

Grundlagen der Elektrotechnik (GET)

Schule: HTBLuVA St. Pölten
Abteilung / Zweig: Elektronik
Lehrperson: Prof. Dipl.-Ing. Georg Panny
Jahrgang: 2002 / 03
Klasse: 1AT

1 Anmerkung

Der Unterricht war auf Prof. Panny und Prof. Tillich aufgeteilt.

Praktische Beispiele sind mit einem Strich auf der Seite gekennzeichnet.

2 Inhaltsverzeichnis

1	Anmerkung.....	2
2	Inhaltsverzeichnis.....	2
3	Maßsystem	4
3.1	Beispiele.....	5
4	GET-Übungen	5
4.1	Umgang mit dem Taschenrechner.....	5
4.2	Vorsatzsilben (“Vorsätze”)	5
4.3	Aufbau der Materie	6
5	Stromleitungsmechanismen	6
5.1	Elektrizitätsleitung in Metallen	6
5.2	Elektrizitätsleitung in Flüssigkeiten (Elektrolyte).....	7
5.3	Elektrizitätsleitung in Gasen (Gasentladung).....	7
5.4	Elektrizitätsleitung im Vakuum	7
5.5	Elektrizitätsleitung im Halbleiter	8
5.5.1	undotierte Halbleiter.....	8
5.5.2	dotierte Halbleiter.....	8
5.6	Elektrizitätsleitung im Isolator	9
6	Der Widerstand R (Resistor, Resistance).....	9
6.1	Leitwert G	10
6.2	Schaltsymbole für Widerstände	11
6.3	Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes	12
6.4	Supraleiter	14
7	Die elektrische Stromstärke I	14
8	Die elektrische Spannung U	15
8.1	Spannungsquellen.....	16
8.1.1	ideale Quelle.....	16
8.1.2	Quellen mit Innenwiderstand („reale Quellen“).....	17
9	Das Ohm'sche Gesetz	19
10	Kirchhoff'sche Gesetze	23
10.1	1. Kirchhoff'sches Gesetz: Knotenregel	23
10.2	2. Kirchhoff'sches Gesetz: Maschenregel.....	24
10.3	Anwendungsbeispiele.....	24
10.3.1	Serienschaltung von Widerständen	24
10.3.2	Parallelschaltung von Widerständen	25
10.3.3	Beispiele von Serien und Parallelschaltung	27
11	Spannungsteiler	28
11.1	unbelastet (Leerlauf)	28
11.2	belastet mit R_L	29
11.2.1	R_2 und R_L zusammenfassen	29
11.2.2	Ersatzschaltbild	30
12	Vergleich der Eigenschaften von Spannungsquellen und Stromquellen	33

12.1	ideale Quellen.....	33
12.2	„reale“ Quellen (Quellen mit R_i)	34
12.3	Schaltungen mit Spannungs- und Stromquellen	35
12.3.1	Kettenleiternetzwerk	39
13	Potentiometer	40
13.1	Ersatzschaltbild	41
13.2	Belastetes Potentiometer	41
14	Dimensionierung eines Spannungsteilers.....	45
14.1	Spannungsteiler mit bestimmtem Kurzschlussstrom.....	46
14.2	Zur Bezeichnung Potentiometer.....	48
15	Spannungs- und Strommessgeräte	49
15.1	Ideale Messgeräte.....	49
15.2	Reale Messgeräte.....	49
15.3	Messbereichserweiterung.....	50
15.4	Zeigermessgerät (analog)	51
15.5	Digitalmessgeräte	52
16	Stromteiler	54
17	Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad	55
17.1	Wirkungsgrad η („ETA“).....	56
17.2	Leistung P	57
17.3	Andere Einheiten.....	58
17.4	Mechanisch-elektrische Analogie	60
18	Helmholzprinzip (Superpositionsprinzip)	61
19	Übung	63

3 Maßsystem

Laut Maß und Eich Gesetz ist in Österreich das Internationale Einheitensystem (SI) vorgeschrieben.

In ihm ist definiert:

7 Basiseinheiten:

1) Länge (s)	Meter (m)
2) Masse (m)	Kilogramm (kg)
3) Zeit (t)	Sekunde (s)
4) Temperatur (T)	Kelvin (K)
5) Stromstärke (I)	Ampere (A)
6) Lichtstärke (J)	Candela (cd)
7) Stoffmenge (n)	Mol (mol)

2 Supplementeinheiten:

ebener Winkel ($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \dots$)	Radiant (rad)
Raumwinkel (Ω)	Steradian (sr)

Der ebene Winkel, gemessen in Radiant ergibt sich als Quotient Bogenlänge dividiert durch Radius.

Der volle Winkel (360°) hat daher den Wert 2π Radiant.

$$1\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$1 \text{ rad} = 360^\circ / 2\pi = 180^\circ/\pi = 57,29^\circ$$

Der Raumwinkel, gemessen in Steradian ergibt sich als Quotient Kugeloberfläche dividiert durch Kugelradius zum Quadrat.

Der volle Raumwinkel hat daher den Wert 4π Steradian.

- Chemische Wirkung (z.B.: Elektrolyse, Galvanotechnik, Aufladen eines Akkumulators)
- Physiologische Wirkung (Wirkung auf Lebewesen, im wesentlichen eine chemische und thermische Wirkung)

In jeder Stromwirkung gibt es auch eine Umkehrwirkung:

- Wärme...Thermoelement
- Licht...Solarzelle (Photovoltaische Zelle)
- Magnetfeld
 - Bewegungsinduktion (z.B.: Dynamo, Generator)
 - Ruheinduktion (z.B.: Transformator, Übertrager)
- Chemie...“Primärelement“ (Wegwerfbatterie)
„Sekundärelement“ (Akkumulator)
Brennstoffzelle
- Physiologie...diverse „elektrische Organe“ von Meerestieren liefern teilweise sehr hohe Spannungen, in allen Lebewesen funktioniert ein Großteil der Informationsübertragung elektrisch (z.B.: EKG – Elektrodiagramm, EEG – Elektroenzephalogramm)

3.1 Beispiele

Geschwindigkeit $v = s/t$
Beschleunigung $a = v/t$
Kraft $F = m \cdot a$
Arbeit $W = F \cdot s$
Leistung $P = W/t$
Spannung $U = P/I$
Widerstand $R = U/I$
Leitwert $G = I/U$

$[v] = [s]/[t] = m/s = ms^{-1}$
 $[a] = [v]/[t] = m/s/s = m/s^2 = ms^{-2}$
 $[F] = [m] * [a] = kg \cdot m/s^2 = kgms^{-2}$
 $[W] = [F] * [s] = (kgm/s^2) * m = kgm^2/s^2 = Joule (J)$
 $[P] = [W]/[t] = J/s = kgm^2/s^2/s = kgm^2/s^3 = Watt (W)$
 $[U] = [P]/[I] = kgm^2/s^3/A = kgm^2s^{-3}A^{-1} = Volt (V)$
 $[R] = [U]/[I] = V/A = kgm^2/(s^3A^2) = Ohm (\Omega)$
 $[G] = [I]/[U] = A/V = A^2s^3/(kgm^2) = Siemens (S)$

4 GET-Übungen

4.1 Umgang mit dem Taschenrechner

Dies sind die gebräuchlichen Winkelmaße, die sich auf einem TR einstellen lassen:

DEG	360°	„Altgrad“
RAD	2π	Radian
GRD	400	Gon, Neugrad

Wichtig bei der Verwendung der „Winkelfunktionen“. Die meisten Rechner können auch die verschiedenen Winkelmaße direkt ineinander umrechnen (siehe Anleitung)

Aus den Basiseinheiten können für alle anderen Größen die benötigten Einheiten abgelesen werden. Das funktioniert mit denselben Gleichungen, mit denen die Größen selbst miteinander verbunden sind.

FLO...Fließkomma
FIX...Festkomma

FLO...Floating
SCI...Scientific
ENG...Engineering

4.2 Vorsatzsilben (“Vorsätze”)

vereinfachen den Umgang mit Vielfachen oder Buchteilen von Einheiten. (vergleiche Buch Seite 11)

Wir verwenden hauptsächlich jene Vorsätze, deren Hochzahl der Zehnerpotenz durch 3 teilbar ist.

Achtung: Verwechslungsmöglichkeit
Milli m
Mega M

Kann von mancher (alten) Software nicht unterschieden werden.

Einheit und Vorsatzsilbe werden als Ganzes betrachtet, wenn es um multiplizieren, potenzieren,... geht.

Auch wenn sie nicht in Klammer stehen.
(z.B.: $\text{mm}^2 = (\text{mm})^2$ $(10^{-3}\text{m})^2 = 10^{-6}\text{m}^2$)

~~$1\text{m}(\text{m}^2) = 10^{-3}\text{m}^2$~~
NICHT VERWENDEN!

4.3 Aufbau der Materie

Atommodell von NIELS BOHR (1913)

Atomkern

Protonen (+)
Neutronen (0)

Atomhülle

Elektronen (-)

Normalerweise sind Atome elektrisch neutral, es gibt gleich viele Protonen und Elektronen.

Die Ladung eines Elektrons ist die kleinste beobachtbare Ladungsmenge.

Man nennt sie daher Elementarladung.

„Elementarladung“ $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As}$

Die Elektronen umkreisen den Atomkern auf bestimmten Bahnen („Schalen“). Die Eigenschaften eines Materials werden im wesentlichen von den Elektronen der äußersten Schale bestimmt. (Valenzelektronen)

Bei chemischen Reaktionen werden Valenzelektronen zwischen den Atomen ausgetauscht, es entstehen (manchmal) geladene Atome: „Ionen“.

In einem elektrischen Feld bewegen sich positive Ionen zum Minuspol (KATHODE), sie heißen daher auch KATHIONEN.

Negative Ionen wandern zum Pluspol (ANODE), daher heißen sie ANIONEN.

5 Stromleitungsmechanismen

5.1 Elektrizitätsleitung in Metallen

erfolgt durch bewegliche Elektronen.

Die Metallatome sind in einem regelmäßigen Raster (Kristallgitter) angeordnet.

Dazwischen sind die Elektronen beweglich („ e^- -Gas“).

Durch Zusammenstöße mit den Atomen werden die Elektronen in ihrer Bewegung behindert, daraus folgt elektrischer Widerstand.

Je höher die Temperatur ist, desto heftiger schwingen die Atome um ihre Plätze im Kristallgitter, umso mehr werden die Elektronen in ihrer Bewegung behindert.

Daraus folgt der Widerstand steigt mit der Temperatur

P ositiv
T emperature
C oefficient

Beachte: Elektronen transportieren negative Ladung. → Bewegungsrichtung der Elektronen ist entgegengesetzt zur (technischen) Stromrichtung.

5.2 Elektrizitätsleitung in Flüssigkeiten (Elektrolyte)

Erfolgt durch Ionen.

Durch das Lösungsmittel Wasser werden positive und negative Ionen von einander getrennt.

Dieser Vorgang heißt DISSOZIATION und funktioniert bei höheren Temperaturen besser. →

Die Leistungsfähigkeit von Flüssigkeiten steigt mit der Temperatur (der Widerstand sinkt).

Eine andere Möglichkeit der Dissoziation besteht darin, das Material aufzuschmelzen (z.B.: Aluminiumerzeugung durch Elektrolyse geschmolzener Keramik)

Beachte: Ionen sind im Schnitt 100.000 mal schwerer als Elektronen (bei gleicher Ladung) → beim Stromdurchgang durch Flüssigkeiten werden nennenswerte Massen bewegt. →

Möglichkeiten der Galvanotechnik

5.3 Elektrizitätsleitung in Gasen (Gasentladung)

Erfolgt durch freie Elektronen und Ionen.

Achtung. Eine Gasentladung darf niemals ohne Vorwiderstand an einer Spannungsquelle betrieben werden.

Die in einer Gasentladung zum Stromtransport notwendigen Ladungsträger entstehen durch STOßIONISATION:

Anfangs gibt es in der Entladungsstrecke nur sehr wenige Ionen und freie Elektronen (z.B.: durch Radioaktivität)

Beim anlegen von Spannung werden die Ladungsträger beschleunigt und durch Zusammenstöße mit Gasatomen wieder gebremst.

Bei ausreichend hoher Spannung sind die Zusammenstöße so heftig, dass Elektronen (e^-) herausgeschlagen werden und auch die Art neue Ladungsträger entstehen, die ihrerseits wieder beschleunigt werden, zusammenstoßen, Elektronen herausschlagen,...

→ Es entsteht eine Ladungsträgerlawine, die Gasentladung zündet.

Wegen der vielen Ladungsträger ist dann wesentlich weniger Spannung erforderlich, um den gleichen Strom fließen zu lassen. → Nur der Vorwiderstand verhindert, dass der Strom unerlaubt groß wird.

Elektronen und Ionen vereinigen sich zu neutralen Atomen (REKOMBINATION), dabei wird Energie frei, die Gasentladung leuchtet. Es stellt sich ein Gleichgewicht ein, bei dem pro Sekunde durch Stoßionisation gleich viele Ladungsträger entstehen, wie durch Rekombination verschwinden. Die zur Stoßionisation notwendige Geschwindigkeit der Ladungsträger kann entweder durch hohe Feldstärke (Spannung) erreicht werden, oder durch eine ausreichend große „freie Weglänge“ im Gas. Das wird durch Verringerung des Gasdrucks realisiert.

Andererseits kann durch höheren Gasdruck die Durchschlagfestigkeit verbessert werden.

5.4 Elektrizitätsleitung im Vakuum

Erfolgt durch freie Elektronen, die aus einer geheizten Kathode (-) emittiert werden.

emittieren... aussenden

Nach der Vakumsstrecke werden sie von der kalten Anode (+) absorbiert.

Ein Elektronenfluss ist nur von der Kathode zur Anode möglich, der Stromfluss (technische Stromrichtung) nur von der Anode zur Kathode: „Gleichrichterwirkung“ (Gleichrichterdiode)

Beachte:

Temperatur der Kathode >800°C...Emission

Temperatur der Anode < 400°C...keine Emission

5.5 Elektrizitätsleitung im Halbleiter

Erfolgt durch Elektronen und „Löcher“.

Halbleiter sind:

Silizium Si

Gallium Arsenid GaAs

Germanium Ge

Löcher sind Plätze im Kristall, wo Elektronen sein könnten, die aber im Moment nicht mit Elektronen besetzt sind.

Löcher können durch „Nachrücken“ benachbarter Elektronen im Kristall bewegt werden.
(entgegengesetzt zur tatsächlichen Bewegung der Elektronen)

→ Es ist sinnvoll Löcher als positive Ladungsträger mit etwa gleichen mechanischen Eigenschaften wie die Elektronen zu betrachten.

Beachte:

Die Löcher bewegen sich in Stromrichtung, Elektronen gegen Stromrichtung.

5.5.1 undotierte Halbleiter

Im reinen Halbleiter („undotierter Halbleiter“) gibt es immer gleich viele Elektronen und Löcher, die dadurch entstehen, dass Elektronen ihre Plätze im Kristallgitter verlassen. Mit steigender Temperatur werden mehr Ladungsträger freigesetzt → Leitfähigkeit steigt, Widerstand sinkt (NTC)

N egative

T emperature

C oeffizient

5.5.2 dotierte Halbleiter

Durch gezielte Verunreinigung (Dotierung) des Halbleiters mit Fremdatomen kann ein Material erzeugt werden, dass weitgehend unabhängig von der Temperatur einen Überschuss an Elektronen enthält (n-Halbleiter), oder einen Überschuss an Löchern (= Mangel an Elektronen)(p-Halbleiter).

Aus p- und n-Halbleitern lassen sich sehr komplexe Strukturen aufbauen: Dioden, Transistoren, IC's

I ntegrated

C ircuit

Beachte:

Wenn ein Halbleiterbauelement so heiß wird ($>200^{\circ}\text{C}$), dass wegen der hohen Temperaturen sehr viele Elektronen und Löcher entstehen, dann verschwindet praktisch der Unterschied zwischen p und n, das Bauelement wird funktionslos.

5.6 Elektrizitätsleitung im Isolator

findet nicht statt, weil es keine beweglichen Ladungsträger gibt.

Beachte:

Jeder Isolator wird leitfähig, wenn eine bestimmte (materialabhängige) Temperatur überschritten wird.

6 Der Widerstand R (Resistor, Resistance)

Resistor...Bauelement

Resistance...physikalische Eigenschaft

Mögliche Definitionen:

- Der Widerstand ist der Quotient aus Spannung und Stromstärke.
 $R = U/I$ $U=R \cdot I$
- Der Widerstand ist der Proportionalitätsfaktor zwischen Stromstärke und Spannung.
- Der Widerstand ist die Eigenschaft eines elektrischen Leiters den Stromfluss zu behindern.

Die Erfahrung zeigt, dass R proportional zur Leiterlänge, verkehrt proportional zur Querschnittsfläche und Material abhängig ist:

$$R = \rho * l / A$$

ρ ...spezifischer Widerstand

l ...Länge

A ...Querschnittsfläche

$$[R]=\Omega$$

$$[l]=\text{m}$$

$$[A]=\text{m}^2$$

$$[\rho]=\text{m}^2\Omega/\text{m} = \Omega\text{m}$$

Ωm ist die kohärente Einheit für den spezifischen Widerstand, unhandlich.

besser:

$$[\rho] = \Omega\text{mm}^2/\text{m}$$

$$[l]=\text{m}$$

$$[A]=\text{mm}^2$$

$$[R]=\Omega$$

Dieser Zahlenwert von ρ kann anschaulich interpretiert werden. Der Zahlenwert von ρ ist der Widerstand eines Drahtes mit 1 Meter Länge und 1mm^2 Querschnitt.

Zahlenwerte:

$$\text{Ag: } 1/62 \Omega\text{mm}^2/\text{m} = 0,01613 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$$

$$\text{Cu: } 1/56 \Omega\text{mm}^2/\text{m} = 0,01785 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$$

$$\text{Al: } 1/35 \Omega\text{mm}^2/\text{m} = 0,02857 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$$

Die Darstellung als Kehrwerte erlaubt auch eine anschauliche Interpretation:

Ein Draht mit 1mm^2 Querschnitt und 1 Meter Länge hat $1/x \Omega$.

Ein Draht mit 1mm^2 Querschnitt und x Meter Länge hat 1Ω .

Umrechnung:

$$1 \Omega\text{mm}^2/\text{m} = ? \Omega\text{m} = 1 \Omega * 10^{-6} \text{m}^2/\text{m} = 10^{-6} \Omega\text{m}$$

$$1 \Omega\text{mm}^2/\text{m} = 10^{-6} \Omega\text{m}$$

Eine weitere gebräuchliche Einheit:

$$1 \Omega\text{cm} = ? \Omega\text{m} = 1 \Omega * 10^{-2} \text{m} = 10^{-2} \Omega\text{m}$$

$$1 \Omega\text{cm} = 10^{-2} \Omega\text{m}$$

$$1 \Omega\text{m} = 10^2 \Omega\text{cm}$$

$$1 \Omega\text{cm} = 10^4 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$$

$$1 \Omega\text{mm}^2/\text{m} = 10^{-4} \Omega\text{cm}$$

Beispiel:

Geg.:

Magnetspule N = 420 Wdg

Drahtdurchmesser d = 1,4mm, Cu

mittlerer Windungsdurchmesser $D_m = 100\text{mm}$

$$R = \rho * l / A$$

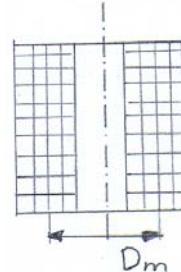
$$\rho = 1/56 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$$

$$l = N * l_m = N * \pi * D_m = 420 * \pi * 0,1$$

$$l_m = \pi * D_m = 131,9\text{mm}$$

$$A = d^2 \pi / 4 = 1,4^2 * \pi / 4 = 1,539\text{mm}^2$$

$$R = 1/56 * 131,9 / 1,539 = 1,53\Omega$$



6.1 Leitwert G

Der elektrische Leitwert G ist der Kehrwert des Widerstandes R.

$$\text{Leitwert } G = 1/R, [G] = 1/[R] = 1/\Omega = S \text{ (Siemens)}$$

Der spezifische Leitwert γ (Gamma) ist der Kehrwert des spezifischen Widerstandes.

$$\text{spezifischer Leitwert } \gamma = 1/\rho, [\gamma] = 1/[\rho] = 1/(\Omega\text{m}) = S/\text{m} = \text{sm}^{-1}$$

6.2 Schaltsymbole für Widerstände

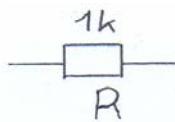
$$3k3 = 3300\Omega$$

$$4M7 = 4\ 700\ 000\Omega$$

$$680R = 680\Omega$$

$$1R5 = 1,5\Omega$$

$$0R22 = 0,22\Omega$$

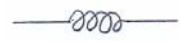


R

...amerikanischer Widerstand



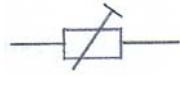
europäische Spulen



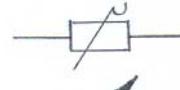
amerikanische Spulen



einstellbarer Widerstand (Trimmpotentiometer)



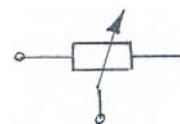
einstellbarer Widerstand (Trimmpotentiometer), selten betätigt



in Stufen einstellbar

Ein Widerstand mit verstellbarem Abgriff heißt „Potentiometer“.

Potentiometer...drei Anschlüsse

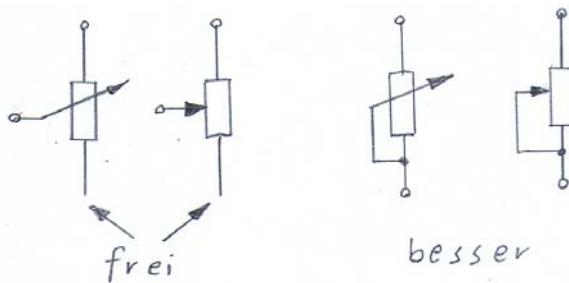


EU Potentiometer



amerikanisch (wenn CW diese Richtung)

CW...Clockwise (Uhrzeigersinn)



Bei Verwendung eines Potentiometers als einstellbaren Widerstand ist es besser den Schleifer mit dem 2. Ende des Widerstandes zu verbinden, weil eine eventuelle Unterbrechung des Schleifers dann nur den Maximalwert des Einstellbaren Widerstandes und nicht eine Gesamtunterbrechung bewirkt.

6.3 Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes

Exakte Messungen und theoretische Überlegungen ergeben einen Zusammenhang zwischen Temperatur und Widerstandswert in Form der „Exponentialfunktion“.

Mathematik: e^x

Technisch: $\exp(\dots)$

Sie ist die Umkehrfunktion des natürlichen Logarithmus (im Taschenrechner $\ln(\dots)$).

Für technische Zwecke ist in den meisten Fällen eine Näherung der Exponentialfunktion ausreichend genau.

Je nach Genauigkeitsanforderung verwendet man „lineare Näherung“ (1. Ordnung)

quadratische Näherung (2. Ordnung)

kubische Näherung (3. Ordnung)

...

Für einen Widerstand gilt:

$\theta \dots \text{Theta}$ $\Theta \dots \text{Theta (Großbuchstabe)}$

$$R_\theta = R_{20} [1 + \alpha(\theta - 20^\circ\text{C}) + \beta(\theta - 20^\circ\text{C})^2]$$

$R_\theta \dots$ Widerstand bei Temperatur θ

$R_{20} \dots$ Widerstand bei 20°C

$20^\circ\text{C} \dots$ Bezugstemperatur (wurde willkürlich festgelegt)

$\alpha \dots$ linearer Temperaturkoeffizient

$\beta \dots$ quadratischer Temperaturkoeffizient

$[\alpha] = 1/\text{C}$ oder $1/\text{K} = \text{K}^{-1}$

$[\beta] = 1/\text{C}^2$ oder $1/\text{K}^2 = \text{K}^{-2}$

$\theta \dots$ aktuelle Temperatur

Zahlenwerte: (Vergleiche Buch Seite 52)

Für reine Metalle (nicht legiert) gilt etwa:

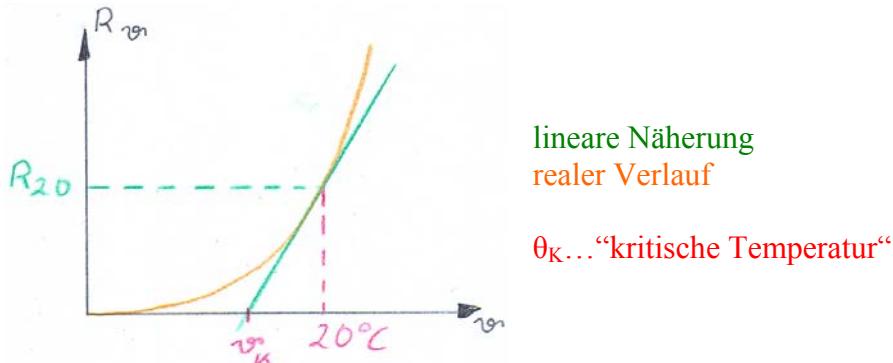
$$\alpha = 4 * 10^{-3} \text{ K}^{-1} = 0,4\% \text{ K}^{-1}$$

$$\beta = 1 * 10^{-6} \text{ K}^{-2} = 1 \text{ ppm K}^{-2}$$

ppm...part per million

Bei kleinen Temperaturdifferenzen $\Delta\theta = \theta - 20^\circ\text{C}$ ist der Betrag des quadratischen Terms oft vernachlässigbar klein. → Zur Vereinfachung kann mit der linearen Näherung gearbeitet werden.

$$R_\theta = R_{20} (1 + \alpha * \Delta\theta) = R_{20} * (1 + \alpha(\theta - 20^\circ\text{C}))$$



Die lineare Näherung wird im Bild R_θ über θ als Gerade dargestellt, die im Allgemeinen einen Schnittpunkt mit der θ Achse hat.

Definition:

Die kritische Temperatur θ_K ist jener Wert von θ , bei dem die lineare Näherung (falscher Weise) den Wert 0Ω liefert.

θ_K ist eine reine Rechengröße ohne jede physikalische Bedeutung.

$$\begin{aligned} R_{\theta_K} &= R_{20} (1 + \alpha(\theta_K - 20^\circ\text{C})) = 0 \\ R_{20}(1 + \alpha(\theta_K - 20^\circ\text{C})) &= 0 && / : R_{20} (\text{vernachlässigen}) \\ 1 + \alpha(\theta_K - 20^\circ\text{C}) &= 0 && / -1 \\ \alpha(\theta_K - 20^\circ\text{C}) &= -1 && / : \alpha \\ \theta_K - 20^\circ\text{C} &= -1/\alpha && / +20^\circ\text{C} \\ \theta_K &= 20^\circ\text{C} - 1/\alpha \end{aligned}$$

Bsp.:

$$\begin{aligned} \text{Cu: } \alpha &= 3,93 * 10^{-3} \text{ K}^{-1} \\ \theta_K &= 20^\circ\text{C} - 1/(3,93 * 10^{-3}) = -234,5^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Die Berechnungsformel für R_θ (lineare Näherung) wird bei Verwendung von θ_K anstelle von α übersichtlicher.

$$R_\theta = R_{20} (1 + \alpha(\theta - 20^\circ\text{C}))$$

$$\theta_K = 20^\circ\text{C} - 1/\alpha$$

$$1/\alpha = 20^\circ\text{C} - \theta_K$$

$$\alpha = 1/(20^\circ\text{C} - \theta_K)$$

$$\begin{aligned} R_\theta &= R_{20} (1 + (\theta - 20^\circ\text{C})/(20^\circ\text{C} - \theta_K)) \\ &= R_{20} ((20^\circ\text{C} - \theta_K + \theta - 20^\circ\text{C})/(20^\circ\text{C} - \theta_K)) \\ &= R_{20} * (\theta - \theta_K)/(20^\circ\text{C} - \theta_K) \end{aligned}$$

$$R_\theta/R_{20} = (\theta - \theta_K)/(20^\circ\text{C} - \theta_K)$$

$$R_{\theta 1} = R_{20} * (\theta_1 - \theta_K) / (20^\circ C - \theta_K)$$

$$R_{\theta 2} = R_{20} * (\theta_2 - \theta_K) / (20^\circ C - \theta_K)$$

$$\rightarrow R_{\theta 1}/R_{\theta 2} = [(\theta_1 - \theta_K) / (20^\circ C - \theta_K)] / [(\theta_2 - \theta_K) / (20^\circ C - \theta_K)]$$

$$R_{\theta 1}/R_{\theta 2} = (\theta_1 - \theta_K) / (\theta_2 - \theta_K)$$

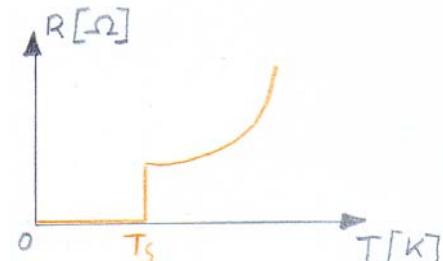
In dieser Formel ist die Bezugstemperatur $20^\circ C$ nicht mehr sichtbar enthalten.
Sie hat aber indirekten Einfluss, weil θ_K aus α berechnet wird und dieses α genau genommen nur für die Bezugstemperatur $20^\circ C$ gilt.

Vergleiche:

Im Buch wird „ α_{20} “ angegeben.

6.4 Supraleiter

Sind Materialien, die unterhalb einer bestimmten Temperatur (Sprungtemperatur T_S) den elektrischen Widerstand vollkommen verlieren.



- Pb... Blei (Plumbum)
- Hg... Quecksilber
- Su... Zinn
- In... Indium

Material	T_S [K]
Pb	7,26
Hg	4,17
Su	3,69
In	3,37

Auf Grund der niedrigen Temperatur ist Kühlung mit flüssigem Helium (Siedpunkt 4,16K) oder flüssigem Stickstoff (Siedepunkt 77,4K) erforderlich.

Diverse exotische Materialien (Keramiksorten) werden bei relativ „hohen“ Temperaturen leitend: Höchstwert derzeit ca. 80K

Beachte: Kupfer, Aluminium, Gold und Silber werden niemals Supraleitend.

7 Die elektrische Stromstärke I

engl.: Current

Die Stromstärke ist die pro Sekunde transportierte Ladungsmenge.

Man kann daher folgende Definition festhalten:

Ein Strom von 1 Ampere fließt, wenn innerhalb von einer Sekunde eine Ladungsmenge von 1 Coulomb durch einen bestimmten Leiterquerschnitt fließt.

$$I = Q/t$$

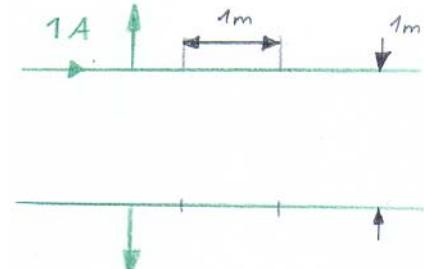
$$Q = I * t$$

$$\text{Ladungsmenge} = \text{Stromstärke} * \text{Zeit} [\text{As}] = [\text{A}] * [\text{s}]$$

Einheit von Coulomb ist As (Amperesekunden).

Im internationalen Einheitensystem SI wird das Ampere über folgende Definition an die mechanischen Einheiten gekoppelt:

Das Ampere ist die Stärke jenes Stromes, der durch 2 geradlinige, unendlich dünne, unendlich lange Leiter, die in einer Entfernung von 1 Meter parallel zueinander im leeren Raum angeordnet sind, unveränderlich fließend bewirkt, dass diese beiden Leiter aufeinander eine Kraft von $2 \cdot 10^7$ Newton N je Meter Länge ausüben.



Diese Definition beruht auf dem Gesetz von Ampere:

$$F = \mu_0 / 2\pi * I_1 * I_2 * l/a$$

F...Kraft

μ_0 ...Permeabilität des leeren Raumes (magnetische Feldkonstante)

I_1, I_2 ...Ströme

l...Leiterlänge

a...Leiterabstand

Aus dieser Formel und der Amperedefinition kann μ_0 berechnet werden:

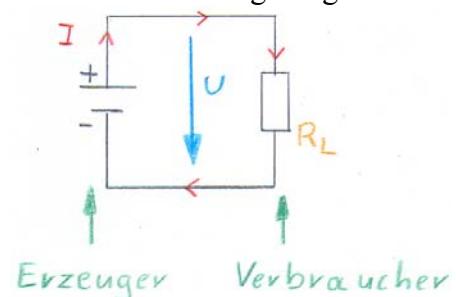
$$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \text{ Vs/Am}$$

8 Die elektrische Spannung U

engl.: Voltage

Die Spannung ist die Ursache für die Bewegung der Ladungsträger (=Stromfluss).
Andere Bezeichnung für die Spannung: „Potentialdifferenz“

Positive Ladungsträger bewegen sich vom „höheren Potential“ zum „niedrigeren Potential“. Elektronen sind negativ geladen → umgekehrte Bewegungsrichtung.

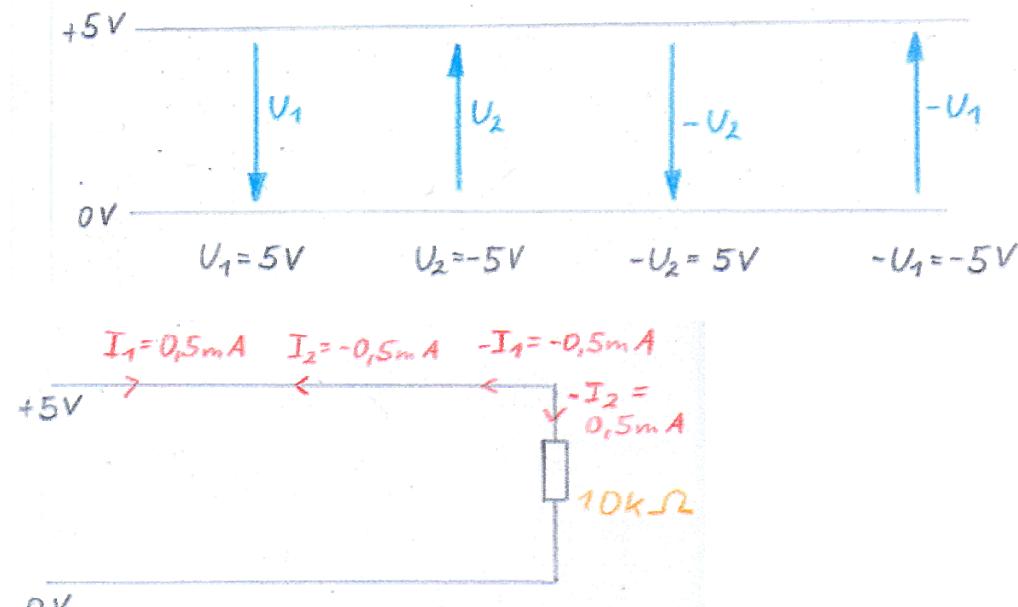


Der Zählpfeil für die Spannung verläuft vom höheren Potential (+) zum niedrigeren Potential (-). Der Zählpfeil für den Strom verläuft in „technischer Stromrichtung“ von + des Erzeugers durch den Verbraucher nach – des Verbrauchers.

Die technische Stromrichtung entspricht der Bewegungsrichtung positiver Ladungsträger.
(Elektronen sind negativ geladen, sie bewegen sich daher gegen die technische Stromrichtung.)

Grundsätzlich gilt:

Wenn durch irgendwelche Umstände die Richtung eines Pfeils genau entgegengesetzt zu obigen Definition festgelegt ist, dann hat die zugehörige Größe (U , I) einen negativen Zahlenwert.



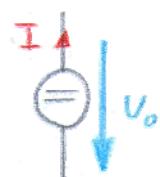
Die Namen der Zählpfeile können, auch ein negatives Vorzeichen erhalten (z.B.: „ $-U_2$ “), es gelten dann die in der Mathematik üblichen Regeln. ($x = 5 \rightarrow -x = -5$)

Wichtig:

eine einmal festgelegte Richtung eines Zählpfeils darf keinesfalls nachträglich verändert werden. (Sonst wird die gesamte bisher durchgeführte Rechnung falsch!)
[Wo liegt, des blickt!]

8.1 Spannungsquellen

8.1.1 ideale Quelle



...Gleichstromquelle

U_0 ...Urspannung

Die Spannung an einer idealen Quelle ist unter allen denkbaren Umständen gleich dem angegebenen Wert U_0 .

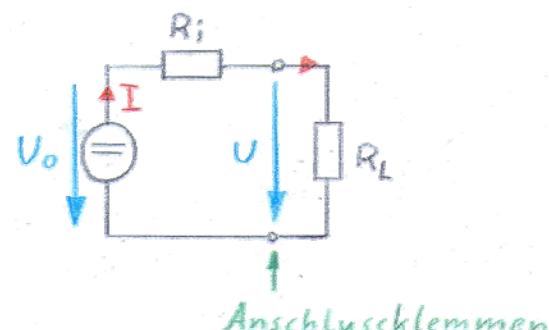
Insbesondere ist sie unabhängig davon, wie viel Strom I in beliebiger Richtung fließt.

$U_0 = \text{konstant}$

für $-\infty < I < +\infty$

Eine solche ideale Quelle ist nicht realisierbar, es gibt nur „Näherungen“ für bestimmte Arbeitsbereiche. (z.B.: Netzgerät $U_0 = 12V$ $I = 0$ bis $3A$)

8.1.2 Quellen mit Innenwiderstand („reale Quellen“)



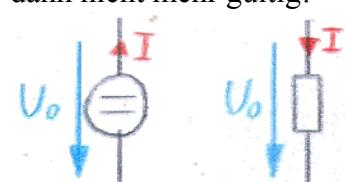
Anschlussklemmen

Die Spannung an den Klemmen einer Quelle mit Innenwiderstand ist vom fließenden Strom I abhängig, weil entsprechend dem ohmschen Gesetz am Innenwiderstand R_i ein Spannungsabfall auftritt.

Beachte:

R_i ergibt sich aus dem Aufbau realer Quellen, er ist unvermeidbar. → Die ideale Quelle, die in der Quelle mit Innenwiderstand eingezeichnet ist, gibt es in Wirklichkeit nicht, auch der Verbindungspunkt von Quelle und R_i ist unzugänglich bzw. überhaupt nicht vorhanden.

Das gezeichnete Symbol ist also nur ein Bild für die Wirklichkeit, dass sich „von den Klemmen aus betrachtet“ in einen weiten Arbeitsbereich so verhält wie die reale Quelle. In extremen Situationen (z.B.: Kurzschluss) kommt es häufig zu Erwärmung, chemischer Veränderung oder Zerstörung der realen Quelle, das Bild der Quelle mit Innenwiderstand ist dann nicht mehr gültig!

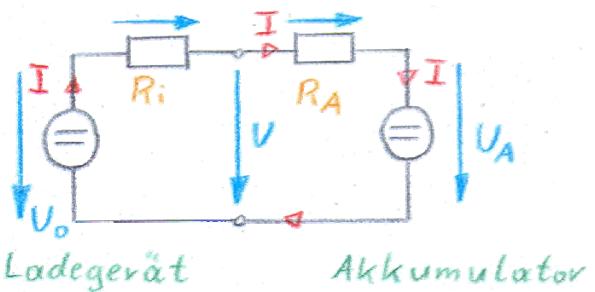


Aus den Richtungen der Zählpfeile für U und I kann man erkennen, ob ein Schaltungsteil Erzeuger oder Verbraucher ist. (Voraussetzung: alle Zahlenwerte positiv)

Beim Verbraucher haben Spannungs- und Strompfeil die selbe Richtung.

Beim Erzeuger haben Spannungs- und Strompfeil entgegengesetzte Richtungen.

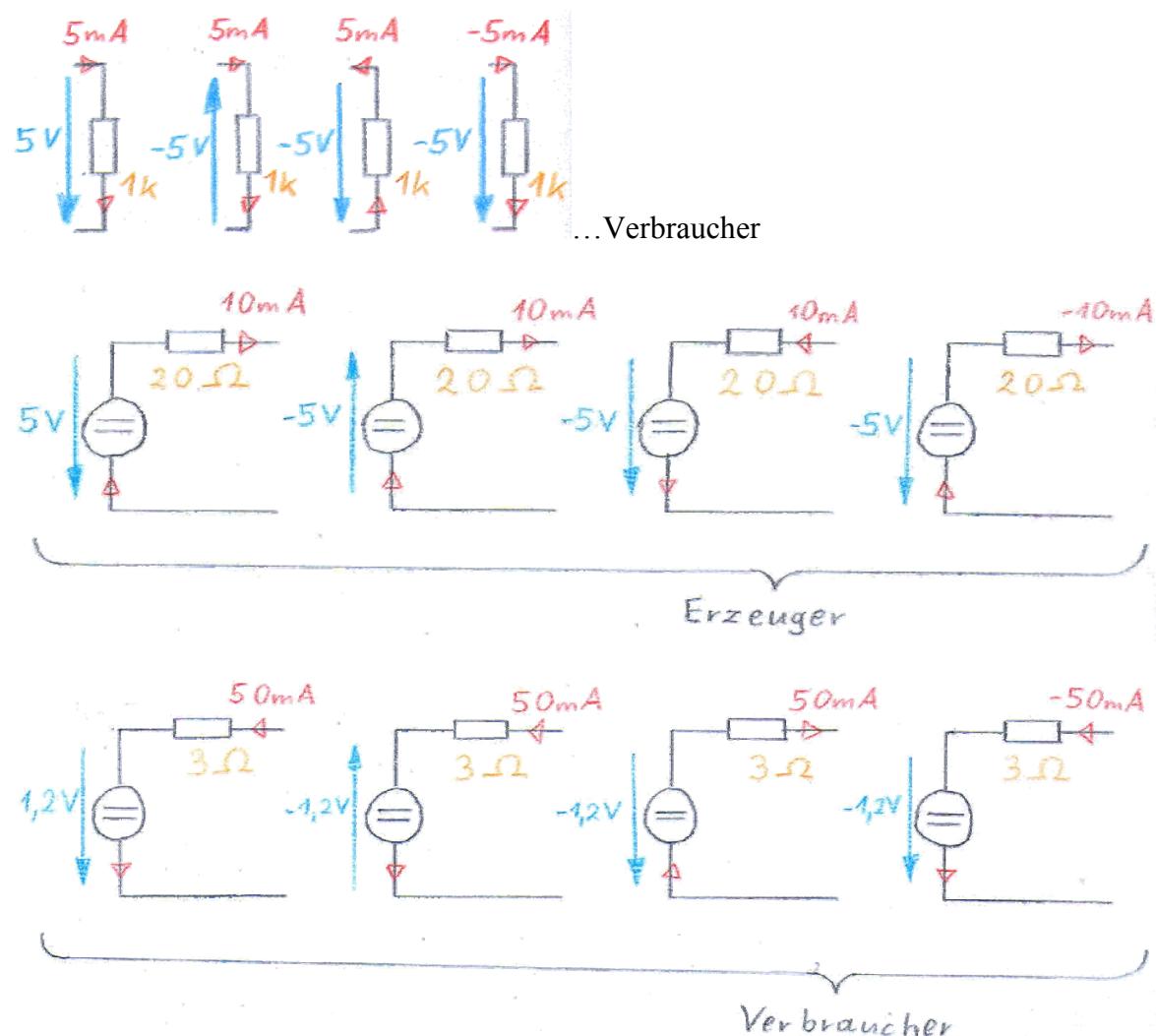
Beachte: Ein Widerstand kann immer nur Verbraucher sein, niemals Erzeuger. Eine Quelle kann, je nach Betriebsfall, Erzeuger oder Verbraucher sein (z.B.: Entladen und Aufladen eines Akkumulators) Kondensatoren und Spulen können ebenfalls je nach Betriebsfall, Erzeuger oder Verbraucher sein.

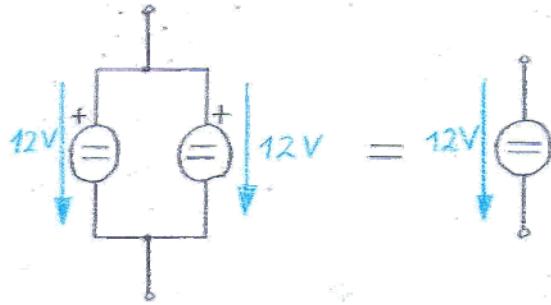


Das Ladegerät muss höhere Spannung als der Akku haben.

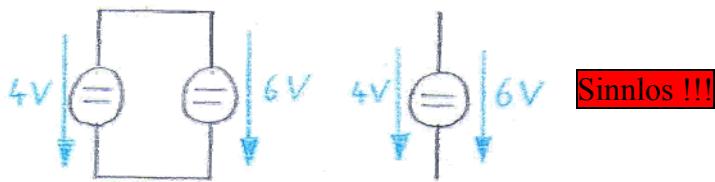
Damit der Akkumulator wirklich geladen wird, muss U_0 des Ladegeräts größer sein als U_A des Akkus.

Beispiele für Zählpfeile, Richtungen und Vorzeichen.



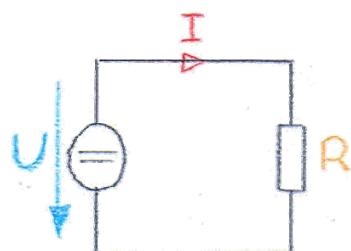


In der Praxis macht es Sinn (Starthilfe beim Auto), theoretisch ist das linke gleich dem rechten.



In den meisten Fällen ist es hilfreich, wenn man bei den Quellen aus Zählpfeil und Vorzeichen des Zahlenwertes die Lage des „Pluspoles“ ermittelt und einzeichnet.

9 Das Ohm'sche Gesetz



$$U = I \cdot R$$

$$R = U / I$$

$$I = U / R$$

Sätze:

Fließt durch einen Widerstand R ein Strom I , dann fällt an diesem Widerstand eine Spannung U ab, die zum Strom und zum Widerstand proportional ist. ($U = I * R$)

In einem Stromkreis ist das Verhältnis von Spannung U und Stromstärke I konstant, solange der Stromkreis derselbe ist. Man nennt dieses Verhältnis Widerstand R . ($R = U / I$)

Schließt man einen Widerstand R an eine Spannungsquelle, dann ist der fließende Strom I proportional zur Spannung U und verkehrt proportional zum Widerstand R . ($I = U / R$)

$$U = R * I$$

$$U = -R * I$$

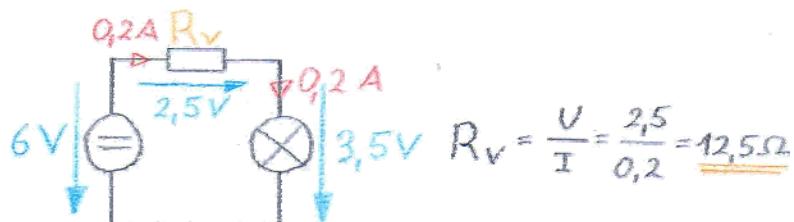
Achtung: Bei gegeneinander weisenden Zählpfeilen enthält das ohm'sche Gesetz ein negatives Vorzeichen.

Bsp.:

Geg.: Spannungsquelle $U_0 = 6V$

Glühlampe $U_{\text{Nenn}} = 3,5V$, $I_{\text{Nenn}} = 0,2A$

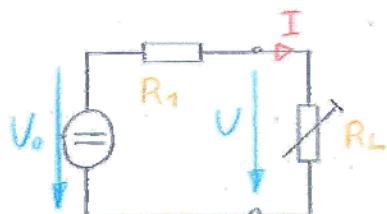
Ges.: Vorwiderstand R_V



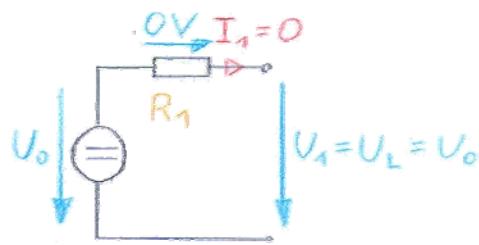
Bsp.:

Bestimmung von U_0 und R_i einer Quelle.

2 unbekannte \rightarrow 2 Gleichungen erforderlich \rightarrow 2 verschiedene Werte von R_L erforderlich



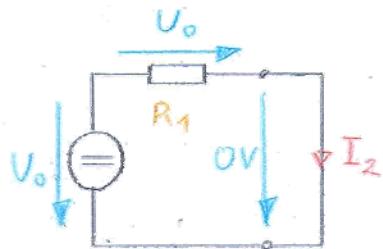
1. Messung: $R_L = \infty$ (Leerlauf): $U_1 = U_0, I_1 = 0$



Die an den Klemmen messbare Spannung heißt **Leerlaufspannung U_L** .

Für die gegebene Quelle gilt: $U_0 = U_L$

2. Messung: $R_L = 0$ (Kurzschluss): $U_2 = 0, I_2 = U_0 / R_i$



Der an den Quellen messbare Strom heißt **Kurzschlussstrom I_K** .

Es gilt also: $R_i = U_0 / I_K$

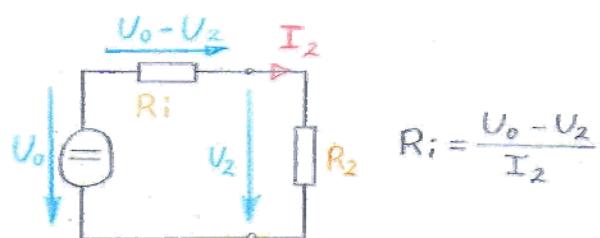
$$R_i = U_L / I_K$$

Innenwiderstand = Leerlaufspannung / Kurzschlussstrom

Bei manchen Quellen ist es unzulässig, den Kurzschlussstrom zu messen (Autobatterie, 230V Netz...)

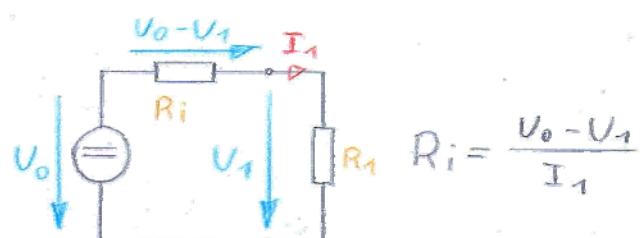
1. Messung: $R_L = \infty$
 $U_1 = U_L = U_0$

2. Messung: $R_L = R_2$
 $\rightarrow U_2, I_2$



Bei manchen Quellen ist es unzulässig, die Leerlaufspannung zu messen (Stromwandler).

1. Messung: $R_L = R_1$
 U_1, I_1



2. Messung: $R_L = 0$
 $I_2 = I_K = U_0 / R_i \rightarrow R_i = U_0 / I_2$

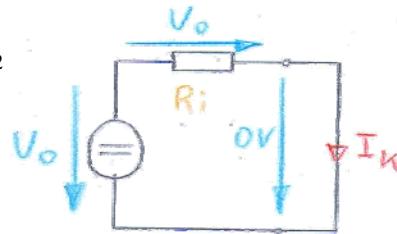
$$\frac{U_o - U_1}{I_1} = \frac{U_o}{I_2}$$

$$(U_o - U_1) \cdot I_2 = U_o \cdot I_1$$

$$I_2 \cdot U_o - I_2 \cdot U_1 = I_1 \cdot U_o$$

$$I_2 \cdot U_o - I_1 \cdot U_o = I_2 \cdot U_1$$

$$U_o \cdot (I_2 - I_1) = I_2 \cdot U_1$$



$$R_i = \frac{U_o}{I_K}$$

Bei manchen Quellen ist es unzulässig, sowohl Leerlaufspannung als auch Kurzschlussstrom zu messen. (allgemeiner Fall)

1. Messung: $R_L = R_1$
 $\rightarrow U_1, I_1$

2. Messung: $R_L = R_2$ $(R_2 \neq R_1)$
 $\rightarrow U_2, I_2$

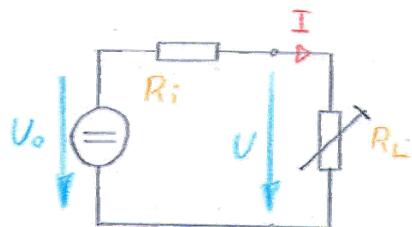
$$U_0 = U_1 + I_1 \cdot R_i$$

$$U_0 = U_2 + I_2 \cdot R_i$$

$$U_1 + I_1 \cdot R_i = U_2 + I_2 \cdot R_i$$

$$I_1 \cdot R_i - I_2 \cdot R_i = U_2 - U_1$$

$$R_i \cdot (I_1 - I_2) = U_2 - U_1$$



$$R_i = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

$$U_0 = U_1 + I_1 \cdot R_i$$

$$R_i = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2}$$

$$U_0 = U_1 + I_2 \cdot \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2} = \frac{U_1/I_1 - U_1 \cdot I_2 + U_2 \cdot I_1 - U_1/I_1}{I_1 - I_2}$$

$$U_0 = \frac{I_1 \cdot U_2 - I_2 \cdot U_1}{I_1 - I_2}$$

Merkregel: R_i ergibt sich mit dem Ohmschen Gesetz aus Spannungsänderung ΔU und zugehöriger Stromänderung ΔI . In der Praxis berechnet man immer zuerst R_i und danach U_0 mit den beiden ursprünglichen Gleichungen.

$$U_0 = U_1 + I_1 * R_i$$

$$U_0 = U_2 + I_2 * R_i$$

Dabei ergibt sich automatisch eine Kontrollmöglichkeit.

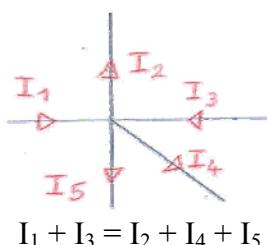
Wenn beide I gleich groß sind, ist der R_i unendlich.

Wenn beide U gleich groß sind, ist der $R_i = 0$.

0 durch 0 ist undefiniert, es kann jeden Wert zwischen 0 und ∞ annehmen.

10 Kirchhoff'sche Gesetze

10.11. Kirchhoff'sches Gesetz: Knotenregel



In jedem Stromverzweigungspunkt (Knoten) ist die algebraische Summe aller Ströme in jedem Augenblick gleich 0. (algebraische Summe = Summe unter Beachtung aller Vorzeichen)

Zum Knoten fließende Ströme zählen positiv, vom Knoten weg fließende Ströme zählen negativ.

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

Anschaulichere Formulierung:

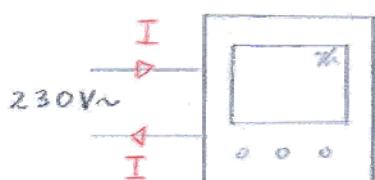
Die Summe aller zufließenden Ströme ist gleich der Summe aller abfließenden Ströme.

$$(I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5)$$

Beachte: Die Knotenregel gilt auch für beliebig komplizierte Schaltungen, die über einige wenige Leitungen mit der Umgebung verbunden sind.

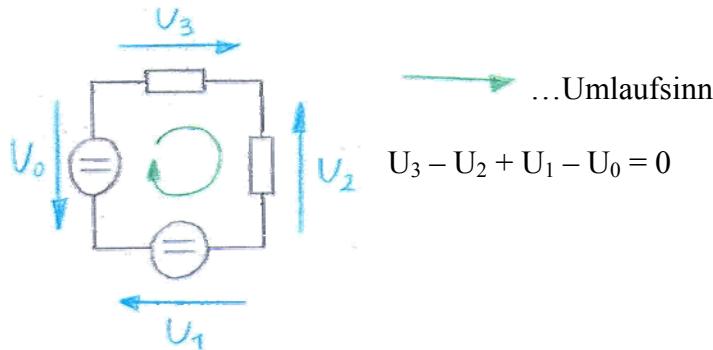
Sie wirken wie ein „großer Knoten“.

z.B.: Elektrogeräte (PC, TV, Videorekorder), die mit dem Stromnetz verbunden sind.



Zufließender Strom = abfließender Strom, bei Abweichung liegt ein Fehler vor, der Fehlerstromschutzschalter (FI) schaltet ab.

10.2.2. Kirchhoff'sches Gesetz: Maschenregel



In einem geschlossenen Stromkreis (Masche) ist die algebraische Summe aller Spannungen in jedem Augenblick gleich 0.

Die Vorzeichen zur Summenbildung erhält man durch (willkürliches) festlegen eines Umlaufsinns: Die Zahlenwerte jener Pfeile, die in Richtung des Umlaufsinns liegen, zählen positiv. Zahlenwerte solcher Pfeile die gegen den Umlaufsinn liegen zählen negativ.

Beachte: Für die Maschenregel gibt es keinen Unterschied zwischen Spannungen an Quellen (Urspannungen, eingeprägte Spannungen) und Spannungsabfällen an Widerständen.
(Unterliegen dem Ohmschen Gesetz)

Beachte: Die Maschenregel gilt auch für „Wege“, über die ein Stromfluss überhaupt nicht möglich ist, wenn diese Wege in sich geschlossen sind:

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$$

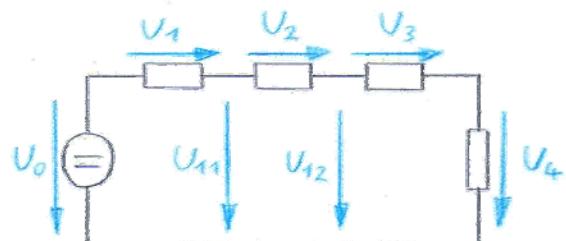
$$U_0 = U_1 + U_{11}$$

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_{12}$$

$$U_{11} - U_{12} - U_2 = 0$$

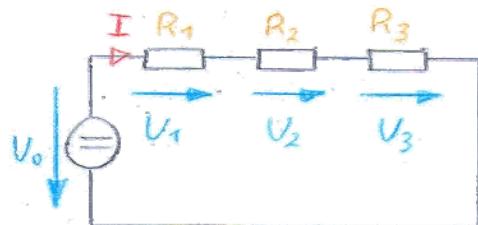
$$U_4 = U_{12} - U_3$$

$$U_4 - U_{12} + U_3 = 0$$



10.3 Anwendungsbeispiele

10.3.1 Serienschaltung von Widerständen



Gleicher Strom durch alle Widerstände.

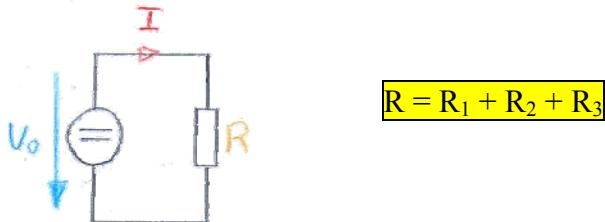
$$U_1 = I * R_1$$

$$U_2 = I * R_2$$

$$U_3 = I * R_3$$

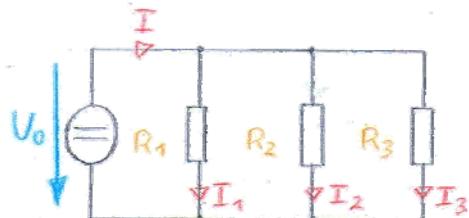
Maschenregel (MR):

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3 = I * R_1 + I * R_2 + I * R_3 = I * (R_1 + R_2 + R_3) = I * R$$



Der Gesamtwiderstand einer Serienschaltung ist die Summe aller Widerstände.
Er ist immer größer als der größte Teilwiderstand.

10.3.2 Parallelschaltung von Widerständen



Gleiche Spannung an allen Widerständen

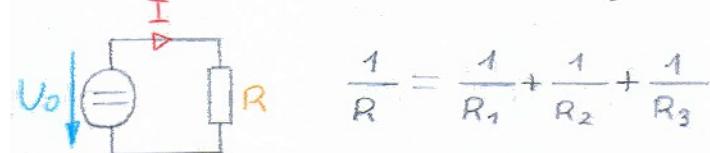
$$I_1 = \frac{U_0}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_0}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{U_0}{R_3}$$

Knotenregel (KR):

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U_0}{R_1} + \frac{U_0}{R_2} + \frac{U_0}{R_3} = U_0 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = U_0 \cdot \frac{1}{R}$$



Der Kehrwert des Gesamtwiderstandes ist die Summe der Kehrwerte aller Widerstände.

Der Gesamtwiderstand ist immer kleiner als der kleinste Teilwiderstand.

„Kehrwert eines Widerstandes“ nennt man auch Leitwert, daher gilt: der Gesamtwiderstand ist die Summe aller Leitwerte.

Praktische Berechnung der Parallelschaltung am Taschenrechner:
Wichtig: Doppelbrüche nicht auflösen!

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots}$$

Die Auswertung dieser Formel am Taschenrechner erfordert nur mehrmaliges verwenden der „x⁻¹“ Taste bzw. „1/x“ Taste.

Jeweils nach Eingabe der einzelnen Widerstandswerte und zuletzt nach dem Ausführen der Addition.

Sie ist daher nicht wesentlich schwieriger als die Auswertung von $R = R_1 + R_2 + R_3 \dots$

Zur Vereinfachung schreiben wir in Formeln meist:

$$R = R_1 // R_2 // R_3 // \dots$$

Wir verwenden daher das Symbol „//“ wie ein Rechenzeichen und vereinbaren außerdem, dass es den Rang einer „Punktrechnung“ hat.

Im Zweifelsfall Klammern setzen.

In vielen Büchern findet man die Formel für die Parallelschaltung von 2 Widerständen:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Man erhält sie durch Auflösen des Doppelbruchs:

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 + R_1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Nachteil: Nicht sinnvoll erweiterbar auf mehr als 2 Widerstände, jeder Widerstandswert muss 2mal eingegeben werden.

Achtung:

In der Elektroinstallationstechnik wird der (irreführende) Begriff „Serienschaltung“ verwendet, wenn 2 Verbraucher wahlweise ein- und ausgeschaltet werden können.

Serienschalter...Schalter mit 2 Wippen

Tatsächlich werden die beiden Verbraucher parallel an die Versorgungsspannung geschalten.

Die Berechnung einer Parallelschaltung kann auch bei umgekehrter Fragestellung wesentlich leichter mit der Leitwertformel erfolgen.

Bsp.: Welcher Widerstand muss zu $1\text{k}\Omega$ parallel geschalten werden, um 800Ω zu erreichen?

Geg.: $R_1 // R_2 = 800\Omega$

$$R_1 = 1\text{k}\Omega$$

Ges.: $R_2 = ?$

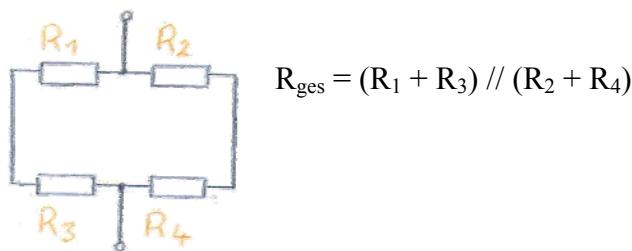
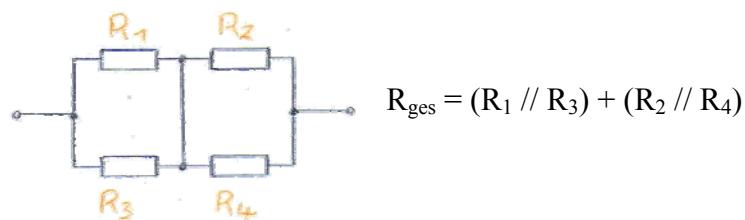
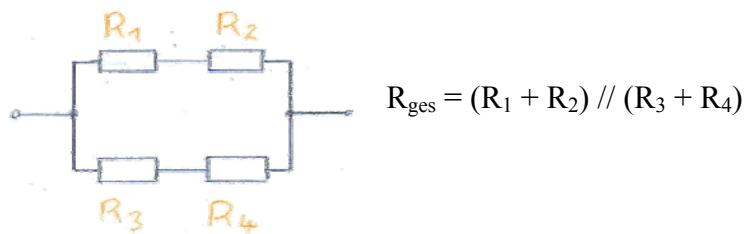
$$\frac{1}{R_1 // R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1 // R_2} - \frac{1}{R_1}$$

$$R_2 = \left(\frac{1}{R_1 // R_2} - \frac{1}{R_1} \right)^{-1}$$

$$R_2 = \left(\frac{1}{800} - \frac{1}{1000} \right)^{-1} = 4\ 000\ \Omega = 4\text{k}\ \Omega$$

10.3.3 Beispiele von Serien und Parallelschaltung

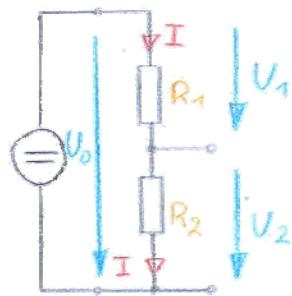


Beachte:

Im allgemeinen Fall ($R_1 \neq R_2 \neq R_3 \neq R_4$) liefern die 3 Schaltungen unterschiedliche Werte des „Gesamtwiderstandes“.

Für 4 gleiche Widerstände ($R_1 = R_2 = R_3 = R_4$) erhält man in allen Varianten einen Widerstand der Größe R , der 4mal so viel Leistung aushält wie ein einzelner Widerstand (Praktikerschmäh).

11 Spannungsteiler



11.1 unbelastet (Leerlauf)

Gleicher Strom durch alle Widerstände → Die Spannungen verhalten sich wie die Widerstände.

$$U_1 = I \cdot R_1$$

$$U_2 = I \cdot R_2$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I \cdot R_1}{I \cdot R_2}$$

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}}$$

$$\frac{U_2}{U_0} = \frac{I \cdot R_2}{I \cdot (R_1 + R_2)}$$

$$\boxed{\frac{U_2}{U_0} = \frac{R_2}{R_2 + R_1}}$$

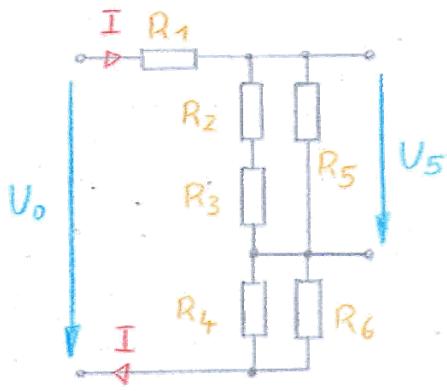
$$\boxed{\frac{U_0}{U_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}}$$

allgemeine Formulierung:

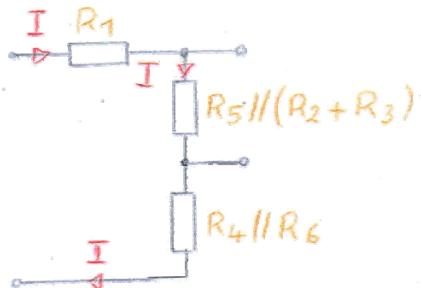
Spannungen verhalten sich so wie die Widerstände, an denen sie abfallen, wenn die Widerstände vom gleichen Strom durchflossen sind.

Beachte:

Im Sinne der Spannungsteilerregel gilt auch die Zusammenfassung von mehreren Widerständen als ein Widerstand.



$$\frac{U_5}{U_0} = \frac{R_5 // (R_2 + R_3)}{R_1 + ((R_2 + R_3) // R_5) + (R_4 // R_6)}$$

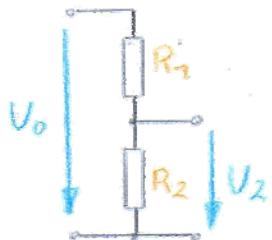


Beachte:

Der Zähler des Bruchs ist immer dann ein Teil des Nenners, wenn im Spannungsverhältnis die Spannung des Zählers ein Teil der Spannung des Nenners ist.

Es ist daher günstig, nach dem Anschreiben des Zählers den selben Ausdruck sofort in den Nenner zu schreiben und die restlichen Widerstände zu addieren.

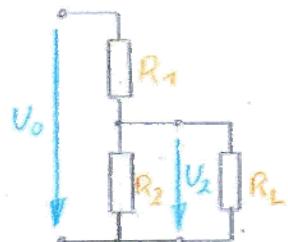
Oft benötigt:



$$\frac{U_2}{U_0} = \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

$$U_2 = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

11.2 belastet mit R_L

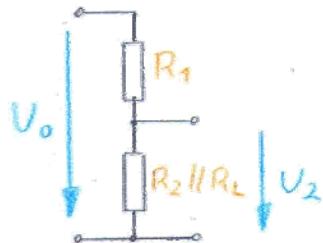


2 Möglichkeiten:

11.2.1 R_2 und R_L zusammenfassen

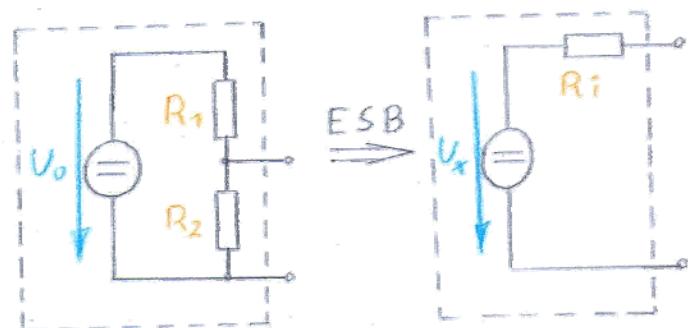
$$U_2 = U_0 \cdot \frac{R_2 // R_L}{R_2 // R_L + R_1}$$

Beachte: Die Ströme durch R_1 und R_2 sowie der Laststrom R_L können einfach mit Hilfe des ohmschen Gesetzes berechnet werden.



11.2.2 Ersatzschaltbild

Wir ermitteln für die Schaltung ohne R_L ein Ersatzschaltbild.



Definition:

Ein Ersatzschaltbild ist eine (im Allgemeinen einfachere) Schaltung, die sich von den Klemmen aus betrachtet genauso verhält wie die Originalschaltung.

Von den Klemmen aus betrachtet sind Original und ESB nicht unterscheidbar!

Voraussetzung für die Erstellung eines ESB:

1. Klemmen festlegen
2. Ausschließlich lineare Bauelemente bilden die Originalschaltung

Beachte:

In Bezug auf die innere Verlustleistung sind original und ESB im allgemeinen nicht gleichwertig.

lineare Bauelemente:

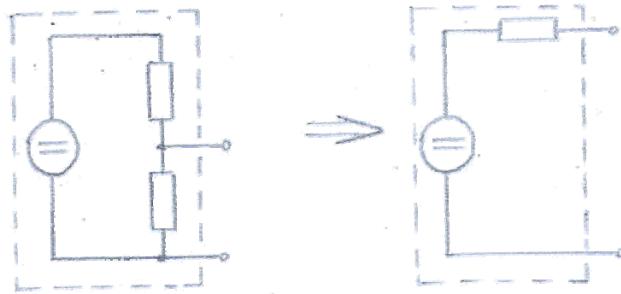
Widerstände, Kondensatoren, Spulen (ohne Eisenkern), Spannungsquellen, Stromquellen

nichtlineare Bauelemente:

alle Halbleiter (Dioden, Transistoren), Elektronenröhren, nTc, pTc, vdr
(Überspannungsableiter), Gasentladungen,...

Original und ESB sind also äquivalente, sie haben identische Stromspannungskennlinien.
Wegen der Linearität genügt die Übereinstimmung der Kennlinien in 2 Punkten für die Äquivalenz.

z.B.: Die Übereinstimmung von Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom.



$$U_L = U_o \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

$$I_K = \frac{U_o}{R_1}$$

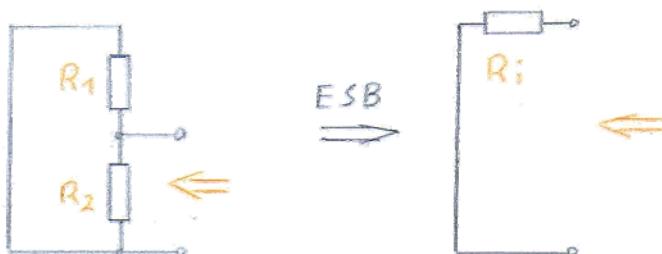
$$U_L = U_X = U_o \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

$$I_K = \frac{U_X}{R_i} \Rightarrow \frac{U_o}{R_1} = \frac{U_X}{R_i} = \frac{U_o \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}}{R_i}$$

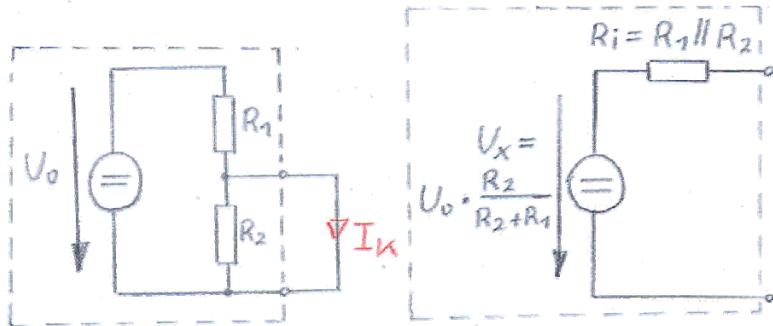
$$\frac{U_o}{R_1} = \frac{U_o \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}}{R_i} \Rightarrow R_i = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad R_i = R_1 // R_2$$

Jeder Spannungsteiler kann durch ein Ersatzschaltbild (ESB) dargestellt werden, dessen Quelle als Urspannung die Leerlaufspannung des Spannungsteilers hat und dessen Innenwiderstand durch die Parallelschaltung der beiden Spannungsteilerwiderstände gebildet wird.

Der Innenwiderstand kann auch direkt von den Klemmen aus gemessen werden, wenn die ideale Spannungsquelle im Inneren vorher abgeschaltet, das heißt auf 0V gesetzt wird: Sie wird zu einem Kurzschluss. (Durchbindung)



Kontrolle, ob I_K von Original und ESB übereinstimmen:

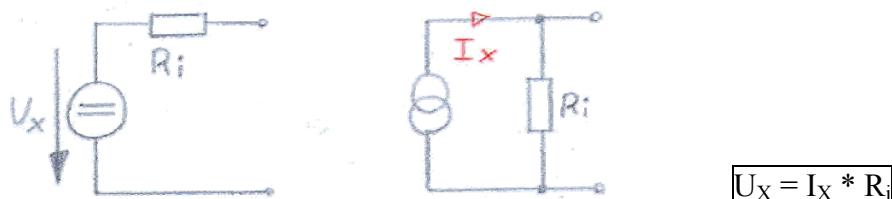


$$I_K = \frac{U_o}{R_i}$$

$$I_K = \frac{U_x}{R_i} = \frac{U_o \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}}{R_1 // R_2} = \frac{U_o \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = \boxed{\frac{U_o}{R_1}}$$

Das Ersatzschaltbild kann nicht nur als Spannungsquelle mit Innenwiderstand sondern auch als Stromquelle mit Innenwiderstand dargestellt werden.

Die beiden Darstellungsarten haben von den Klemmen aus betrachtet vollkommen gleiche Eigenschaften, dass heißt U_L , I_K und R_i stimmen überein.



$$U_L = U_x \quad LL\text{-Spg.} \quad U_L = I_x \cdot R_i$$

$$I_K = \frac{U_x}{R_i} \quad KS\text{-Strom} \quad I_K = I_x$$

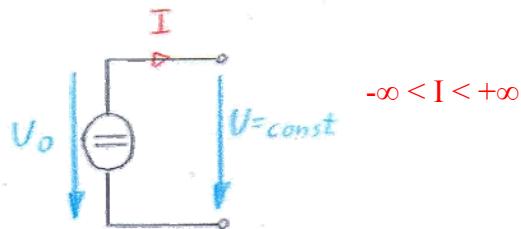
R_i Innenwdst. R_i

Die beiden Quellen haben den gleichen R_i , wegen der Übereinstimmung von U_L und I_K müssen U_x , I_x und R_i , über das Ohm'sche Gesetz verknüpft sein.

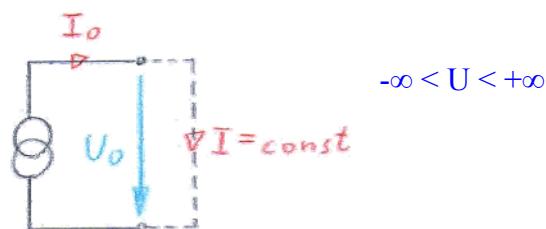
Bei der Spannungsquelle wird R_i in Serie geschaltet, bei der Stromquelle liegt R_i parallel zur idealen Quelle.

12 Vergleich der Eigenschaften von Spannungsquellen und Stromquellen

12.1 ideale Quellen



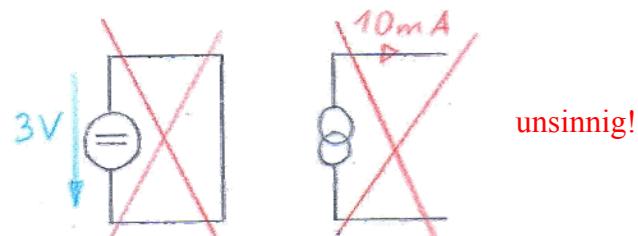
Die Spannung U ist unter allen Umständen gleich der Urspannung U_0 , der Strom I kann dabei beliebige Werte und beliebige Richtung annehmen.



Der Strom I ist unter allen Umständen gleich dem Urstrom I_0 , die Spannung U kann dabei beliebige Werte und beliebige Richtung annehmen.

Beachte:

Eine ideale Spannungsquelle darf nicht kurzgeschlossen werden, eine ideale Stromquelle darf nicht im Leerlauf betrieben werden!



Eine Spannungsquelle, die $U_0 = 0V$ ist eine Durchverbindung (Kurzschluss), eine Stromquelle mit $I_0 = 0mA$ ist eine Unterbrechung (Leerlauf).

Es gilt daher:

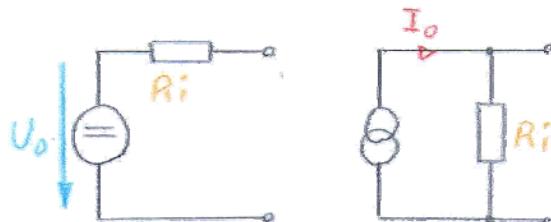
Bei Widerstandsmessung sind alle vorhandenen Quellen auf 0 zu setzen.

Spannungsquellen werden also zu Durchverbindungen, Stromquellen zu Unterbrechungen.

12.2 „reale“ Quellen (Quellen mit R_i)

Wichtig:

Die Bilder von Quellen mit R_i sind häufig nur Näherungen für das tatsächliche Verhalten eines realen aktiven Zweipols.



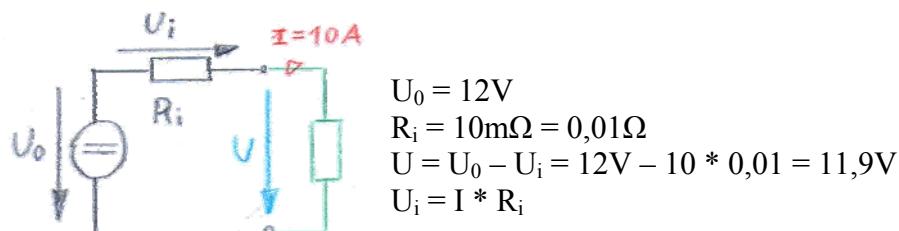
Solche Quellen mit R_i dürfen beliebig belastet werden (theoretisch), ohne dass die Schaltung widersprüchig wird.

In der Praxis kann es sehr wohl Probleme geben, wenn eine Quelle „überlastet“ wird.

Beachte:

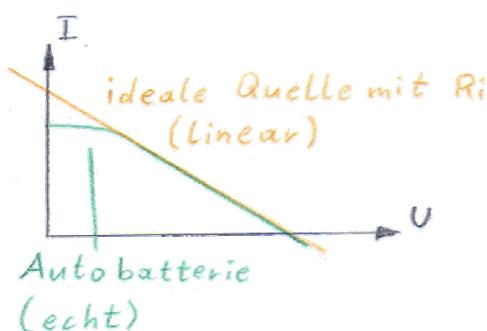
Wir arbeiten immer mit „idealen Quellen mit R_i “, das heißt diese Quellen sind immer fähig so viel zu leisten, wie das Schaltbild aussagt!

Bsp.: Autobatterie



Bei etwas größeren Strömen (20A, 30A) liefert dieses Bild immer noch brauchbare Werte. Bei wesentlich höherer Belastung (100A oder mehr) ergibt sich in der Praxis eine deutlich geringere Klemmspannung als das Bild erwarten lässt: Überlast, das Bild stimmt mit dem Tatsächlichen Verhalten nicht mehr überein.

Daraus folgt, in vielen Fällen gibt die „ideale Quelle mit R_i “ das tatsächliche Verhalten nur in einem bestimmten Arbeitsbereich wieder.



Spannungs- und Stromquellen mit R_i sind von den Klemmen aus betrachtet gleichwertig, wenn $U_0 = I_0 * R_i$ gilt.

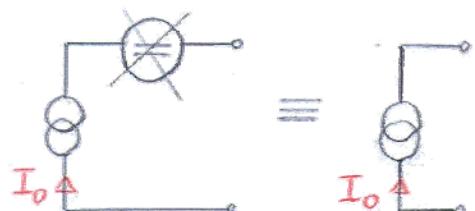
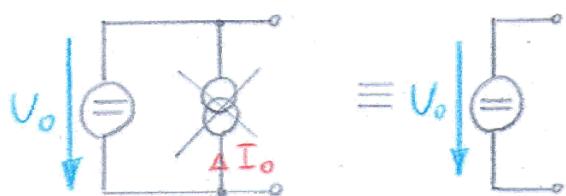
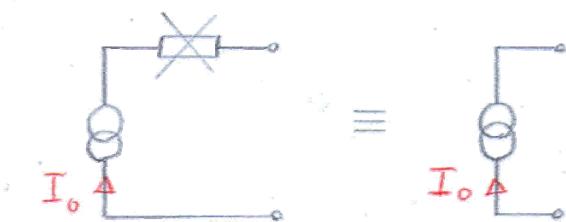
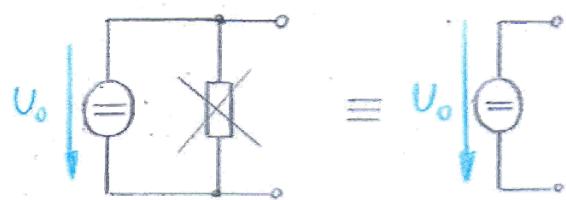
Wenn man jedoch die innere Verlustleistung berücksichtigt, dann verhalten sie sich gegensätzlich.

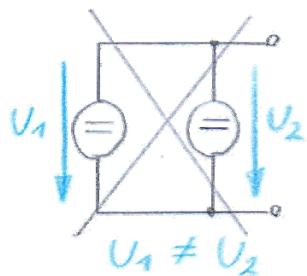
Im Leerlauf: ($R_L = \infty, I = 0$) zeigt die Spannungsquelle keine Verlustleistung, die Stromquelle ein Verlustleistungsmaximum.

Kurzschluss: ($R_L = 0, U = 0$) zeigt die Spannungsquelle maximale Verlustleistung, die Stromquelle keine Verlustleistung.

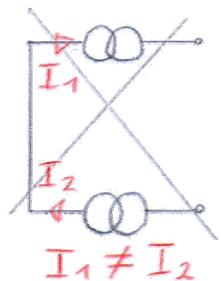
Die meisten praktisch vorkommenden Quellen werden durch das Spannungsquellenschaltbild besser wiedergegeben, das Spannungsquellenbild ist daher wesentlich häufiger.

12.3 Schaltungen mit Spannungs- und Stromquellen

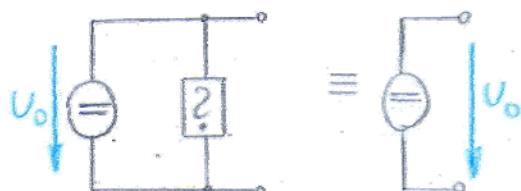
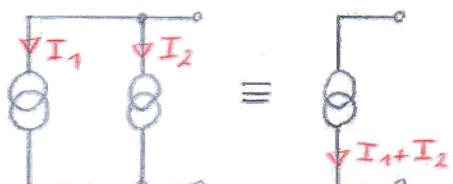
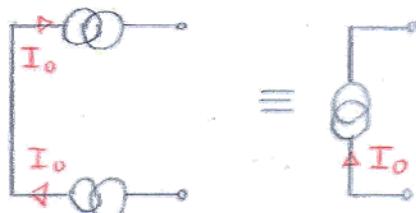
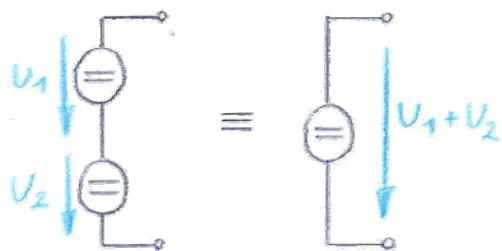
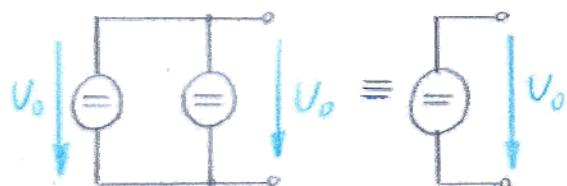




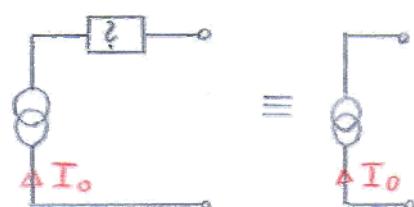
totaler Unsinn!



totaler Schwachsinn!
(möglicher Druckfehler)



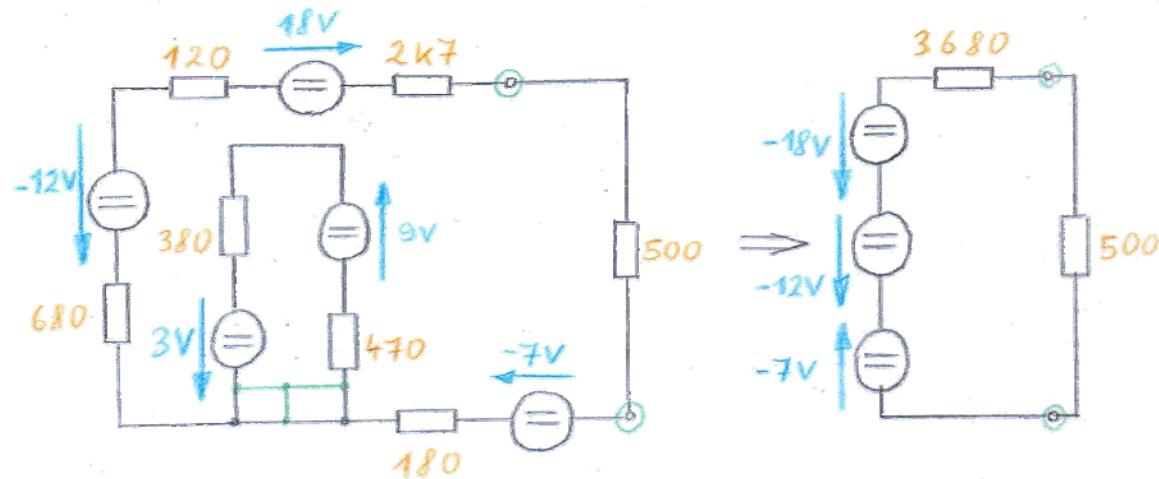
?...beliebige Schaltung außer idealer Spannungsquelle oder Kurzschluss.



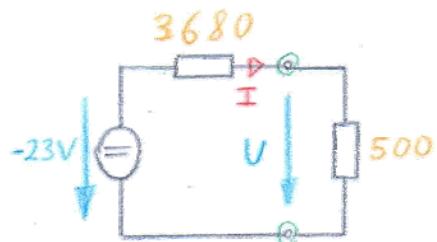
?...beliebige Schaltung außer idealer Stromquelle oder Leerlauf

Bsp.:

Ges.: ESB



Die Bauteile in der Mitte sind für die Funktion der Schaltung von den Klemmen aus einflusslos.

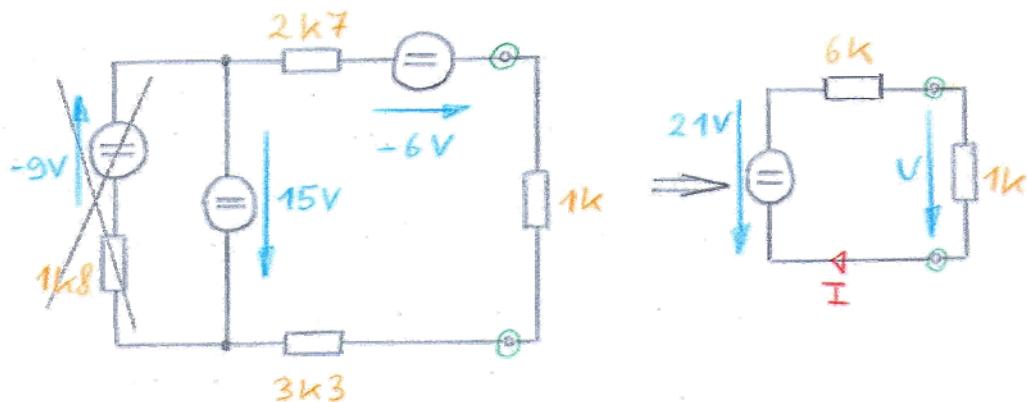


$$U = -23 * 500 / (500 + 3680) = -2,75V$$

$$I = -2,75 / 500 = -0,0055 = -5,5mA$$

$$I = -23 / (3680 + 500) = -0,0055A = -5,5mA$$

Bsp.:

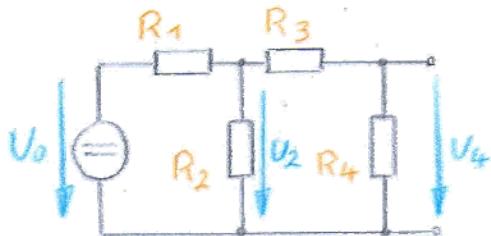


$$U = 21V * 1000 / (1000 + 6000) = 3V$$

$$I = 21 / (6000 + 1000) = 0,003A = 3mA$$

$$I = (21 - 3) / 6000 = 18 / 6000 = 0,003A = 3mA$$

Bsp.: Vermaschter Spannungsteiler



$$\frac{U_4}{U_0} = \frac{U_2}{U_0} \cdot \frac{U_4}{U_2}$$

$$\frac{U_2}{U_0} = \frac{R_2 \parallel (R_3 + R_4)}{R_2 \parallel (R_3 + R_4) + R_1}$$

$$\frac{U_4}{U_2} = \frac{R_4}{R_4 + R_3}$$

$$= \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 \cdot (R_3 + R_4) + R_1 \cdot (R_2 + R_3 + R_4)}$$

$$\frac{U_4}{U_0} = \frac{R_2 \parallel (R_3 + R_4)}{R_2 \parallel (R_3 + R_4) + R_1} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3}$$

$$= \frac{\frac{R_2 \cdot (R_3 + R_4)}{R_2 + (R_3 + R_4)}}{\frac{R_2 \cdot (R_3 + R_4)}{R_2 + (R_3 + R_4)} + R_1} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3}$$

Lösungsidee:

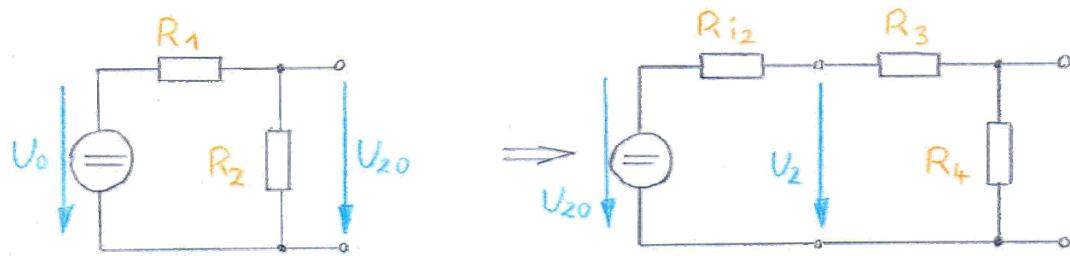
Aufteilen in 2 Schritte:

1. Spannungsteiler (belastet!), der aus U_0 U_2 gewinnt.
2. Spannungsteiler (simpel!), der aus U_2 U_4 gewinnt.

Bei der Multiplikation der beiden Spannungsteilerfaktoren lässt sich immer ein Term kürzen ($R_4 + R_3$).

Andere Lösungsidee:

Schaltung aufteilen, ESB ermitteln, wieder zusammenbauen.



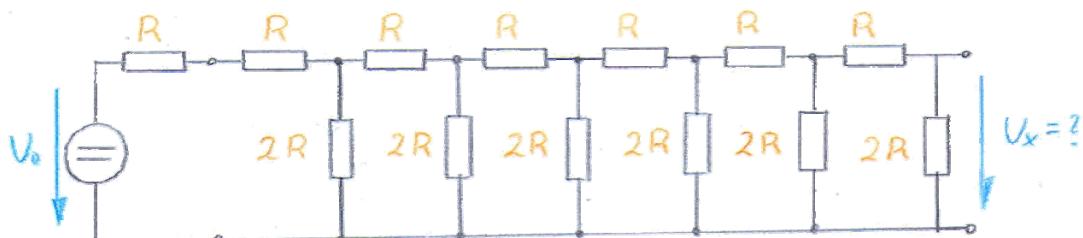
$$U_{20} = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} \quad U_{iR} = R_1 // R_2$$

$$U_4 = U_{20} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3 + R_{i2}} = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{R_4}{R_4 + R_3 + (R_1 // R_2)}$$

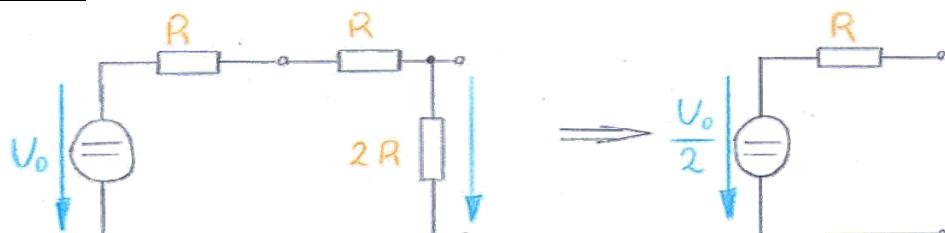
$$= U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_4}{(R_2 + R_1) \cdot \left(R_4 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right)} = U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_4}{(R_2 + R_1)(R_4 + R_3) + R_1 \cdot R_2}$$

$$= U_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_4}{R_1(R_4 + R_3) + R_2(R_4 + R_3) + R_1 \cdot R_2}$$

12.3.1 Kettenleiternetzwerk



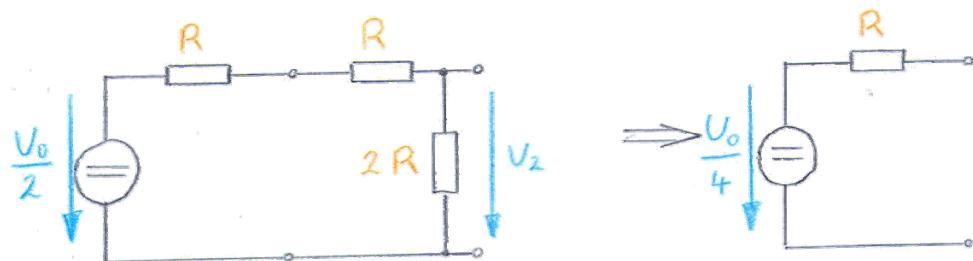
ESB 1:



$$U_1 = U_0 * 2R / (2R + R + R) = U_0 / 2$$

$$R_i = 2R // (R + R) = R$$

ESB 2:



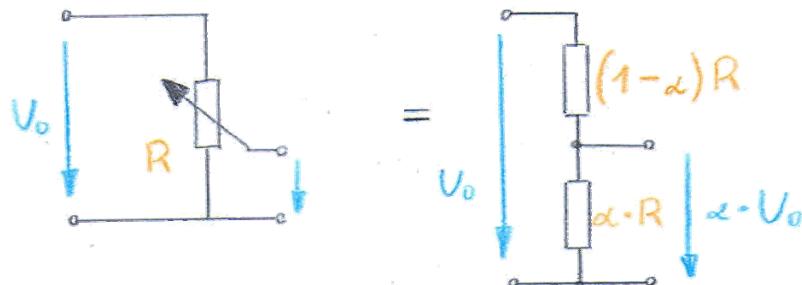
$$U_x = U_0/2^6 = U_0/64$$

Jedes Widerstandspaar 1-6 verwirkt, dass die Urspannung U_0 des ESB halbiert wird, der Innenwiderstand bleibt jeweils gleich (R).

→ Nach N Widerstandspaaren wird die ursprüngliche Eingangsspannung durch 2^N geteilt, Innenwiderstand gleich R .

Ein solches R - $2R$ Netzwerk (Kettenleiternetzwerk) kann in abgewandelter Form als Digitalanalogwandler (D/A – Wandler) benutzt werden. (Wird benutzt in CD-Player, DVD-Player, Soundkarte...)

13 Potentiometer



Ein Potentiometer ist ein einstellbarer Spannungsteiler.

Die Stellung des Abgriffes (Schleifer) wird durch den relativen Drehwinkel α beschrieben:

α ist eine dimensionslose Zahl zwischen 0 und 1

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

Das Potentiometer kann durch 2 Widerstände dargestellt werden, deren Summe immer gleich dem Gesamtwert R ist und die im Abgriff untrennbar miteinander verbunden sind.

$$U_A = U_0 \cdot \frac{\alpha \cdot R}{\alpha \cdot R + (1 - \alpha) \cdot R} = U_0 \cdot \frac{\alpha}{\alpha + (1 - \alpha)} = \alpha \cdot U_0$$

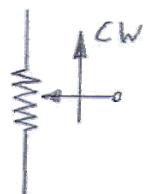
Die Ausgangsspannung ist eine lineare Funktion des Drehwinkels α , ein solches Potentiometer heißt daher lineares Potentiometer.

Andere Möglichkeit:

„logarithmisches Potentiometer“ zur Lautstärkeinstellung bei div. Geräten.

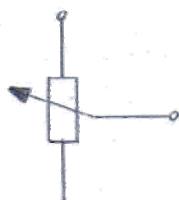
Achtung:

All diese Überlegungen und Abhängigkeiten gelten für das unbelastete Potentiometer (Leerlauf)!!

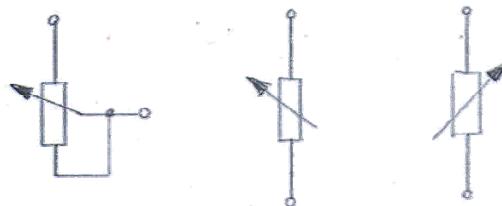


Jedes Potentiometer kann auch als einstellbarer Widerstand benutzt werden.

Einstellbarer Widerstand:

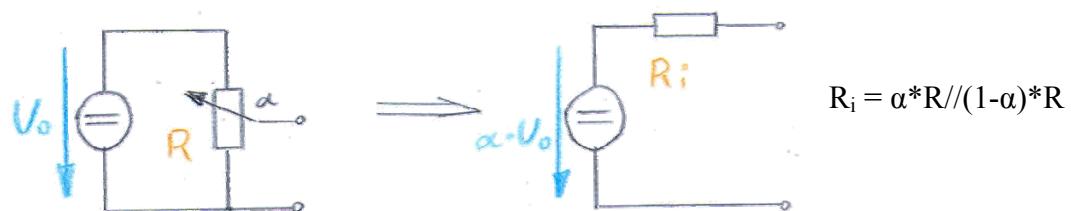


besser:



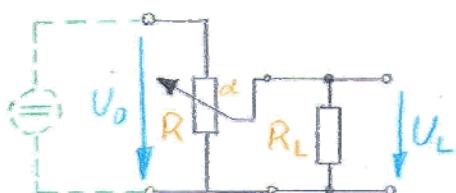
Bei Kontaktproblemen des Schleifers tritt keine Unterbrechung ein, sondern „nur“ der größte Widerstand R .

13.1 Ersatzschaltbild



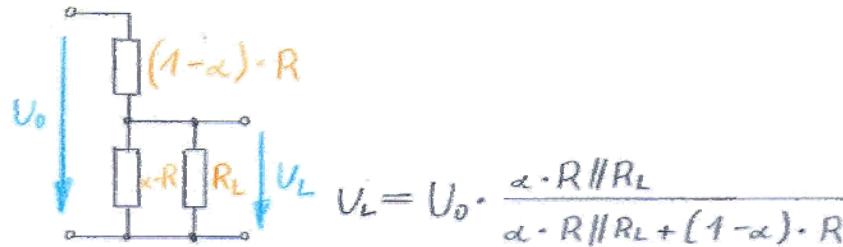
13.2 Belastetes Potentiometer

Bei der Ermittlung des ESB ist es immer günstig die Quelle der Eingangsspannung einzuziehen, damit R_i ohne Fehler erkannt wird.

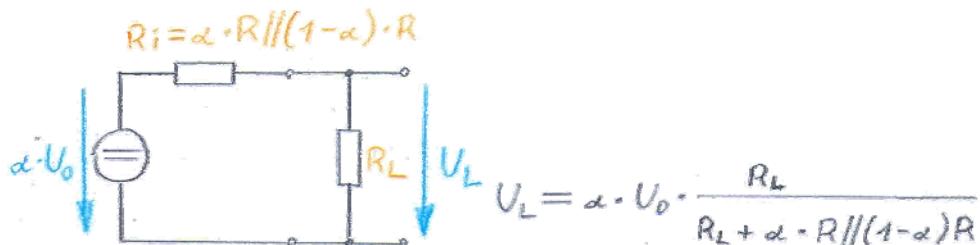


2 Lösungsmöglichkeiten:

1. R_L wird in den Spannungsteiler hinein genommen:



2. Für das leer laufende Potentiometer ESB zeichnen, R_L dazuhängen:



Beweis:

$$U_0 \cdot \frac{\alpha \cdot R // R_L}{\alpha \cdot R // R_L + (1-\alpha) R} = \alpha \cdot U_0 \cdot \frac{R_L}{R_L + \alpha \cdot R // (1-\alpha) R}$$

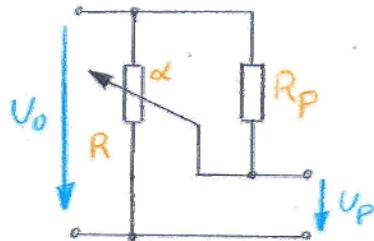
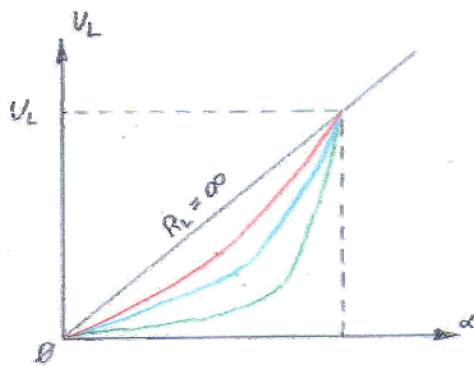
$$\frac{\frac{\alpha \cdot R \cdot R_L}{\alpha \cdot R + R_L}}{\frac{\alpha \cdot R \cdot R_L}{\alpha \cdot R + R_L} + R - \alpha \cdot R} = \frac{\alpha \cdot R_L}{R_L + \frac{\alpha \cdot R \cdot (1-\alpha) R}{\alpha \cdot R + (1-\alpha) R}}$$

$$\frac{\alpha \cdot R \cdot R_L}{\alpha \cdot R \cdot R_L + (R - \alpha \cdot R)(\alpha \cdot R + R_L)} = \frac{\alpha \cdot R_L}{R_L + \frac{\alpha \cdot R \cdot R - \alpha \cdot \alpha \cdot R \cdot R}{\alpha \cdot R + R - \alpha \cdot R}}$$

$$\frac{\alpha \cdot R_L}{\alpha \cdot R_L + \alpha R + R_L - \alpha^2 R - \alpha R_L} = \frac{\alpha \cdot R_L \cdot R}{R \cdot R_L + \alpha R^2 - \alpha^2 R^2}$$

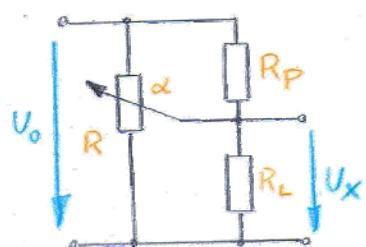
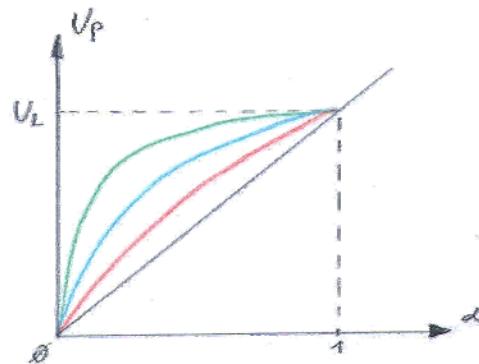
$$R_L + \alpha R - \alpha^2 R = R_L + \alpha R - \alpha^2 R$$

$$1 = 1$$



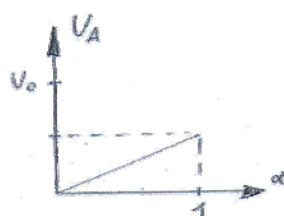
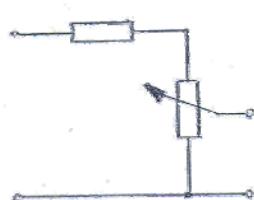
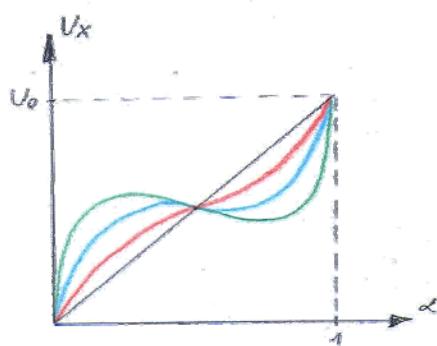
$$U_p = U_0 \frac{\alpha \cdot R}{\alpha \cdot R + R_P // (1-\alpha) \cdot R}$$

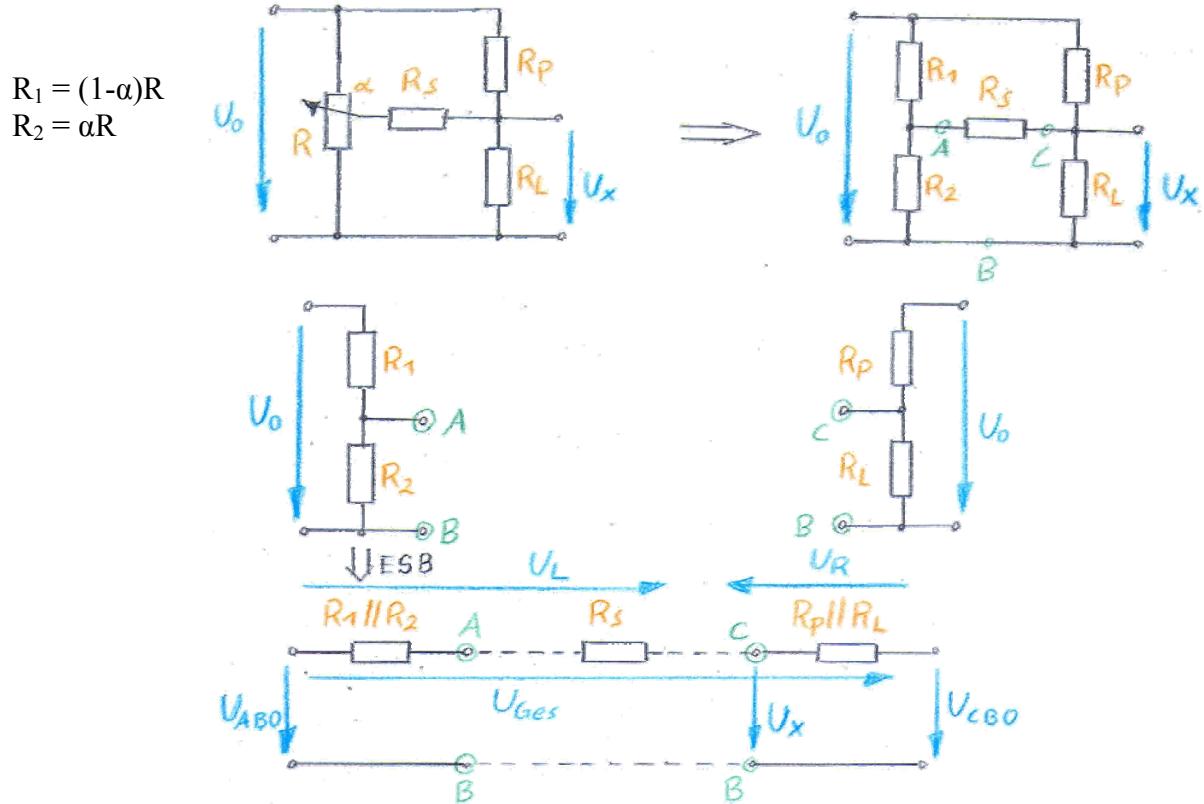
$$U_p = U_0 \frac{\alpha \cdot R \cdot (R_P + (1-\alpha)R)}{\alpha \cdot R + R_P \cdot (1-\alpha)R}$$



$$R_P = R_L$$

$$U_x = U_0 \frac{\alpha R // R_L}{\alpha R // R_L + (1-\alpha)R // R_P}$$





$$U_{AB0} = U_o \frac{R_2}{R_2 + R_1} = U_o \frac{\alpha R}{\alpha R + (1-\alpha)R} = U_o \cdot \alpha$$

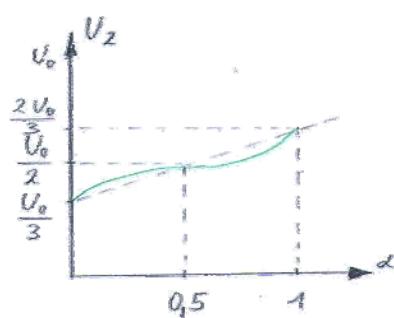
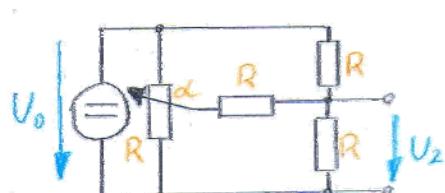
$$U_{CBO} = U_o \frac{R_L}{R_L + R_p}$$

$$U_{Ges} = U_{AB0} - U_{CBO}$$

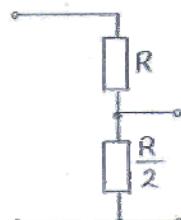
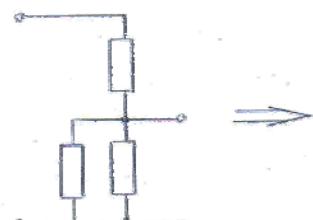
$$U_L = U_{Ges} \frac{R_1 || R_2 + R_s}{R_1 || R_2 + R_s + R_p || R_L}$$

$$U_x = U_{AB0} - U_L$$

Bsp.:

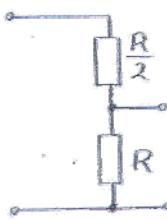
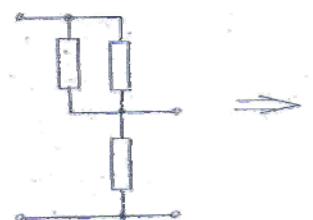


- $\alpha = 0$



$$U_2 = U_0 \frac{\frac{R}{2}}{\frac{R}{2} + R} = \frac{U_0}{3}$$

- $\alpha = 1$



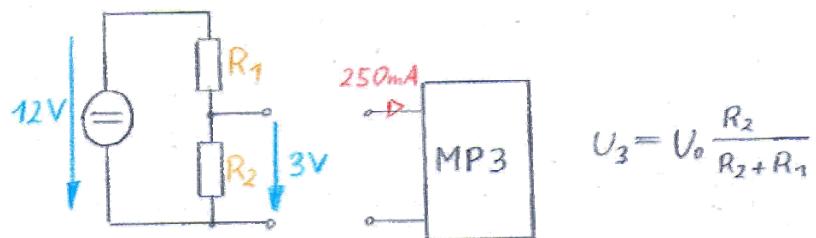
$$U_2 = U_0 \frac{R}{R + \frac{R}{2}} = \frac{2 U_0}{3}$$

14 Dimensionierung eines Spannungsteilers

Geg.: MP3 Player 3V/250mA

Betrieb an Autobatterie $U_0 = 12V$

Ges.: Spannungsteiler



$$U_3 = U_0 \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

$$\frac{U_3}{U_0} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} = \frac{1}{4}$$

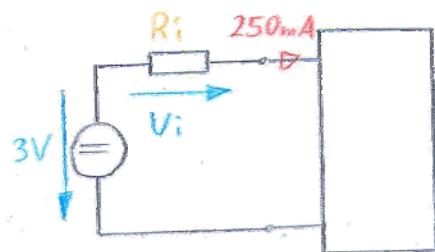
$$4R_2 = R_2 + R_1$$

$$R_1 = 3R_2$$

1. Versuch:

$$R_2 = 1k\Omega$$

$$R_1 = 3R_2 = 3k\Omega$$



$$R_i = R_1 // R_2 = 3 // 1 = 0,75k\Omega$$

$$U_i = I_3 * R_i = 250 * 0,75 = 187,5V$$

Are you mad?

Der Spannungsteiler ist viel zu hochohmig, an den Klemmen tritt ein Kurzschlussstrom von nur 4mA auf. (3V/0,75kΩ)

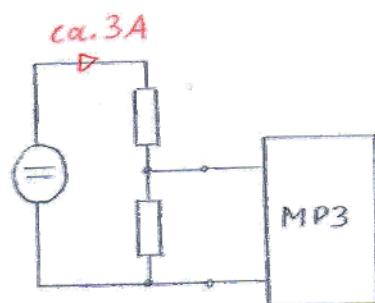
2. Versuch:

$$R_2 = 1\Omega$$

$$R_1 = 3\Omega$$

$$\rightarrow R_i = 0,75\Omega$$

$$U_i = I_3 \cdot R_i = 0,25 \cdot 0,75 = 0,1875V = 0,2V$$



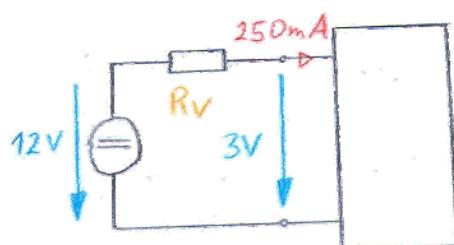
Mit der Belastung von 150mA bleibt die Spannung auf 3 – 0,2 = 2,8V, das muss vom Gerät akzeptiert werden.

Problem: In dem Spannungsteiler wird dauernd eine Verlustleistung von ca. 36W in Wärme umgesetzt. → praktisch unbrauchbar (Autobatterie hält so nur 15h)

3. Versuch:

Anstelle des Spannungsteilers verwenden wir einen Vorwiderstand.

Dadurch wird zwar keine unnötige Verlustleistung verbraucht, die Ausgangsspannung ist aber sehr stark vom Laststrom I_3 abhängig.



$$R_V = \frac{12 - 3}{250} = \frac{9}{250} = 0,036k\Omega = 36\Omega$$

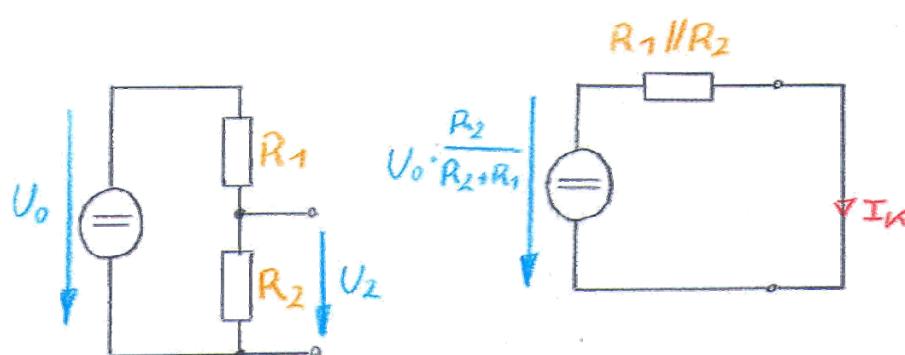
Keine der bisher gezeichneten Methoden ist eine wirklich gute Lösung für den Betrieb eines 3V-Verbrauchers an einer 12V Quelle.

Praktisch brauchbare Lösungen sind elektrische Stabilisierungsschaltungen, oder besser DC-Wandler.

AC ~ ... Wechselstrom

DC = ... Gleichstrom

14.1 Spannungsteiler mit bestimmtem Kurzschlussstrom



$$I_K = \frac{U_0 * \frac{R_2}{R_2 + R_1}}{R1 // R2}$$

$$U_2 = U_0 * \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

Bei gegebener Eingangsspannung U_0 , Ausgangsspannung U_2 und Kurzschlussstrom I_K erhält man für R_1 und R_2 2 Gleichungen. → Durch lösen des Gleichungssystems sind R_1 und R_2 eindeutig berechenbar:

$$I_K = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} = \frac{U_0}{R_1}$$

Einfache Lösung:

I_K aus dem Originalschaltbild ablesen, daraus R_1 sofort berechnen.
 R_2 wird dann aus dem Spannungsteiler ermittelt.

z.B.:

$$U_0 = 24V$$

$$U_2 = 8V$$

$$I_K = 120mA$$

Ges.: R_1, R_2

$$I_K = \frac{U_0}{R_1} \rightarrow R_1 = \frac{U_0}{I_K}$$

$$R_1 = \frac{24}{120} = 0,2 k\Omega = 200 \Omega$$

$$U_2 = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} \rightarrow \frac{U_2}{U_0} = \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

$$\frac{U_0}{U_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_2} = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

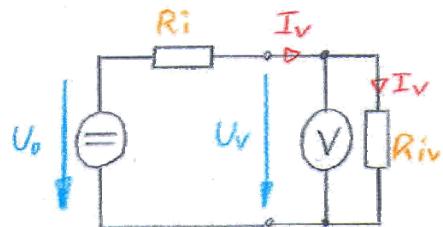
$$\frac{U_0}{U_2} - 1 = \frac{R_1}{R_2}$$

$$R_2 = \frac{R_1}{\frac{U_0}{U_2} - 1} = \frac{200 \Omega}{3-1} = \frac{200}{2}$$

$$R_2 = 100 \Omega$$

14.2 Zur Bezeichnung Potentiometer

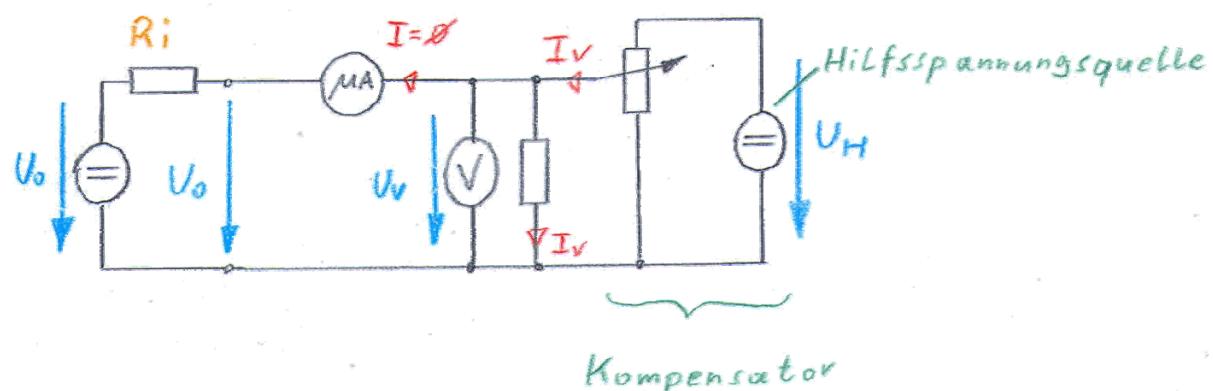
wörtliche Übersetzung: „Potentialmessgerät“



Bei der Messung der Leerlaufspannung einer Quelle mit R_i verursacht die Stromaufnahme des Voltmeters einen Fehler, der bei Geräten alter Bauart (Zeigermessgerät mit hoher Stromaufnahme) sehr störend sein kann.

Abhilfe:

Die Idee dahinter lautet: das Voltmeter wird aus einer anderen einstellbaren Quelle versorgt, ein weiteres Messgerät dient dazu, die Gleichheit der beiden Spannungen zu erkennen.



Messvorgang:

Das Potentiometer wird solange verstellt, bis das Mikroamper-Meter („Nullinstrument“) keinen Strom anzeigt.

Dann sind U_v und U_K gleich U_0 identisch, U_v kann am Voltmeter abgelesen werden.

In der klassischen Messtechnik enthält die Schaltung kein Voltmeter (hat es damals einfach nicht gegeben), sondern das Potentiometer besitzt eine kalibrierte Skala, an der die Spannung abgelesen wird.

Achtung:

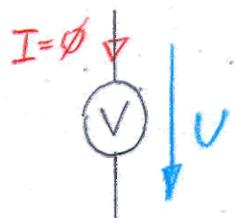
Die Kalibrierung dieser Skala ist von U_H abhängig!

Die Kompensationsmessung ist auch heute noch aktuell, wenn U_0 einer Quelle mit sehr hohem R_i zu bestimmen ist.

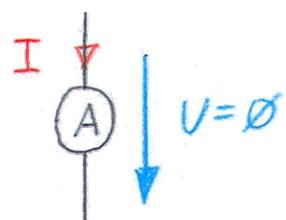
15 Spannungs- und Strommessgeräte

15.1 Ideale Messgeräte

Ein ideales Voltmeter misst die Spannung, ohne dass Strom fließt.

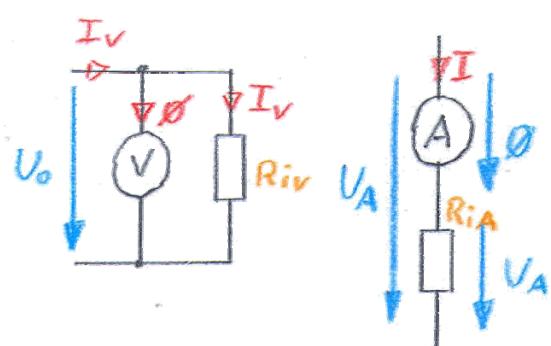


Ein ideales Amperemeter misst den Strom, ohne dass Spannung abfällt.



15.2 Reale Messgeräte

In Wirklichkeit fließt Strom (Voltmeter) und fällt Spannung ab (Amperemeter), das wird durch Innenwiderstände dargestellt.



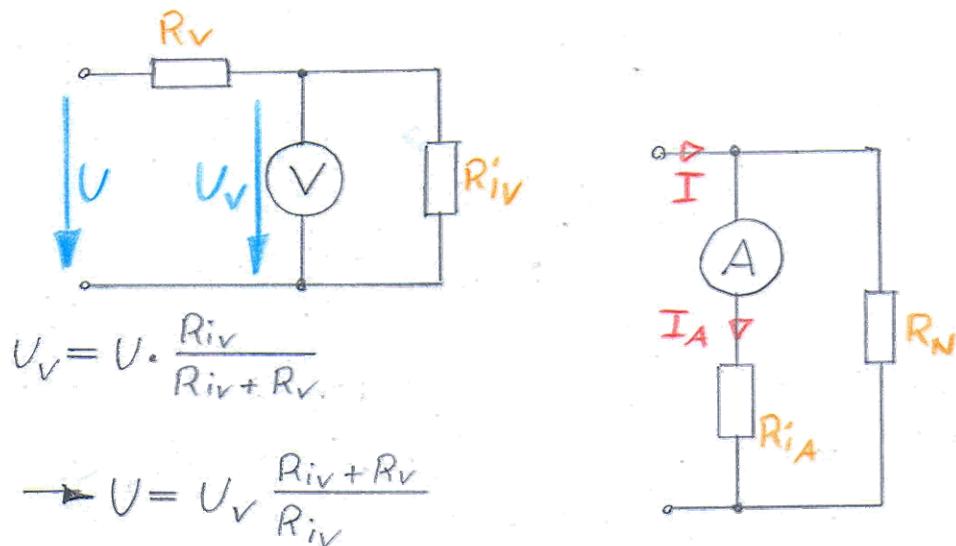
Beachte:

Ein ideales Voltmeter hat $R_{iV} = \infty$, ein ideales Amperemeter hat $R_{iA} = 0$.

15.3 Messbereichserweiterung

Zu einem Voltmeter wird ein Vorwiderstand (in Serie) geschaltet, um höhere Spannungen messen zu können.

Zu einem Amperemeter wird ein Nebenwiderstand (SHUNT) parallel geschaltet, um höheren Strom messen zu können.



R_V und R_{iV} bilden einen Spannungsteiler, der die Eingangsspannung U auf U_V herunterteilt, die vom Voltmeter angezeigt wird.

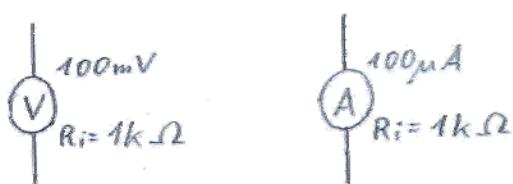
R_N und R_{iA} bilden einen Stromteiler, der den Eingangsstrom I auf I_A , der vom Amperemeter angezeigt wird.

$$I = I_A \frac{\frac{1}{R_{iA}} + \frac{1}{R_N}}{\frac{1}{R_{iA}}}$$

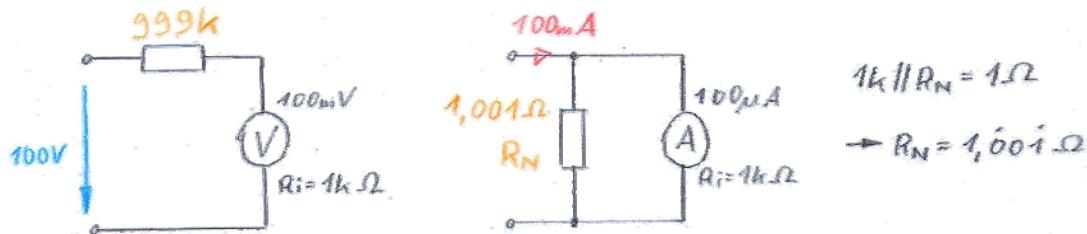
$$I = I_A \frac{R_N + R_{iA}}{R_N}$$

Achtung:

Manchmal werden Messgeräte durch die „idealen“ Symbole dargestellt, obwohl man ihnen einen R_i zuordnet, der eventuell dazugeschrieben wird.



Zeichnet man zu einem solchen Messgerät (mit dem an sich falschen Symbol) eine Messbereichserweiterung dazu, dann erhält man ein Bild, das leicht falsch interpretiert werden kann.



Insbesondere bei starker Erweiterung des Messbereichs ist der resultierende Innenwiderstand des „neuen Messgerätes“ mit R_V bzw. R_N so gut wie identisch.

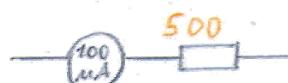
Man bekommt daher den Eindruck, dass der Innenwiderstand des Voltmeters in Serie, der Innenwiderstand des Amperemeters parallel zum Messgerätesymbol liegt, was genau falsch ist!!!

Tatsächlich ist natürlich auch bei Messbereichserweiterungen der wirksame Innenwiderstand des Voltmeters parallel, der wirksame Innenwiderstand des Amperemeters in Serie zum idealen Messgerät zu zeichnen, wie unter 15.2 Reale Messgeräte besprochen.

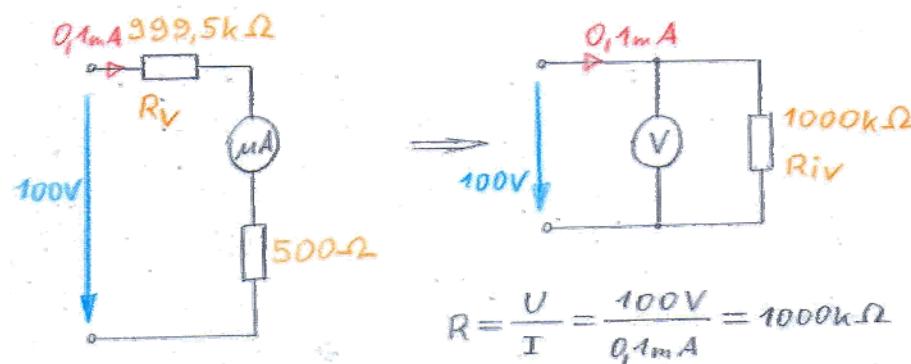
Durch die falsche Verwendung der „idealen“ Symbole erhält man den gerade umgekehrten Eindruck über die Größenverhältnisse der beteiligten Widerstände und es besteht die Gefahr, dass bei einer Abschätzung genau der falsche Widerstand vernachlässigt wird.

15.4 Zeigermessgerät (analog)

Sind ursprünglich Strommessgeräte mit deutlich merkbarem Innenwiderstand (typ. $100\mu\text{A}$, $R_{iA} = 500\Omega$)



Sie können durch Zuschalten eines Vorwiderstandes auch als Voltmeter verwendet werden.



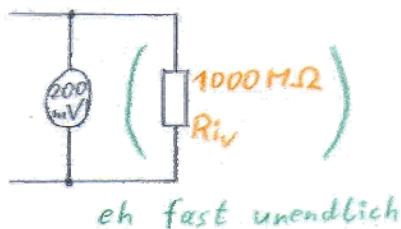
Beachte:

R_i des entstehenden Voltmeters ist nahezu identisch mit $R_V \rightarrow$ Verwechslungsgefahr.

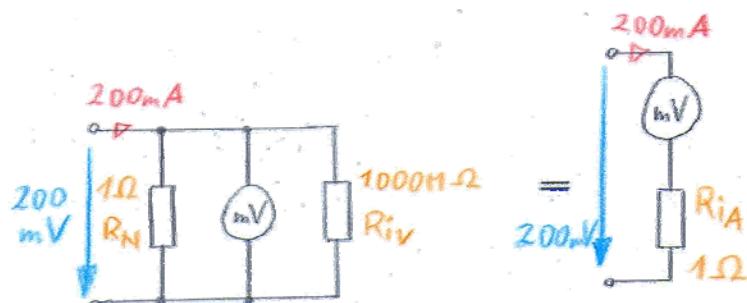
Zeigermessgeräte, die durch Zuschalten von Nebenwiderständen als Amperemeter verwendet werden, haben oft deutlich geringere Innenwiderstände (und Spannungsabfälle) als moderne Digitalmultimeter.

15.5 Digitalmessgeräte

Sind ursprünglich Spannungsmessgeräte mit extrem hohem Widerstand.
(typ. 200mV, $R_{iV} = 1000 \text{ M}\Omega$)



Sie können durch Zuschalten von Nebenwiderständen als Amperemeter verwendet werden.

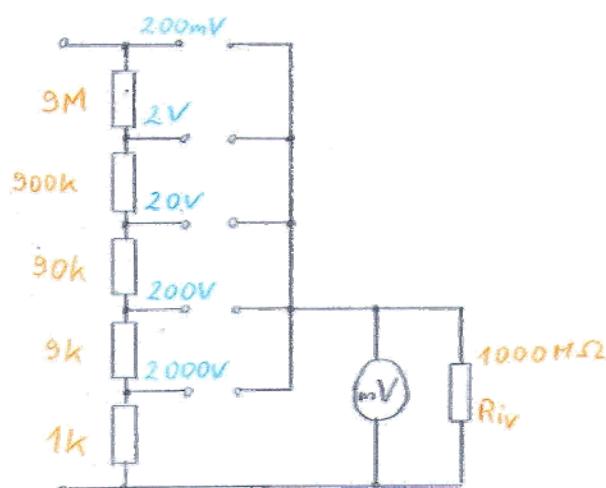


Beachte:

R_i des entstehenden Amperemeters ist praktisch gleich $R_N \rightarrow$ Verwechslungsmöglichkeit

Bei Verwendung als Voltmeter schaltet man einen Spannungsteiler mit typisch 10MΩ Gesamtwiderstand und dekadisch gestuften Abgriffen vor das Digitalmesswerk.

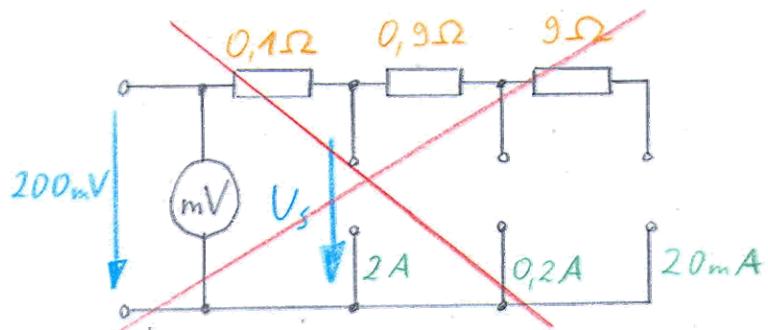
Wegen des extrem hohen Eingangswiderstandes kann dieser Spannungsteiler leer laufend betrachtet werden.



Relativ gesehen ist der Fehler durch die Belastung des Spannungsteilers im „2 Volt Bereich“ am größten, weil hier R_i des Anschlusspunktes den höchsten Wert hat.

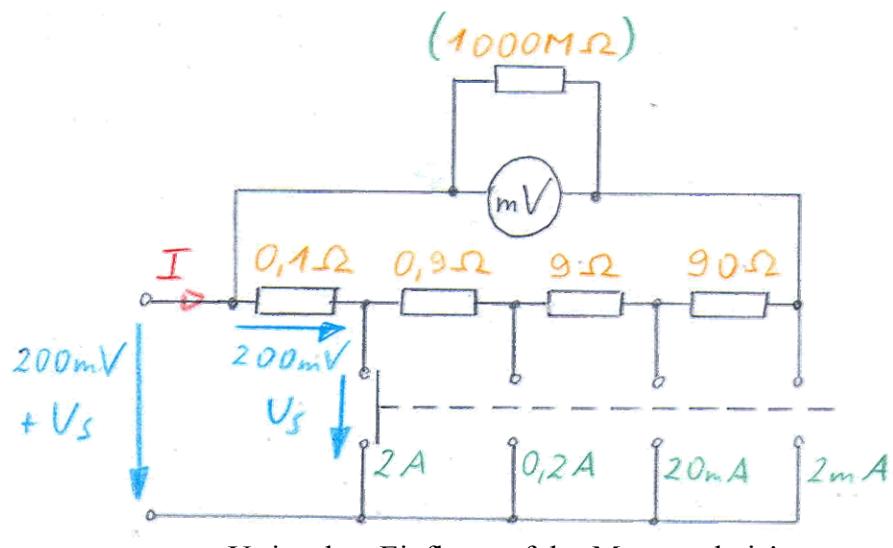
Beachte:

Beim Zuschalten von Nebenwiderständen darf der Übergangswiderstand der Schaltkontakte, die zur Bereichsumschaltung notwendig sind nicht in die Messung eingehen.



Unbrauchbar

U_S geht voll in die Messung ein.

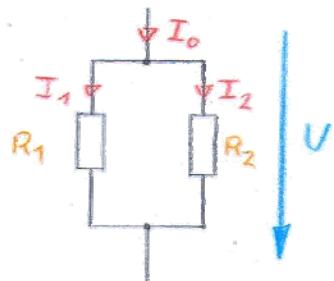


... U_S ist ohne Einfluss auf das Messergebnis!

16 Stromteiler

Stromteilerregel:

Die Ströme verhalten sich so wie die Kehrwerte der Widerstände (Leitwerte), durch die sie fließen, wenn diese Widerstände an der selben Spannung liegen.



$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U/R_1}{U/R_2} = \frac{1/R_1}{1/R_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}}$$

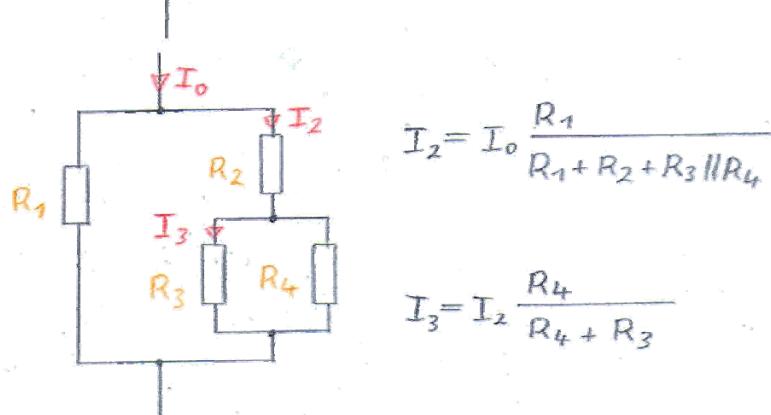
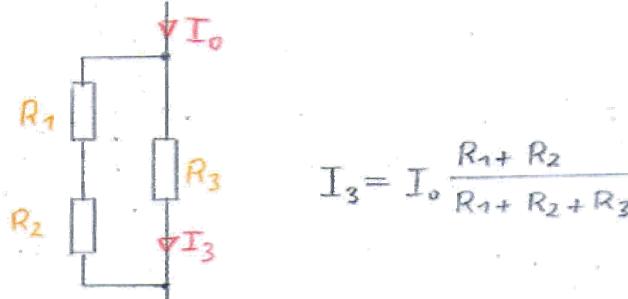
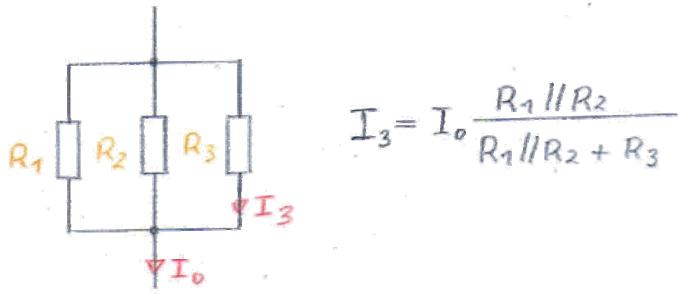
$$\frac{I_1}{I_o} = \frac{U/R_1}{U/(R_1||R_2)} = \frac{R_1||R_2}{R_1} = \frac{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = I_o \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

Beachte:

In dieser Formel steht im Zähler jener Widerstand, der vom gesuchten Strom nicht durchflossen wird („der falsche R“) und im Nenner die Summe der beiden Widerstände, auch wenn sie zweifellos parallel geschalten sind.

Diese Kuriositäten ergeben sich auf rein mathematischem Weg und sind daher physikalisch nicht interpretierbar.

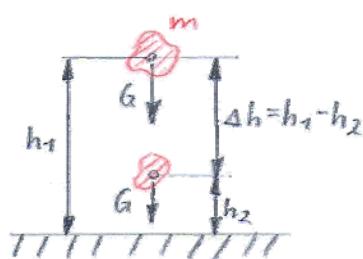


17 Arbeit, Energie, Leistung, Wirkungsgrad

In einem Stromdurchflossenen Widerstand wird elektrische Energie in Wärmeenergie umgewandelt.

Solche Umwandlungen gibt es in allen Bereichen der Physik.

z.B.: Mechanik



Eine Masse m , die sich in einem Schwerefeld (g -Erdbeschleunigung) befindet, speichert eine Energie (=Arbeitsvermögen) der Größe $W_P = m*g*h$ (Kraft = Gewicht * Weg), wenn sie sich auf der Höhe h befindet.

W_P ...potentielle Energie

Bei Veränderung der Höhe (z.B. herunterfallen) wird die Lageenergie in Bewegungsenergie (kinetische Energie umgewandelt).

$$W_K = \frac{m * v^2}{2}$$

In der Mechanik gilt:

1. Die Summe aus kinetischer und potentieller Energie ist konstant.
2. Diese beiden Energieformen können beliebig ineinander umgewandelt werden.
3. Die Punkte 1) und 2) gelten nur exakt, wenn keine „Verluste“ auftreten (Reibung, Luftwiderstand...)

Allgemein gilt:

Energie kann weder gewonnen, noch verbraucht werden, sondern immer nur in andere Formen umgewandelt werden.

Energieformen:

- Chemische Energie (Brennstoffe)
- Mechanische Energie (Potentielle und Kinetische Energie)
- Elektromagnetische Energie (Elektrische und Magnetische Energie)
- Wärmeenergie

Beachte:

Wärme ist jene Energieform, in die alle anderen Formen vollständig umgewandelt werden können.

Sie stellt eine Art Endzustand (Endform) aller Energie dar.

DIE UMKEHRUNG GILT NICHT!

Bei vielen Umwandlungen zwischen Energieformen tritt ein Teil der Umgewandelten Energie als Wärme („Wärmeverluste“) auf.

17.1 Wirkungsgrad η („ETA“)

Das Verhältnis von Nutzenergie zu eingesetzter Gesamtenergie heißt Wirkungsgrad η .

$$\eta = \frac{\text{Nutzenergie(abgegebener)}}{\text{Gesamtenergie(zugeführt)}} = \frac{W_{ab}}{W_{zu}}$$

$W_{ab} < W_{zu}$
 $\eta < 1$

η kann prinzipiell zwischen 0 und 1 liegen

$$0 \leq \eta \leq 1$$

η wird häufig in Prozent angegeben.

$$\eta(\%) = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} * 100\%$$

η ist dimensionslos

Folgen mehrere Umwandlungsprozesse aufeinander, dann multiplizieren sich die einzelnen Wirkungsgrade zum Gesamtwirkungsgrad.

Achtung: Verhältniszahlen multiplizieren sich Prozentwerte!

17.2 Leistung P

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Leistung ist die pro Zeit Einheit vollbrachte Arbeit.

Leistung ist die pro Zeit Einheit umgesetzte Energie.

Die Rechnung $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ liefert Grundsätzlich die mittlere Leistung \bar{P} im Zeitabschnitt Δt ,

wenn man es genau betrachtet.

Zur Berechnung der Momentanleistung P muss man Δt möglichst klein, im Idealfall unendlich klein ($= 0$) wählen.

Für $\Delta t = 0$ ist aber auch die umgesetzte Energie $\Delta W = 0$.

Dann wird $P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ gleich $\frac{0}{0}$ (nicht definiert).

$\frac{0}{0}$ kann jeden beliebigen Wert annehmen.

Zur Bestimmung der Momentanleistung dient ein mathematischer Trick:

Man berechnet den gesuchten Quotienten für verschiedene Werte von Δt , wobei Δt immer kleiner wird.

Selbstverständlich muss bei jeder Rechnung der zum jeweiligen Δt gehörenden Wert ΔW verwendet werden!

Die einzelnen Ergebnisse streben gegen einen bestimmten Wert („Grenzwert“), den man als Wert für die unbestimmte Form $\frac{0}{0}$ festlegt.

Symbolische Schreibweise:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} = P \quad \dots \text{Momentanleistung}$$

Übliche Bezeichnungen:

$$\frac{dW}{dT} \dots \text{Differenzialquotient}$$

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} \dots \text{Differenzquotient}$$

In der Praxis wählt man ein „ausreichend kleines“ Δt und berechnet aus dem zugehörigen ΔW die Leistung.

Genau genommen ist es die mittlere Leistung im Zeitabschnitt Δt , bei richtiger Wahl ist aber der Unterschied zur Momentanleistung vernachlässigbar klein.

Der Differenzquotient $\frac{\Delta W}{\Delta t}$ ist also eine Näherung für die Momentanleistung.

Diese Näherung ist umso besser, je weniger sich P innerhalb des Zeitabschnittes Δt verändert.

Einheiten:

$$[W] = \text{Joule (J)} = Ws = V \cdot A \cdot s = N \cdot m$$

$$[P] = \text{Watt (W)} = \frac{J}{s} = V \cdot A = \frac{N \cdot m}{s}$$

Achtung:

Watt ≠ Work

17.3 Andere Einheiten

1 PS (“Pferdestärke”)

$$1PS = 75 \text{ kpm/s} = 75 * 1\text{kg} * 9,81 \frac{m}{s^2} * 1 \frac{m}{s}$$

1kp...Kilopond

$$1kp = 1\text{kg} * 9,81 \frac{m}{s^2}$$

Ein Kilopond ist die Gewichtskraft einer Masse von 1kg im normalen Schwerkraftfeld der Erde innerhalb einer s um 1m anzuheben.

Exakter Wert der Erdbeschleunigung: $g = 9,80665 \frac{m}{s^2}$

1PS = 736W

1kW = 1,36PS

1cal („Kalorie“)

1kcal („Kilokalorie“)

Ursprüngliche Definition:

Eine cal (kcal) ist jene Wärmemenge, die ein Gramm (kg) Wasser um 1°C erwärmt.

Es gilt:

1cal = 4,1868 Joule

1kcal = 4186,8 Joule

In diesem Zahlenwert steckt die Naturkonstante „spezifische“ Wärmespeicherfähigkeit (spez. Wärmekapazität) von Wasser.

Wir brauchen diesen Umrechnungsfaktor immer dann, wenn es um die Erwärmung oder Abkühlung von Wasser geht.

Energieverbrauchsangaben von Elektrogeräten (z.B. Kühlschrank) erfolgen oft in kWh/d (Kilowattstunden pro Tag).

Das ist eine Angabe der durchschnittlichen Leistungsaufnahme und sie darf nicht mit der Anschlussleistung (Wenn der Kompressor läuft (typisch 100-150 Watt)) verwechselt werden.

Bsp.: $0,8 \text{ kWh/d} = 800 \text{ Wh/24h} = 33,3 \text{ W}$

- $100 \text{ kcal/h} \rightarrow \text{kW}$
(Leistung)

$$1000 \text{ kcal/h} = \frac{1000 * 4186,8 \text{ J}}{3600 \text{ s}} = \frac{4186,8}{3600} \text{ kW} = 1,163 \text{ kW}$$

Heizkessel:

$$25000 \text{ kcal/h} = \frac{25 * 4186,8}{3600 \text{ s}} \text{ kW} = 29,08 \text{ kW}$$

- $1 \text{ kcal} \rightarrow \text{kpm}$

$$1 \text{ kcal} = 4186,8 \text{ J}$$

$$1 \text{ kp} = 9,81 \text{ N}$$

$$1 \text{ kpm} = 9,81 \text{ Nm} = 9,81 \text{ J}$$

$$1 \text{ J} = \frac{1}{9,81} \text{ kpm}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ kcal} = \frac{4186,8 \text{ J}}{9,81} \text{ kpm} = 426,79 \text{ kpm} \\ \end{array} \right\}$$

1kcal = 426,8kpm...mechanisches Wärmeequivalent

$$1 \text{ kWh} = 3,6 * 10^6 \text{ J}$$

Elektronenvolt 1eV

Def.:

1eV ist jene Energie, die von einem Elektron aufgenommen oder abgegeben wird, wenn es eine Potentialdifferenz von 1V durchläuft.

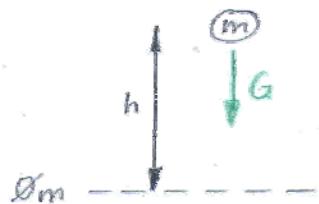
$$1 \text{ eV} = 1,6 * 10^{-19} \text{ Ws}$$

Das Elektron trägt eine Ladung von $1,602 * 10^{-19} \text{ As}$, Energie kann auch als Spannung mal Ladung berechnet werden $W = Q * U$, daher gilt:

$$\text{Ein eV} = 1,602 * 10^{-19} \text{ Ws}$$

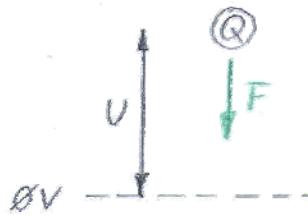
Die Einheit eV wird in der Teilchenphysik (Atomphysik) und in der Halbleitertechnik verwendet.

17.4 Mechanisch-elektrische Analogie



Masse m befindet sich in einem Schwerkraftfeld
 → Gewicht $G = m * g$
 Bewegt sich die Masse in die Richtung der Kraft, dann wird Arbeit verrichtet (oder freigesetzt)

$$W = m * g * \Delta h$$



Ladung Q befindet sich in einem elektrischen Feld → Kraft $F = Q * E$
 Bewegt sich die Ladung in Richtung der Kraft, dann wird Arbeit verrichtet (oder freigesetzt)

$$W = F * \Delta s = F * \frac{\Delta U}{E} = Q * E * \frac{\Delta U}{E} = Q * \Delta U$$

Die Arbeit ist das Produkt aus m und Höhendifferenz, mit dem „Korrekturfaktor“ g

Die Arbeit ist das Produkt aus Ladung und Potentialdifferenz. (Spannung)

Folgende Größen entsprechen jeweils einander:

Mech.	El.
m	Q
h	U
g	E
Δh	ΔU
Reibung	Widerstand

Anschauliches Beispiel:

Eine Umweltpumpe hebt Wasser auf eine bestimmte Höhe h , es fließt über diverse Hindernisse auf 0 Meter hinunter (Zierbrunnen)

Eine Spannungsquelle hebt Ladung auf hohes Potential, über diverse Widerstände fließt die Ladung wieder auf 0V hinunter. (elektrischer Stromkreis)

18 Helmholtzprinzip (Superpositionsprinzip)

Voraussetzung:

Das Netzwerk muss ausschließlich aus linearen Bauelementen bestehen.

Es gilt:

In einem Netzwerk mit mehreren Quellen kann die Gesamtwirkung aller Quellen auf eine bestimmte Größe (Spannung oder Stromstärke) dadurch ermittelt werden, dass man die Teilwirkungen jeder einzelnen Quelle alleine berechnet und diese Teilergebnisse addiert, um das Gesamtergebnis zu erhalten.

Die jeweils nicht aktiven Quellen sind auf 0 zu setzen, das heißt Spannungsquellen werden zu Durchverbindungen (Kurzschlüssen), Stromquellen werden zu Unterbrechungen (Leerlauf).

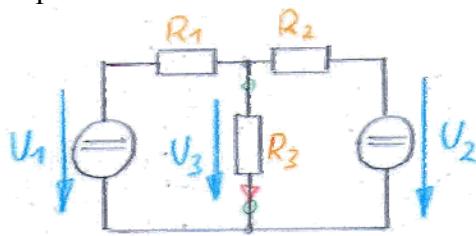
Beachte:

Das Superpositionsprinzip gilt für Spannungen und Ströme, es gilt nicht für Leistungen!

Für jede einzelne Quelle muss die gesamte Schaltung vollständig durchgerechnet werden.
(Mühsam!)

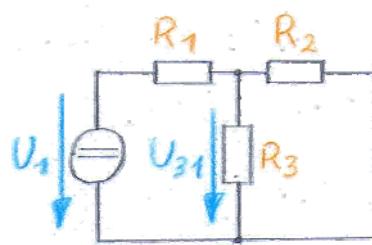
Das Überlagerungsprinzip funktioniert immer, ist jedoch meist aufwändiger als andere Methoden (ESB).

Bsp.:



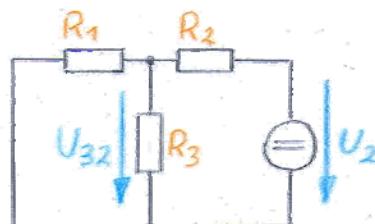
nur U_1 :

$$U_{31} = U_1 * \frac{R_3 // R_2}{R_3 // R_2 + R_1}$$



nur U_2 :

$$U_{32} = U_2 * \frac{R_3 // R_1}{R_3 // R_1 + R_2}$$



alle Quellen:

$$U_3 = U_{31} + U_{32} = U_1 * \frac{R_3 // R_2}{R_3 // R_2 + R_1} + U_2 * \frac{R_3 // R_1}{R_3 // R_1 + R_2}$$

Dieses Ergebnis muss mit dem Ergebnis der ESB-Rechnung übereinstimmen:

$$U_3 = U_{30} * \frac{R_3}{R_3 + R_l // R_2} = (U_1 - (U_1 - U_2) * \frac{R_1}{R_1 + R_2}) * \frac{R_3}{R_3 + R_l // R_2}$$

→ Stimmt – Vergleiche Übungen!

19 Übung

Die Übungen wurden nicht in das Skriptum integriert, um es als Nachschlagewerk zu erhalten.

km/h → m/s

$$1 \text{ km/h} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1000}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$$

kWh → Ws

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ Wh} = 1000 \text{ W} * 3600 \text{ s} = 3,6 * 10^6 \text{ Ws}$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 * 10^6 \text{ Ws} = 3 \ 600 \ 000 \text{ Ws}$$

$$1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws}$$

$$1 \text{ Nm} = 1 \text{ VAs}$$

↑ ↑

mechanisch elektrisch

Kraft * Weg = Spannung * Stromstärke * Zeit

Beachte: im SI benötigen wir keine speziellen Korrekturfaktoren beim Übergang von mechanischen zu elektrischen Größen und umgekehrt.

Geg.: Verlängerungskabel

Länge 25m

Querschnitt 1,5mm² Cu

Ges.: R

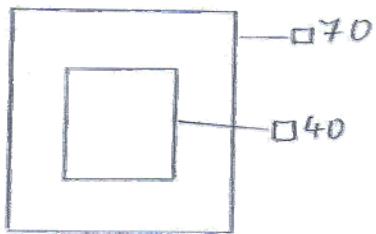
$$R = \rho * \frac{l}{A} = \frac{1}{56} * \frac{50}{1,5} = 0,595 \Omega$$

$$\rho = \frac{1}{56} \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$l = 2 * 25 \text{ m} = 50 \text{ m} \quad (\text{Hin- und Rückleiter})$$

$$A = 1,5 \text{ mm}^2$$

Geg.: Spule 0,7mmØ Cu Draht
 $R = 54,3\Omega$



Ges.: N

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{N * U_m}{A}$$

$$\rho = \frac{1}{56} \Omega \frac{mm^2}{m}$$

Drahlänge = $N * U_m$

mittlerer Umfang $U_m = 4 * S_m = 220\text{mm} = 0,22\text{m}$

mittlere Seitenlänge $S_m = \frac{40 + 70}{2} = 55\text{mm}$

$$\text{Querschnittsfläche } A = \frac{0,7^2 * \pi}{4} = 0,385\text{mm}^2$$

$$R = \rho * \frac{N * U_m}{A}$$

$$N = \frac{A * R}{U_m * \rho} = \frac{0,385 * 54,3}{\frac{1}{56} * 0,22} = 5321,4Wdg$$

Zusatzfrage: Ges.: Gesamte Drahlänge l

$$l = N * U_m = 5321 * 220 = 1170620\text{mm} = 1171\text{m}$$

Zusatzfrage: Wie groß ist die Länge der Spule (in Achsenrichtung)

$$\text{Anzahl der Windungslagen } Z = \frac{\overline{70 - 40}}{0,7} = 21,4$$

Rundung auf Z = 21

Windungszahl pro Lage N_L

$$N_L = \frac{N}{2} = \frac{5321}{21} = 253,4Wdg$$

Spulenlänge L_S

$$L_S = 253 * 0,7 = 177,4\text{mm}$$

$$R_\theta = R_{20} [1 + \alpha (\theta - 20^\circ\text{C}) + \beta (\theta - 20^\circ\text{C})^2]$$

Geg.: Kupferdraht

$$\alpha = 3,93 \cdot 10^{-3} \text{1/K}$$

$$R_{20} = 0,645 \Omega$$

$$R_\theta = 0,903 \Omega$$

Ges.: θ

$$R_\theta = R_{20} [1 + \alpha (\theta - 20^\circ\text{C})] \quad /:R_{20}$$

$$\frac{R_\theta}{R_{20}} = 1 + \alpha(\theta - 20^\circ\text{C}) \quad /-1$$

$$\frac{R_\theta}{R_{20}} - 1 = \alpha(\theta - 20^\circ\text{C}) \quad /:\alpha$$

$$\frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_\theta}{R_{20}} - 1 \right) = \theta - 20^\circ\text{C} \quad /+20^\circ\text{C}$$

$$20^\circ\text{C} + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_\theta}{R_{20}} - 1 \right) = \theta$$

$$\theta = 20^\circ\text{C} + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_\theta}{R_{20}} - 1 \right) = 20 + \frac{1}{3,93 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{0,905}{0,645} - 1 \right) = 122,57^\circ\text{C}$$

Übung:

Wie groß ist die Widerstandszunahme einer Glühlampe (Wolframfaden) bei einer Fadentemperatur von 2700°C im Vergleich zum Kaltwiderstand (R_{20}).

$$R_\theta = R_{20} [1 + \alpha(\theta - 20^\circ\text{C}) + \beta(\theta - 20^\circ\text{C})^2]$$

$$\frac{R_\theta}{R_{20}} = 1 + \alpha(\theta - 20^\circ\text{C}) + \beta(\theta - 20^\circ\text{C})^2$$

Man kann nur das Verhältnis angeben.

$$\begin{aligned} \text{Wolfram: } \alpha &= 4,8 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \\ \beta &= 1,0 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-2} \end{aligned}$$

$$\frac{R_\theta}{R_{20}} = 1 + 4,8 \cdot 10^{-3} (2700 - 20) + 10^{-6} (2700 * 20)^2 = 1 + 12,8 + 7,2 = 21$$

kalt : warm = 1 : 21

Beim Einschalten wird der Widerstand also enorm groß. Würde man viele Glühbirnen auf einmal einschalten (Theater) würde die Stromstärke in die Höhe schnellen. (Entweder Sicherungen fliegen oder alles brennt ab)

Praktische Messungen an Glühbirnen ergeben einen Faktor von 10-15 zwischen Heißwiderstand und Kaltwiderstand, weil die Glühfäden aus speziellen Wolfram-Legierungen bestehen. Trotzdem ergibt das beim gleichzeitigen Einschalten vieler Glühbirnen Probleme mit dem Einschaltstromstoß.

In welchem Verhältnis müssen die Querschnitte von 2 Drähten zueinander stehen, wenn sie bei gleicher Länge gleiche Widerstandswerte haben, einer aus Kupfer der andere aus Aluminium besteht.

$$\left. \begin{array}{l} R = \rho * \frac{l}{A} \\ R = \rho_{Cu} * \frac{l}{A_{Cu}} \\ R = \rho_{Al} * \frac{l}{A_{Al}} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\rho_{Cu} * \frac{l}{A_{Cu}}}{\frac{A_{Al}}{A_{Cu}}} = \frac{\rho_{Al} * \frac{l}{A_{Al}}}{\frac{A_{Al}}{A_{Cu}}} \Rightarrow \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{1/35}{1/56} = \frac{56}{35} = \frac{8}{5} = 1,6$$

Um welchen Faktor ändert sich der Widerstand eines Platindrahtes bei einer Temperaturänderung von $20^\circ\text{C} \rightarrow 200^\circ\text{C}$

$$\frac{R_{200}}{R_{20}}$$

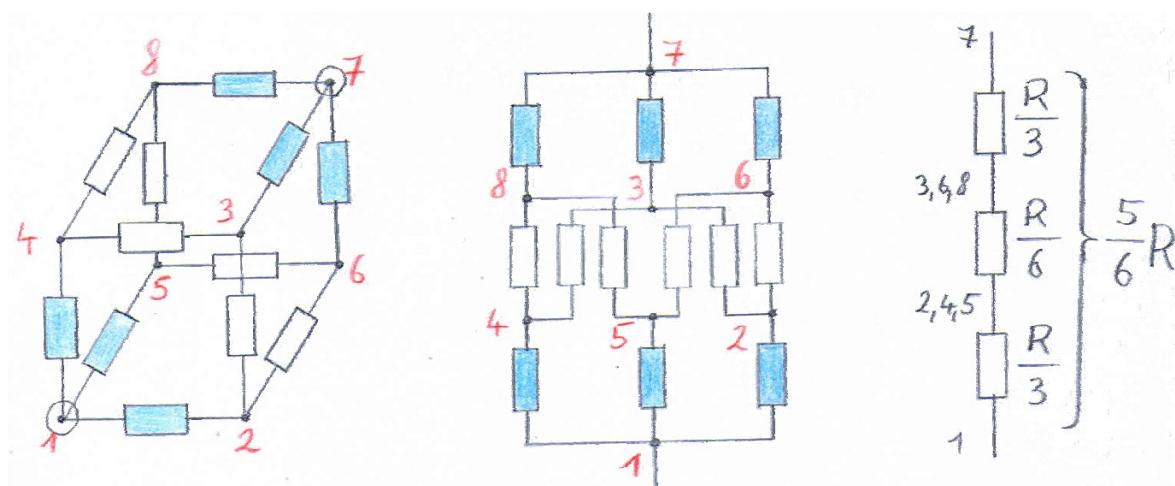
Pt: $\alpha = 3,9 * 10^{-3} \text{K}^{-1}$
 $\beta = 0,6 * 10^{-6} \text{K}^{-1}$

- lineare Näherung
- quadratische Näherung

$$R_g = R_{20} [1 + \alpha(\vartheta - 20^\circ\text{C}) + \beta(\vartheta - 20^\circ\text{C})^2]$$

$$\frac{R_{200}}{R_{20}} = 1 + 3,9 * 10^{-3} (200 - 20) + 0,6 * 10^{-6} (200 - 20)^2 = 0,702 + 0,0194$$

- linear: $\frac{R_{200}}{R_{20}} = 1 + 0,702 = 1,702$
- quadratisch: $\frac{R_{200}}{R_{20}} = 1 + 0,702 + 0,0194 = 2,7214$

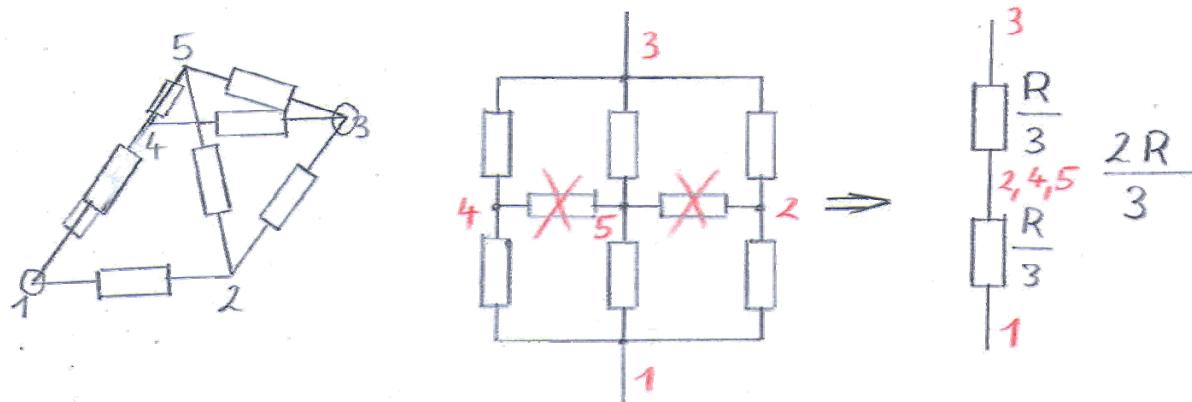


Aus Symmetriegründen teilt sich der im Knoten sieben eingespeiste Strom auf 3 gleiche Teile, durch die blau gekennzeichneten Widerstände.
 \rightarrow Gleiche Spannungsabfälle \rightarrow gleiche Potentiale an 3, 6, 8 bzw. 2, 4, 5.

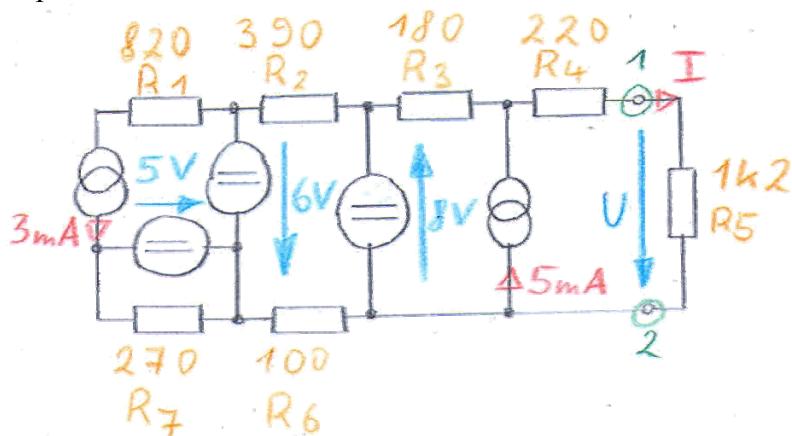
Allgemein gilt:

In einer Schaltung können Punkte gleichen Potentials über beliebige Widerstände (0 bis ∞) miteinander verbunden werden, ohne die Verhältnisse in der Schaltung zu verändern.

→ Wir dürfen uns 3, 6, 8 bzw. 2, 4, 5 jeweils verbunden denken → Gesamtwiderstand ergibt sich als $\frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3}$.



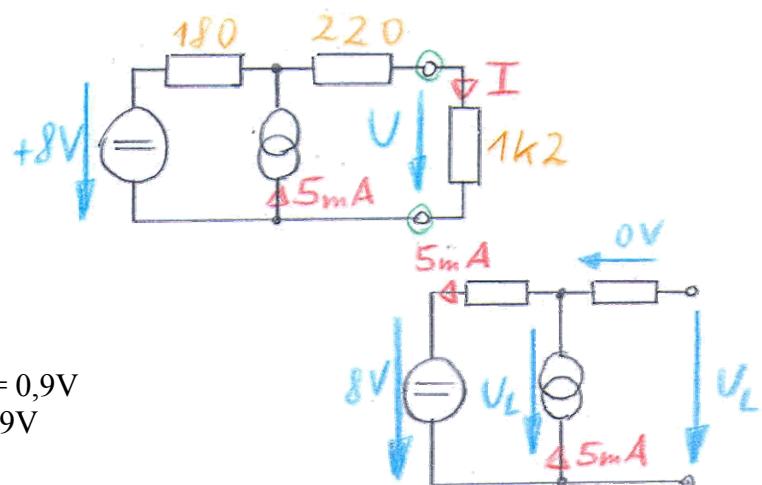
Bsp.:



Ges.: ESB (Klammer 1, 2), U, I

Alle Bauelemente links von der Quelle mit -8V haben auf das Verhalten der Schaltung von den Klemmen 1 und 2 aus betrachtet keinen Einfluss.

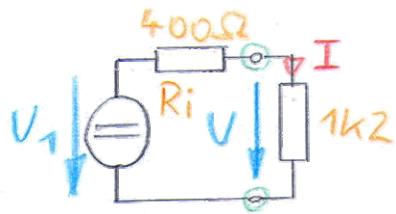
$$R_i = 180 + 220 = 400\Omega$$



$$U_{180} = 5\text{mA} * 180\Omega = 5 * 0,18 = 0,9\text{V}$$

$$U_L = 8\text{V} + U_{180} = 8 + 0,9 = 8,9\text{V}$$

$$U_1 = U_L = 8,9V$$



Ges.: In allen Widerständen insgesamt umgesetzte Verlustleistung $P = ?$

$$P = U * I = I^2 * R = \frac{U^2}{R}$$

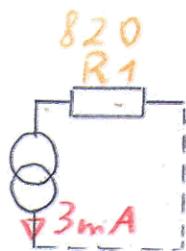
$$P = U * I$$

Beachte:

Wenn wir, wie üblich, mit V, mA und kΩ arbeiten, dann erhalten wir die Leistung P in mW!

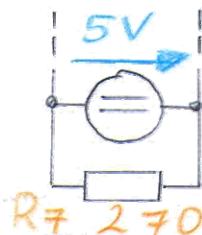
R_1 :

$$P_1 = I_1^2 * R_1 = 3^2 * 0,820 = 7,38mW$$

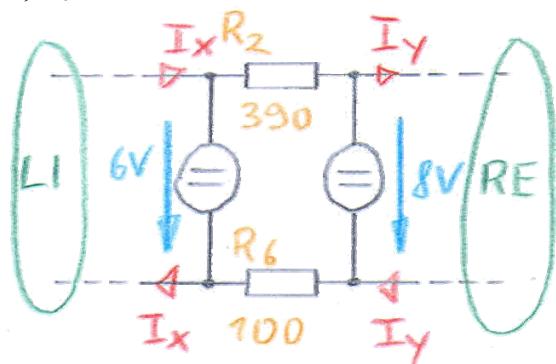


R_7 :

$$P_7 = \frac{U_7^2}{R_7} = \frac{5^2}{0,27} = 92,59mW$$

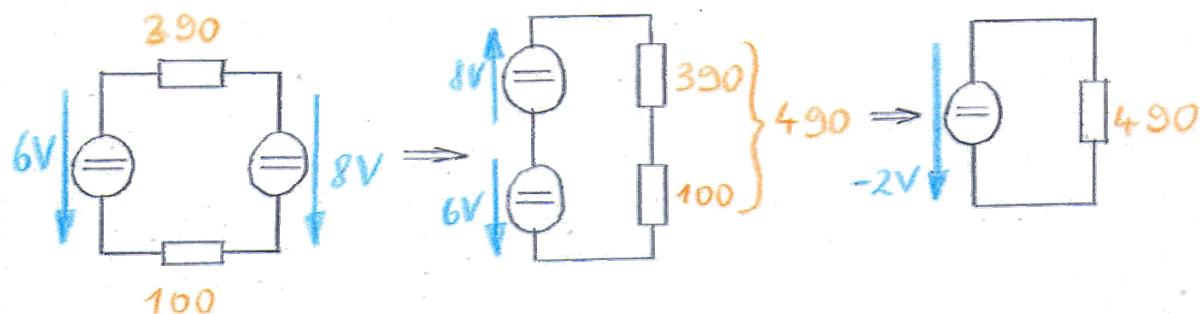


R_2, R_6 :



Die Schaltungsteile LI und RE wirken jeder für sich wie ein Knoten, die von ihnen ausgehenden Ströme fließen nur durch die jeweiligen Spannungsquellen (6V und 8V). Sie fließen nicht durch R_2 und R_6 und haben daher keinen Einfluss auf die Verlustleistung.

Reduzierte Schaltung:



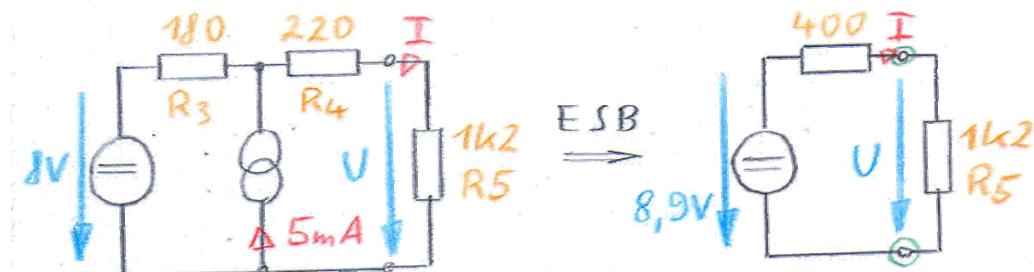
$$R_{2,6} = \frac{U_{26}^2}{R2 + R6} = \frac{(-2)^2}{0,49} = 8,16mW$$

Wenn man die Verlustleistung der beiden Widerstände getrennt berechnen will, dann gibt es 2 Möglichkeiten:

1. Aus Gesamtspannung (-2V) und Gesamtwiderstand (490Ω) den gemeinsamen Strom berechnen und für jeden einzelnen Widerstand I^*R auswerten.
2. Mit der Spannungsteilerregel die beiden Teilspannungen berechnen und jeweils $\frac{U^2}{R}$ auswerten.

Die Summe der beiden Leistungen P_2 und P_6 muss $P_{2,6}$ ergeben.

R_4, R_5 :



$$U = 6,675V$$

$I = 5,56mA$ (haben wir vorher schon berechnet!)

$$P_5 = U * I = 6,675 * 5,56 = 37,11mW$$

$$P_5 = I^2 * R_5 = 5,56^2 * 1,2 = 37,09mW$$

$$P_5 = \frac{U^2}{R_5} = \frac{6,675^2}{1,2} = 37,13mW$$

Diese Werte für U und I können von den Ergebnissen der Fragestellung 1 (ESB) entnommen werden.

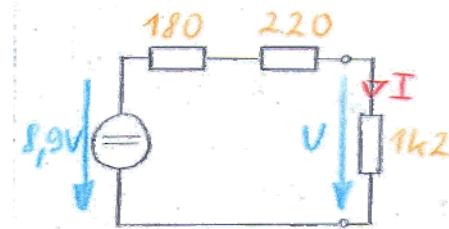
Daraus kann P_5 leichter errechnet werden.

Achtung:

Der Innenwiderstand des ESB (400Ω) ist ebenfalls vom Strom I durchflossen, die an ihm auftretende Verlustleistung ist jedoch belanglos, weil es diesen Widerstand in der Originalschaltung nicht gibt.

Es ist auch nicht sinnvoll das ESB mit 8,9V 400Ω zu verwenden und nur den Innenwiderstand als Summe von R_3 und R_4 zu zeichnen.

Was soll das?
ESB erweitern oder was?



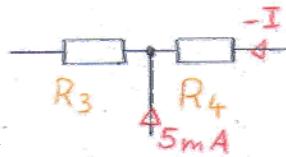
Man gewinnt hier den falschen Eindruck, dass R_4 und R_3 vom Strom I durchflossen werden.
Aus der Originalschaltung sieht man:

R_4 wird tatsächlich von I durchflossen.
 $P_4 = I^2 * R_4 = (5,56)^2 * 0,22 = 6,8\text{mW}$

R_3 dagegen führt, entsprechend der Knotenregel einen ganz anderen Strom.

P_3 :

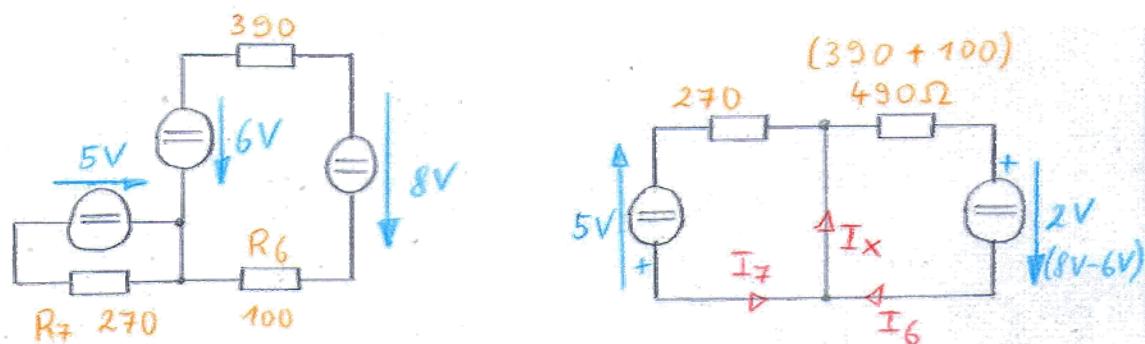
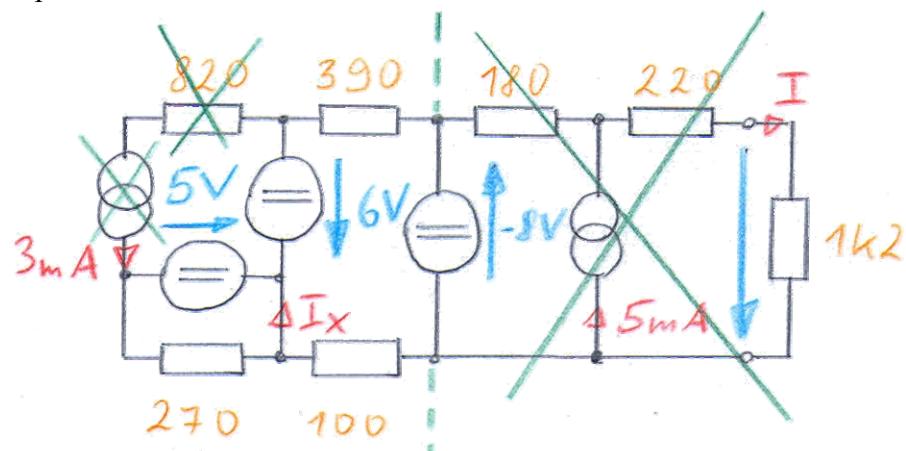
$$I_3 = 5\text{mA} + (-I) = 5 - 5,56 = -0,56\text{mA}$$



$$P_3 = I_3^2 * R_3 = (-0,56)^2 * 0,180 = 0,056\text{mW}$$

$$P_{\text{GES}} = P_1 + P_{2,6} + P_7 + P_5 + P_4 + P_3 = 7,38 + 8,16 + 92,59 + 37,11 + 6,80 + 0,056 = 152,096$$

Bsp.: Berechnen des Stromes I_X

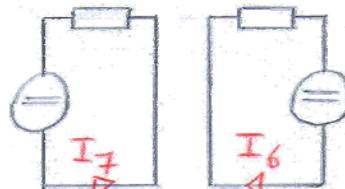


$$I_X = I_7 + I_6$$

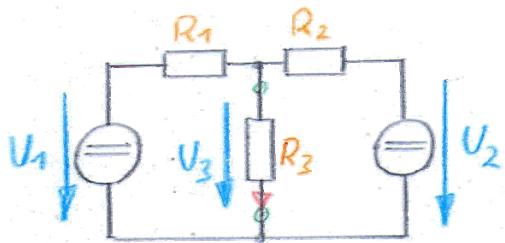
$$I_7 = \frac{5}{0,270} = 18,52mA$$

$$I_6 = \frac{2}{0,490} = -4,08mA$$

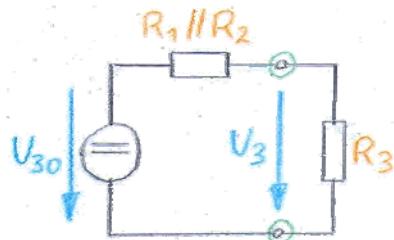
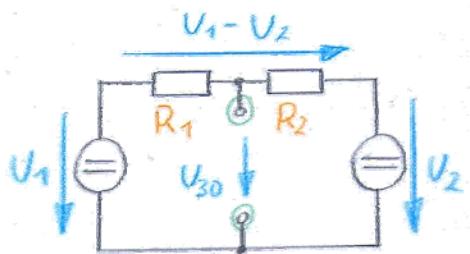
$$I_X = I_7 + I_6 = 18,52 - 4,08 = 14,44mA$$



Geg.: U_1, U_2, R_1, R_2, R_3



Ges.: U_3, I_3



$$U_{30} = U_1 - (U_1 - U_2) * \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_3 = U_{30} * \frac{R_3}{R_3 + R_1 // R_2}$$

oder:

$$U_{30} = U_2 + (U_1 - U_2) * \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

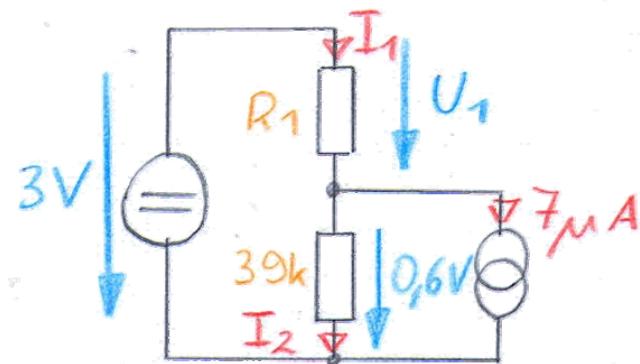
Kontrolle:

$$\begin{aligned} U_1 * \frac{\frac{R_3 * R_2}{R_3 + R_2}}{\frac{R_3 * R_2}{R_3 + R_2} + R_1} + U_2 * \frac{\frac{R_3 * R_1}{R_3 + R_1}}{\frac{R_3 * R_1}{R_3 + R_1} + R_2} &= U_1 * \frac{R_3 * R_2}{R_3 * R_2 + R_1(R_3 + R_2)} + U_2 * \frac{R_3 * R_1}{R_3 * R_1 + R_2(R_3 + R_1)} \\ &= \frac{U_1 * R_2 * R_3 + U_2 * R_1 * R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (U_1 - (U_1 - U_2) * \frac{R_1}{R_1 + R_2}) * \frac{R_3}{R_3 + \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}} &= U_1 * \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_3(R_1 + R_2) + R_1 R_2} - (U_1 - U_2) \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_3(R_1 + R_2) + R_1 R_2} \\ &= \frac{U_1 R_3 R_1 + U_1 R_3 R_2 - U_1 R_1 R_3 + U_2 R_1 R_3}{R_3(R_1 + R_2) + R_1 R_2} \\ &= \frac{U_1 R_3 R_2 + U_2 R_1 R_3}{R_3(R_1 + R_2) + R_1 R_2} \end{aligned}$$

→ Sie sind gleich!!!

Bsp.:



Ges.: R_1

$$I_2 = \frac{U}{R} = \frac{0,6}{39k} = 0,01538mA = 15,38\mu A$$

$$I_1 = I_2 + 7\mu A = 7\mu A + 15,38\mu A = 22,4\mu A$$

$$U_1 = 3 - 0,6 = 2,4V$$

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{2,4V}{22,4\mu A} = 107k\Omega$$

Kontrollmöglichkeit:

Die Stromquelle ist unter den gegebenen Verhältnissen ein Verbraucher, man kennt U (0,6V) und I ($7\mu A$) → Sie kann durch einen Widerstand von $R_E = \frac{0,6}{0,007} = 85,7k\Omega$ ersetzt werden.

R_E liegt parallel R_2 , aus der Spannungsteilerregel erhält man R_1 .

$$\frac{U_1}{0,6V} = \frac{R_1}{R_2 // R_E} \rightarrow R_1 = (R_2 // R_E) \frac{2,4V}{0,6V} = 26,8 * 4 = 107,2k\Omega$$

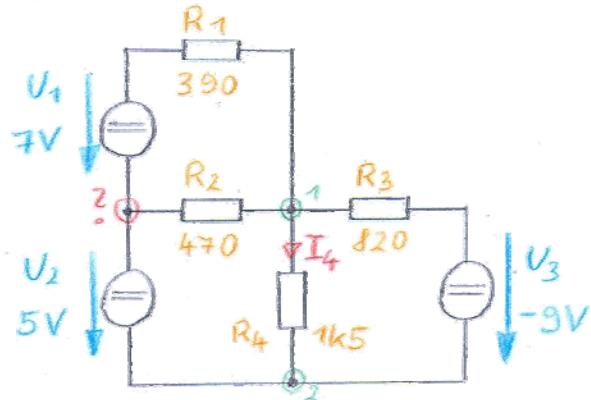
Achtung:

Dieser Ersatzwiderstand R_E gilt nur, wenn $U_2 = 0,6V$ beträgt. (Stromquelle hält $7\mu A$ konstant).

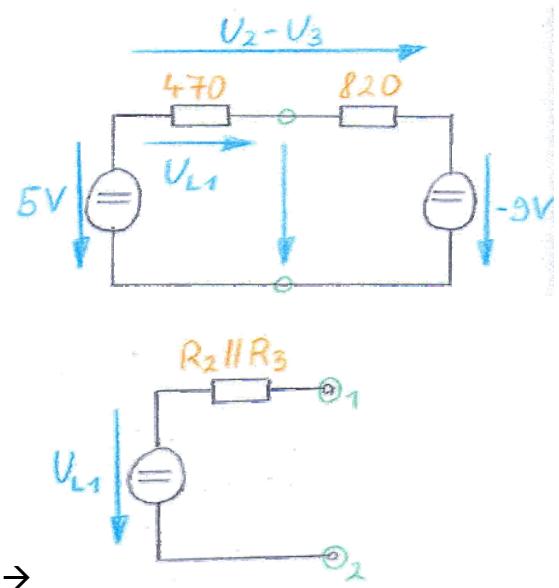
Jede Änderung von U_2 bewirkt im gleichen Ausmaß eine Änderung des Wertes von R_E , sodass $7\mu A$ immer erhalten bleiben. → Bei Schaltungsänderungen muss immer vom ursprünglichen Bild ausgegangen werden, in dem die Stromquelle konstant $7\mu A$ einstellt.

Einfache Probe: 3V Quelle, R_1 , R_2 in ESB umwandeln, $7\mu A$ als Belastung dranhängen, muss 0,6V ergeben.

Bsp.:

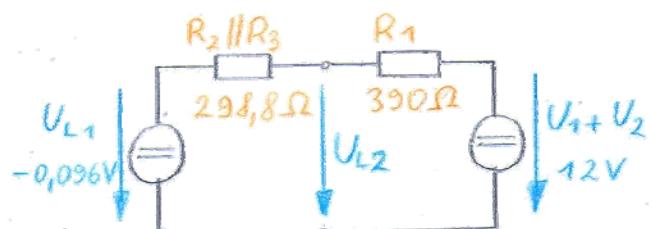


Ges.: I_4 (Methode Ersatzschaltbild)



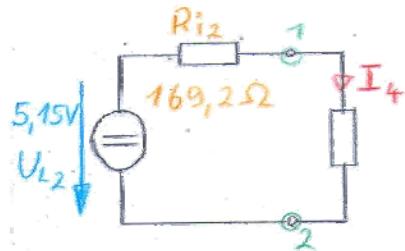
$$R_2 \parallel R_3 = 470 \parallel 820 = 298,8 \Omega$$

$$U_{L1} = U_2 - (U_2 - U_3) * \frac{470}{470 + 820} = 5 - (5 - (-9)) * 0,364 = -0,096 V$$



Der Punkt, an dem U_1 eigentlich angeschlossen gehört hätte, ist verschwunden – als Ersatz nimmt man den Weg über die 5V Quelle (U_2)!! (**? Punkt**)

ESB:



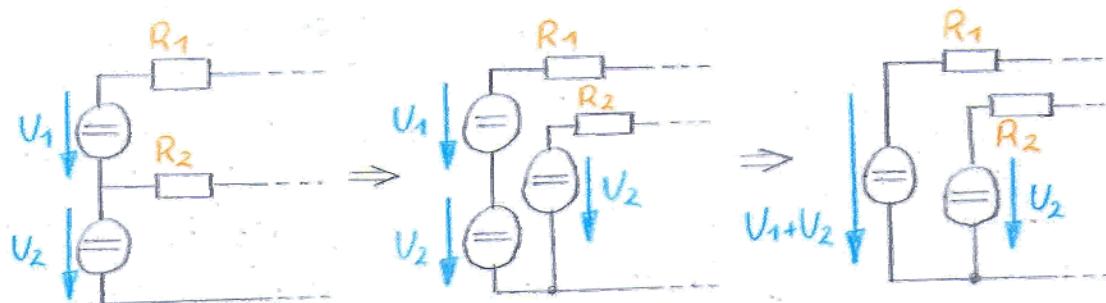
$$U_{L2} = 12V - 12,1V * \frac{390}{390 + 298,8} = 5,15V$$

$$R_{i2} = 390 // 298,8 = 169,2\Omega$$

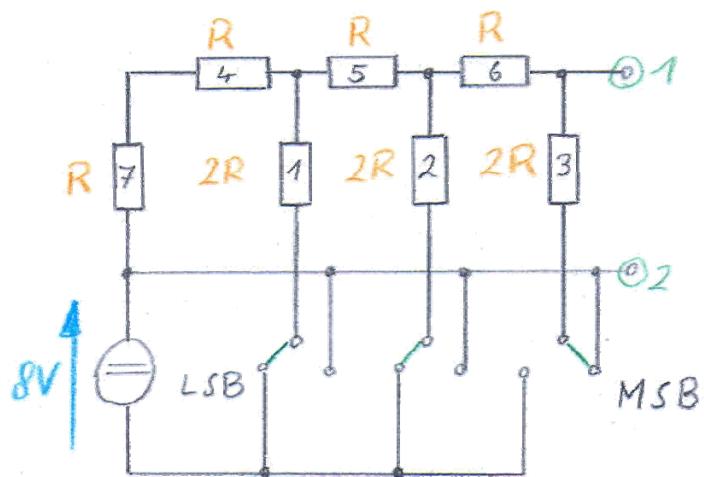
$$I_4 = \frac{5,15}{0,1692 + 1,5} = 3,09mA$$

Die Quelle $U_1 + U_2$ (12V) entsteht durch das Zusammenfassen der beiden ursprünglichen Quellen U_1 und U_2 , das ist notwendig, weil bei der Ermittlung des ESB für U_2 und U_3 sowie R_2 und R_3 der Anschlusspunkt für die Quelle U_1 (?) verloren geht.

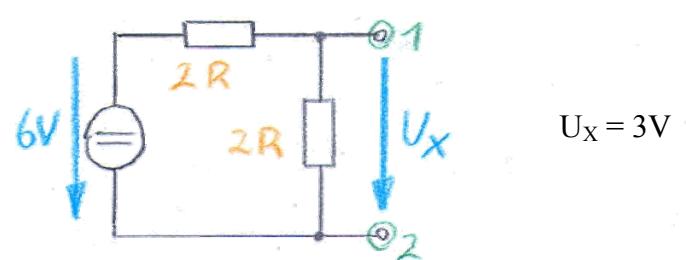
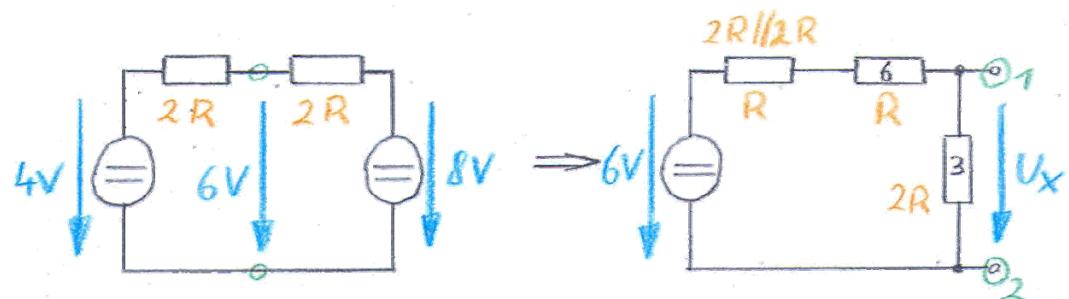
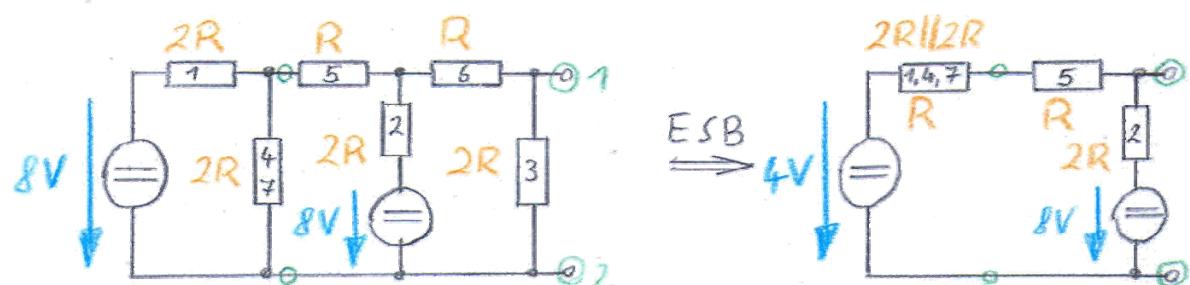
Man kann die neue Quelle auch dadurch erhalten, dass man vor die Bildung des ESB folgende Umwandlung durchführt:



Mitarbeiterverbesserung:

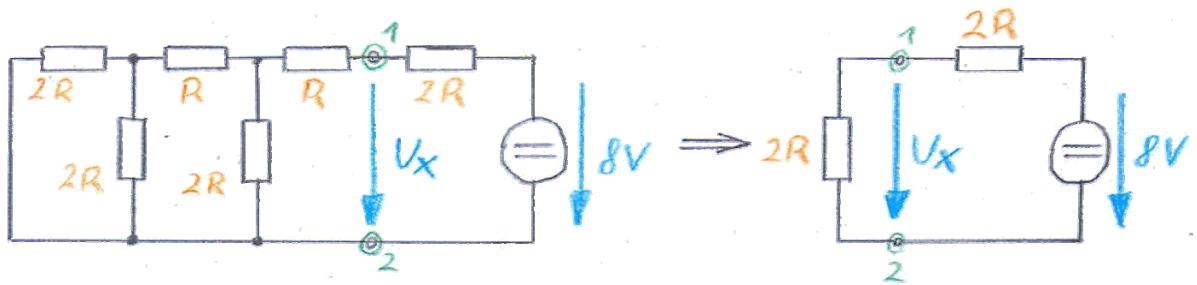


LSB...Least Significant Bit
MSB...Most Significant Bit



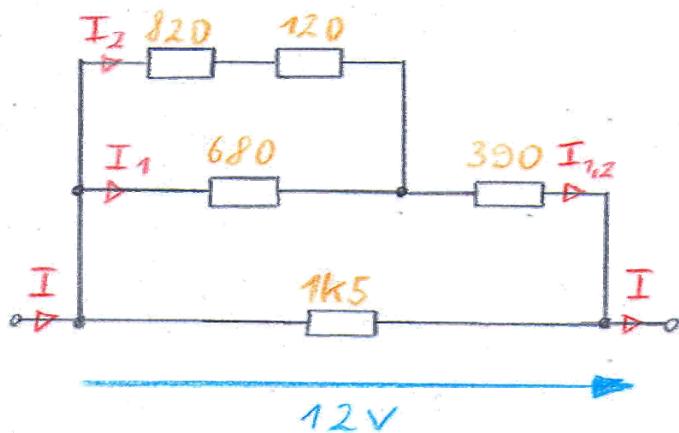
$$U_x = 3V$$

Verbesserung andere Gruppe:



$$U_x = 4V$$

Testbeispiel vom 23. 5. 2003



$$R_{ges} = ((820 + 120) // 680 + 390) // 1k5 = 515,1\Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12}{0,515} = 23,29mA$$

$$I_{12} = I * \frac{1,5}{1,5 + (0,82 + 0,12) // 0,68 + 0,39} = 15,29mA$$

$$I_1 = I_{12} * \frac{820 + 120}{820 + 120 + 680} = 8,87mA$$

$$I_2 = I_{12} * \frac{680}{680 + 820 + 120} = 6,42mA$$

Geg.: Motor

Wirkungsgrad von 96,5%

Verlustleistung von 315kW (Einfamilienhaus heizen $\approx 50\ 000kW$)

Ges.: P_{el} , P_{mech}

$$P_{mech} = \eta * P_{el}$$

$$P_{el} = P_v + P_{mech}$$

$$P_v = (1 - \eta) P_{el} \rightarrow P_{el} = \frac{P_v}{1 - \eta} = \frac{315}{1 - 0,965} = 9000kW = 9MW$$

$$P_{mech} = 0,965 * 9000 = 8685$$

Geg.: Elektrotacker

Er gibt bei jedem Schuss eine Energie von 9Ws auf.

Dazu nimmt er der Versorgungsspannung von 18,5A ab. (230V)

Pro Minute werden 200 Schüsse abgegeben.

Ges.: Zeitdauer eines Schusses Δt_1 , Momentanleistung während des Schusses \hat{P} , Mittlere Leistungsaufnahme \bar{P}

$$\hat{P} = 230V * 18,5A = 4255W$$

$$W_1 = \hat{P} * \Delta t_1 \rightarrow \Delta t_1 = \frac{W_1}{\hat{P}} = \frac{9}{4255} = 0,0021s = 2,1ms$$

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{200 * W_1}{1\text{ min}} = \frac{200 * 9}{60} = 30W$$

Bsp.: Dampfkraftwerk

Kesselwirkungsgrad: 92%

Turbinenwirkungsgrad: 38%

Generatorwirkungsgrad: 98%

Transformatorwirkungsgrad: 96%

→ Gesamtwirkungsgrad:

$$\eta_{ges} = 0,92 * 0,38 * 0,98 * 0,96$$

$$\eta_{ges} = 0,329$$

Grafische Darstellung des Energieflusses:

