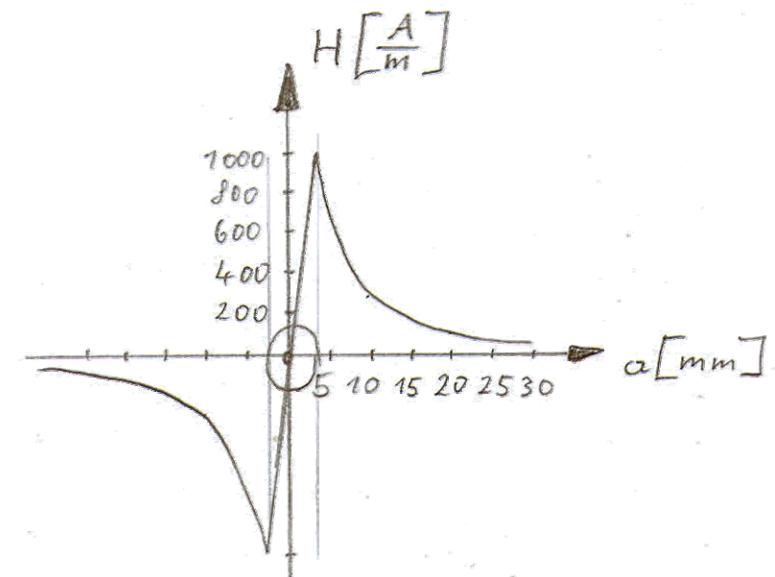
$H_i$  ... Feldstärke im Inneren des Leiters

Geg.: Bsp 10.1

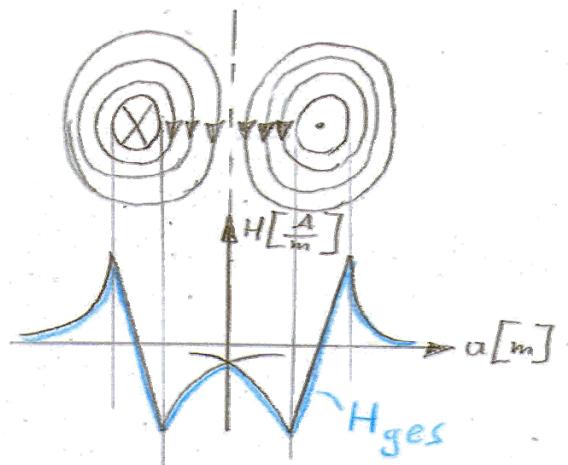
gerader Leiter

$d = 5\text{mm}$

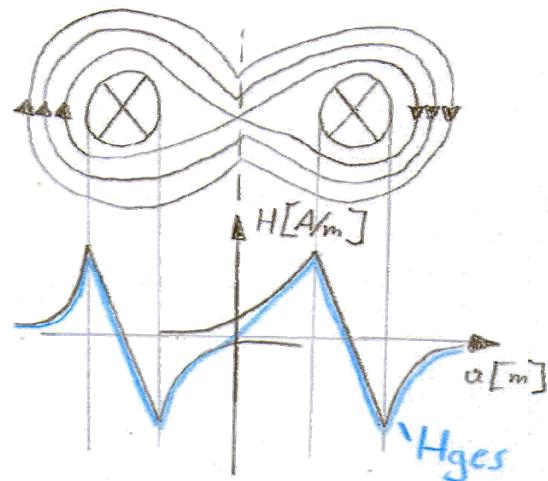
$I = 15\text{A}$



#### 4.5.1.2 Magnetfeld einer Doppelleitung



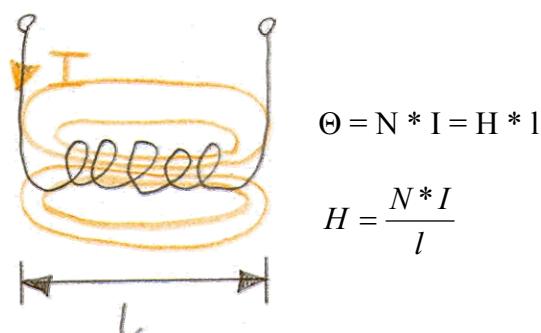
gegensinnig durchflossen



gleichsinnig durchflossen

#### 4.5.1.3 Magnetfeld einer Zylinderspule (Solenoid)

lange schlanke Spule ( $L > 10 \cdot D$ )



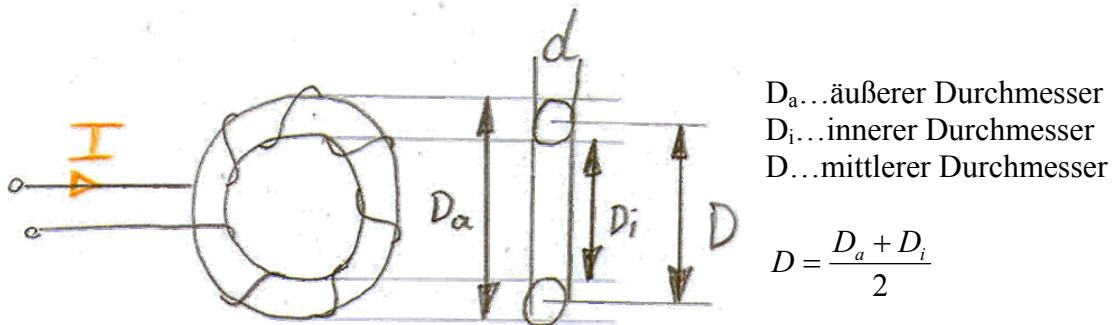
kurze Spule



Die Richtung der Feldlinien lässt sich mit der Umfassungsregel bestimmen:

Legt man die rechte Hand so um die Spule, dass die Finger in Stromrichtung zeigen, dann gibt der abgespreizte Daumen die Richtung der Feldlinien im Inneren an.

#### 4.5.1.4 Magnetfeld einer Ringspule (Toroid)



Im Inneren der Spule gilt ( $D > 5d$ )

$$\Theta = N \cdot I = H \cdot D \cdot \pi$$

$$H = \frac{N \cdot I}{D \cdot \pi}$$

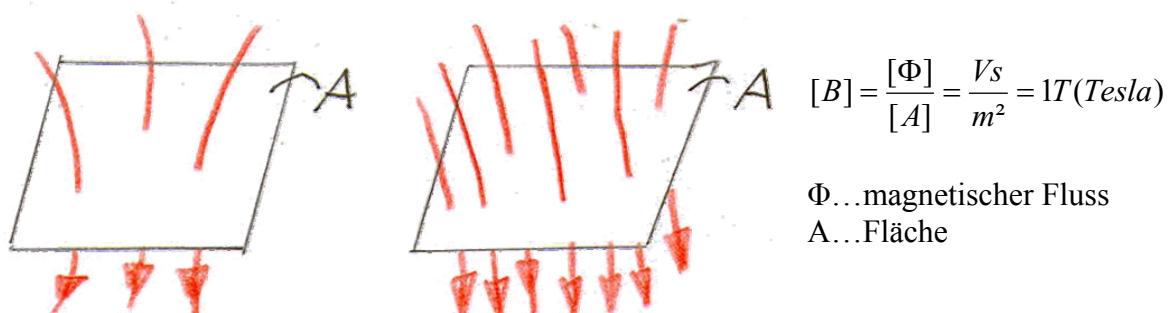
#### 4.6 Magnetischer Fluss $\Phi$

Der magnetische Fluss  $\varphi$  ( $\Phi$ ) = die Gesamtheit aller Feldlinien des magnetischen Feldes.  
Wenige Feldlinien bedeuten einen geringen magnetischen Fluss.  
Viele Feldlinien kennzeichnen einen großen magnetischen Fluss.

$$[\Phi] = 1 \text{ Vs} = 1 \text{ Wb} \text{ (Weber)}$$

#### 4.7 Magnetische Flussdichte $B$

Die magnetische Flussdichte ist ein Maß dafür, wie viele Feldlinien (Flusslinien) eine bestimmte Fläche durchtreten.



$$B_2 > B_1$$

## 4.8 Permeabilität $\mu$

Der Zusammenhang zwischen den zwei magnetischen Feldgrößen Flussdichte B und Feldstärke H hängt vom Material ab, indem sich das magnetische Feld aufbaut. Die magnetischen Materialeigenschaften werden durch Permeabilität  $\mu$  definiert. Sie verknüpft die beiden Feldgrößen B und H.

$$B = \mu * H$$

B ... Flussdichte  
H ... Feldstärke  
 $\mu$  ... Permeabilität

$$\mu = \frac{B}{H}$$

$$H = \frac{\mu}{B}$$

$$[\mu] = \frac{[B]}{[H]} = \frac{\frac{Vs}{m^2}}{\frac{A}{Am}} = \frac{Vs}{m} \quad \dots \text{Voltsekunden durch Amperemeter}$$

Im leeren Raum (praktisch auch in Luft) wird die Permeabilität eine Naturkonstante, die als magnetische Feldkonstante oder Permeabilität des leeren Raumes bezeichnet wird.

$$B = \mu_0 * H$$

$$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

Das Verhältnis zwischen der Permeabilität  $\mu$  eines Materials und der magnetischen Feldkonstante  $\mu_0$  bezeichnet man als relative Permeabilität  $\mu_r$ .

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

$$[\mu_r] = \frac{[\mu]}{[\mu_0]} = \frac{\frac{Vs}{m}}{\frac{Vs}{Am}} = 1$$

$\mu_r$  ... relative Permeabilität oder Permeabilitätszahl

$\mu_r$  ist daher eine reine Verhältnisgröße und gibt an um das wie vielfache die Flussdichte in einem magnetisierbaren Material größer ist als in einem leeren Raum (bei gleicher Feldstärke).

## 4.9 Induktivität L

Die Induktivität wird als Proportionalitätskonstante zwischen dem elektrischen Strom I und dem magnetischen Fluss  $\Phi$  definiert.

$$\Phi = L * I$$

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad \dots \text{Induktivität einer Leiterschleife}$$

$$[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = \frac{Vs}{A} = 1H(\text{Henry})$$

Induktivität einer Spule:

$$L = \frac{\Phi * N}{I} = \frac{N * B * A}{I} = \frac{N * \mu * H * A}{I} = \frac{N * \mu * N * I * A}{I * l} = N^2 * \frac{\mu * A}{l}$$

N...Windungszahl

A...Querschnitt

l...Länge

$\mu$ ...Permeabilität

für Luftspulen gilt:

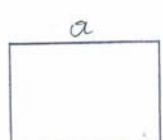
$$L = \mu_0 * N^2 * \frac{A}{l}$$

### 4.9.1 Flächen



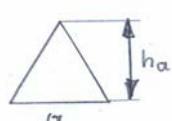
Kreis:

$$A = r^2 \pi = \frac{d^2 \pi}{4}$$



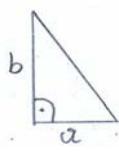
Rechteck:

$$A = a * b$$



Dreieck:

$$A = \frac{a * h_a}{2}$$



rechtwinkeliges Dreieck:

$$A = \frac{a * b}{2}$$

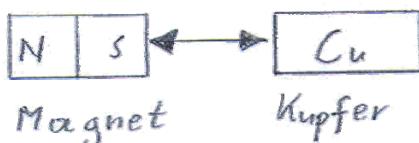
## 4.10 Magnetische Werkstoffe

In magnetisierbaren Körpern wicht der Zusammenhang zwischen Flussdichte und Feldstärke von der in Vakuum gültigen Beziehung  $B = \mu_0 * H$  ab.  $\rightarrow B = \mu_0 * \mu_r * H$

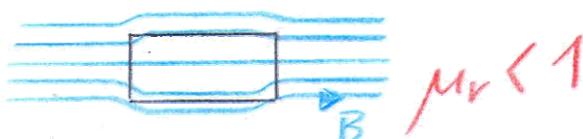
Die Eigenschaften magnetisierbarer Materie lassen sich durch den atomaren Aufbau der Körper erklären (Elementarmagnetmodell).

Grundsätzlich können 2 Verhaltensweisen von Körpern in einem Magnetfeld beobachtet werden.

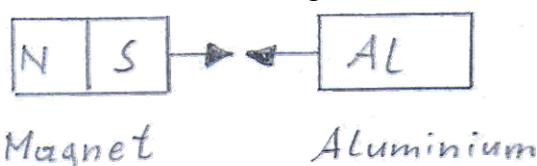
- 1) Das Feld im Inneren des Körpers ist schwächer als das äußere magnetische Feld.  
Dann spricht man von diamagnetischen Verhalten oder einem diamagnetischen Material.  
Wenn man z.B. eine diamagnetische Substanz in die Nähe eines Magneten hält, so wird diese vom Magneten abgestoßen.



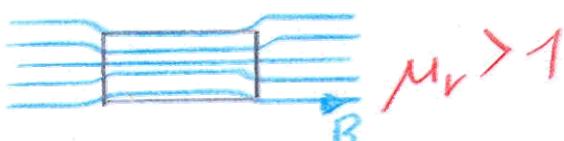
Bringt man ein diamagnetisches Material in ein äußeres Magnetfeld, so kommt es zu einer resultierenden Feldschwächung.



- 2) Das Feld im Inneren des Körpers ist schwächer als das äußere Feld, dann spricht man von einem paramagnetischen Verhalten bzw. einem paramagnetischen Material.  
Bei paramagnetischen Substanzen beobachtet man in der Umgebung eines Magneten eine anziehende Wirkung.



Bringt man ein paramagnetisches Material in ein äußeres Magnetfeld, kommt es zu einer resultierenden Feldverstärkung.



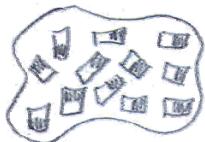
Für die Elektrotechnik sehr interessant sind die Sonderfälle wo  $\mu_r \gg 1$  ist, das sind die so genannte „ferro- bzw. ferrimagnetischen“ Materialien.

ferromagnetisch...  $\mu_r \gg 1$   
ferrimagnetisch...  $\mu_r \ll 1$

## 4.11 Ferromagnetismus ( $\mu_r \gg 1$ )

(Fe, Ni, Co, Fe-Ni Legierungen)

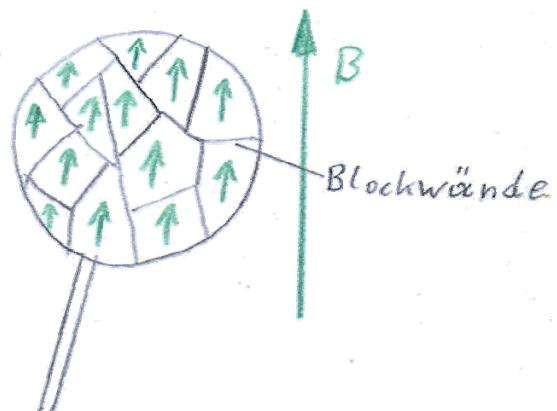
Bei den Elementen der Eisengruppe und bei Nickel-Eisen Legierungen existieren im Kristallgitter Bereiche, in denen die Elementarmagnete bereits durch ihr Eigenmagnetfeld ausgerichtet sind. (Weissche Bezirke)



Man spricht von spontaner Magnetisierung.



ohne äußerem Magnetfeld



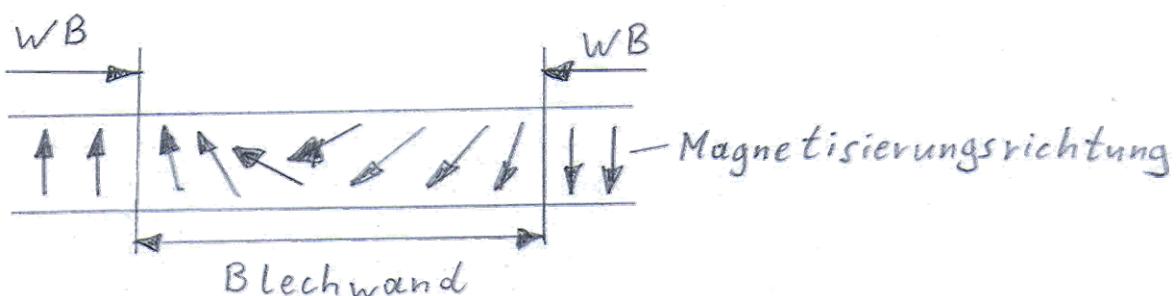
mit äußerem Magnetfeld

Die Weisschen Bezirke, die in die falsche Richtung zeigen, verschwinden → die richtig gepolten WB werden größer.

Es genügt bereits ein schwaches äußeres Magnetfeld um Bereiche in denen die Magnetisierungsrichtung mit dem angelegten Feld zusammenpasst zu vergrößern.

Jene Bereichen die entgegengesetzt oder quer dazu magnetisiert sind, schrumpfen.

Die dazwischen liegenden Grenzlinien (Blochwände) verschieben sich durch den Aufmagnetisierungsvorgang sprungartig (Barkhausensprünge) = umklappen der WB.



Weil bei schwachen äußeren Feldern bereits ein starkes inneres Magnetfeld erzeugt wird, erreicht die relative Permeabilität  $\mu_r$  Werte bis zu einigen 10.000.

Bei einem gewissen Grenzwert der Außenfeldstärke erfolgt kein weiteres Umklappen von WB mehr. (Sättigung)

Das Ausrichten der Elementarmagnete in den Bereichen, welche nicht parallel zur Magnetisierungsrichtung liegen, erfordern erheblich mehr Energieaufwand  $\rightarrow \mu_r$  sinkt deutlich ab und bewegt sich gegen 1.

Dieser Vorgang ist im Gegensatz zum Verschieben der Blochwände umkehrbar (reversibel).

Das Material bleibt also nach dem Abschalten des Magnetfeldes magnetisiert.

Da der Ferromagnetismus eine Eigenschaft ist, die sich aus dem kristallinen Aufbau ergibt, können die magnetischen Eigenschaften durch geeignete Verfahren (z.B.: Kaltwalzen) in eine bestimmte Richtung verbessert werden. (magnetische Vorzugsrichtung = Anisotropie)  
Gusseisen, Stahlguss und warm gewalzte Bleche sind Isotrop.

Wegen ihrer Feldstärkenden Wirkung werden ferromagnetische Stoffe vor allem in Blechform für Elektromagnete, Motoren, Generatoren und Transformatoren eingesetzt.

Bei anti-ferromagnetischen Materialien (unmagnetischer Nirostastahl) sind die weisschen Bezirke antiparallel magnetisiert und lassen sich nicht durch äußere Magnetfelder beeinflussen.

Es lässt sich nur eine diamagnetische Wirkung messen ( $\mu_r < 1$ ).

## 4.12 Ferrimagnetismus

Ferrimagnetische Materialien verhalten sich im Magnetfeld ähnlich wie ferromagnetische Stoffe.

Diese Eigenschaft tritt jedoch nur bei bestimmten Metalloxiden (Eisen – Nickel – Zink – Manganoxid) den sog. Ferriden auf.

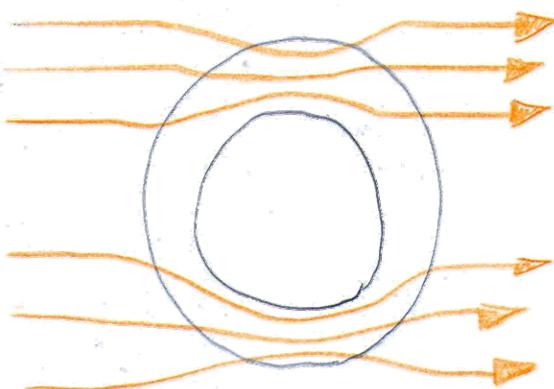
Ferridmaterial wird durch sintern (Hochofen) hergestellt und hat ein keramisches Gefüge. (Bruchgefahr!)

Ferrite haben trotz hoher Anfangspermeabilität einen sehr hohen spezifischen elektrischen Widerstand ( $\rho$ ).

Anwendungen finden Ferrite in der Hochfrequenztechnik und bei Dauermagneten.

Da ferro- bzw. ferrimagnetische Materialien sehr gut den magnetischen Fluss weiterleiten, besitzen sie sehr gute Schirmegenschaften.

z.B.: ferromagnetischer Zylinder

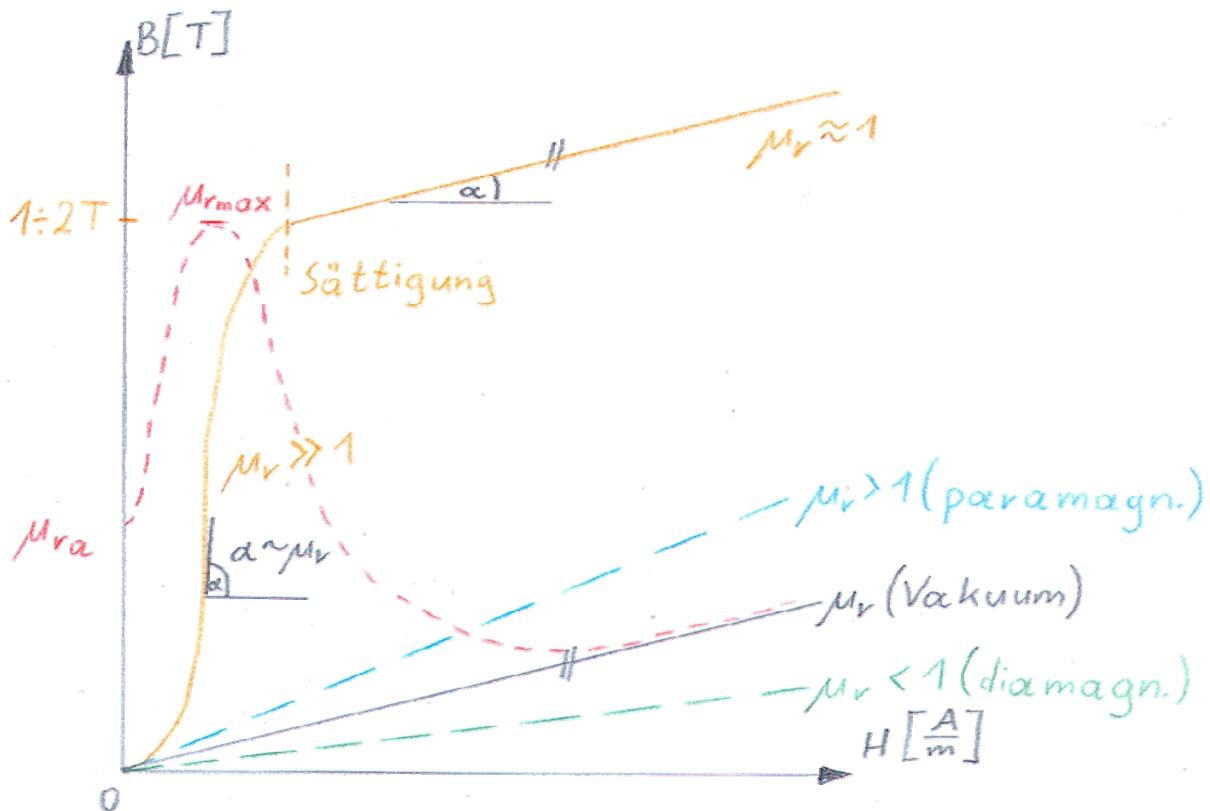


## 4.13 Magnetisierungscurve und Hysterese

Die Permeabilität bei ferro- und ferrimagnetischen Materialien ist keine konstante Größe, sie verändert sich stark mit der Magnetisierung. (d.h. mit Feldstärke und Flussdichte)

Man kann daher nicht von einem fixen Wert von  $\mu_r$  ausgehen, sondern muss entweder mit Tabellen (Buch S. 235-236) oder Kurven, oder so genannten Magnetisierungscurven arbeiten. Eine Magnetisierungscurve stellt den Zusammenhang zwischen Ursache (Feldstärke) und Wirkung (Flussdichte) dar.

Die Permeabilität ist als Anstieg (Steilheit) der Kurve ablesbar.



$\mu_{ra}$ ...Anfangswert von  $\mu_r$

$\mu_{rmax}$ ...maximale Permeabilität

Bsp.: Dynamoblech IV

$$H = 100 \frac{A}{m}$$

$$B = 0,3T$$

$$B = \mu_0 * \mu_r * H \rightarrow \mu_r = \frac{B}{\mu_0 * H} = \frac{0,3T}{4\pi * 10^{-7} * 100 \frac{A}{m}} = 2387$$

Bsp.:

$$H = 1000 \frac{A}{m} \rightarrow B = 1,32T \rightarrow \mu_r = \frac{B}{\mu_0 * H} = \frac{1,32}{4\pi * 10^{-7} * 1000} = 1050$$

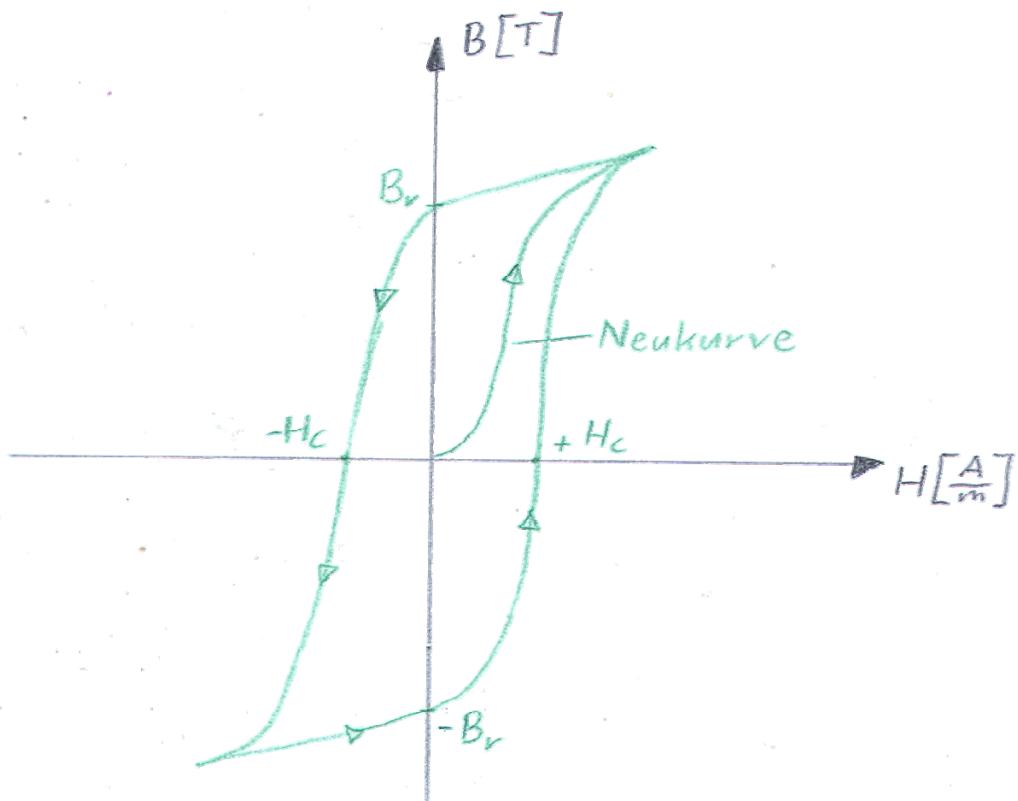
Im Buch auf Seite 235-236 steht eine Liste.

Nachdem ein magnetisierbares Material einmal aufmagnetisiert wurde, bleibt auch nach Wegfall des äußeren Feldes im Inneren des Werkstoffes ein so genannter Restmagnetismus zurück. (Das nennt man Remanenz.)

Die magnetischen Eigenschaften von Eisenwerkstoffen werden also stark von der „Vorgeschichte“ beeinflusst.

Um diese Zusammenhänge besser darstellen zu können, verwendet man ein spezielles Diagramm, das sich Hystereseschleife nennt.

#### 4.13.1 Hysterese



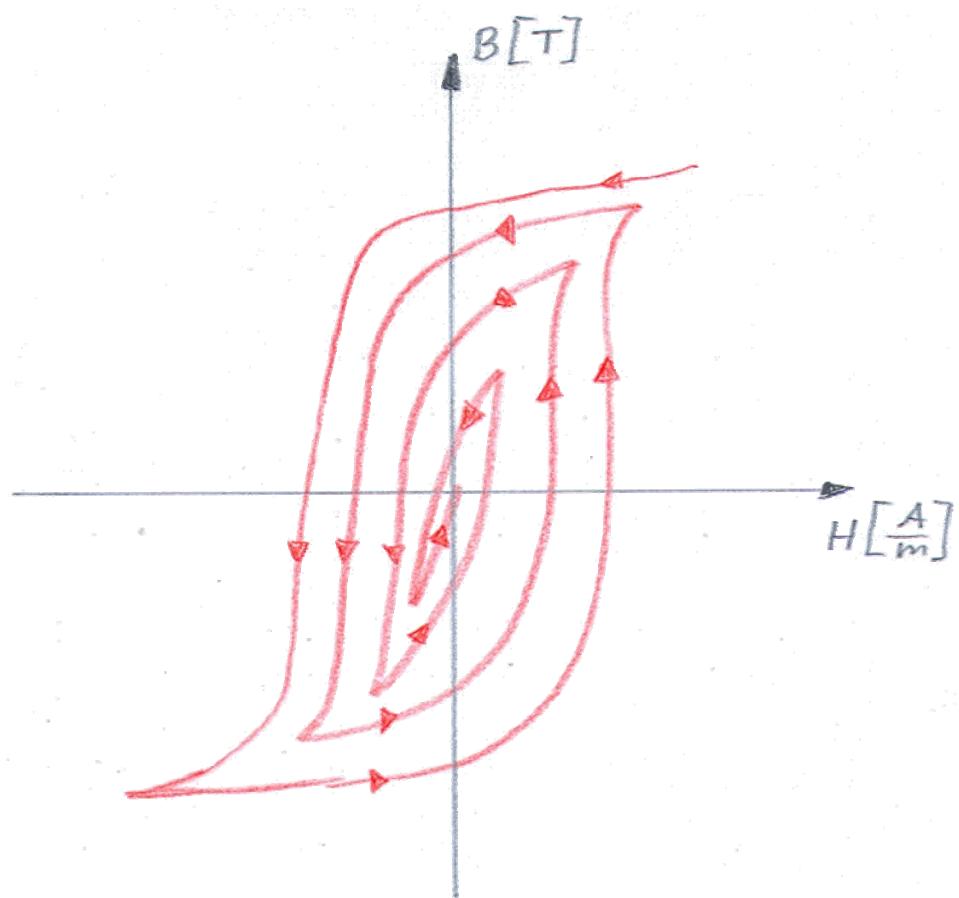
Jene Flussdichte, die nach dem Aufmagnetisieren im Eisen bleibt, heißt Remanenzflussdichte  $B_r$ .

Die Feldstärke, welche außen angelegt werden muss, um das innere Magnetfeld zu kompensieren (aufzuheben) wird als Koerzitivfeldstärke  $H_c$  bezeichnet.

Die Fläche der Hystereseschleife ist ein Maß für die Arbeit, die pro Volumseinheit für eine Magnetisierung aufgebraucht werden muss und ist daher wichtig für die Berechnung der Ummagnetisierungsverluste (Hystereseverluste).

#### 4.13.2 Abmagnetisieren

Wird ein Eisenstab einmal magnetisiert, so bleibt im Allgemeinen ein Restmagnetismus zurück. Will man vollständig entmagnetisieren, so kann man die Probe einem stetig bis auf 0 abnehmenden Wechselfeld aussetzen.



Eine weitere Möglichkeit ist das Erhitzen über den Curiepunkt des Werkstoffes (ca. 300-600°C)

#### 4.14 Weich- und Hartmagnetische Werkstoffe

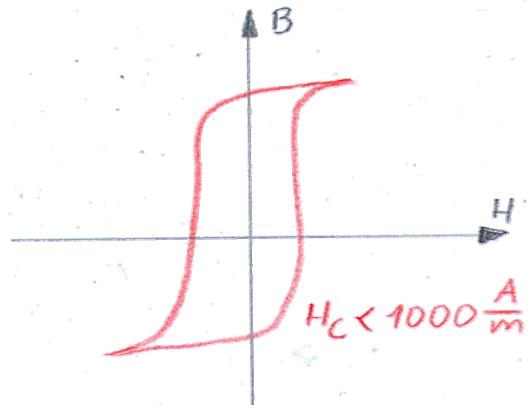
(Buch Seite 238)

Bei den magnetischen Werkstoffen unterscheidet man 2 Gruppen.

Solche mit einer schmalen Hysterese (weichmagnetisch) und solche mit einer breiten Hysterese (hartmagnetisch).

Die Koerzitiffeldstärke typischer weichmagnetischer Stoffe ist kleiner 1000A/m, die von hartmagnetischen größer als 1000A/m.

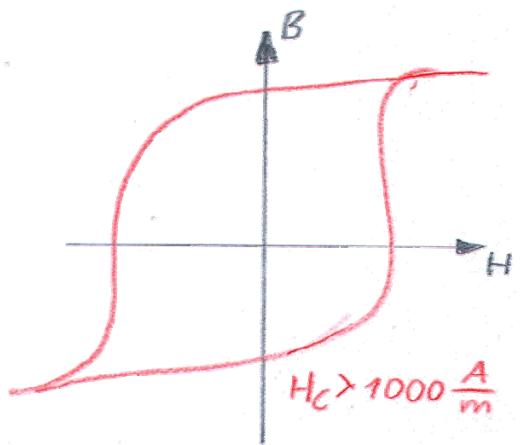
#### 4.14.1 magnetisch „weiche“ Werkstoffe



(Buch Seite 238)

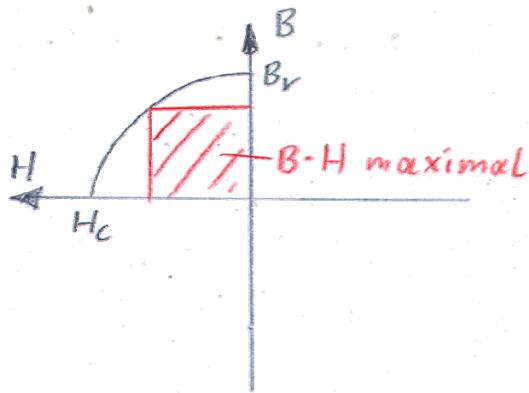
z.B.: für Trafos, elektrische Maschinen  
Dynamobleche  
Trafobleche  
Ultraperm  
Weicheisen  
Permabloy  
Mumetall

#### 4.14.2 magnetisch „harte“ Werkstoffe



(Buch Seite 240)

z.B.: Dauermagnete, Lautsprecher, Schrittmotoren, Relais  
AlNiCo      Aluminium-Nickel-Cobalt  
TiCoNAL  
SmCo



$$\frac{V_S}{m^2} \cdot \frac{A}{m} = \frac{W_S}{m^3}$$

$$(V \cdot A) = \text{Watt } W$$

Die Energie, welche in einem Magneten gespeichert ist, kann aus der Hystereseschleife berechnet werden. Günstig ist ein Arbeitspunkt bei dem das eingeschriebene Rechteck  $B \cdot H$  die größte Fläche besitzt.

Würde man großes H aber kleines B haben, hätte man trotzdem eine relativ kleine Fläche (siehe Skizze).

## 4.15 Magnetische Kreise

Da magnetische Feldlinien immer in sich geschlossen sind, bezeichnet man Konstruktionen mit Magneten und/oder magnetisierbaren Materialien immer als Kreis.

Es bestehen bemerkenswerte Ähnlichkeiten zwischen einem elektrischen Stromkreis und einem magnetischen Kreis.

Diese Analogien kann man sich bei der Berechnung von Magnetkreisen zu Nutze machen.

### 4.15.1 Charakteristische Größen magnetischer Kreise

- **Magnetische Spannung**

$$U_m = H \cdot l$$

- **Durchflutungsgesetz**

$$\Theta = N \cdot I = \sum (H \cdot l) = \sum H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 \dots = U_{m_1} + U_{m_2} \dots$$

$\Theta$  ... magnetische Umlaufspannung

Die Summe der magnetischen Teilspannungen  $U_m$  entlang einer geschlossenen Feldlinie ist gleich der elektrischen Durchflutung durch die von der Feldlinie umrandeten Fläche.

- **Magnetischer Widerstand / Leitwert**

$$R_m = \frac{l}{\mu \cdot A} \quad R \dots \text{magnet. Widerstand in [H}^{-1}\text{]}$$

$l$  ... magnet. Weglänge in [m]

$\mu$  ... Permeabilität in [Vs/Am]

$A$  ... Fläche in [ $m^2$ ]

$\Lambda$  (Lambda) oder  $A_L$  ... magnet. Leitwert in [H]

- **Ohmsches Gesetz der Magnetik**

Der Grundgedanke ist, dass man einen magnetischen Kreis in ein elektrisches Ersatzschaltbild umwandelt, welches mit Hilfe der bekannten Regeln leicht berechnet werden kann. Voraussetzung ist, dass sich der Werkstoff nicht in der Sättigung befindet.

$$\Phi = \frac{U_m}{R_m} = \frac{\Theta}{R_m} = \frac{H \cdot l}{R_m} = \frac{N \cdot I}{R_m} \quad \text{Vergleiche: } I = \frac{U}{R}$$

## 4.15.2 Analogien zwischen Stromkreis und Magnetismus

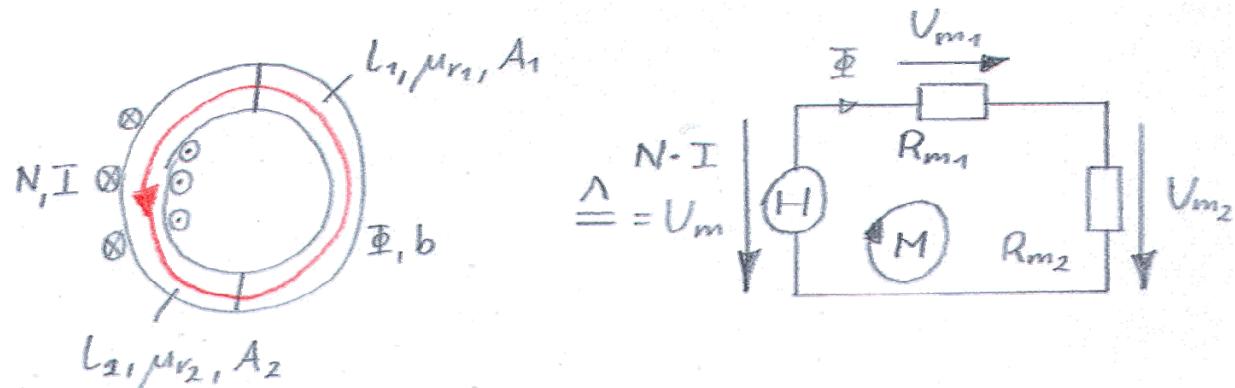
elektrische Größe	magnetische Größe
Strom I [A]	Fluss $\Phi$ [Vs]
Stromdichte J [ $A/m^2$ ]	Flussdichte B [ $Vs/m^2$ ]
Spannung U [V]	Durchflutung $\Theta$ [A]
Widerstand R [ $\Omega$ ]	Widerstand $R_m$ [ $H^{-1}$ ]
spez. Leitfähigkeit $\gamma$ [ $A/Vm$ ]	Permeabilität $\mu$ [Vs/Am]

Außerdem gelten in magnetischen Kreisen auch die Knoten- und Maschenregel

$$\text{Knotenregel: } \sum \Phi = 0$$

$$\text{Maschenregel: } \sum H * l = \Theta$$

## 4.15.3 Serienschaltung magnet. Widerstände



$$\Theta = N * I = U_m = U_{m_1} + U_{m_2} = \sum (H * l) = H_1 * l_1 + H_2 * l_2$$

$$\text{Maschenregel: } U_{m1} + U_{m2} - \Theta = 0$$

$$\Theta = \Phi * R_{m1} + \Phi * R_{m2} = \Phi * (R_{m1} + R_{m2})$$

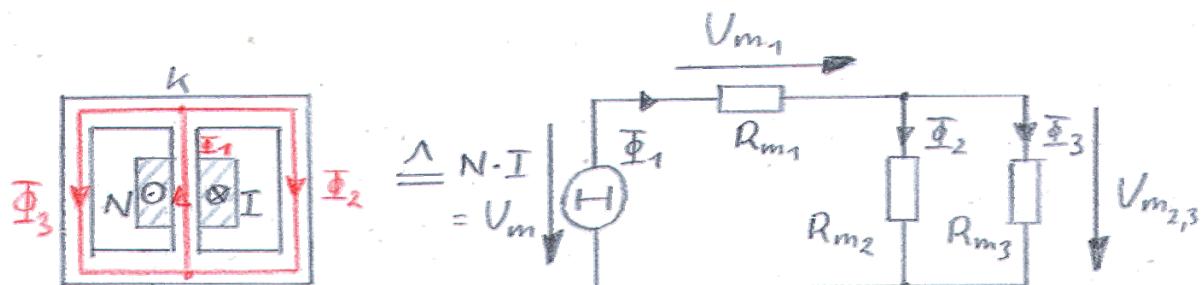
$$R_{m_1} = \frac{l_1}{\mu_0 * \mu_r * A_1}$$

$$R_{m_2} = \frac{l_2}{\mu_0 * \mu_r * A_2}$$

$$R_{m_{ges}} = \frac{\Theta}{\Phi} = \frac{N * I}{\Phi} = \frac{U_m}{\Phi}$$

Merke: Bei der Serienschaltung addieren sich die magnetischen Widerstände im Kreis.

#### 4.15.4 Parallelschaltung magnet. Widerstände



$$\text{Knotenregel: } \Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0$$

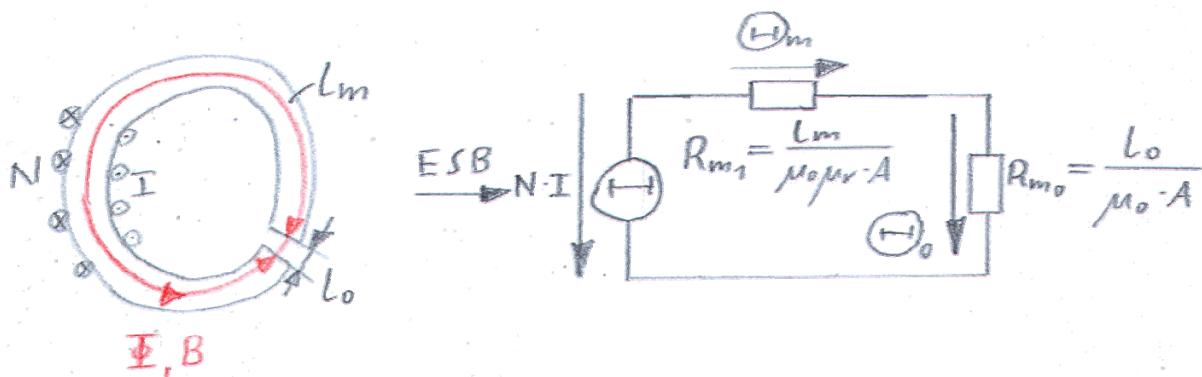
$$\Theta = N * I = U_m = U_{m_1} + U_{m_{2,3}} = \sum (H * l)$$

$$\Phi_1 = \frac{U_{m_{2,3}}}{R_{m_2}} + \frac{U_{m_{2,3}}}{R_{m_3}} = U_{m_{2,3}} \left( \frac{1}{R_{m_2}} + \frac{1}{R_{m_3}} \right) = U_{m_{2,3}} * (A_{L_1} + A_{L_2})$$

$$R_{m_{ges}} = \frac{\Theta}{\Phi_1} = \frac{N * I}{\Phi_1} = R_{m_1} + \frac{R_{m_2} * R_{m_3}}{R_{m_2} + R_{m_3}}$$

Merke: Bei der Parallelschaltung addieren sich die magnetischen Leitwerte im Kreis.

#### 4.15.5 Magnetischer Kreis mit Luftspalt



$$\Theta = N * I = \sum H * l = \Theta_m + \Theta_0$$

$$\Theta = \Phi * R_{m_{ges}} = \Phi * (R_{m_0} + R_{m_1})$$

R<sub>m</sub>...magn. Widerstand des Eisens

R<sub>m0</sub>...magn. Widerstand des Luftspalts

l<sub>m</sub>...Eisenweglänge

l<sub>1</sub>...Luftspaltlänge

Sonderfall:  $l_0 \gg \frac{l_m}{\mu_r}$

$$\Theta = N * I = H_0 * l_0 = \Theta_0 = \frac{B}{\mu_0} * l_0 = \frac{\Phi}{\mu_0 * A_0} * l_0 = \Phi * R_m$$

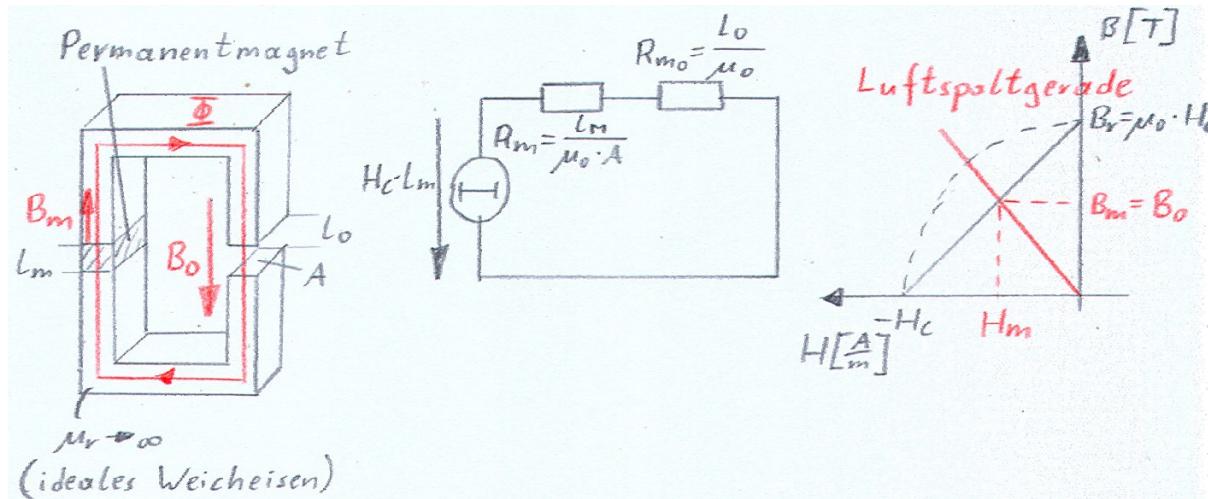
→ Der magnetische Widerstand ist nur von den Luftspaltabmessungen abhängig.

$$l_0 \gg \frac{l_m}{\mu_r} \quad (\text{Faktor } 10)$$

Geg.:  $l_m = 5\text{cm}$   
 $l_0 = 1\text{mm}$   
 $\mu_r = 5000$

$$\frac{l_m}{\mu_r} = \frac{50 * 10^{-2}}{5 * 10^3} = 1 * 10^{-5}$$

Faktor größer als 10, also kann der magn. Widerstand im Eisenkern vernachlässigt werden.



$$\Theta = N * I = H * l$$

$$\Theta = H_C * l_m = \Phi * (R_m + R_{m0})$$

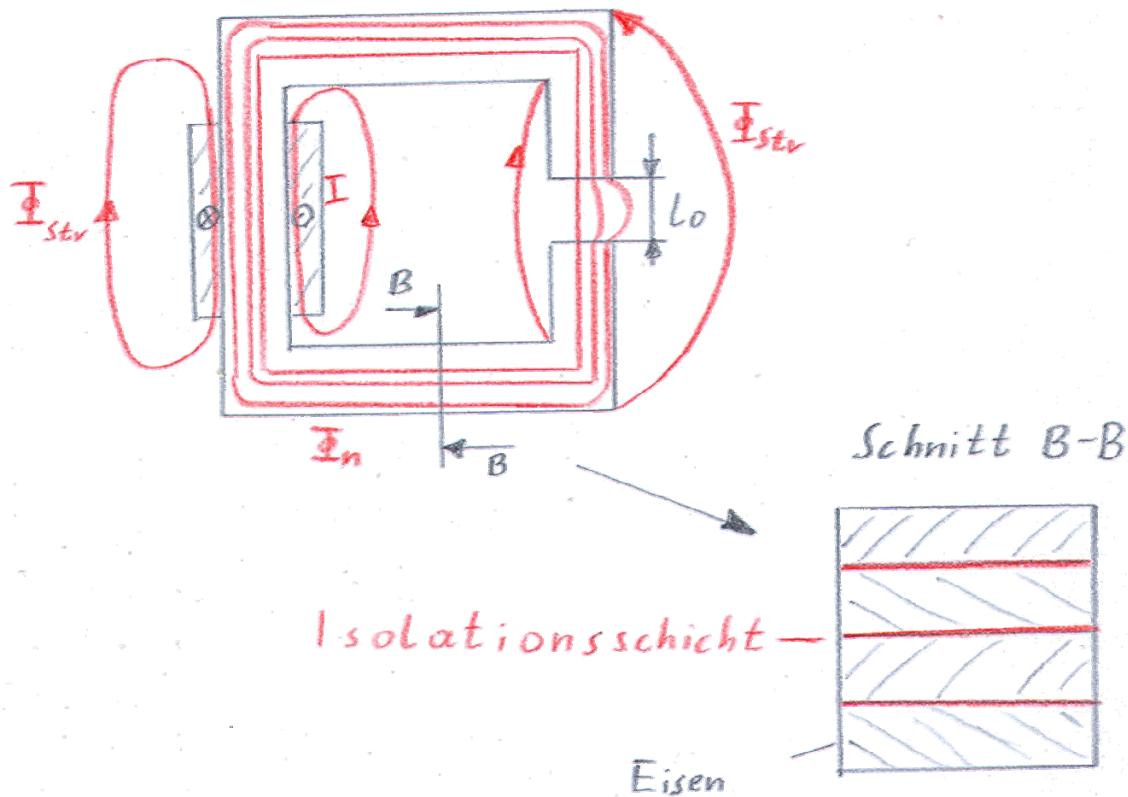
$$\Phi = \frac{H_C * l_m}{R_m + R_{m0}} = \mu * A * \frac{H_C * l_m}{l_m + l_0}$$

$$B_0 = \frac{\Phi}{A} = \frac{\mu_0 * H_C}{1 + \frac{l_0}{l_m}} = \frac{B_r}{1 + \frac{l_0}{l_m}}$$

z.B.:  $B_r = 1\text{T}$ ,  $l_0 = 2\text{mm}$ ,  $l_m = 6\text{mm}$

$$B_0 = \frac{1T}{1 + \frac{2mm}{6mm}} = \frac{1T}{1,33} = 0,75T$$

#### 4.15.6 Streu- und Eisenfüllfaktor



$$\frac{\Phi_{str}}{\Phi_n} = \sigma(\text{Sigma})$$

$\sigma$ ...Streufaktor (0,1 – 0,4)

$\Phi_{str}$ ...Streufluss

$\Phi_n$ ...Nutzfluss

Aus dem Schnitt B-B ist ersichtlich, dass nicht alles Eisen ist, der  $k_e$  gibt an, wie viel nicht Eisen ist.

$$\frac{A_{Fe}}{A} = k_e \rightarrow A_{Fe} = A * k_e$$

$k_e$ ...Eisenfüllfaktor (0,85 – 0,95)

A...Gesamtfläche

$A_{Fe}$ ...Eisenquerschnittsfläche

Praktisch ist die Magnetisierungswicklung nicht gleichmäßig über den Eisenkern verteilt, sondern wird aus wirtschaftlichen Gründen konzentriert auf einem Schenkel ausgeführt. Das führt dazu, dass sich einige Feldlinien vorzeitig schließen und somit nicht mehr als Nutzfluss zur Verfügung stehen. Diesen Teil nennt man Streufluss.

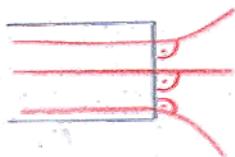
Verlaufen die magnetischen Feldlinien nicht im Vollmaterial sondern in beschichteten Blechen, so wird der tatsächliche Eisenquerschnitt nicht mit dem gemessenen übereinstimmen, da jedes Blech einen dünnen nicht magnetischen, elektrisch isolierenden Auftrag besitzt. Dem trägt man mit der Einführung eines Eisenfüllfaktors Rechnung.

## **4.16 Verhalten magnetischer Feldlinien beim Verlassen magnetisierbarer Materialien**

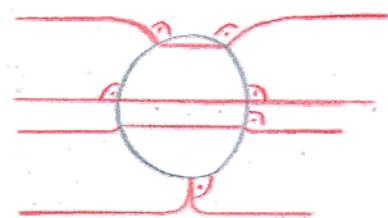
Merke:

Die magnetischen Feldlinien treten aus einem hochpermiablen Material ( $\mu_r \gg 1$ ) praktisch normal in Luft über und umgekehrt.

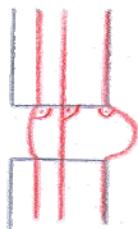
z.B.: Stabmagnet



z.B.: ferromagnet. Zylinder



z.B.: Feldlinien im Luftspalt eines magnet. Kreises

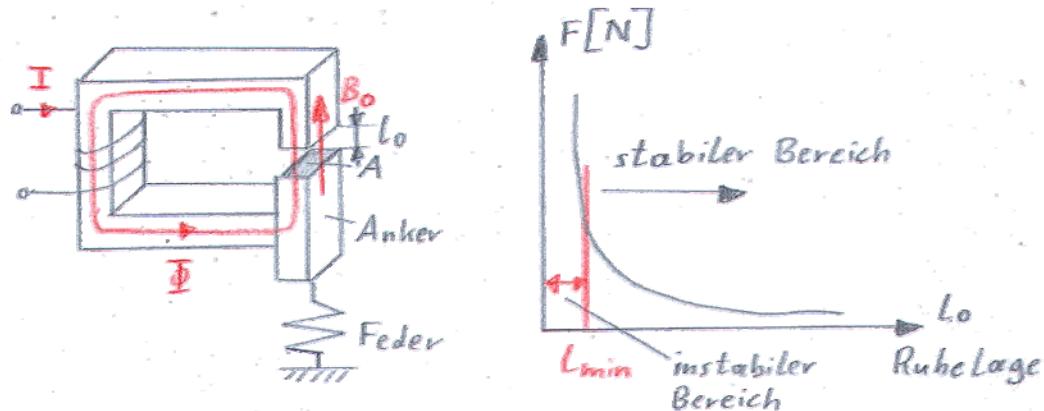


## **4.17 Kraftwirkungen im Magnetfeld**

Man unterscheidet:

- 1) Kräfte zwischen zwei Magneten
- 2) Kräfte zwischen Magnetfeld und von Strom durchflossenem Leiter
- 3) Kräfte auf geladene bewegte Teilchen

#### 4.17.1 Tragkraft eines Elektromagneten



$$F = \frac{A}{2} * B * H$$

$[F] = N$  immer positiv (anziehend)!

$$F = \frac{B_0^2}{2\mu_0} * A$$

Die Anziehungskraft versucht dabei den Luftspalt zu minimieren → der Anker bewegt sich in den Kreis hinein. Bei Unterschreiten eines bestimmten Punktes, erfolgt eine rasche Annäherung (instabiler Bereich).

Wenn der Luftspalt ganz geschlossen ist, reicht bereits der Restmagnetismus im Eisen zur Überwindung der Federkraft (Relais bleiben „kleben“).

##### Abhilfe:

Dünne Zwischenschicht aus unmagnetischem Material (Plättchen)

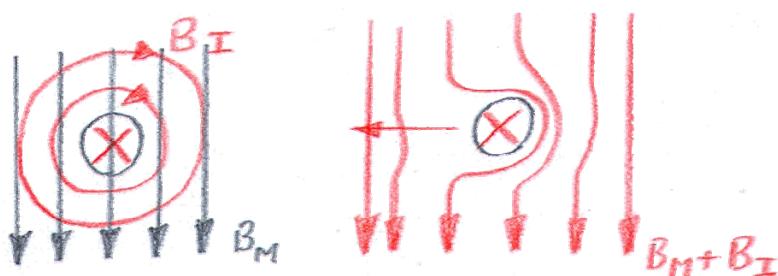
##### Anwendungen:

Lasthebemagneten, Relais und magnetische Aufspannsplatten

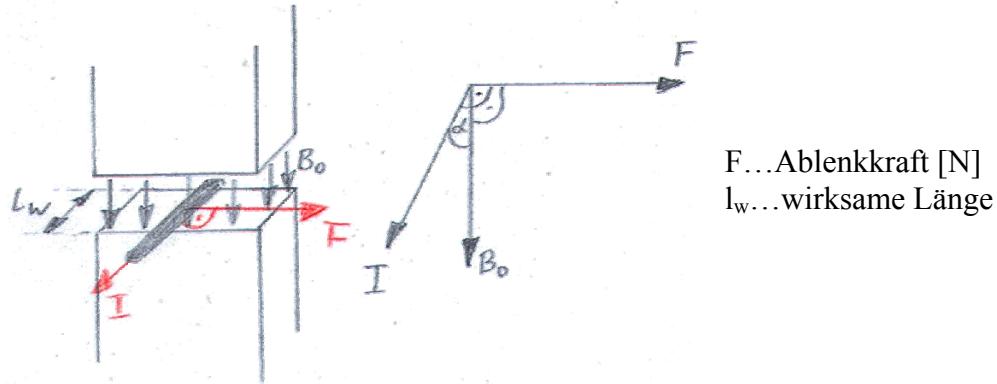
#### 4.17.2 Kraftwirkung auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld

Die Kraftwirkung ergibt sich aus der Überlagerung des vom elektrischen Strom hervorgerufenen und dem ursprünglichem Magnetfeld.

Kraft versucht den Leiter aus dem resultierenden Feld zu drängen.



## Größe und Richtung der Kraft



Die Größe der Kraft pro Längeneinheit ist proportional zu dem Produkt aus Flussdichte B und Stromstärke I.

Wenn diese beiden Vektoren keinen rechten Winkel bilden, muss mit der effektiven Länge des Leiters im Magnetfeld gerechnet werden.

Die Richtung der Kraft ist normal auf die Strom- und auf die Feldrichtung.

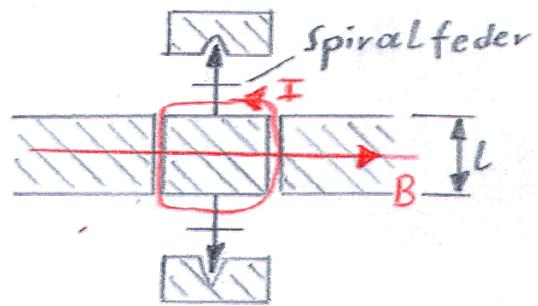
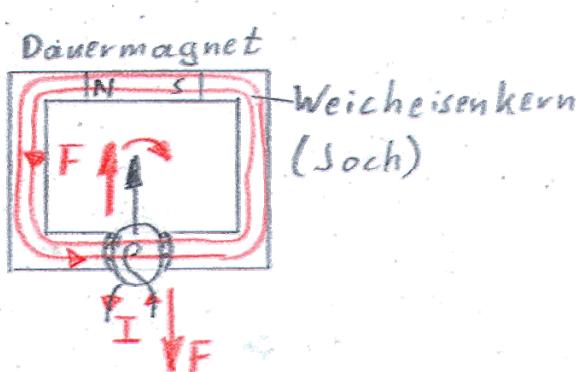
**Richtungsregel:** linke-Handregel

Zeigen die Feldlinien auf die Innenfläche der linken Hand, und die ausgestreckten Finger in Stromrichtung, dann gibt der abgespreizte Daumen die Richtung der Ablenkraft an.

### Anwendungen:

Drehpulsinstrument, Elektromotor, Lautsprecher

#### 4.17.2.1 Drehspulinstrument



$$F = B * I * l * N$$

### Richtungsregel:

Drehmoment auf die Drehspule und den Zeiger

Annäherungsmoment  $\rightarrow M_A = 2 * F * r$

Rückschnellmoment  $\rightarrow M_R = D * \alpha$       D ... Federkonstante  
    alpha ... Drehwinkel

Stillstand herrscht bei Momentengleichgewicht.

$$M_A = M_R$$

$$\alpha = \frac{2 * r * B * l * N}{D} * I$$

Dem Antriebsmoment wirkt die Rückstellkraft der Spiralfeder entgegen.

Bei Drehmomentengleichgewicht bleibt der Zeiger stehen – die Anzeige ist nun proportional dem Strom.

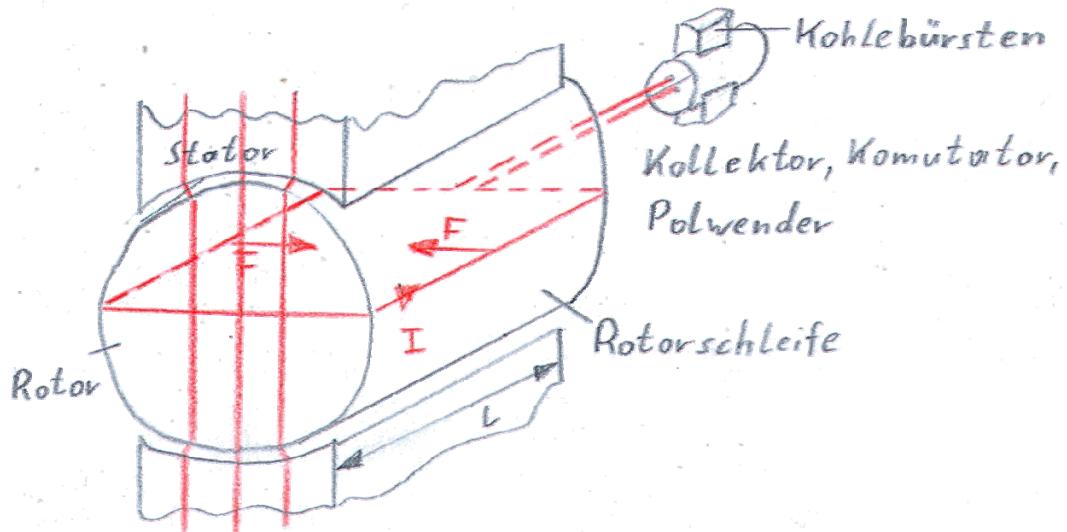
Mit einem Vorwiderstand lassen sich auch Spannungen messen.

#### 4.17.2.2 Funktionsprinzip des Elektromotors

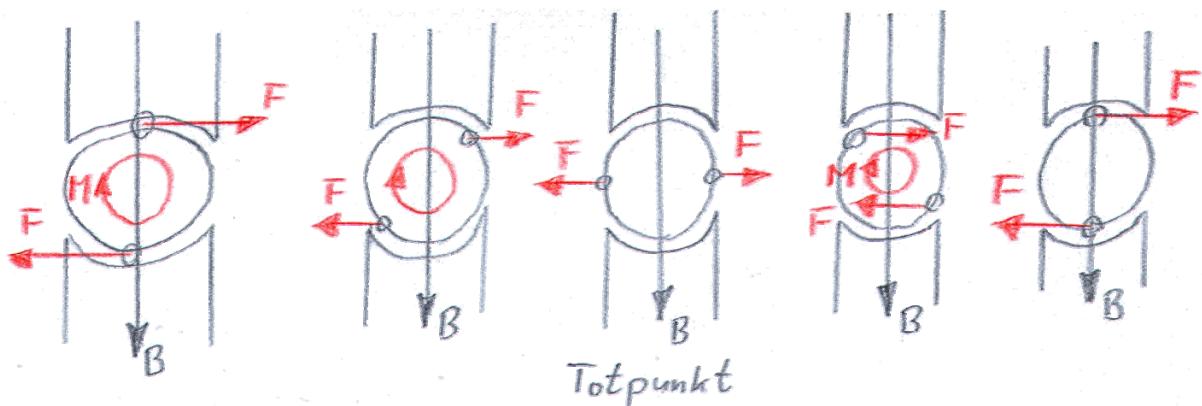
In einem Magnetfeld befindet sich eine stromdurchflossene drehbare Leiterschleife.

Zur Verringerung des Luftspalts wird die Leiterschleife auf einem Eisenrotor aufgebracht.

**Aufbau:**

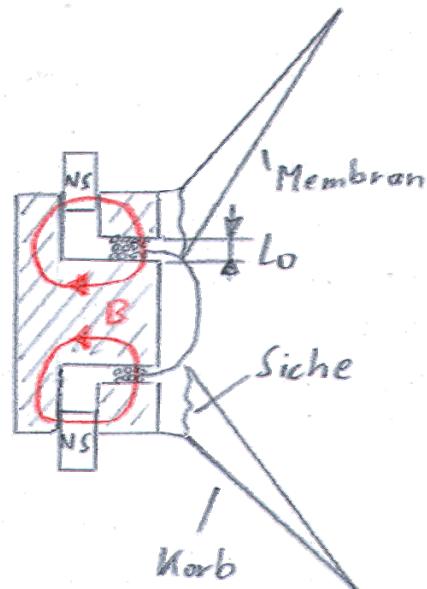
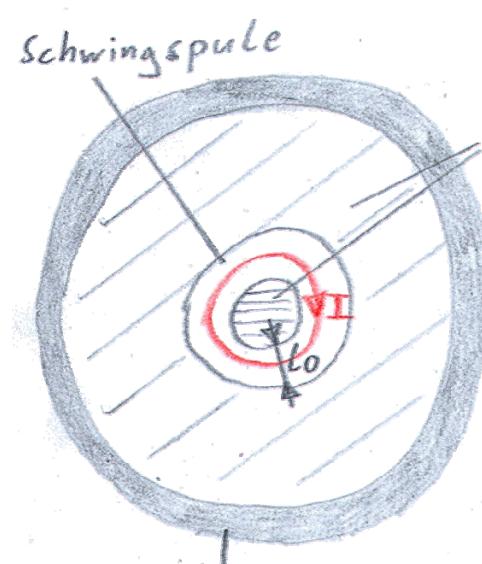


Funktionsweise anhand von Momentaufnahmen:



Bei Gleichstrommotoren wird die Stromrichtung durch den Kollektor umgedreht, wenn sich die Leiterschleife quer zum Magnetfeld befindet. Somit bleibt die Antriebskraft immer in Drehrichtung.

### 4.17.2.3 Lautsprecher



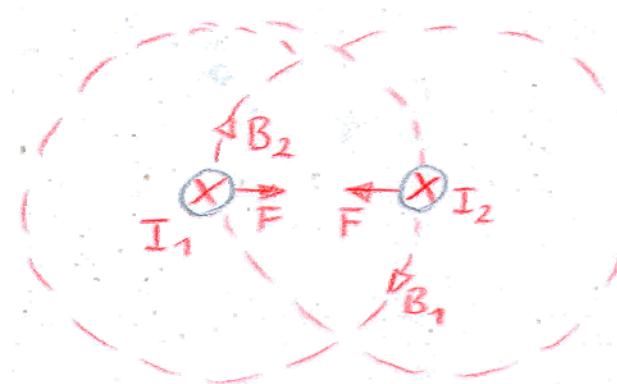
$$F = B * l * N * I$$

Für eine verzerrungsfreie Wiedergabe darf sich die Spule nicht aus dem Magnetfeld bewegen.  
(Klirr-Faktor)

### 4.17.3 Kraftwirkung stromdurchflossener Leiter aufeinander

#### Modellvorstellung:

Der eine Leiter erzeugt das Magnetfeld, somit befindet sich der zweite in einem Magnetfeld und es wird Kraft auf ihn ausgeübt. Dasselbe gilt auch umgekehrt.



$$F_1 = B_2 * l * I_1$$

$$B_2 = \mu_0 * H_2 = \mu_0 * \frac{I_2}{2\pi * a}$$

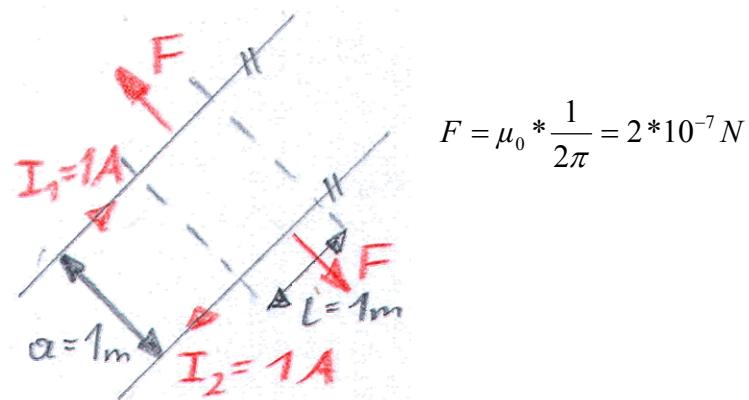
$$F_1 = \mu_0 * \frac{l}{2\pi * a} * I_1 * I_2$$

$$F_1 = F_2 = F = \mu_0 * \frac{l}{2\pi * a} * I_1 * I_2$$

#### Richtung der Kräfte:

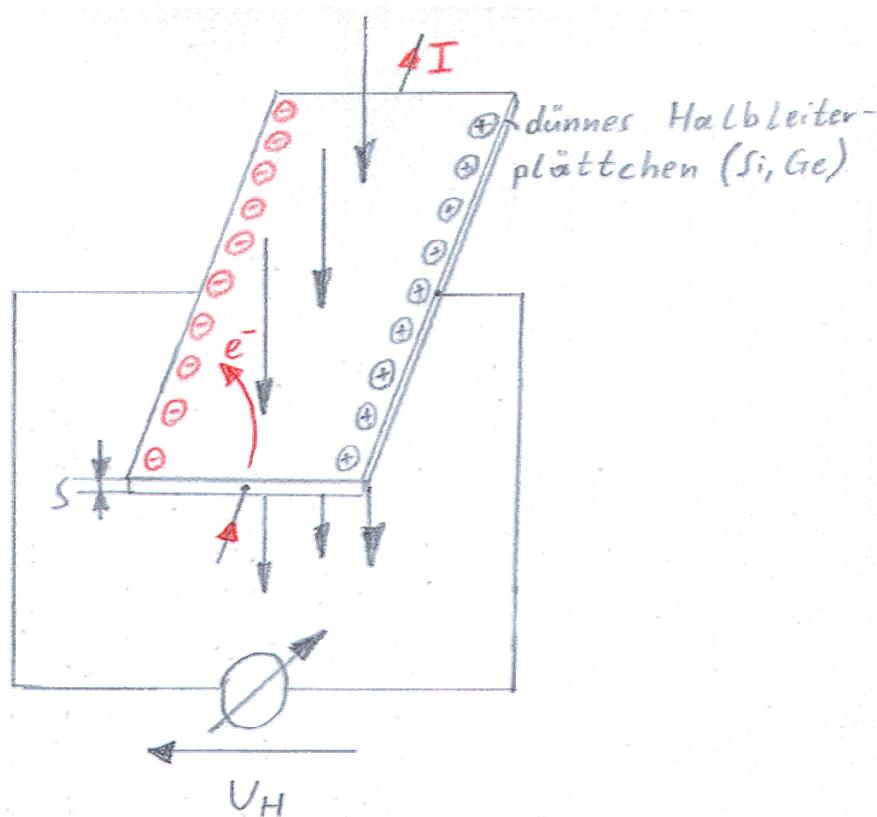
Gleichsinnige Stromrichtung führt zur Anziehung, gegensinnige zur Abstoßung der Leitungen.

Amperedefinition:



#### 4.17.4 Magnetische Kraftwirkung auf geladene Teilchen

Halleffekt:



$$U_H = K_H * \frac{B * T}{S}$$

$$K_H = \frac{1}{\kappa * Q}$$

$K_H$ ...Hallkonstante

$\kappa$ ...Ladungsträgerdichte

$$F = Q * r * B$$

Q...Ladung [As]

v...Geschwindigkeit [m/s]

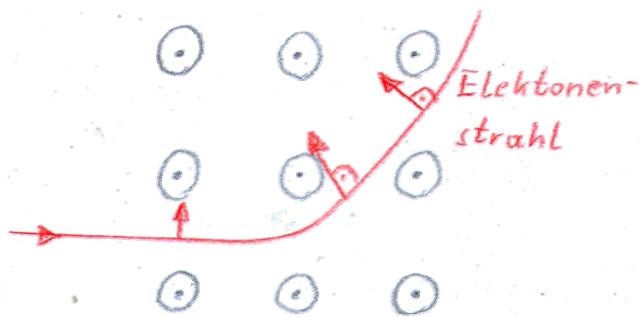
B...Flussdichte [T]

Die Ladungsträger (Elektronen) werden durch die Lorentzkraft abgelenkt und sammeln sich an einer Seite des Plättchens. Die Größe der Spannung hängt vom Strom, vom Magnetfeld und von der Dicke des Plättchens ab.

Als Basismaterial dienen verschiedene Halbleiter.

### Anwendung Magnetfeldmessung:

#### 4.17.5 Ableitung eines Elektronenstrahles

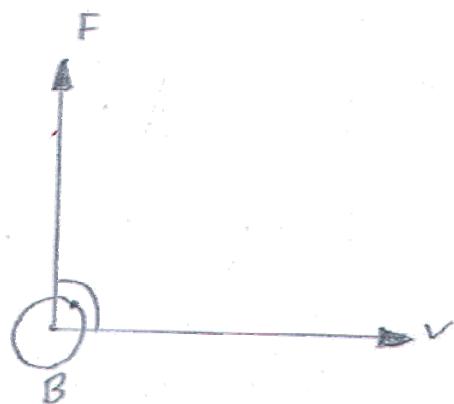


$$F = B * V * e$$

e...Elementarladung =  $1,6022 * 10^{-19}$  AS (c)

v...Geschwindigkeit

B...Flussdichte



Solange sich bewegte Elektronen in einem Magnetfeld befinden, werden sie auf eine gekrümmte Bahn abgelenkt, die bis zu einer Kreisbahn führen kann.

### Anwendungen:

Fernseher, Monitore, Mikrowellenherd

## 5 Elektrostatik – elektrisches Feld

Als elektrisches Feld bezeichnet man den physikalischen Zustand der in der Umgebung von elektrisch geladenen Körpern besteht.

Durch ein elektrisches Feld werden auf andere geladene Körper mechanische Kräfte ausgeübt. Eine elektrische Ladung bewirkt eine physikalische Zustandsänderung des umgebenden Raumes, die als elektrisches Feld bezeichnet wird. Befinden sich elektrisch geladene Körper im Zustand der Ruhe (unbewegte elektrische Ladungen), so tritt in ihrer Umgebung ein ruhendes elektrisches Feld auf, das so genannte elektrostatische Feld.

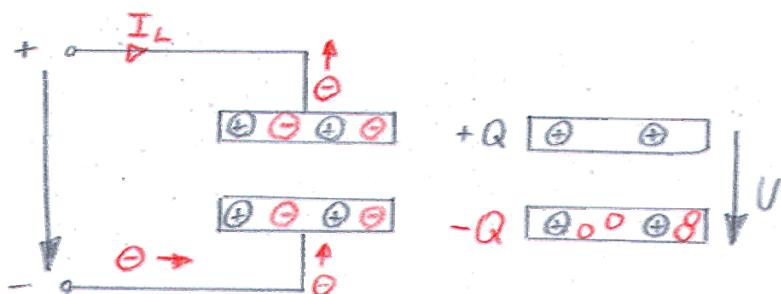
### 5.1 Elektrische Ladung Q

Bedingt durch den Aufbau der Materie sind in jedem Körper Elektrizitätsmengen vorhanden. Die kleinste davon ist die Elementarladung  $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$  As ( $c$  = „coulomb“)

Körper (Metalle und Isolatoren) können geladen sein, das heißt, dass die Summe ihrer positiven Ladungen ungleich der negativen Ladungen ist.

Ein ungeladener Körper ist neutral.

Ein Ungleichgewicht an Ladungen kann z.B. durch Reibung zu Stande kommen oder durch anlegen von Spannung an 2 isolierte Metallplatten.



Ladungstrennung durch anlegen einer elektrischen Spannung → Potentialdifferenz bleibt bestehen.

### 5.2 Darstellung des elektr. Feldes

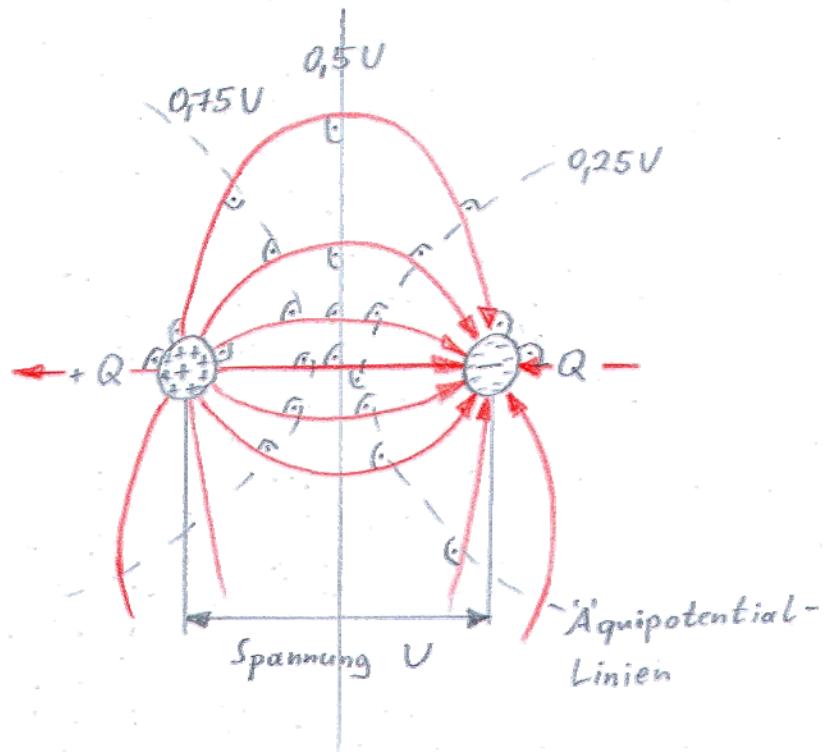
Zwischen unterschiedlich geladenen Körpern bildet sich ein Kraftfeld ähnlich einem Magnetfeld aus.

Dieses elektrische Feld ist allerdings im Gegensatz zum Magnetfeld ein reines Quellenfeld (keine Wirbel).

Die Feldlinien entspringen in Quellen (= positive Ladungen) und verschwinden in so genannten Senken (= negative Ladungen). Die Höhe der zwischen zwei Elektroden liegenden Spannung und damit die Stärke des elektrischen Feldes hängt von der Ladungsdifferenz und dem Abstand der beiden Elektroden ab.

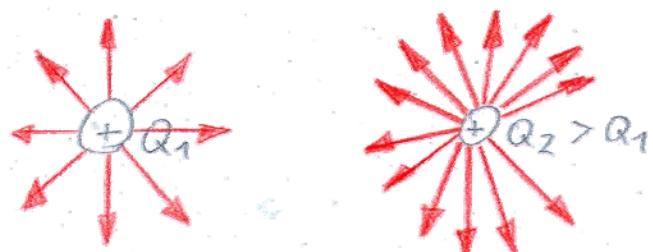
Eine Feldlinie gibt die Richtung der Kraft an, die auf eine positive Probeladung im elektr. Feld wirkt.

Sie führt vom höheren zum tieferen Potential.

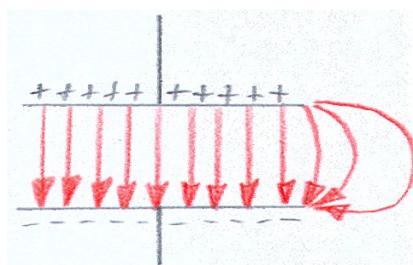


Die Feldlinien treten unter einem Winkel von  $90^\circ$  (normal) aus der Oberfläche der positiven Elektrode aus und im weiteren Verlauf in die Oberfläche der negativen Elektrode ein. (= Verlauf der Kraftrichtung)

z.B.: Feld mit einer Kugelladung



z.B.: Feldbild eines Plattenkondensators



Wird eine Fläche gleichmäßig mit Feldlinien durchsetzt, spricht man von einem homogenen Feld.

### 5.3 Elektrische Feldstärke E

Die Stärke des elektrischen Feldes ist gekennzeichnet durch die Kraft, die im elektrischen Feld auf eine Probeladung ausgeübt wird.

$$E = \frac{F}{Q}$$

Q...Probeladung c, As

F...Kraft auf Ladung N

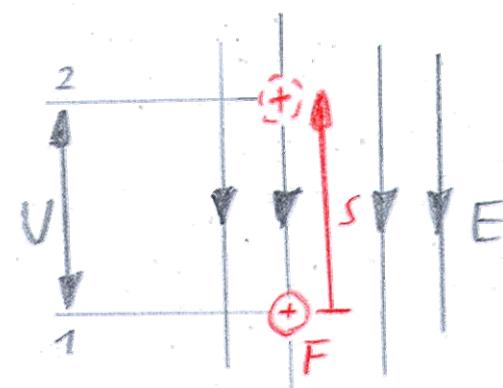
E...elektrische Feldstärke V/m

**Einheitengleichung:**

$$[E] = \frac{[F]}{[Q]} = \frac{1N}{1C} = \frac{1\frac{W_s}{m}}{1As} = \frac{1V * A * s}{1A * s * m} = 1\frac{V}{m}$$

Wird eine positive Probeladung entlang einer Feldlinie in Gegenrichtung verschoben, so ist dazu Arbeit notwendig.

Wird die Probeladung in Feldrichtung verschoben, wird Arbeit frei.



$$W = F * s$$

W...Arbeit [Nm]

F...Kraft [N]

s...Weg [m]

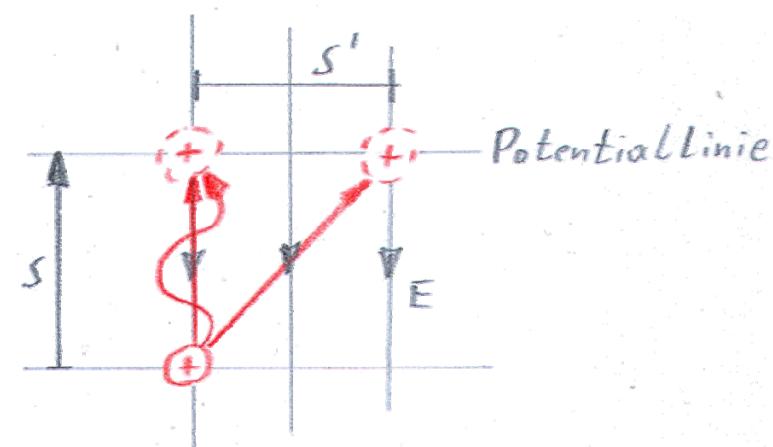
$$U = E * s$$

U...Spannung [V]

E...elektrische Feldstärke [V/m]

s...Weg [m]

Die Arbeit zum Verschieben einer Ladung im elektrischen Feld ist unabhängig vom gewählten Weg (konservatives Kraftfeld).



Entlang einer Potentiallinie wird keine Arbeit benötigt.

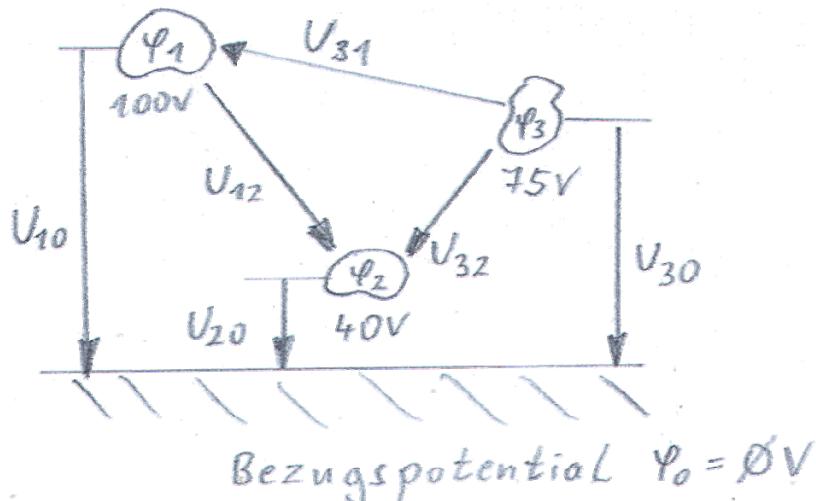
## 5.4 Elektrisches Potential $\varphi$

Die elektrische Lage eines Körpers ist durch sein Potential definiert.

Dieses kann durch seine Spannung gegenüber einem Bezugspotential (z.B.: Erde oder Masse) angegeben werden.

Die Spannung zwischen Körpern ist daher auch gleich der Potentialdifferenz.

Zur Verdeutlichung eines elektrischen Feldes werden so genannte Equipotentiallinien eingezeichnet. Sie verbinden Punkte gleichen Potentials und stehen immer senkrecht auf die Feldlinien.



$$U_{10} = \varphi_1 - \varphi_0 = 100V$$

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = 60V$$

$$U_{32} = \varphi_3 - \varphi_2 = 35V$$

$$U_{31} = \varphi_3 - \varphi_1 = -25V$$

In einem homogenen elektrischen Feld kann das Potential eines Feldpunktes durch die Feldstärke und dem Abstand zum Bezugspunkt angegeben werden.

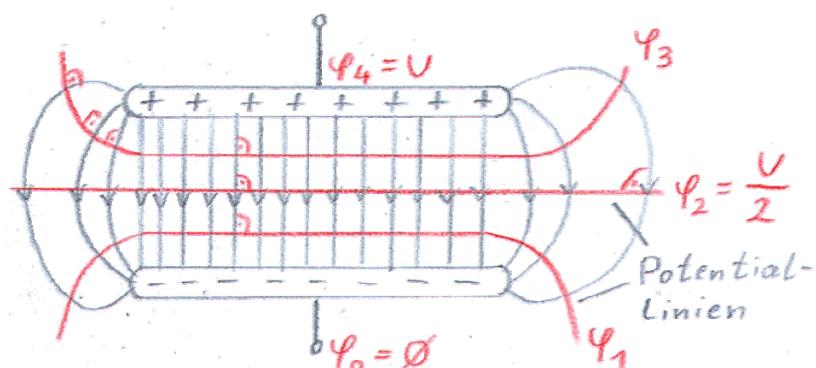
$$\varphi = E * h$$

$\varphi$ ...Potential im Punkt [V]

E...elektrische Feldstärke [V/m]

h...Abstand zur Bezugselektrode [m]

z.B.: Plattenkondensator



Die Feldlinien stehen normal auf die Potentiallinien.

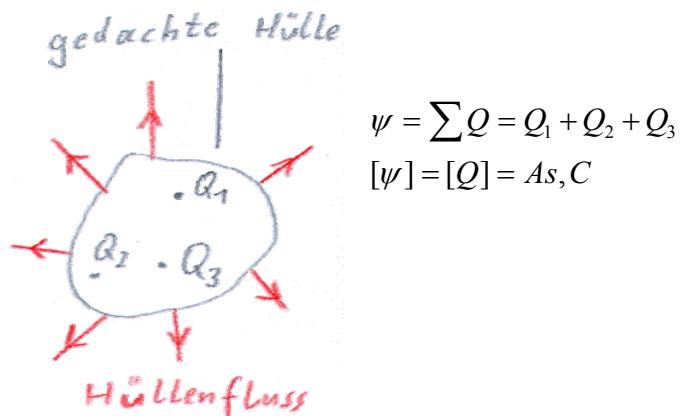
Hohe Feldstärken bewirken hohe Potentialunterschiede.

## 5.5 Elektrischer Fluss $\psi$ (Verschiebungsfluss)

$\psi$ ...sprich „Psi“

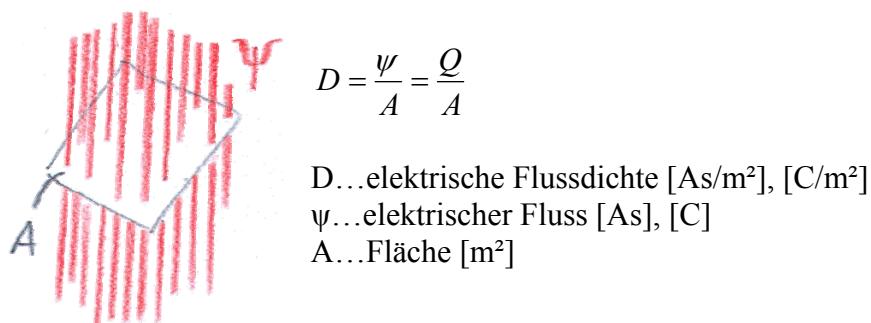
Alle Feldlinien, die von einem geladenen Körper ausgehen, beschreiben den elektrischen Fluss  $\psi$ .

Seine Größe entspricht der Summe der Felderzeugenden Ladungen.



## 5.6 Elektrische Flussdichte $D$ (Verschiebungsflussdichte)

Wird eine Fläche  $A$  gleichmäßig und normal mit Feldlinien durchsetzt und der Fluss auf diese Fläche bezogen erhält man die Flussdichte.



## 5.7 Permitivität $\epsilon$ (Dielektrizitätskonstante)

$\epsilon$ ...sprich „Epsilon“

Das elektrische Feld wird durch die Feldstärke  $E$  und die Flussdichte  $D$  beschrieben.

Während die Flussdichte von der Felderzeugenden Ladung und der geometrischen Anordnung bestimmt wird, hängt die Feldstärke zusätzlich von der Art des Werkstoffes im Feldraum ab. Die beiden Größen sind durch eine Materialkonstante, die als Permitivität bezeichnet wird, miteinander verknüpft.

### **Permitivität:**

$$\varepsilon = \frac{D}{E}$$

$$[\varepsilon] = \frac{[D]}{[E]} = \frac{As/m^2}{V/m} = \frac{As}{Vm} = \frac{F}{m}$$

Im leeren Raum (praktisch auch in Luft) wird die Permitivität eine Naturkonstante, die als elektrische Feldkonstante oder Permitivität des leeren Raumes bezeichnet wird.

$$D = \varepsilon_0 * E$$

$$\varepsilon_0 = 8,8542 * 10^{-12} F/m = 8,8542 pF/m$$

Das Verhältnis zwischen der Permitivität  $\varepsilon$  und der elektrischen Feldkonstanten  $\varepsilon_0$  bezeichnet man als relative Permitivität.

### **relative Permitivität oder Permitivitätszahl:**

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

$\varepsilon_r$ ...relative Permitivität

$\varepsilon$ ...Permitivität des Materials

$\varepsilon_0$ ...Permitivität des leeren Raumes

$$[\varepsilon_r] = \frac{[\varepsilon]}{[\varepsilon_0]} = \frac{F/m}{F/m} = 1$$

$\varepsilon_r$  ist also eine reine Verhältnisgröße und gibt an, um den wievielen Teil die elektrische Flussdichte D durch das Vorhandensein eines Isolermaterials (Dielektrikum) größer ist als im Vakuum, bei gleicher elektrischer Feldstärke.

## **5.8 Elektrische Kapazität C**

Nach dem Abschalten der Spannung an einem Kondensator bleiben die Ladungsträger auf den Platten von einander getrennt.

Dadurch ergibt sich weiterhin eine Spannungsdifferenz an den Kondensatorplatten, die der Größe der zuvor angelegten Spannung entspricht.

Der Zusammenhang zwischen Spannung und vorhandener Ladung wird durch die Kapazität C beschrieben.

$$C = \frac{Q}{U}$$

C...elektrische Kapazität [F] (Farrad)

Q...elektrische Ladung [As], [c]

U...elektrische Spannung [V]

$$[C] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{As}{V} = F$$

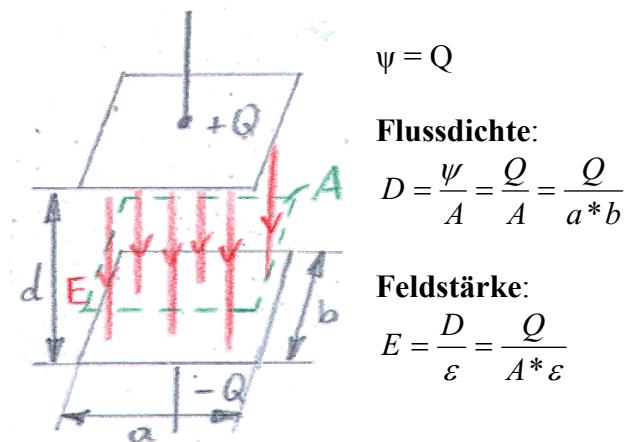
$1\text{mF} = \text{Millifarrad} = 10^{-3}\text{F}$   
 $1\mu\text{F} = \text{Mikofarrad} = 10^{-6}\text{F}$   
 $1\text{nF} = \text{Nanofarrad} = 10^{-9}\text{F}$   
 $1\text{pF} = \text{Pikofarrad} = 10^{-12}\text{F}$

### 5.8.1 Berechnung von Kondensatoren

Die Kapazität eines Kondensators ist nur von den geometrischen Abmessungen und der Art des Dielektrikums abhängig.

#### 5.8.1.1 Plattenkondensator

Der Plattenkondensator ist der am einfachsten zu berechnende Kondensator, wenn man ausschließlich das als homogen angenommene Feld zwischen den parallelen Platten betrachtet und den äußeren inhomogenen Feldverlauf vernachlässigt. (Buch Seite 177)



**Spannung:**

$$U = E * d = \frac{Q * d}{A * \epsilon}$$

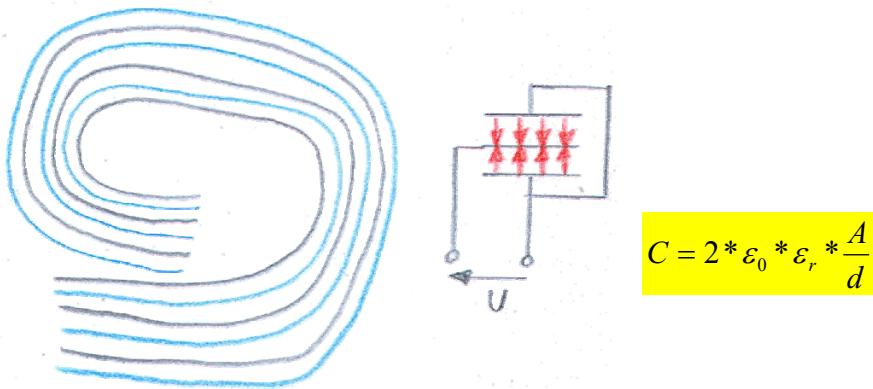
**Kapazität:**

$$Q = C * U \rightarrow C = \frac{A * \epsilon}{d}$$

$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{a * b}{d}$$

### 5.8.1.2 Wickelkondensator

Beim gewickelten Kondensator liegt immer ein Metallfolie zwischen 2 Metallfolien, beim Berechnen der Kapazität ist also immer die doppelte Fläche wirksam.



$$C = 2 * \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{A}{d}$$

### 5.8.1.3 Schichtkondensator

Beim Schichtkondensator sind die Elektroden ebenfalls mit doppelter Fläche wirksam, daher wird in die Gleichung für die Kapazität die Anzahl der wirksamen Dielektrikumsschichten  $n$  eingesetzt.

Die Anzahl der Elektroden ist dann  $n+1$ .

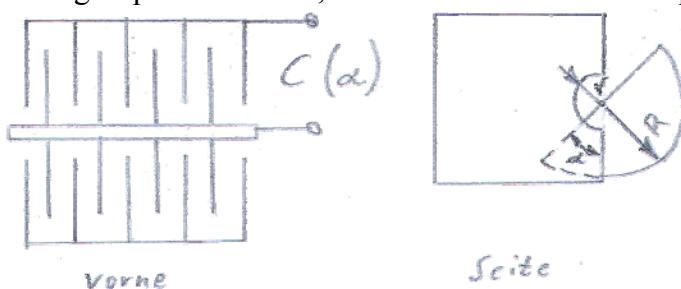
$$C = n * \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{A}{d}$$

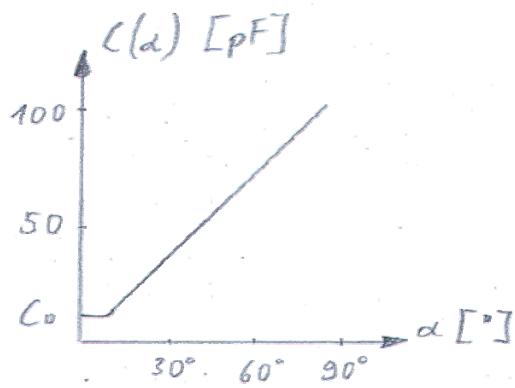
$n$  ... Anzahl der Dielektrikumsschichten



### 5.8.1.4 Drehkondensator

Der Drehkondensator mit halbkreisförmigen Platten hat, wenn man von einer Anfangskapazität absieht, eine dem Eindrehwinkel  $\alpha$  proportionale Kapazität.





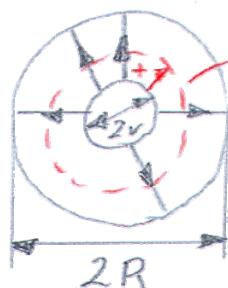
$$C = n * \frac{A * \epsilon}{d} = n * (R^2 - r^2) * \alpha * \frac{\pi * \epsilon_0 * \epsilon_r}{360 * d}$$

n...Anzahl der Dielektrikumsschichten

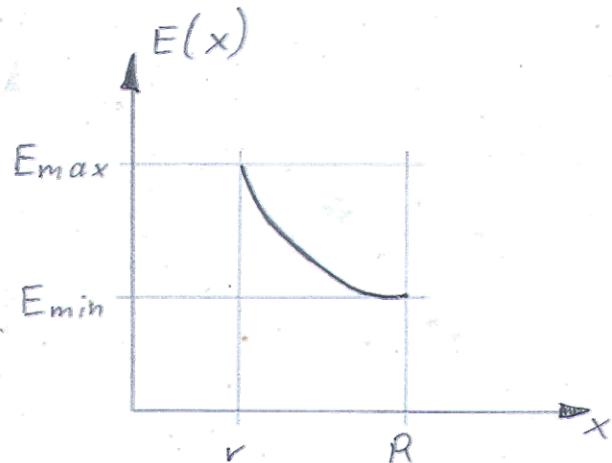
### 5.8.1.5 Zylinderkondensator

Dieser besteht aus einem inneren und einem äußerem kreisförmigen Zylinder, zwischen denen das elektrische Feld auftritt.

Aufgrund der gemeinsamen Zylinderachsen ergeben sich radial verlaufende Feldlinien und konzentrische Potentiallinien.



Potentialfläche



#### Merke:

Im elektrischen Feld des Zylinderkondensators ist die Feldstärke nicht konstant, sie nimmt von innen nach außen ab.

$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{2\pi * l}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

l...Länge des Zylinders [m]

R...äußerer Radius

r...innerer Radius

ln...natürlicher Logarithmus

## Feldstärke im Kondensator:

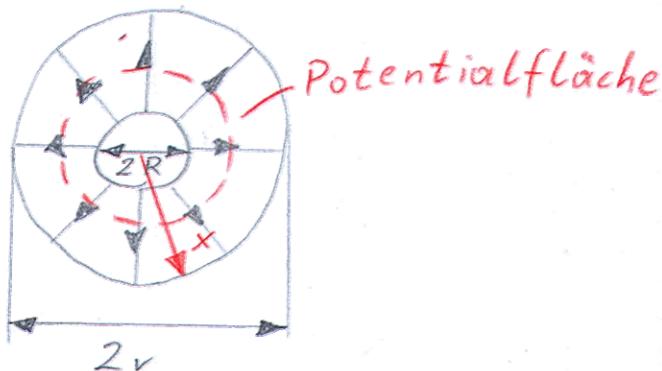
$$E_x = \frac{U}{x * \ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

$E_x$ ...Feldstärke im Punkt x [V/m]  
 $U$ ...Spannung zwischen den Zylindern  
 $x$ ...Abstand von der Zylinderachse

### 5.8.1.6 Kugelkondensator

Der Kugelkondensator besteht aus einer Kugel, die von einer konzentrischen Hohlkugel umgeben ist.

Der ebene Schnitt durch die Mitte des Kugelkondensators ergibt ein Feldbild, das dem des Zylinderkondensators entspricht.



$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{4\pi r}{1 - \frac{r}{R}}$$

## Feldstärke im Kugelkondensator:

$$E_x = \frac{U}{1 - \frac{r}{R}} * \frac{r}{x^2}$$

Kapazität einer Kugel im leeren Raum: ( $R \rightarrow \infty$ )

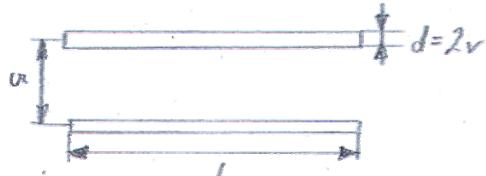
$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * 4\pi * r$$

$$E_x = \frac{U}{x^2} * r$$

Auf der Kugeloberfläche gilt  $E_r = \frac{U}{r}$ .

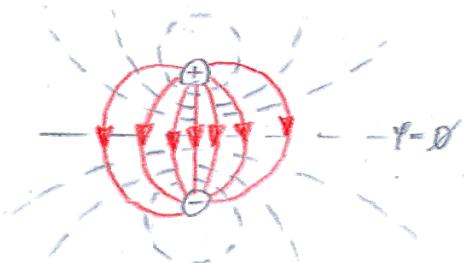
### 5.8.1.7 Leiterkapazität

#### 1) Doppelleitung (Symmetrische Leitung)

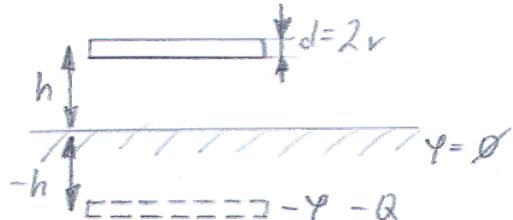


Voraussetzung  $d \ll a$

$$C \approx \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{\pi * l}{\ln\left(\frac{a}{r}\right)}$$



#### 2) Leitung gegenüber Erde (Unsymmetrische Leitung)



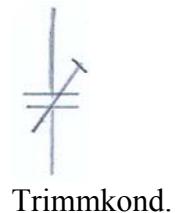
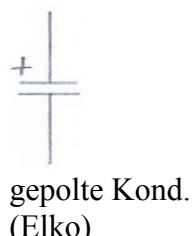
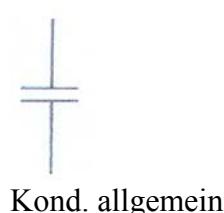
$d \ll h$

$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{2\pi * l}{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)}$$

Weil man sich die Leitung an der Erde gespiegelt vorstellen muss, rechnet man hier mit  $2h$ .

### 5.8.2 Zusammenschaltung von Kondensatoren

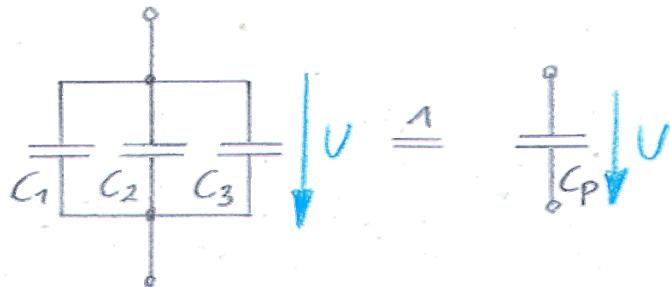
Schaltzeichen:



Man unterscheidet zwischen fixen, veränderlichen, gepolten und ungepolten Kondensatoren. Neben der Kapazitätsangabe ist auch die Angabe der höchst zulässigen Nennspannung wichtig.

Ein Beispiel für einen Elko wäre:  $330\mu\text{F}, 16\text{V}$

### 5.8.2.1 Parallelschaltung von Kondensatoren



$$C_p = \frac{Q}{U} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{U} = C_1 + C_2 + C_3$$

$Q$ ...Gesamtladung

$U$ ...gemeinsame Spannung

$Q_1-Q_3$ ...Einzelladungen

Allgemein gilt:

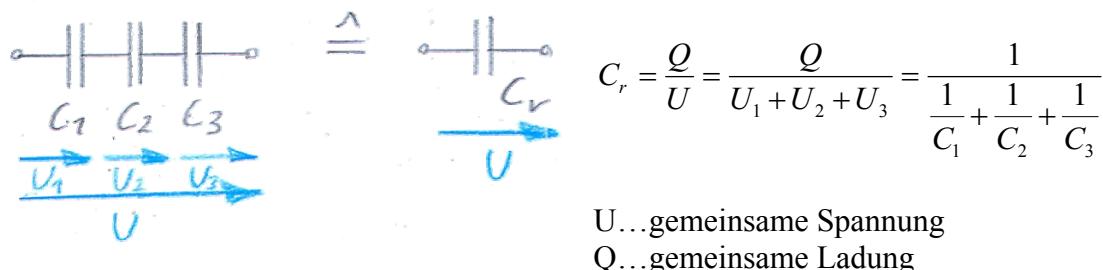
$$C_p = \sum_{n=1}^N C_n = C_1 + C_2 + \dots + C_N \quad (\text{Vergleiche Serienschaltung bei Widerständen})$$

Die Parallelschaltung kommt einer Vergrößerung der Plattenoberfläche gleich. Die Kapazität wird daher größer und berechnet sich aus der Summe der Einzelkapazitäten.

$$Q_1 : Q_2 : Q_3 = C_1 : C_2 : C_3$$

### 5.8.2.2 Reihenschaltung (Serienschaltung) von Kapazitäten

Da alle Kondensatoren hintereinander geschaltet sind, werden sie beim Laden zwangsläufig vom selben Strom durchflossen, in jedem Kondensator muss die Ladungsmenge gleich groß sein.



$U$ ...gemeinsame Spannung  
 $Q$ ...gemeinsame Ladung

$$\frac{1}{C_r} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

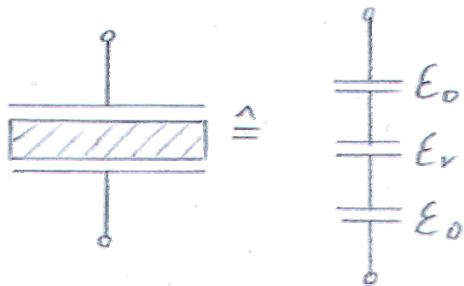
$$\frac{1}{C_r} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

**Merke:**

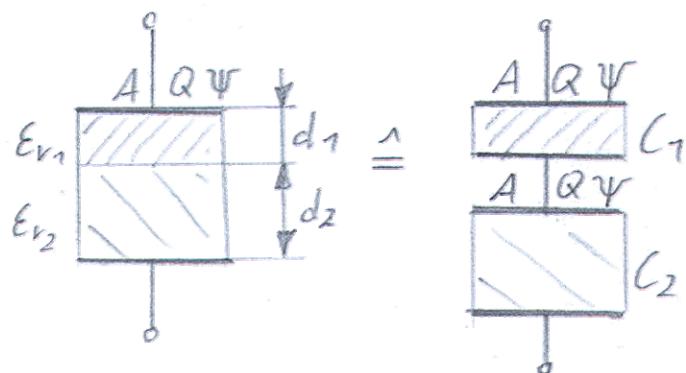
Die Serienschaltung ist mit einer Vergrößerung des Plattenabstandes vergleichbar. Die Kapazität wird daher kleiner und berechnet sich aus der Summe der Kehrwerte der Einzelkapazitäten.

$$U_1 : U_2 : U_3 = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

### 5.8.3 Geschichtetes Dielektrikum



Wird der Feldraum eines Kondensators parallel zu den Äquipotentiallinien mit unterschiedlichen Dielektrika gefüllt, so kann man ihn als Reihenschaltung einzelner Kondensatoren auffassen und berechnen.

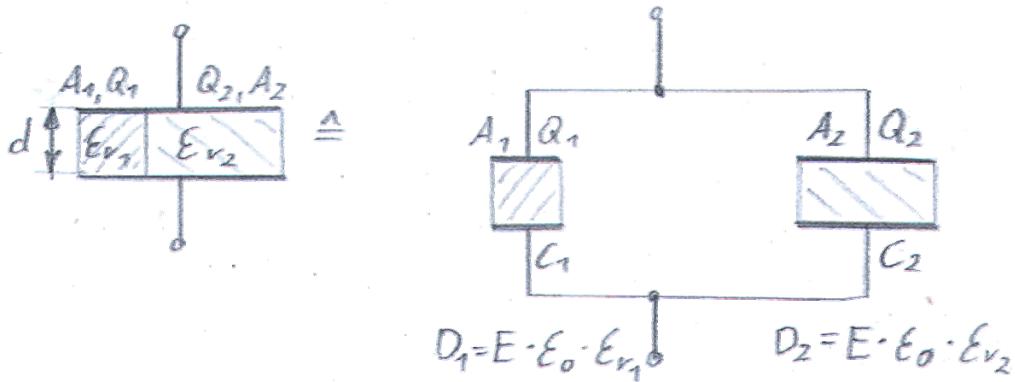


$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_0 * \epsilon_{r1}}$$

$$E_2 = \frac{D}{\epsilon_0 * \epsilon_{r2}}$$

An jeder Stelle existiert der gleich elektrische Fluss ( $Q_1 = Q_2 = Q \rightarrow D_1 = D_2 = D$ ), daher ergeben sie unterschiedliche Feldstärkern, deren Verhältnis verkehrt proportional zur relativen Permitivität ist.

Ist der Feldraum parallel zu den elektrischen Feldlinien geteilt, so kann man den Kondensator als Parallelschaltung von 2 Kondensatoren auffassen.

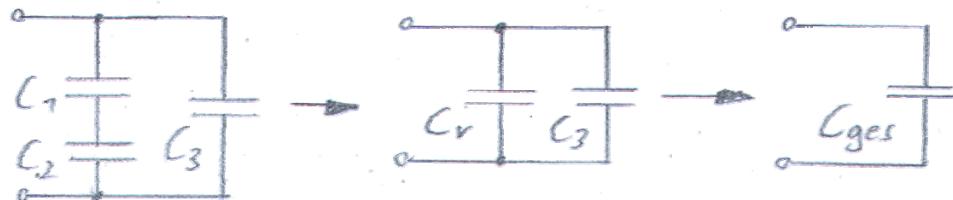


An jeder Stelle existiert die gleiche Feldstärke, daher ergeben sich unterschiedliche Flussdichten (Ladungsverteilungen).

#### 5.8.4 Gemischte Schaltungen

Gemischte Schaltungen sind eine Kombination von Reihen- und Parallelschaltung und rechnerisch immer auf bekannte Gleichungen zurück zu führen. (Vergleiche Berechnung von Widerstandsnetzwerken)

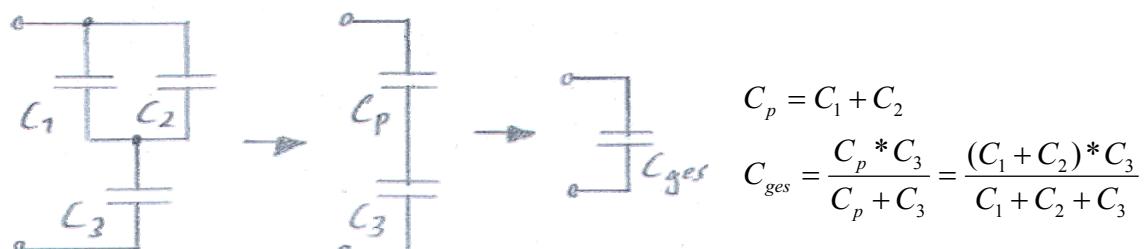
z.B.:



$$C_r = \frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_{ges} = C_r + C_3 = \frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2} + C_3$$

z.B.:



## 5.9 Energie und Kraftwirkung im elektrischen Feld

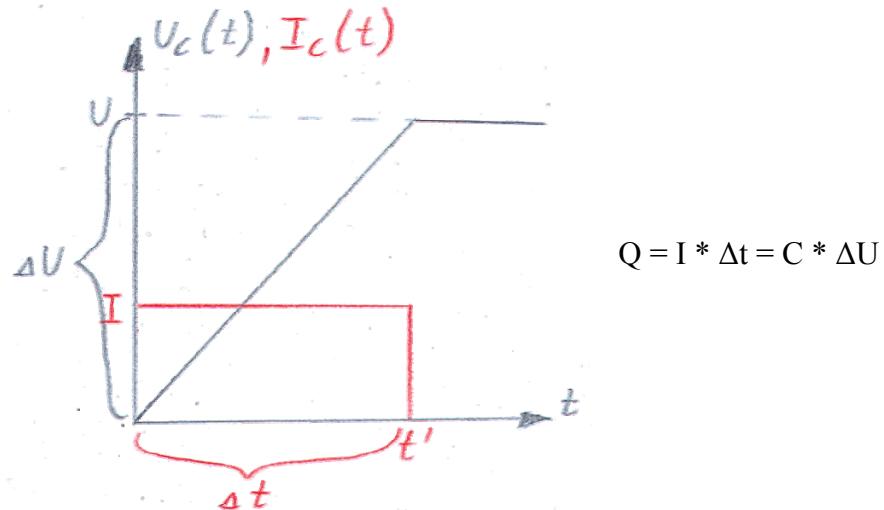
### 5.9.1 Energieinhalt

Wird ein Kondensator an eine Spannung gelegt, so setzt durch die Verschiebung der Ladungsträger ein Stromfluss ein, der so lange andauert, bis das aufgebaute elektrische Feld im Kondensator der angelegten Spannung entspricht. Der Spannungsquelle wird also Energie entnommen und dem Kondensator zugeführt.

**Merke:**

Die in einem Kondensator gespeicherte elektrische Energie ist gleich der beim Laden aufgebrachten Arbeit.

z.B.: Laden eines Kondensators mit konstantem Strom.



Wird ein Kondensator mit konstantem Strom geladen, so steigt seine Spannung linear an.

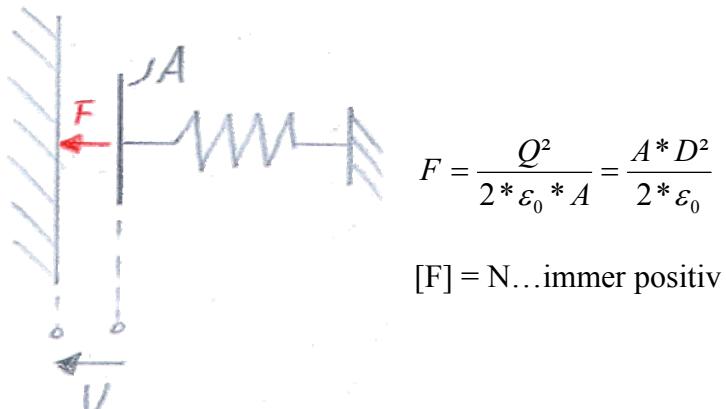
$$\text{Energieinhalt } W = \frac{1}{2} * U * I * t^2$$

$$Q = C * U * I * t'$$

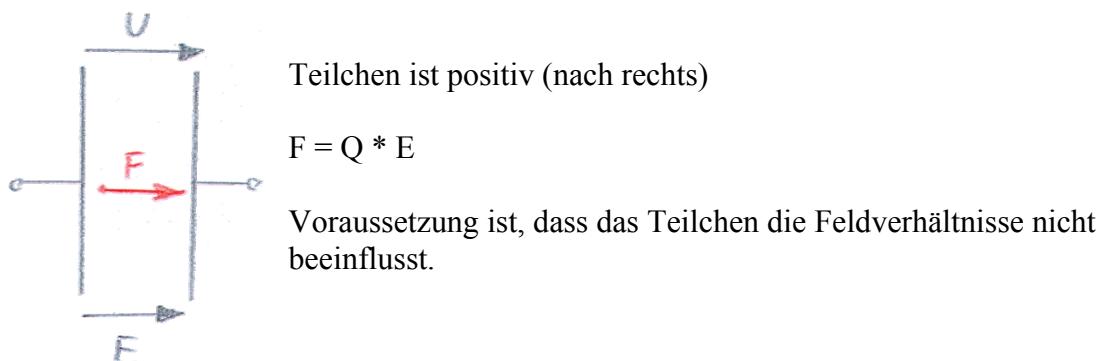
$$W = \frac{C * U^2}{2} = \frac{Q * U}{2} = \frac{Q^2}{2C}$$

## 5.9.2 Kraftwirkung

### 5.9.2.1 Anziehung zwischen zwei geladenen Platten

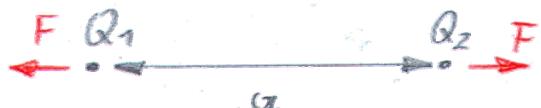


### 5.9.2.2 Kraft auf ein geladenes Teilchen



### 5.9.2.3 Coulombsches Gesetz

(Anziehungs- bzw. Abstoßungskraft von 2 Punktladungen)

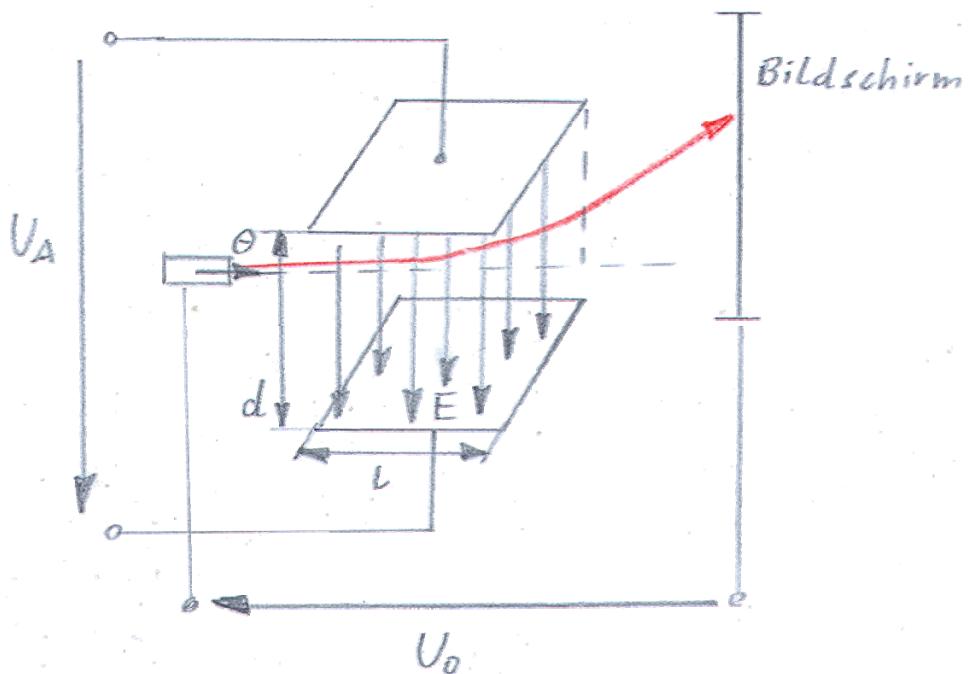


$$F = Q_1 * E_2$$

$$E_2 = \frac{Q_2}{\epsilon_0 * A} = \frac{Q_2}{4\pi a^2 * \epsilon_0}$$

$$F = \frac{Q_1 * Q_2}{4\pi \epsilon_0 * a^2}$$

#### 5.9.2.4 Ablenkung eines Elektronenstrahles im elektrischen Feld



$U_A$ ...Ablenkspannung

$U_0$ ...Beschleunigungsspannung

$$\tan \alpha = \frac{U_A * l}{2d * U_0}$$

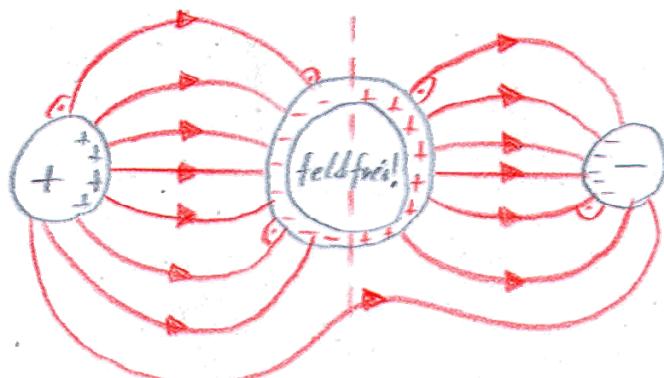
#### 5.10 Leitender Körper im elektrischen Feld (Influenz)

Beim Einbringen eines leitenden Körpers in ein elektrisches Feld werden die Ladungen des Leiters verschoben. Das dadurch entstehende Feld kompensiert vollständig das äußere Feld (kompensieren = aufheben).

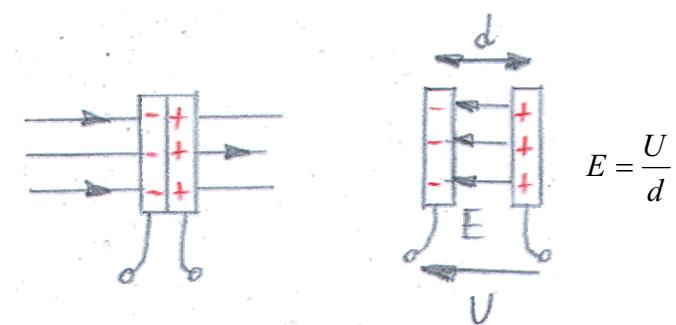
Der Leiter bleibt dabei neutral.

Im Inneren von Leitern ist daher kein Feld messbar → ein leitender Hohlkörper schirmt und schützt vor elektrischen Feldern (Faradayscher Käfig).

z.B.: Hohlkugel im elektrischen Feld



z.B.: Maxwell'sche Doppelplatte zur Messung elektrischer Felder

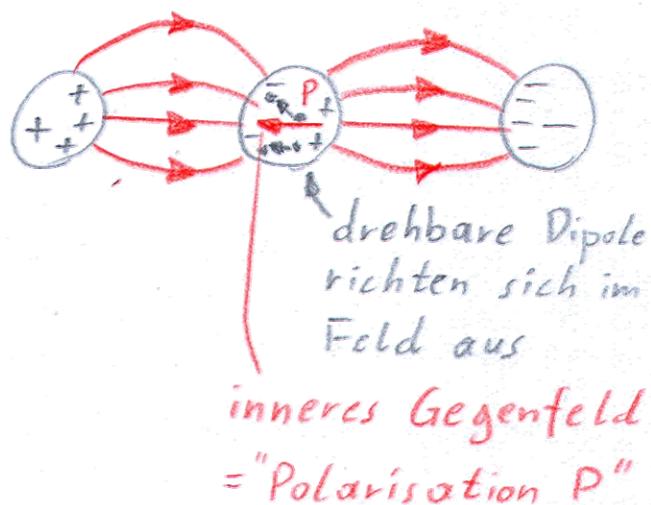


Beide Platten werden elektrisch leitend verbunden in das zu messende Feld eingebracht.  
Durch Influenz sammeln sich an der Oberfläche ungleichnamige Ladungen.  
Trennt man im Feld die Platten und nimmt man sie heraus, so bleiben die Ladungen ebenfalls getrennt und sind proportional der Feldstärke am zu messenden Ort.

### 5.11 Isolator im elektrischen Feld (Polarisation)

Beim Einbringen eines Isolators in ein elektrisches Feld können die Ladungen nur wenig bewegt werden. – elektrische Dipole (Atome) richten sich aus, die Ladungsschonpunkte werden verschoben.

Diese Polarisation ruft ein Gegenfeld hervor, das aber nicht ausreicht, um das äußere Feld aufzuheben.

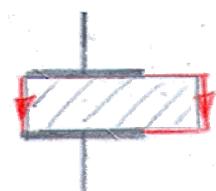


Zum Unterschied von elektrischen Leitern, bei denen frei bewegliche Elektronen vorhanden sind, werden in einem Dielektrikum die Elektronen durch atomare Kräfte elastisch festgehalten.

## 5.12 Dielektrische Festigkeit von Isolierstoffen

Beim Überschreiten einer bestimmten Feldstärke kommt es sowohl in gasförmigen als auch flüssigen und festen Isolierstoffen zu Über- und Durchschlägen, die nicht nur zur Zerstörung des Isoliermaterials, sondern auch zu Kurzschläßen, Lichtbögen und Bränden führen können. Durchschlagsspannung wird aber auch durch Elektrodenrauhigkeit, Feldverzerrungen und Verunreinigungen beeinflusst.

An Grenzflächen zwischen Isoliermedien (z.B.: Kunststoff-Luft) kann es zu Gleichüberschlägen kommen.



Vor einem Durchschlag setzen Vorentladungen ein.

Dieser Effekt ist mit einer Lichtkorona (elektromagnetischen Störungen) und akustischem Prasseln verbunden und tritt an spitzen Stellen von Elektroden auf.

In der Hochspannungstechnik werden daher alle Kanten abgerundet bzw. mit Kugeln aus leitendem Material umgeben.



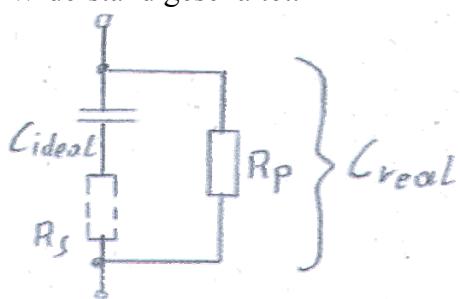
$$R_2 \gg R_1 \rightarrow E_1 \gg E_2 \quad (E = \frac{U}{R})$$

## 5.13 Idealer – Realer Kondensator

Ein idealer Kondensator mit offenen Anschlüssen würde eine auf ihn aufgebrachte Ladung theoretisch unendlich lange speichern, die Spannung bliebe dabei konstant.

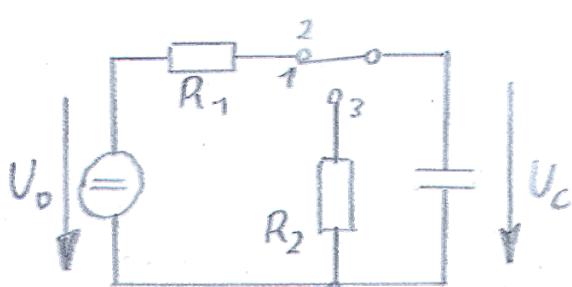
Durch ein reales Dielektrikum fließt allerdings ein geringer Strom – der sog. Leckstrom. Dieser bewirkt, dass die Ladung langsam abgebaut wird.

Um diesen Zustand Rechnung zu tragen, wird parallel zum Kondensator ein hochohmiger Widerstand geschaltet.



## 5.14 Laden und entladen von Kondensatoren

Schaltung:



allg. Formeln

$$\tau = R * C$$

$$[\tau] = s$$

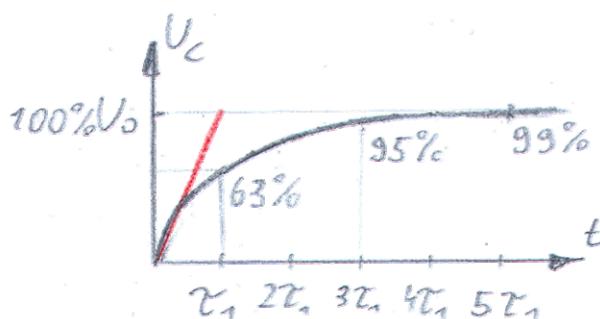
$$I * \Delta t = C * \Delta U \quad \text{...sprich „Tau“}$$

$$I_C = C * \frac{\Delta U_C}{\Delta t}$$

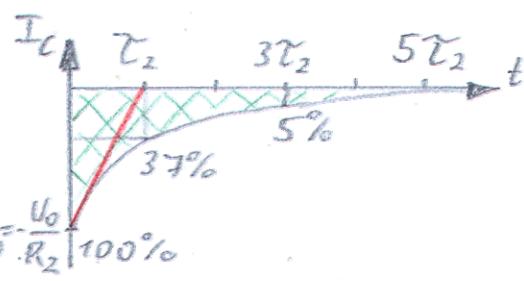
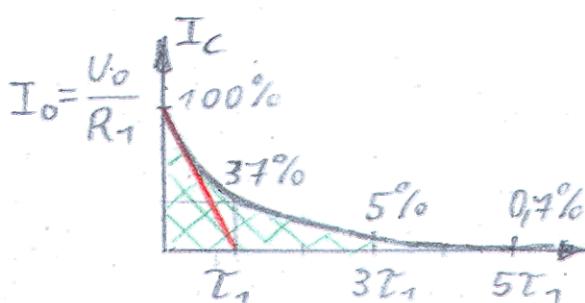
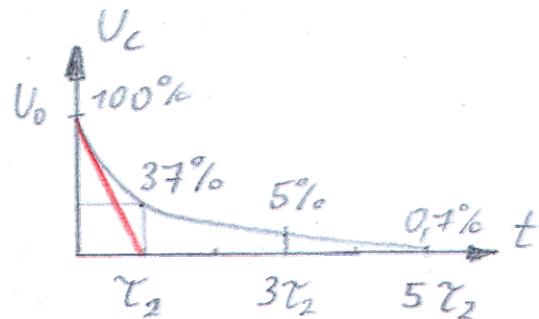
$$U_C = \frac{1}{C} * \sum I_c * \Delta t$$

Zeitliche Verläufe von Kondensatorspannung und Strom:

Aufladevorgang



Entladenvorgang



Exponentialfunktion:

$$t_1 = R_1 * C \dots \text{Ladezeitkonstante}$$

$$t_2 = R_2 * C \dots \text{Entladezeitkonstante}$$

Die Flächen von Ladestrom und Entladestrom müssen gleich sein.

$$U_C = U_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right)$$

$$U_C = U_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$

$$I_c = \frac{U_0}{R_1} * e^{-\frac{t}{\tau_1}}$$

$$I_c = \frac{U_0}{R_2} * e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

$e^x \dots \text{Exponentialfunktion}$

$$e^{-x} = 1/e^x$$

$$e^0 = 1$$

## 6 Übungsbeispiele Magnetismus

Da die Beispiele von Schülern an der Tafel gerechnet wurden, fehlen die Beispiele, die ich gerechnet habe.

### Beispiel 1:

Ein dünner gerader Leiter 3,5A

- 1) 5cm
- 2) 10cm
- 3) 18cm

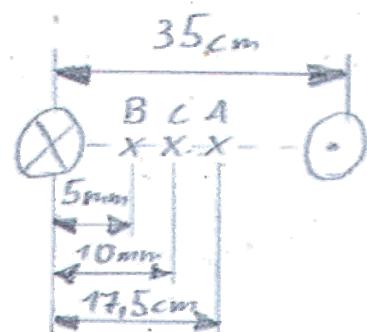
Ges.: H 
$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

vom Mittelpunkt des Leiters

- 1)  $H = \frac{3,5A}{2\pi * 5 * 10^{-2}m} = 11,14A/m$
- 2)  $H = \frac{3,5A}{2\pi * 0,1m} = 5,57A/m$
- 3)  $H = \frac{3,5A}{2\pi * 0,18m} = 3,09A/m$

### Beispiel 2:

Zwei parallele Drähte (hin und Rückleitung), Abstand = 35cm, I = 25A



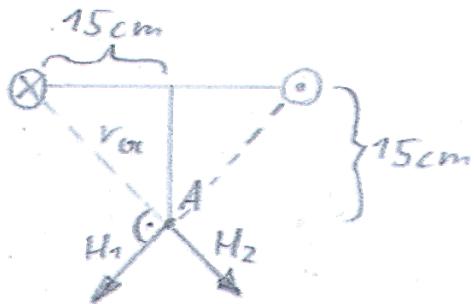
Ges.:  $H_{ges}$  in A, B und C

- 1)  $|H_{ges}| = H_1 + H_2 = \frac{25A}{2\pi * 17,5 * 10^{-2}m} + \frac{25A}{2\pi * 17,5 * 10^{-2}m} = \frac{50A}{2\pi * 17,5 * 10^{-2}m} = 45,5A/m$
- 2)  $|H_{ges}| = \frac{25A}{2\pi * 5 * 10^{-3}m} + \frac{25A}{2\pi * 0,345m} = 795,77 + 11,53 = 807,3A/m$
- 3)  $|H_{ges}| = \frac{25A}{2\pi * 10^{-3}m} + \frac{25A}{2\pi * 0,34m} = 410A/m$

### Beispiel 3:

Zwei Drähte (Hin- und Rückleiter),  $I = 15\text{A}$ ,  $a = 30\text{cm}$

Ges.:  $H$  im Punkt A



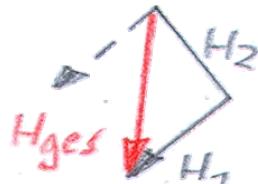
$$r_a = \sqrt{2} * 15\text{cm} = 21,2\text{cm}$$

$$\text{Pythagoras: } c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$H_1 = \frac{I}{2\pi * r_a} = \frac{15\text{A}}{2\pi * 0,212\text{m}} = 11,3\text{A/m}$$

$$H_2 = \frac{I}{2\pi * r_a} = 11,3\text{A/m}$$

$$H_{ges} = \sqrt{2} * 11,3\text{A/m} = 16\text{A/m}$$

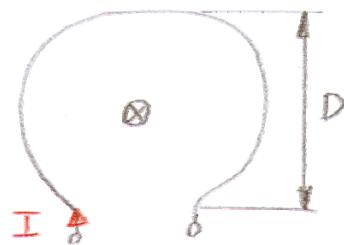


### Beispiel 4:

Geg.: Leiterschleife,  $D = 10\text{cm}$ ,  $I = 10\text{A}$   
Ges.:  $H$ ,  $B$  im Mittelpunkt

$$H = \frac{N * I}{D} = \frac{10\text{A}}{0,1\text{m}} = 100\text{A/m}$$

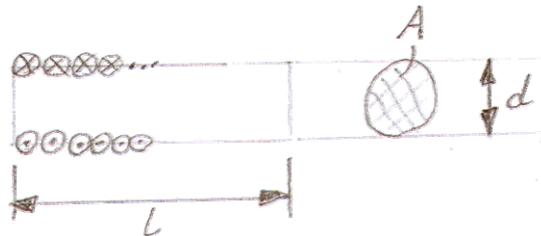
$$B = \mu_0 * H = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 10^2 \frac{A}{m} = 2,57 * 10^{-5} T = 125,7\mu T$$



### Beispiel 5:

Geg.: Zylinderspule, N = 100, l = 15cm, d = 1cm, H = 1000A/m

Ges.: I,  $\Phi$



$$I = \frac{H * l}{N} = \frac{1 * 10^3 \text{ A/m} * 0,15 \text{ m}}{10^2} = 1,5 \text{ A}$$

$$\Phi = B * A = \mu_0 * H * A = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 10^3 \frac{A}{m} * \frac{(10^{-2} \text{ m})^2 \pi}{4} = \pi^2 * 10^{-8} Vs = 9,86 * 10^{-8} Vs$$

### Beispiel 6:

Geg.: Zylinderspule, l = 2,5cm, d = 2,5cm, N = 210, I = 1,8A

Ges.: H, B,  $\Phi$ , L

$$H = \frac{N * I}{l} = \frac{210 * 1,8 \text{ A}}{0,25 \text{ m}} = 1512 \text{ A/m}$$

$$B = \mu_0 * H = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 1,512 * 10^7 \frac{A}{m} = 1,9 * 10^{-3} \frac{Vs}{m^2} = 1,9 \text{ mT}$$

$$\Phi = B * A = 1,9 * 10^{-3} \frac{Vs}{m^2} * \frac{(2,5 * 10^{-2} \text{ m})^2 \pi}{4} = 932 * 10^{-9} Vs = 932 \text{ nVs}$$

$$L = \mu_0 * N^2 * \frac{A}{d} = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 210^2 * \frac{(2,5 * 10^{-2} \text{ m})^2 \pi}{4 * 0,25 \text{ m}} = 108,8 \mu H$$

Probe:

$$L * I^* = N * \Phi$$

$$L = \frac{N * \Phi}{I} = \frac{210 * 0,932 * 10^{-6} Vs}{1,8 \text{ A}} = 109 \mu H$$

### Beispiel 7:

Geg.: Ringspule

$$D_1 = 60\text{mm}$$

$$D_2 = 50\text{mm}$$

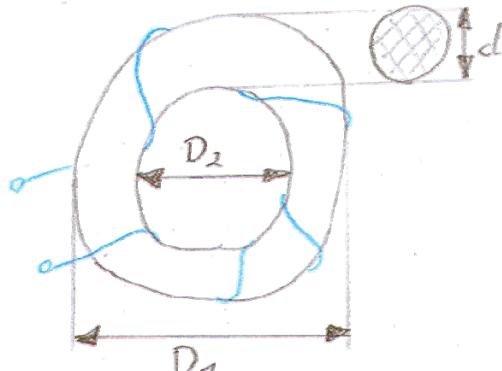
$$N = 300\text{Wdg}$$

$$I = 1,5^\circ$$

Ges.: H, B,  $\Phi$ , L

$$d = \frac{D_1 - D_2}{2} = 5\text{mm}$$

$$A = \frac{(5 \cdot 10^{-3} \text{m})^2 \pi}{4} = 19,64 \text{mm}^2$$



$$D_M = \frac{D_1 + D_2}{2} = 55\text{mm}$$

$$H = \frac{N * I}{D_M * \pi} \left( \frac{\text{Windung} * \text{Stromstärke}}{\text{Umfang vom mittleren Kreis}} \right) = \frac{300 * 1,5 \text{A}}{5,5 * 10^{-2} \text{m} * \pi} = 2,6 \text{k} \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$B = \mu_0 * H = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 2,6 * 10^3 \frac{A}{m} = 3,27 \text{mT}$$

$$\Phi = B * A = 3,27 * 10^{-3} \frac{Vs}{m^2} * 19,64 * 10^{-6} \text{m}^2 = 3,27 * 10^{-9} * 19,64 Vs = 64,10^{-9} Vs = 64 \text{nVs}$$

$$L = \mu_0 * N^2 * \frac{A}{D_M} = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 90 * 10^4 * \frac{19,64 * 10^{-6} \text{m}^2}{5,5 * 10^{-2} \text{m} * \pi} = \frac{4 * 9 * 19,64 * 10^{-7} Vs}{5,5 \text{A}} = 12,9 \mu\text{H}$$

### Beispiel 8:

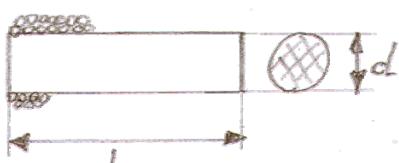
Geg.: Plastikhülse

$$l = 80\text{mm}$$

$$d = 4\text{mm}$$

2-lagig mit Kupferlackdraht (Cul-Draht) bewickelt, d = 0,1mm

Ges.: B,  $\Phi$  bei I = 50mA



$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = 12,6 \text{mm}^2$$

$$N = 2 * \frac{80\text{mm}}{0,1\text{mm}} = 1600\text{Wdg}$$

$$B = \mu_0 * H = \frac{N * I}{l} * \mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * \frac{1600 * 5 * 10^{-2} \text{A}}{8 * 10^{-2} \text{m}} = 1,26 * 10^{-3} \frac{Vs}{m^2} = 1,26 \text{mT}$$

$$\Phi = B * A = 1,26 * 10^{-3} \frac{Vs}{m^2} * 12,6 * 10^{-6} \text{m}^2 = 15,9 * 10^{-9} Vs = 15,9 \text{nWb}$$

### Beispiel 9:

Geg.: Zylinderspule

$$A = 512 \text{ cm}^2$$

$$I = 2,5 \text{ A}$$

$$N = 350 \text{ Wdg}$$

$$\Phi = 7,5 * 10^{-2} \text{ Wb}$$

Ges.: l

$$l = \frac{N * I}{H}$$

$$H = \frac{\Phi}{\mu_0 * A} = \frac{7,5 * 10^{-7} \text{ Wb}}{\mu_0 * 5,12 * 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$l = \frac{\frac{350 * 2,5 \text{ A}}{7,5 * 10^{-7} \text{ Vs}}}{\frac{4\pi * 10^{-7} \frac{V_s}{Am} * 5,12 * 10^{-4} \text{ m}^2 * 350 * 2,5 \text{ A}}{7,5 * 10^{-7} \text{ Vs}}} = 75 \text{ cm}$$

### Beispiel 10:

Geg.: Zylinderspule d = 2,5 cm

Ges.: Welchen Durchmesser muss eine 2. Spule gleicher Länge l haben, wenn sie bei gleicher Windungszahl N mit der halben Stromstärke (I<sub>2</sub> = I<sub>1</sub>/2) einen 20% stärkeren Fluss ( $\Phi_2 = 1,2 \Phi_1$ ) erzeugen soll?

erste Spule:

$$N * I = H * l$$

$$N * I_1 = \frac{\Phi_1}{A_1 * \mu_0} * l$$

zweite Spule:

$$N * \frac{I_1}{2} = \frac{1,2 \Phi_1}{A_2 * \mu_0} * l \rightarrow N * I_1 = \frac{1,2 \Phi_1}{A_2 * \mu_0} * l * 2$$

Gleichsetzen:

$$\frac{\Phi_1}{A_1 * \mu_0} * l = \frac{1,2 \Phi_1}{A_2 * \mu_0} * l * 2$$

$$\frac{1}{A_1} = \frac{1,2}{A_2} * 2$$

$$A_2 = 2,4 A_1$$

$$\frac{d_2^2 \pi}{4} = \frac{2,4 d_1^2 \pi}{4}$$

$$d_2^2 = 2,4 d_1^2$$

$$d_2 = \sqrt{2,4 * d_1^2} = 3,87 \text{ cm}$$

### Beispiel 11:

Welche Induktivität L hat die Erregerwicklung eines Lautsprechermagneten ( $R_i = 11,2\text{k}\Omega$ ).

$U = 220\text{V}$

$\Theta = 878\text{AWdg}$

$\Phi = 3,3 * 10^{-4}\text{Wb}$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\text{V}}{11,2\text{k}\Omega} = 19,6\text{mA}$$

$$N = \frac{\Theta}{I} = \frac{878\text{AWdg}}{19,6 * 10^{-3}\text{A}} = 44795,92\text{Wdg}$$

$$L * I = N * \Phi$$

$$L = \frac{N * \Phi}{I}$$

$$L = \frac{44795,9 * 3,3 * 10^{-4}}{19,6 * 10^{-3}} = 754,22\text{H}$$

### Beispiel 12:

Die Erregerspule eines Lautsprechermagneten hat  $18300\text{Wdg}$ ,  $R_i = 1400\Omega$ ,  $P = 2,57\text{W}$ ,

$\Phi = 1,2 * 10^{-4}\text{Wb}$

Ges.: L

$$P = U * I$$

$$R = \frac{U}{I} \rightarrow P = R * I^2 \rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{2,57}{1400}} = 42,8\text{mA}$$

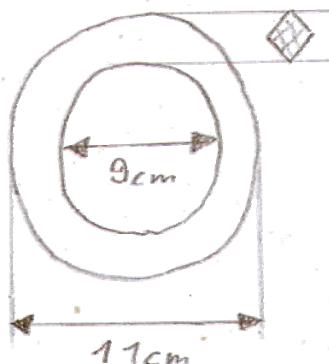
$$L = \frac{N * \Phi}{I} = \frac{18300 * 1,2 * 10^{-4}}{42,8 * 10^{-3}} = 51,3\text{H}$$

### Beispiel 13:

In einer Ringkernspule mit quadratischem Durchmesser und  $\mu_r = 1000$  soll ein Fluss von

$\Phi = 50\mu\text{Wb}$  bei einer Stromstärke von  $I = 1\text{A}$  erzeugt werden.

Ges.: N (Wdg)



Es wurde keine Lösung notiert.

### Beispiel 14:

Geg.: Ringkernspule aus Dynamoblech III, N = 212 Wdg

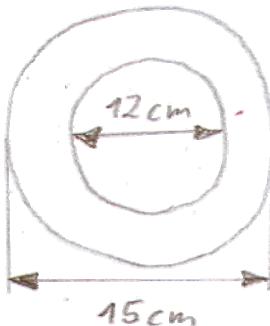
Ges.:

- 1) I für B = 1T
- 2) I für B = 2T

$$N * I = H * l$$

$$I_1 = \frac{500 \frac{A}{m} * 0,135\pi}{212} = 1A$$

$$I_2 = \frac{30000 \frac{A}{m} * 0,135\pi}{212} = 60A$$

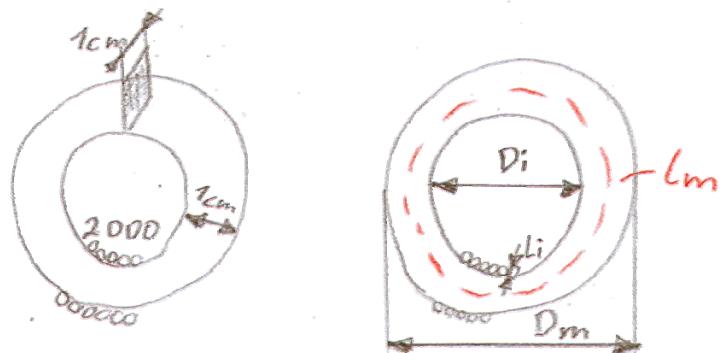


### Beispiel 15:

Eine Ringkernspule aus Dymograuguss, quadratischer Querschnitt d = 1cm ist einlagig komplett mit 0,5mm dickem Cul-Draht bewickelt.

N = 2000

Ges.:  $\Phi$  bei  $I = 1,5A$



Man weiß, dass es 2000 Wicklungen zu je 0,5mm sind. So kann man sich den inneren Durchmesser errechnen.

$$l_i = 0,5mm * 2000 = 1000mm = 1m$$

$$D_i = \frac{l_i}{\pi} = 0,318m$$

$$D_m = D_i + d = 0,318 + 0,01 = 0,328m$$

$$l_m = D_m * \pi = 0,328\pi = 1,03m$$

$$H = \frac{N * I}{l} = \frac{2000 * 1,5A}{1,03m} = 2912,62 \frac{A}{m}$$

Daraus folgt  $B = 0,678$  Tessler (Buch Seite 236)

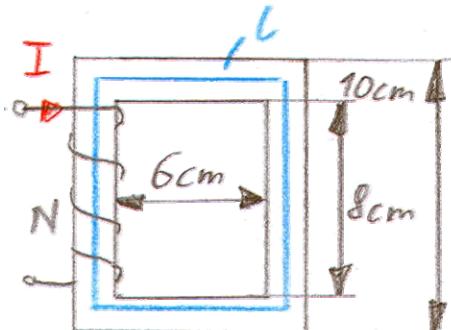
$$\Phi = B * A = 0,678 \frac{Vs}{m^2} * 0,0001m^2 = 67,8 * 10^{-6} Vs = 67,8 \mu Wb$$

### Beispiel 16:

Geg.: Eisenkreis aus modernem SiFe-Blech laut Skizze mit quadratischem Durchschnitt

$$N = 250, I = 2,84A$$

Ges.: B, L,  $\mu_r$ ,  $\Phi$



$$l = 2 * l_m + 2 * b_m = 2 * 9 + 2 * 7 = 18 + 14 = 32 \text{ cm} = 0,32 \text{ m}$$

$$H = \frac{N * I}{l} = \frac{250 * 3,84}{0,32} \approx 3000 \frac{A}{m}$$

$$B = 1,98T \text{ (Buch Seite 236)}$$

$$\Phi = B * A = 1,98 \frac{Vs}{m^2} * 10^{-4} m^2 = 198 \mu Wb$$

$$L * I = N * \Phi$$

$$L = \frac{N * \Phi}{I} = \frac{250 * 1,98 * 10^{-4}}{3,84} = 0,0129 H = 12,89 mH$$

$$B = \mu_r * \mu_0 * H$$

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 * H} = \frac{1,98 \frac{Vs}{m^2}}{4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 3000 \frac{A}{m}} = 525 \frac{Vs}{A} = 525 H$$

### Beispiel 17:

Geg.: Eisenkreis aus SIFE-Blech mit quadratischem Querschnitt,  $B = 1T$ ,  $I = 10mA$

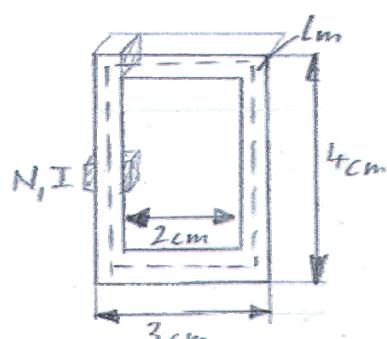
Ges.: N

$$N * I = H * l$$

$$B = 1T \rightarrow \text{Buch Seite 235} \rightarrow H = 50 \frac{A}{m}$$

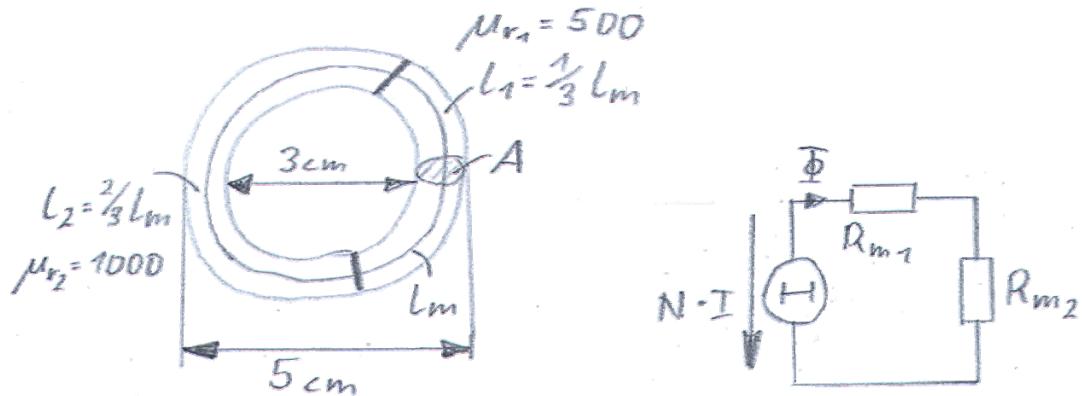
$$l = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$$

$$N = \frac{H * l}{I} = \frac{50 * 0,12}{0,01} = 600 \text{ Wdg}$$



### Beispiel 18:

Geg.: Ringkernspule aus zwei verschiedenen Materialien,  $N = 100$  Windungen,  $I = 0,5\text{A}$   
 Ges.:  $R_{m1}$ ,  $R_{m2}$ ,  $\Phi$ ,  $B$ ,  $L$ , elektrisches Ersatzschaltbild



$$l_m = D_m \pi = 4 * \pi = 12,6\text{cm}$$

$$l_1 = \frac{1}{3} l_m = \frac{1}{3} * 12,6 = 4,2\text{cm}$$

$$l_2 = \frac{2}{3} l_m = 8,4\text{cm}$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = 0,785\text{cm}^2$$

$$R_{m_1} = \frac{l}{\mu * A} = \frac{l_1}{\mu_0 * \mu_r * A} = \frac{4,2 * 10^{-2}\text{m}}{4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 5 * 10^2 * 7,85 * 10^{-5}\text{m}^2} = 8,5 * 10^5 \text{H}^{-1}$$

$$R_{m_2} = \frac{l_2}{\mu_0 * \mu_r * A} = \frac{8,4 * 10^{-2}\text{m}}{4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 10^3 * 7,85 * 10^{-5}\text{m}^2} = 8,5 * 10^5 \text{H}^{-1}$$

$$R_{m_{ges}} = R_{m_1} + R_{m_2} = 17 * 10^5 \text{H}^{-1}$$

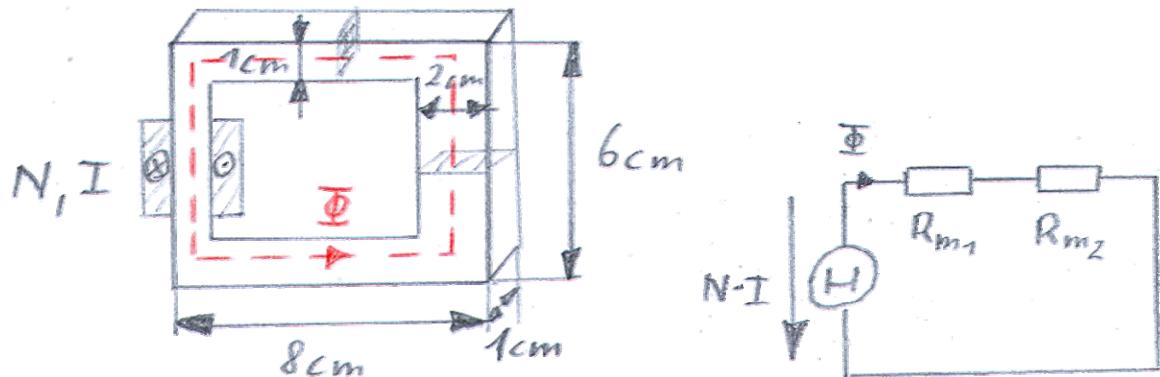
$$\Phi = \frac{N * I}{R_{m_{ges}}} = \frac{50A}{17 * 10^5 \text{H}^{-1}} = 3 * 10^{-5} \text{Vs}$$

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{3 * 10^{-5} \text{Vs}}{7,85 * 10^{-5} \text{m}^2} = 0,38T$$

$$L = N^2 * \frac{1}{R_{m_{ges}}} = 100^2 * \frac{1}{17 * 10^5 \text{H}^{-1}} = 5,88 \text{mH}$$

### Beispiel 19:

Geg.: Eisenkreis  $\mu_r = 1000$ ,  $N = 1000$   
 Ges.:  $I$  damit  $B_2 = 0,5\text{T}$



$$N \cdot I = l \cdot H = \Phi \cdot R_{m_{ges}}$$

$$\Phi = B \cdot A = 0,5\text{T} \cdot 10^{-4} \cdot 2\text{m}^2 = 10^{-4}\text{Vs}$$

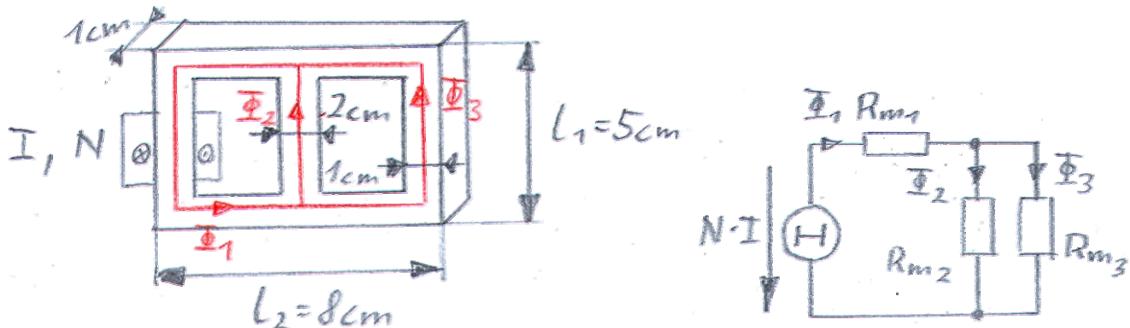
$$R_{m_1} = \frac{l_1}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_1} = \frac{18 \cdot 10^{-2} \text{m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1000 \cdot 10^{-4} \text{m}^2} = 1,43 \cdot 10^6 \text{H}^{-1}$$

$$R_{m_2} = \frac{l_2}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_2} = \frac{5 \cdot 10^{-2} \text{m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{m}^2} = 198,94 \cdot 10^3 \text{H}^{-1}$$

$$I = \frac{\Phi \cdot R_{m_{ges}}}{N} = \frac{10^{-4} \text{Vs} \cdot 1,63 \cdot 10^6 \text{H}^{-1}}{1000} = 0,163 \text{A}$$

### Beispiel 20:

Geg.: Eisenkreis laut Skizze, am linken Schenkel sitzt eine Wicklung mit  $N = 100$  Wdg,  $\mu_r = 5000$ ,  $I = 0,1\text{A}$   
 Ges.:  $B$  im rechten Schenkel



$$l_{m_1} = 13\text{cm}$$

$$l_{m_2} = 5\text{cm}$$

$$l_{m_3} = 13\text{cm}$$

$$R_{m_1} = \frac{l_{m_1}}{\mu_0 * \mu_r * A_1} = \frac{1,3 * 10^{-1} m}{4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 5000 * 10^{-4} m^2} = 2,069 * 10^5 H^{-1}$$

$$R_{m_2} = \frac{l_{m_2}}{\mu_0 * \mu_r * A_2} = \frac{5 * 10^{-2} m}{4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am} * 5000 * 2 * 10^{-4} m} = 3,98 * 10^4 H^{-1}$$

$$R_{m_3} = 2,069 * 10^5 H^{-1}$$

$$R_{m_{ges}} = R_{m_1} + \frac{R_{m_2} * R_{m_3}}{R_{m_2} + R_{m_3}} = 2,069 * 10^5 + \frac{8,23462 * 10^9}{2,467 * 10^5} = 2,4 * 10^5 H^{-1}$$

$$\Phi_1 = \frac{N * I}{R_{m_{ges}}} = \frac{100 * 0,1A}{2,4 * 10^5 H^{-1}} = 4,2 * 10^{-5} Vs$$

$$U_{m_{2,3}} = \frac{R_{m_2} * R_{m_3}}{R_{m_2} + R_{m_3}} * \Phi_1 = 1,5 A$$

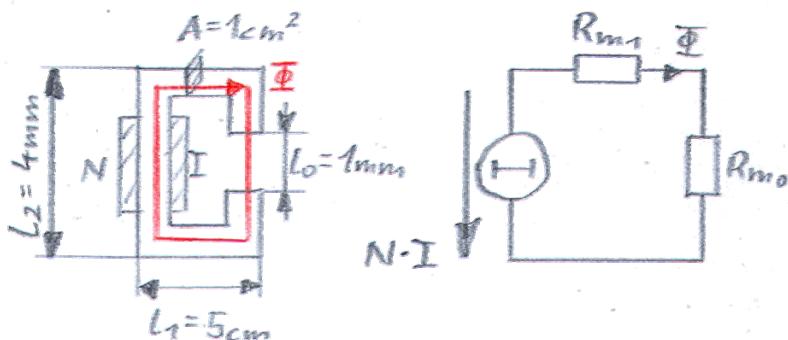
$$\Phi_3 = \frac{U_{m_{2,3}}}{R_{m_3}} = \frac{1,5 A}{2069 * 10^5 H^{-1}} = 7,25 * 10^{-6} Vs$$

$$B_3 = \frac{\Phi_3}{A_3} = \frac{7,25 * 10^{-6} Vs}{10^{-4} m^2} = 7,25 * 10^{-2} \frac{Vs}{m^2} = 7,25 * 10^{-2} T$$

### Beispiel 21:

Geg.: magnetischer Kreis mit Luftspalt, N = 1000

Ges.: I für eine Luftspaltflussdichte B<sub>0</sub> = 1T, μ<sub>r</sub> = 10000



$$\Phi = B * A = 1T * 10^{-4} m^2 = 10^{-4} Vs$$

$$R_m = \frac{l}{\mu * A}$$

$$R_{m_1} = \frac{l_1}{\mu_0 * \mu_r * A} = \frac{0,179}{10000 * 4\pi * 10^{-7} * 10^{-4}} = 1,42 * 10^3 H^{-1}$$

$$R_{m_0} = \frac{l_0}{\mu_0 * A} = \frac{10^{-3}}{4\pi * 10^{-7} * 10^{-4}} = 7,96 * 10^6 H^{-1}$$

$$R_{m_{ges}} = R_{m_1} + R_{m_2} = 1,42 * 10^3 + 7,96 * 10^6 = 8,102 * 10^6 H^{-1}$$

$$N * I = \Phi * R_{m_{ges}}$$

$$I = \frac{\Phi * R_{m_{ges}}}{N} = \frac{10^{-4} * 8,102 * 10^6}{1000} = 0,81 A$$

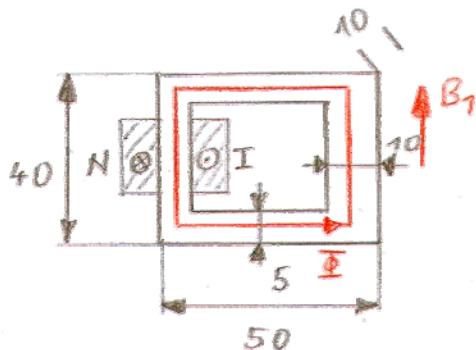
### Beispiel 22:

Geg.: Elektromagnet aus Dynamoblech III,  $B_1 = 0,25\text{T}$

Ges.:

- 1)  $\Phi, \Theta, I$
- 2)  $l_0 = 1\text{mm}, \Phi, \Theta, I$
- 3)  $B_1 = 0,5\text{T}, \Phi, \Theta, I$

1)



$$0,25\text{T} \rightarrow H = 100$$

$$N = 500$$

$$\Phi = B * A = 0,25 \frac{Vs}{m^2} * 10^{-4} m^2 = 2,5 * 10^{-5} Vs$$

$$\Theta = N * I = H_1 * l_1 + H_2 * l_2 = 100 \frac{A}{m} * 3,5 * 10^{-2} m + 175 \frac{A}{m} * 1,3 * 10^{-1} m = 3,5 A + 22,75 A = 26,25 A$$

$$I = \frac{\Theta}{N} = \frac{26,25 A}{500} = 5,25 * 10^{-2} A$$

2)

$$H_1 = 100 \frac{A}{m}$$

$$H_2 = 175 \frac{A}{m}$$

$$\Theta = H_1 * l_1 + H_2 * l_2 + H_0 * l_0 = 100 \frac{A}{m} * 3,4 * 10^{-2} m + 175 \frac{A}{m} * 1,3 * 10^{-1} m + \frac{0,25 \frac{Vs}{m^2}}{4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am}} * 10^{-3} m$$

$$\Theta = 3,4 A + 22,75 A + 199 A = 225 A$$

$$I = \frac{\Theta}{N} = \frac{225}{500} = 0,45 A = 450 mA$$

## 7 Übungsbeispiele Elektrostatik

### Beispiel 1:

Welche Feldstärke E besteht in einem auf 220V aufgeladenen Plattenkondensator bei folgenden Plattenabständen: 1) 0,1mm    2) 1mm    3) 5mm    4) 2cm

1)

$$U = E * s$$

$$E = \frac{U}{s}$$

$$E = \frac{220}{0,0001} = 2200000 \frac{V}{m}$$

2)

$$U = E * d$$

$$E = \frac{U}{d}$$

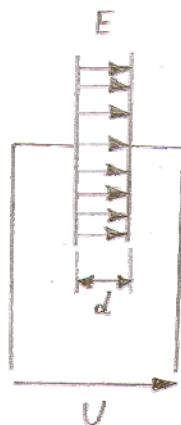
$$E = \frac{220}{0,0001} = 220000 \frac{V}{m}$$

3)

$$E = \frac{220}{0,005} = 44000 \frac{V}{m}$$

4)

$$E = \frac{220}{0,02} = 11000 \frac{V}{m}$$



### Beispiel 2:

$$E = 58 \text{kV/m}$$

$$U = ?$$

1) 0,1mm    2) 1mm    3) 5mm    4) 2cm

$$1) U = 58000 * 10^{-4} = 5,8 \text{V}$$

$$2) U = 58000 * 10^{-3} = 58 \text{V}$$

$$3) U = 58000 * 5 * 10^{-3} = 290 \text{V}$$

$$4) U = 58000 * 2 * 10^{-2} = 1160 \text{V}$$

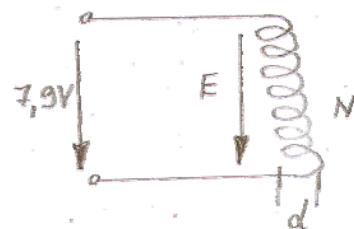
### Beispiel 4:

Welche elektrische Feldstärke E besteht in einem Draht einer Spule mit  $N = 10000 \text{Wdg}$  und einem Durchmesser von  $d = 6,5 \text{cm}$ , an deren Enden einen Spannung von 7,9V liegt?

$$U = d\pi = 6,5 * 10^{-2} \pi = 0,204 \text{m}$$

$$l = N * U = 10000 * 0,204 \text{m} = 2040 \text{m}$$

$$U = E * l \rightarrow E = \frac{U}{l} = \frac{7,9}{2040} = 3,87 * 10^{-3} = 3,87 \text{m} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



### Beispiel 5:

Kupferdraht  $d = 3\text{mm}$ ,  $E = 45\text{mV/m}$

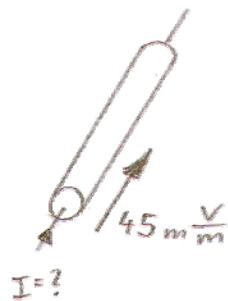
Welcher Strom  $I = ?$

$$\rho = 18 * 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$$

$$R = \frac{\rho * l}{A} = \frac{18 * 10^{-9} * l}{A}$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{(3 * 10^{-3})^2 \pi}{4} = 7,07 * 10^{-6}$$

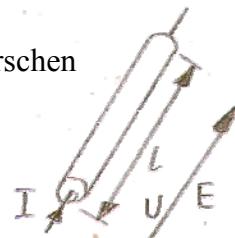
$$I = \frac{E * l}{R} = \frac{45 * 10^{-3} * l}{\frac{18 * 10^{-9}}{A}} = \frac{45 * 10^{-3} * 7,07 * 10^{-6}}{18 * 10^{-9}} = 17,675 A$$



### Beispiel 7:

Welche Dicke muss ein Al-Draht haben, wenn  $I = 1\text{A}$ ,  $E = 10\text{mV/m}$  herrschen sollen (im Inneren)  $\rho_{\text{Al}} = 0,029 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$

Ges.:  $d = ?$



$$R = \frac{U}{I}$$

$$U = E * l$$

$$\frac{E * l}{I} = \frac{\rho * l}{A}$$

$$\frac{10 * 10^{-3} \frac{V}{m}}{1A} = \frac{0,029 \Omega \frac{mm^2}{m}}{A} = \frac{2,9 * 10^{-8} \Omega \cdot m}{A}$$

$$A = \frac{2,9 * 10^{-8} \Omega \cdot m}{10 * 10^{-3} \frac{V}{Am}} = 2,9 * 10^{-6} m^2$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{A * 4}{\pi}} = 1,92 * 10^{-3} m$$

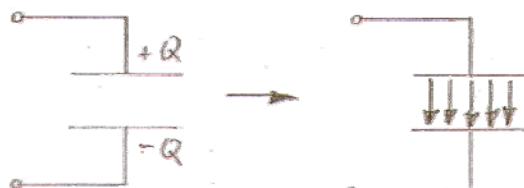
### Beispiel 8:

Plattenkondensator in Luft

$$U = 220\text{V}, \epsilon_0 = 8,8542 * 10^{-2}$$

$$\begin{aligned} \text{Ges.: } \epsilon_r &= 2,1 \\ \epsilon_r &= 36,45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U &=? \\ U &=? \end{aligned}$$



$$\psi = U = \text{konstant}$$

$$D = \epsilon * E$$

$$E = D / \epsilon$$

$$U = E * d$$

$$E = U / d$$

$$U = d * D / (\epsilon_0 * \epsilon_r) \quad U \text{ ist verkehrt proportional zu } \epsilon_r!$$

$$U_1 \sim 105\text{V}$$

$$U_2 \sim 6\text{V}$$

**Beispiel 9:**

$D = 15\text{cm}$ ,  $U = 120\text{V}$ ,  $d = 1\text{mm}$ ,  $Q = ?$

Benzol  $\epsilon_r = 2,3$

$$A = \frac{d^2\pi}{4} = \frac{(15\text{cm})^2\pi}{4} = 177 * 10^{-4} \text{m}^2$$

$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{A}{d} = 8,8542 * 10^{-12} * 2,3 * \frac{177 * 10^{-4}}{10^{-3}} = 36 \text{pF}$$

$$Q = C * U = 360 * 10^{-12} \text{F} * 120\text{V} = 43 * 10^{-9} \text{As}(C)$$

**Beispiel 11:**

Plattenkondensator,  $A = 60\text{cm}^2$ ,  $\epsilon_0 = 8,854 * 10^{-12}\text{F/m}$ ,  $\epsilon_r = 7,5$ ,  $d = 1\text{mm}$ ,  $Q = 2 * 10^{-6}\text{As}$   
Ges.:  $E$ ,  $U$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_r * \epsilon_0} = \frac{Q}{A * \epsilon_0 * \epsilon_r} = \frac{2 * 10^{-6} \text{As}}{6 * 10^{-3} \text{m}^2 * 7,5 * 8,854 * 10^{-12}} = 5,02 \text{M} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$U = E * d = 5 * 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} * 10^{-3} \text{m} = 5\text{kV}$$

**Beispiel 12:**

Plattenkondensator,  $A = 78\text{cm}^2$ ,  $d = 1\text{mm}$ ,  $U = 60\text{V}$ ,  $Q = 34 * 10^{-8}\text{C}$   
Ges.:  $\epsilon_r$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{34 * 10^{-8} \text{As}}{60\text{V}} = 5,67 * 10^{-9} \frac{\text{As}}{\text{V}} (\text{F})$$

$$C = \frac{A * \epsilon}{d} = \frac{7,8 * 10^{-3} \text{m}^2 * 8,854 * 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} * \epsilon_r}{10^{-3} \text{m}}$$

$$\epsilon_r = \frac{5,67 * 10^{-9} \text{F} * 10^{-3} \text{m}}{69,0612 * 10^{-15} \text{F} * \text{m}} = 8,2$$

**Beispiel 13:**

Keramikkondensator (Platten),  $C = 220\text{pF}$ ,  $D = 5\text{mm}$ ,  $\epsilon_r = 700$ ,  $U = 500\text{V}$   
Ges.:  $d$ ,  $E$

$$A = \frac{d^2\pi}{4} = 1,96 * 10^{-5} \text{m}^2$$

$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{A}{d}$$

$$d = \frac{\epsilon_0 * \epsilon_r * A}{C} = \frac{8,854 * 10^{-12} * 700 * 1,96 * 10^{-5}}{220 * 10^{-12}} = 5,52 * 10^{-4} \text{m}$$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{500\text{V}}{5,5 * 10^{-4} \text{m}} = 9,09 * 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 909 \text{k} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

**Beispiel 14:**

Wickelkondensator,  $l = 2\text{m}$ ,  $b = 2\text{cm}$ ,  $d = 6\mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r = 3,2$   
 Ges.: C

$$A = l * b = 4 * 10^{-2} \text{ m}$$

$$C = 2 * \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{A}{d} = 2 * 8,854 * 10^{-12} * 3,2 * \frac{4 * 10^{-2}}{6 * 10^{-6}} = 3,78 * 10^{-7} \text{ F} = 37,8 \mu\text{F}$$

**Beispiel 15:**

Wickelkondensator,  $C = 470\text{nF}$ ,  $b = 2\text{cm}$ ,  $d = 3,2\mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r = 2,2$   
 Ges.: l

$$C = 2 * \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{l * b}{d}$$

$$l = \frac{d * C}{2 * \epsilon_0 * \epsilon_r * b} = \frac{3,2 * 10^{-6} * 470 * 10^{-9}}{2 * 8,8542 * 10^{-12} * 2,2 * 2 * 10^{-2}} = 1,93 \text{ m}$$

**Beispiel 16:**

SMB Folienkondensator,  $C = 10\text{nF}$ ,  $\epsilon_r = 3$ ,  $a = 3,2\text{mm}$ ,  $d = 5\mu\text{m}$ ,  $b = 2,5\text{mm}$   
 Ges.: n

$$C = n * \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{a * b}{d}$$

$$d * C = n * \epsilon_0 * \epsilon_r * a * b$$

$$n = \frac{d * C}{\epsilon_0 * \epsilon_r * a * b} = \frac{5 * 10^{-6} * 10 * 10^{-9}}{8,8542 * 10^{-12} * 3 * 3,2 * 10^{-3} * 2,5 * 10^{-3}} = 235,29 \text{ Lagen}$$

**Beispiel 17:**

$$U = 120\text{V}$$

$$d_i = 6 * 10^{-5} \text{ m}$$

$$d_a = 2 * 10^{-2} \text{ m}$$

$$E = ?$$

$$E = \frac{U}{r * \ln\left(\frac{d_a}{d_i}\right)} = \frac{120V}{6 * 10^{-5} \text{ m} * 5,809} = 3,44 * 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



**Beispiel 18:**

Geg.: Koaxialkabel,  $r_a = 2,4\text{cm}$ ,  $r_i = 1\text{mm}$ ,  $U = 5800\text{V}$

Ges.:  $E_i$  und  $E_a$

$$E_i = \frac{U}{r_i * \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} = \frac{5800V}{10^{-3}m * \ln\left(\frac{2,4 * 10^{-2}m}{10^{-3}m}\right)} = 1,82M \frac{V}{m}$$

$$E_a = \frac{U}{r_a * \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} = \frac{5800V}{2,4 * 10^{-2}m * \ln\left(\frac{2,4 * 10^{-2}m}{10^{-3}m}\right)} = 76k \frac{V}{m}$$

**Beispiel 19:**

Kugel,  $d = 10\text{cm}$ ,  $U = 3500\text{V}$ ,  $E_r = ?$

$$E_r = \frac{U}{r} = \frac{3500V}{5 * 10^{-2}m} = 7 * 10^4 \frac{V}{m} = 70k \frac{V}{m}$$

**Beispiel 20:**

$U = 8\text{kV}$ ,  $d = 1,6\text{cm}$ ,  $r = 8 * 10^{-3}\text{m}$ ,  $E = ?$

$$E = \frac{U}{r} = \frac{8000V}{8 * 10^{-3}m} = 10^6 \frac{V}{m} = 1M \frac{V}{m}$$

Luft schlägt bei ca.  $2\text{MV/m}$  durch.

**Beispiel 21:**

Leiter mit  $18\text{kV}$ ,  $E_k = 20\text{kV/cm}$ ,  $r = ?$

$$E = \frac{U}{r} \rightarrow r = \frac{U}{E} = \frac{18000}{2M} = 9mm$$

**Beispiel 22:**

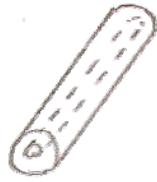
$C = \text{Erde?}$ ,  $r = 6378\text{km}$ ,  $\epsilon_r = 1$

$$C = \epsilon_0 * 4\pi r = 8,854 \frac{F}{m} * 10^{-12} * 4 * \pi * 6378 * 10^3 m = 709,6 * 10^{-6} F = 709,6 \mu F$$

### Beispiel 23:

Welches C hat ein abgeschirmtes Antennenkabel?

$$l = 18\text{cm}, d_A = 8\text{mm}, d_i = 0,8\text{mm}, \epsilon_r = 2,4$$

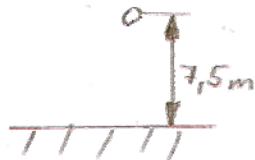


$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{2\pi * l}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)} = 2,4 * 8,854 * 10^{-12} * \frac{2\pi * 18}{\ln\left(\frac{4 * 10^{-3}}{0,4 * 10^{-3}}\right)} = 2,12 * 10^{-11} \frac{113,097}{2,3} = 1,04\text{nF}$$

### Beispiel 24:

Eine 7,4m über der Erde hängende Telegrafenleitung.

$$l = 85\text{km}, d = 3\text{mm}, C = ?$$



$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{2\pi * l}{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)} = 8,854 * 10^{-12} * \frac{2\pi * 85 * 10^3}{\ln\left(\frac{2 * 7,5}{1,5 * 10^{-3}}\right)} = 513 * 10^{-9} F = 513,41\text{nF}$$

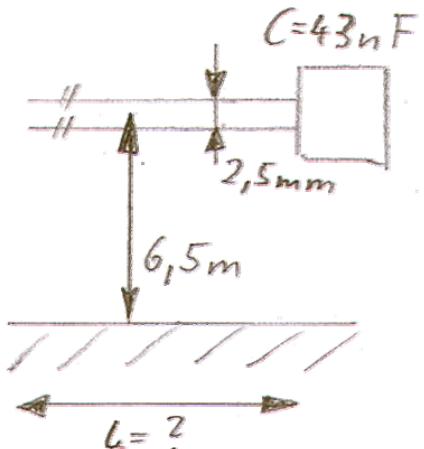
### Beispiel 25:

Telegrafenleitung

$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{2\pi * l}{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)}$$

$$l = \frac{C * \ln\left(\frac{2h}{r}\right)}{\epsilon_0 * \epsilon_r * 2\pi}$$

$$l = \frac{43 * 10^{-9} F * \ln\left(\frac{2 * 6,5\text{m}}{1,25 * 10^{-3}\text{m}}\right)}{8,8542 * 10^{-12} \frac{F}{m} * 2 * \pi} = 7,15\text{km}$$



### Beispiel 26:

$$h = 3,5\text{m}, d = 3,5\text{mm} \rightarrow r = 1,75\text{mm}$$

Ges.: Wieviel % verringert sich C, wenn h = 4,5m?

$$C'_1 = \epsilon_0 * \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)} = 8,8542 * 10^{-12} \frac{F}{m} * \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{7\text{m}}{1,75 * 10^{-3}\text{m}}\right)} = 6,71\text{pF}$$

$$C'_2 = \epsilon_0 * \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)} = 8,8542 * 10^{-12} \frac{F}{m} * \frac{2\pi}{\ln\left(\frac{9\text{m}}{1,75 * 10^{-3}\text{m}}\right)} = 6,51\text{pF}$$

Die Differenz beträgt 3%.

### Beispiel 27:

Doppelleitung  $a = 20\text{cm}$ ,  $d = 2\text{mm} \rightarrow r = 1\text{mm}$

Ges.: 1 selber Kapazität bei  $2a$  (Wie viel muss Paar 2 länger sein als Paar 1, wenn  $a$  doppelt so viel ist?)

$$C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{\pi * l_1}{\ln\left(\frac{a}{r}\right)} = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{\pi * l_2}{\ln\left(\frac{2a}{r}\right)}$$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{\ln\left(\frac{2a}{r}\right)}{\ln\left(\frac{a}{r}\right)}$$

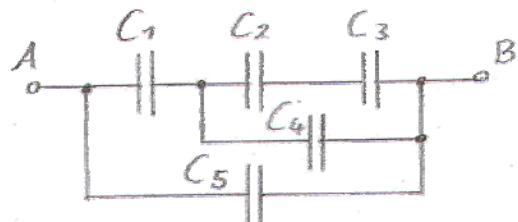
$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{5,99}{9,29} = 1,13$$

Leitung 2 = 1,13 \* Leitung 1

### Beispiel 28:

Berechne die Gesamtkapazität folgender Schaltung:

$$C_1 - C_5 = 450\text{pF}$$



$$C_{23} = C_2 \rightarrow C_3 = 225\text{pF}$$

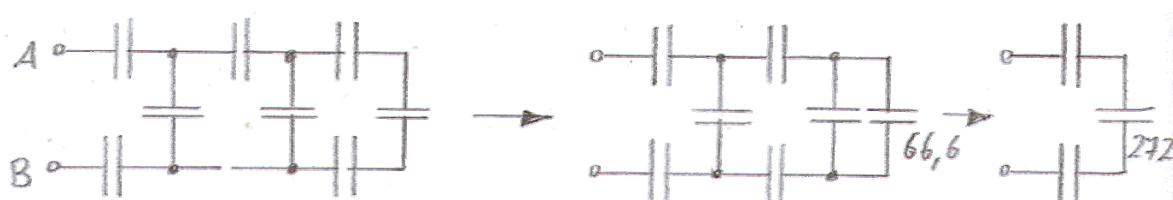
$$C_{234} = C_{23} // C_4 = 675\text{pF}$$

$$C_{1234} = C_1 \rightarrow C_{1234} = 270\text{pF}$$

$$C_{12345} = C_{1234} // C_5 = 720\text{pF}$$

### Beispiel 29:

$$C = 200\text{pF}$$



$$C_{AB} = 73,17\text{pF}$$

### Beispiel 30:

Welche Möglichkeiten gibt es 3 Kondensatoren zu schalten?

### Beispiel 31:

Ges.:  $Q_1, Q_2, U_1, U_2$

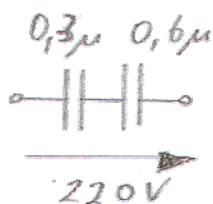
$$Q_1 = Q_2 = Q$$

$$C_{ges} = 0,2\mu F$$

$$Q = C * U = 44\mu As$$

$$U_1 = \frac{C_2 * 220V}{C_1 + C_2} = 146,67V$$

$$U_2 = U - U_1 = 73,3V$$



### Beispiel 32:

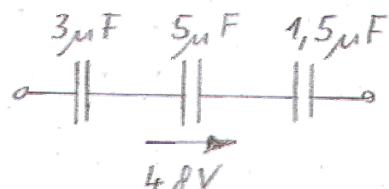
Ges.:  $U_1, U_3, U_{ges}$

$$Q = C * U = 5\mu F * 48V = 240\mu As$$

$$U_1 = \frac{Q}{C} = 80V$$

$$U_3 = \frac{Q}{C} = 160V$$

$$U_{ges} = U_1 + U_2 + U_3 = 80V + 48V + 160V = 288V$$



### Beispiel 33:

Ges.:  $U_1-U_4, U_{ges}$

$$U_4 = \frac{C_5 * U_5}{C_4} = \frac{72}{2} = 36V$$

$$U_{ges} = U_4 + U_5 = 36V + 24V = 60V$$

$$C_{234} = \frac{1}{\frac{1}{2\mu} + \frac{1}{3\mu} + \frac{1}{4\mu}} = \frac{12}{13}\mu F$$

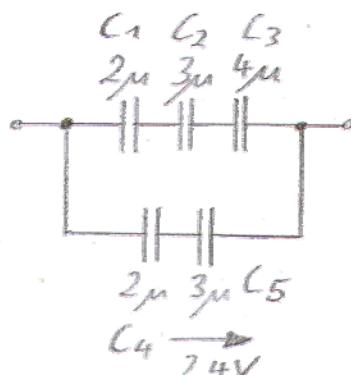
$$Q_{234} = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

$$Q_{234} = 60 * \frac{12}{13} = 55,4\mu As$$

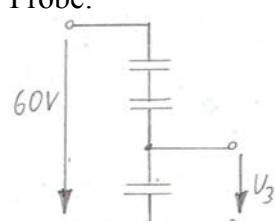
$$U_1 = \frac{Q_{234}}{C_1} = \frac{55,4}{2} = 27,7V$$

$$U_2 = \frac{Q_{234}}{C_2} = \frac{55,4}{3} = 18,5V$$

$$U_3 = \frac{U_1}{2} = 13,85V$$



Probe:



$$U_3 = 60 * \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = 13,85V$$

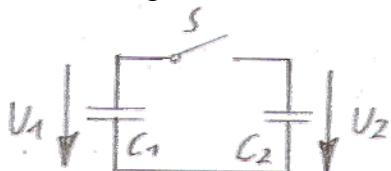
### Beispiel 34:

$$C_1 = 8\mu F, U_1 = 60V$$

$$C_2 = 5\mu F, U_2 = 80V$$

Ges.:

- 1) U, wenn S geschlossen



$$Q_1 = C_1 * U_1 = 480 \mu As$$

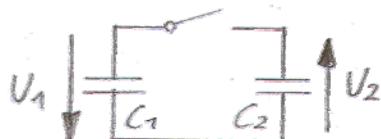
$$Q_2 = C_2 * U_2 = 400 \mu As$$

$$C = C_1 + C_2 = 13 \mu F$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 880 \mu As$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{880}{13} = 67,69 V$$

- 2) U, wenn S geschlossen



$$Q = Q_1 - Q_2 = 80 \mu As$$

$$C = 13 \mu F$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{80}{13} = 6,15 V$$

$$W_{el} = \frac{C_1 * U^2}{2} + \frac{C_2 * U^2}{2} = 14,4 mJ + 16 mJ = 30,4 mJ$$

$$3) W_{el} = \frac{13 \mu * 67,7^2}{2} = 29,8 mJ$$

$$4) W_{el} = \frac{12 \mu * 6,15 V}{2} = 0,297 mJ$$