QUESTÃO 1: A DERIVADA DA FUNÇÃO:

$$f(x) = \frac{1}{(1-3\times x^2)^2} \tag{1}$$

é dada por:

$$f'(x) = \frac{6\times x}{(1-3\times x^2)^2} \tag{2}$$

PARA X = 0,577 Interpretação da questão: Você deve calcular o valor verdadeiro da DERIVADA e depois com 3 e quatro algarismos significativos e comparar com o real e verificar qual a diferença de erro esses algarismos significativos causam em relação ao valor verdadeiro.

Revisão: Todos os algarismos que não são zero, são os algarismos significativos

PARTE 1 - COM 3 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Primeiro Passo: Calcula o valor real da derivada:

$$f'(0,577) = \frac{6\times 0,577}{(1-(3\times 0,577^2))^2} = 2352910 \tag{3}$$

Segundo Passo: Calcula o valor aproximado da derivada com 3 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS (VEJA REVISÃO):

$$f'(0,577) = \frac{6\times 0,577}{(1-(3\times 0,577^2))^2} = \frac{3.462(CONSIDERANDO3.46)}{1-(0.998787(CONSI-0.998))^2} \tag{4}$$

$$f'(0,577) = \frac{6\times 0,577}{(1-(3\times 0,577^2))^2} = \frac{3.46}{(1-0.998)^2} \tag{5}$$

$$f'(0,577) = \frac{6\times 0.577}{(1-(3\times 0.577^2))^2} = \frac{3.46}{(1-0.998)^2} = 865000 \tag{6}$$

logo, o valor da derivada da função comparado com o valor verdadeiro com 3 algarismos significativos será:

$$\varepsilon_{rel.PEr} = \frac{VAl.VEr - VAL.Aprox}{VAl.VEr} = \frac{2352910-865000}{2352910} = 0.63 = 63\% \tag{7}$$

PARTE 2 - COM 4 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

$$f'(0,577) = \frac{3.462(CONSIDERANDO3.462)}{1-(0.998787(CONSI-0.9987))^2} \tag{8}$$

$$f'(0,577) = \frac{3.462}{(1-0.9987)^2} = 2048520 \tag{9}$$

Logo, fazendo o calculo do erro:

$$\varepsilon_{rel.PEr} = \frac{VAl.VEr - VAL.Aprox}{VAl.VEr} = \frac{2352910-2048520}{2048520} = 0.148 = 14,8\% \tag{10}$$

Conclusão: Quanto mais algarismos significativos, mais aproximado é o valor do número.

QUESTÃO 2: A FUNÇÃO:

$$y = x^3 - 7 \times x^2 + 8 \times x - 0.35 \tag{11}$$

Usando 3 algarismos significativos e truncamento, calcular o erro relativo percentual

Interpretação: Similar a anterior, apenas usando o valor da função para x = 1,37

$$y_{VERDADEIRO} = 1.37^3 - 7 \times 1.37^2 + 8 \times 1.37 - 0.35 = 0.043053 \tag{12}$$

1 - PASSO: CALCULAR COM APENAS 3 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS:

$$y_{APROXIMADO} = 2.571353(2.57) - 13.1383(13.3) + 10.96(10.9) - 0.35 = (2.57) - (13.3) + (10.9) \tag{13}$$

$$y_{APROXIMADO} = -0.18 \tag{14}$$

CALCULANDO O ERRO

$$\varepsilon_{rel.PEr} = \frac{0.043053 - 0.18}{0.043053} = |3,18| = 318\% \tag{15}$$

CONCLUSÃO: O ERRO FOI ALTO PRA CACETE COM 3 ALGARISMOS

LETRA B - AGORA A MESMA COISA MAS COM A FUNÇÃO DA LETRA B

$$y = ((x - 7) \times x + 8) \times x - 0,35 \tag{16}$$

$$y = ((1.37 - 7) \times 1.37 + 8) \times 1.37 - 0,35 = (-5.63 \times 1.37 + 8) \times 1.37 = (-7.7131 + 8) \times 1.37 \tag{17}$$

$$y = (-7.7131(-7.71) + 8) \times 1.37 = 0.397 \tag{18}$$

POR FIM, CALCULANDO O ERRO TEMOS QUE:

$$\varepsilon_{rel.PEr} = \frac{0.043053 - 0.397}{0.397} = 0,89 = 89\% \tag{19}$$

QUESTÃO 3: CALCULAR O VALOR APROXIMADO DA FUNÇÃO COSSENO PELA EXPANSÃO DA SÉRIE DE MACLAURIN E CALCULAR OS ERROS: PARA x = $\frac{\pi}{4}$

$$cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} \dots \tag{20}$$

-VALOR VERDADEIRO:

$$cos(\frac{\pi}{4}) = 0.707 \tag{21}$$

- APROXIMAÇÃO COM PRIMEIRO TERMO E CÁLCULO DOS ERROS

$$cos(\frac{\pi}{4}) = 1 \tag{22}$$

ERRO RELATIVO FRACIONARIO VERDADEIRO

$$\varepsilon = \frac{0.707 - 1}{0.707} = 0.41 = 41\% \tag{23}$$

- APROXIMAÇÃO COM SEGUNDO TERMO E CÁLCULO DOS ERROS

$$cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} \tag{24}$$

$$cos(\frac{\pi}{4}) = 1 - \frac{(\frac{\pi}{4})^2}{2} = 0.691 \tag{25}$$

ERRO RELATIVO FRACIONARIO VERDADEIRO

$$\varepsilon = \frac{0.707 - 0.691}{0.691} = 0.023 = 2,3\% \tag{26}$$

ERRO RELATIVO FRACIONÁRIO APROXIMADO

$$\varepsilon = \frac{(VAL - ATUAL) - (VAL - ANTER)}{VAL - ATUAL} \tag{27}$$

$$\varepsilon = \frac{(0.691) - (1)}{0.691} = 0,447 = 47\% \tag{28}$$

VOU PARAR AQUI. CONTINUE AUMENTANDO OS TERMOS E REPETINDO A LÓGICA DOS ERROS ATÉ O QUARTO TERMO QUE O ERRO CAI- MENOS DE 2 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS NO ERRO VERDADEIRO

QUESTÃO 4: A QUESTÃO 4 É A MESMA LÓGICA DA QUESTÃO 3 MAS MUDA A FUNÇÃO

- CALCULA O VALOR VERDADEIRO PARA SEN DE X EM X PI POR QUARTA
- CALCULA O VALOR DO SENO DE X COM UM TERMO
- CALCULA O VALOR DO ERRO VERDADEIRO (COMO NÃO TEM APROXIMAÇÃO ANTERIOR LOGO NÃO EXISTE ERRO APROXIMADO NO CHUTE INICIAL)
-CALCULA AGORA COM DOIS TERMOS DA EXPANSÃO - CALCULA O VALOR DO ERRO VERDADEIRO E AGORA COM A APROXIMAÇÃO ANTERIOR O ERRO APROXIMADO
- REPETE O CICLO AUMENTADO OS TERMOS DA SÉRIE ATÉ QUE O ERRO VERDADEIRO FIQUE ABAIXO DE 2 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS (FAZ UNS 4 E FICA DEBOA)

- QUESTÃO 5 - CALCULAR O VALOR DA SÉRIE DE TAYLOR COM BASE NO POLINOMIO PARA O VALOR VERDADEIRO DE X = 1

$$f(x) = 25 \times x^3 - 6 \times x^2 + 7 \times x - 88 \tag{29}$$

- QUESTÃO 7 - NOVAMENTE SÉRIE DE TAYLOR AGORA COM OS VALORES DE CHUTE

(a) Ordem zero

(b) Ordem um

(c) Ordem dois

(d) Ordem três

(e) Ordem Quatro

$$f(x) = -0,1 \times x^4 - 0,15 \times x^3 - 0,5 \times x^2 - 0,25 \times x + 1,2 \tag{30}$$

$$f'(x) = -0.4x^3 - 0.45x^2 - x - 0.25 \tag{31}$$

$$f''(x) = -1.2x^2 - 0.9x - 1 \tag{32}$$

$$f'''(x) = -1.2x^2 - 0.9x - 1 \tag{33}$$

$$f''''(x) = -2.4x - 0.9 \tag{34}$$

$$f(0) = -0,1 \times x^4 - 0,15 \times x^3 - 0,5 \times x^2 - 0,25 \times x + 1,2 = 1,2 \tag{35}$$

$$f'(0) = -0.4x^3 - 0.45x^2 - x - 0.25 = -0,25 \tag{36}$$

$$f''(0) = -1.2x^2 - 0.9x - 1 = -1 \tag{37}$$

$$f'''(0) = -2.4x - 0.9 = -0,9 \tag{38}$$

$$f''''(0) = -2,4 \tag{39}$$

$$x_i = 0 \tag{40}$$

$$x_{i+1} = 1 \tag{41}$$

$$h = 1 \tag{42}$$

Primeiro passo: Determinar o valor verdadeiro da função para quando x é 1

$$f(1) = -0,1 \times 1^4 - 0,15 \times 1^3 - 0,5 \times 1^2 - 0,25 \times 1 + 1,2 = 0.2 \tag{43}$$

Valor verdadeiro é 0,2

Segundo Passo - Determinar o valor de F(1) utilizando a série de taylor usando $X_i = 0$ e calcular o erro para cada ordem

Série de Taylor

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i) \times h + \frac{f''(x_i) \times h^2}{2!} \dots \tag{44}$$

Substituindo os valores ordem por ordem:

A) Ordem 0

$$f(1) = f(0) = -0,1 \times 0^4 - 0,15 \times 0^3 - 0,5 \times 0^2 - 0,25 \times 0 + 1,2 = 1,2 \tag{45}$$

B) Ordem 1

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i) \times h \tag{46}$$

$$f(1) = 1,2 - 0,25 \times 1 = 0,95 \tag{47}$$

C) Ordem 2

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i) \times h + \frac{f''(x_i) \times h^2}{2!} \tag{48}$$

$$f(1) = 0,95 - \frac{-1 \times 1^2}{2!} = 0,95 - 0.5 = 0,450 \tag{49}$$

D) Ordem 3

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i) \times h + \frac{f''(x_i) \times h^2}{2!} + \frac{f'''(x_i) \times h^3}{3!} \tag{50}$$

$$f(x_{i+1}) = 0,450 + \frac{-0,9 \times 1^3}{3!} = 0,450 - 0,150 = 0,300 \tag{51}$$

D) Ordem 4

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i) \times h + \frac{f''(x_i) \times h^2}{2!} + \frac{f'''(x_i) \times h^3}{3!} + \frac{f''''(x_i) \times h^4}{4!} \tag{52}$$

$$f(1) = 0,300 + \frac{-2,4 \times 1^4}{4!} = 0,300 - 0,100 = 0,2 \tag{53}$$

Usando quatro termos em diante, o erro cai para zero

$$f(1) = 0,300 + \frac{-2,4 \times 1^4}{4!} = 0,300 - 0,100 = 0,2 \tag{54}$$

Erros

Erro Verdadeiro

$$E_t = ValorVerdadeiro - Aproximacao \tag{55}$$

Erro Verdadeiro Percentual

$$\varepsilon_t = \frac{ValorVerdadeiro - Aproximacao}{ValorVerdadeiro} \tag{56}$$

Ordem	Valor Verdadeiro	Erro Veradeiro	Erro Verdadeiro Percentual
0	0,2	0,2 - 1,2 = -1	$\frac{0,2-1,2}{0,2} \times 100 = 500\%$
1	0,2	0,2 - 0,95 = -0,750	$\frac{0,2-0,95}{0,2} \times 100 = 375\%$
2	0,2	0,2 - 0,450 = -0,250	$\frac{0,2-0,450}{0,2} \times 100 = -125\%$
3	0,2	0,2 - 0,3 = -0,1	$\frac{0,2-0,3}{0,2} \times 100 = -50\%$
4	0,2	0,2 - 0,2 = 0	$\frac{0,2-0,2}{0,2} \times 100 = 0\%$

.

- QUESTÃO 8 - SÉRIER DE TAYLOR DO TERMO 0 ATÉ 6 PARA A FUNÇÃO COSENO DE X

$$x_i = \frac{\pi}{4} \tag{57}$$

$$x_{i+1} = \frac{\pi}{3} \tag{58}$$

$$h = \frac{\pi}{12} \tag{59}$$

A) DERIVADAS

f(x) = cos(x)

f'(x) = -sen(x)

f''(x) = -cos(x)

f'''(x) = sen(x)

f''''(x) = cos(x)

f'''''(x) = -sen(x)

f''''''(x) = -cos(x)

C)SERIE DE TAYLOR

$$f(\frac{\pi}{3}) = f(x_i) + f'(x_i) \times h + \frac{f''(x_i) \times h^2}{2!} + \frac{f'''(x_i) \times h^3}{3!} + \frac{f''''(x_i) \times h^4}{4!} + \frac{f'''''(x_i) \times h^5}{5!} + \frac{f''''''(x_i) \times h^6}{6!} \tag{60}$$

D) VALOR VERDADEIRO

$$f(x_{i+1}) = cos(\frac{\pi}{3}) = 0.5 \tag{61}$$

D) ORDEM 0

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) = cos(\frac{\pi}{4}) = 0.707 \tag{62}$$

ERRO

$$\varepsilon = \frac{(0.5)-(0.707)}{0.5} = 0,414 = 41\% \tag{63}$$

D) ORDEM 1

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i) = 0.707 - sen(\frac{\pi}{4})x \times (\frac{\pi}{12}) = 0.521 \tag{64}$$

ERRO

$$\varepsilon = \frac{(0.5)-(0.521)}{0.521} = 0.040 = 4\% \tag{65}$$

D) ORDEM 2

$$f(x_{i+1}) = 0.521 + \frac{-cos(\frac{\pi}{4}) \times (\frac{\pi}{12})^2}{2!} = 0.496 \tag{66}$$

ERRO

$$\varepsilon = \frac{(0.5)-(0.496)}{0.5} = 0.008 = 0,8\% \tag{67}$$