A derivada de $f(x) = 1/(1 - 3x^2)$ é dada por

$$\frac{6x}{(1 - 3x^2)^2}$$

Você espera ter dificuldades calculando essa função em $x = 0{,}577$? Tente isso usando aritmética com três e quatro algarismos significativos, com truncamento.

2)

(*a*) Calcule o polinômio

$$y = x^3 - 7x^2 + 8x - 0{,}35$$

em $x = 1{,}37$. Use aritmética com três algarismos significativos e truncamento, e calcule o erro relativo percentual.

(*b*) Repita (*a*), mas expresse y como

$$y = ((x - 7)x + 8)x - 0{,}35$$

Calcule o erro e compare com a parte (*a*).

3)

4.11 A expansão em série de Maclaurin para cos x é

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \cdots$$

Começando com a versão mais simples, cos $x = 1$, some termos um a um para estimar cos(π/4). Depois que cada novo termo for somado, calcule os erros relativos percentuais verdadeiro e aproximado. Utilize sua calculadora de bolso ou o MATLAB para determinar o valor verdadeiro e some termos até que o valor absoluto da estimativa aproximada de erro fique abaixo de um critério de erro de até dois algarismos significativos.

4)

4.12 Faça os mesmos cálculos do Problema 4.11, mas use a expansão em série de Maclaurin para o sen x para estimar sen (π/4)

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

5)

Use a expansão em série de Taylor de ordem zero até três para prever $f(3)$ para

$$f(x) = 25x^3 - 6x^2 + 7x - 88$$

utilizando o ponto-base $x = 1$. Calcule o erro relativo percentual ε_t para cada aproximação.

6)

Calcule e^{-5} usando as duas abordagens

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

e

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x} = \frac{1}{1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \cdots}$$

e compare com o valor verdadeiro de $6{,}737947 \times 10^{-3}$.

Use 5 termos para calcular cada série e calcule os erros relativos aproximados verdadeiros quando cada termo for adicionado.

7)

Enunciado do Problema. Use expansões em séries de Taylor de ordem zero até ordem quatro para aproximar a função

$$f(x) = -0{,}1x^4 - 0{,}15x^3 - 0{,}5x^2 - 0{,}25x + 1{,}2$$

a partir de $x_i = 0$ com $h = 1$. Isto é, faça uma previsão do valor da função em $x_{i+1} = 1$.

Calcule o erro verdadeiro para cada termo da série de Taylor que for adicionado

8)

Enunciado do Problema. Use expansões em séries de Taylor com $n = 0$ até 6 para aproximar $f(x) = \cos x$ em $x_{i+1} = \pi/3$ com base no valor de $f(x)$ e suas derivadas em $x_i = \pi/4$. Observe que isso significa que $h = \pi/3 - \pi/4 = \pi/12$.

Calcule o erro verdade para cada termo da série de Taylor que for adicionado

9)

Enunciado do Problema. Use aproximações por diferenças progressiva e regressiva de $O(h)$ e uma aproximação por diferença centrada de $O(h^2)$ para fazer uma estimativa da primeira derivada de

$$f(x) = -0{,}1x^4 - 0{,}15x^3 - 0{,}5x^2 - 0{,}25x + 1{,}2$$

em $x = 0{,}5$ usando um tamanho de passo $h = 0{,}5$. Repita os cálculos usando $h = 0{,}25$. Observe que a derivada pode ser calculada diretamente por

$$f'(x) = -0{,}4x^3 - 0{,}45x^2 - 1{,}0x - 0{,}25$$

e pode ser usada para calcular o valor verdadeiro como sendo $f'(0{,}5) = -0{,}9125$.

Calcule os erros verdadeiros para cada caso

Referências Bibliográficas

CHAPRA, S.C. Métodos numéricos aplicados com MATLAB para engenheiros e cientistas, 3ºEd, AMGH Editora Ltda., 2013.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. Métodos numéricos para engenharia, 7ª ed, AMGH, Porto Alegre, 2016.