Warum bin ich nicht einfach Staubsaugervertreter geworden?

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Reservierungsprozess und seine Schnittstellen

1.1 Aktuar in der Schadenversicherung

1.1.1 Kernaufgaben und Funktionen

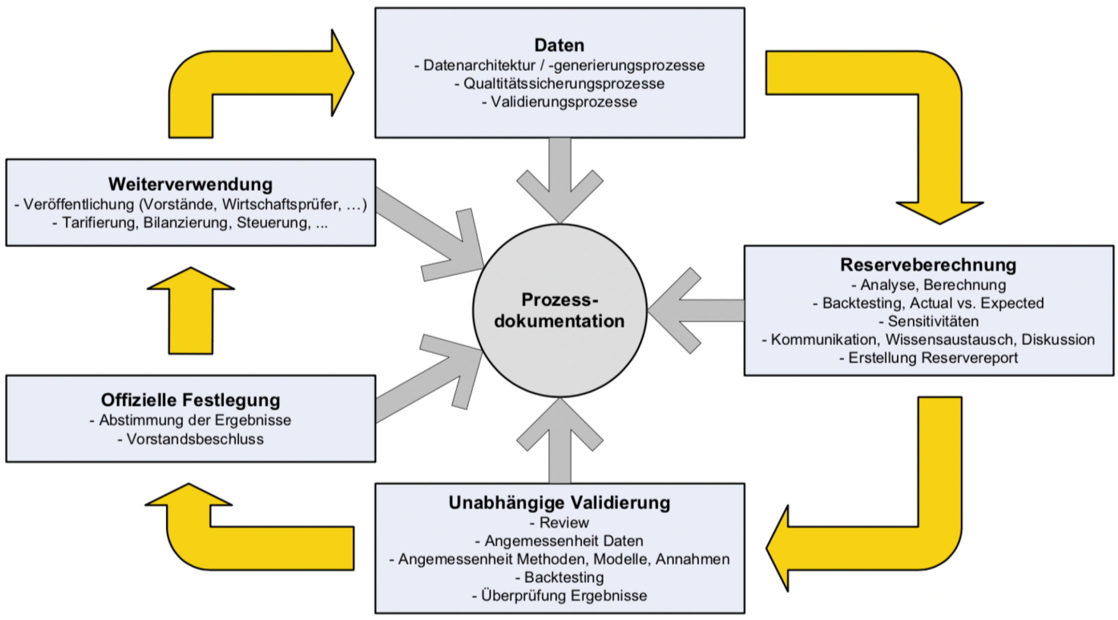
- Bewertung von Rückstellungen für Schäden, Prämien, Regulierungskosten und Regresse
- Tarifierung und Produktentwicklung
- Risikomanagement
- Controlling
- Aufsichtsrechtliche und regulatorische Funktionen

$\rightarrow$ Methodenstetigkeit und Datenstetigkeit zu beachten

1.1.2 Zielsetzungen Reservebewertung

- Bestimmung der Rückstellungen für bilanzielle Zwecke
- Unternehmensanalyse durch Ratingagentur
- Shareholder-Value-Betrachtung
- Ermittlung angemessener Prämien

Reservierungsprozess



Allgemeine Aspekte

- Umfang und Turnus
- Rollenbeschreibung der Beteiligten
- Organisationsstruktur
- Unabhängigkeit und Objektivität
- Interne Kontrollen

Daten

- Transparanz, Nachvollziehbarkeit der Datengenerierung
- Dokumentation des Prozesses
- Beschreibung Datenarchitektur
- unternehmensweite Konsisntenz
- ausreichende Datenhistorie
- Qualitätssicherung mit angemessener Dokumentation
- automatische und manuelle Tests
- Plausibilisierung

Reserveberechnung

- Festlegung von Umfang der Analysen und Konsistenz zu SII
- Welche Software?
- Welche Annahmen werden wie getroffen?
- Wie sieht die aktuarielle Entscheidungsfindung aus und ist diese transparent dokumentiert?
- Wie wird kontrolliert und validiert?

Unabhängige Validierung

- insb. durch SII gefordert
- Überprüfung der Angemessenheit der Daten, Modelle, Methoden, Annahmen und Ergebnisse
- Backtesting
- unabhängig von der Berechnung

Prozessdokumentation

- Prozessbeschreibung
  - Überblick
  - Schnittstellen
  - Prozessgestaltung
  - Ausführung
  - Versionshistorie
  - Kontrollsystem
  - Tests
  - Dokumentationsrichtlinien
- Dokumentation der Kontrollprozesse

1.1.3 Zweck und Aufbau des Reserveberichts

- Reservebericht
  - individuell an Umfang und Verwendungszweck angepasst
  - an Zielgruppen orientiert
  - als Basis der VmF zur Erfüllung ihrer Pflichten
- Inhalte des Reserveberichts
  - Zweck der Reserveanalyse, Auftraggeber
  - Umfang der Reserveanalyse
  - Relevante Entwicklungen und wesentliche Kennzahlen
  - Daten und Methoden
  - Zusammenfassung der Ergebnisse
  - Vergleich mit Vorperioden

Kapitel 2

Versicherungstechnische Rückstellungen in der Rechnungslegung

2.1 IFRS 17, HGB, SII im Vergleich

Unterschieden wird nach:

- IFRS 17: entscheidungsnützliche Informationen bzgl. Vermögens- und Finanzlage
- HGB: Informationsvermittlung und Ausschüttungsbemessung
- SII: Bestimmung der Eigenmittel als Verlustdeckungspotenzial

2.1.1 Versicherungsverträge

- IFRS 17: Verträge, die signifikantes Versicherungsrisiko übertragen (Versicherungsrisiko wird von Finanzrisiko abgegrenzt)
- HGB: keine eigene Definition von Versicherungsverträgen, aber Anforderungen an den Risikotransfer von Rückversicherung
- SII: keine eigene Definition von Versicherungsverträgen und Rückversicherungsverträgen

2.1.2 Kosten als Teil der vers.techn. Rückstellungen

- IFRS 17: SRK und Verwaltungskosten werden einbezogen, Berücksichtigung der variablen Abschlusskosten bei CSM, keine allgemeine Verwaltungskosten berücksichtigt
- HGB: SRK einbezogen, keine allgemeine Verwaltungskosten berücksichtigt

- SII: SRK, Vertragsverwaltungskosten, Abschlusskosten, Kosten der Verwaltung der Kapitalanlagen einbezogen

2.1.3 Datenqualität

- HGB: Grundsätze ordnungsgemäßer Buchführung
- SII:
  - Vollständigkeit, Richtigkeit und Angemessenheit gefordert
  - bezieht sich auf interne und externe Daten
  - Angemessenheit muss nachweisbar sein, dafür umfangreiche Dokumentation erforderlich
- IFRS 17: kein eigener Abschnitt zur Datenqualität

2.2 Bewertungsmodell unter IFRS 17

Building Block Approach (u.U. Premium Allocation Approach zugelassen):

- Basis sind die erwarteten Zahlungsströme
- Diskontierung
- Risikomarge zur Deckung der Unsicherheiten (keine Berechnungsvorgabe, aber geforderte Eigenschaften)
- Servicemarge (CSM) dient der Neutralisierung von Gewinnen bei Vertragsabschluss. Bei LIC (Liability for incurred claims keine CSM)
- LRC (Liability for remaining coverage) für bound but not incepted onerous contracts wird eine Drohverlustrückstellung (Loss Component) gebildet, für incepted contracts eine CSM

2.3 Bewertungsmodell unter HGB

Retrospektive Bewertung der Beiträge mit prospektiver Bildung von Rückstellungen für drohende Verluste. Bewertung der Schadenrückstellung prospektiv:

- Einzelbewertung für bekannte Versicherungsfälle
- Gruppenbewertung für unbekannte Spätschäden
- Rentenverbindlichkeiten separat bewerten
- Zusätzliche Schwankungsrückstellungen zur Stabilisierung

2.3.1 Schwankungsrückstellungen unter HGB

- zu bilden, wenn erhebliche Schwankungen erwartet werden oder Schwankungen nicht durch Beiträge ausgeglichen werden können oder durch Rückversicherung gedeckt sind
- Nur bei Schaden/Unfall
- Granularität: Ermittlung und Bildung für jeden Versicherungszweig separat
- Voraussetzungen (3 Bedingungen müssen erfüllt sein):
  - Bagatellklausel: Versicherungszweig im Durchschnitt der letzten 3 Jahre mehr als 125.000 EUR verdiente Beiträge
  - Erheblichkeitsklausel: Standardabweichung der Schadenquote im Beobachtungszeitraum (i.d.R. 15 Jahre) beträgt mindestens 5 %-Punkte
  - Finanzierungsbedarfsklausel: Im Beobachtungszeitraum überschreitet die kombinierte Schaden- und Kostenquote mindestens einmal 100%
- Berechnung Standardfall:
  - $\{1,...,n\}$ der Beobachtungszeitraum vor Bilanzjahr $n+1$
  - $\bar{q}$ die durchschnittliche Schadenquote, $\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(q_i - \bar{q})^2}$ die Standardabweichung
  - Sollbetrag $SB = 4,5 \cdot \bar{\sigma} \cdot P$, $P \triangleq$ verdiente Beiträge des Bilanzjahres

(1) $SR_{n+1}^{(1)} = \begin{cases} min(SR_n + 3,5\% \cdot SB; SB) & \text{falls } SR_n \leq SB \\ SR_n & \text{sonst} \end{cases}$

  - $B = (\bar{q} - q_{n+1}) \cdot P$, ($\bar{q} > q_{n+1} \rightarrow$ B Unterschaden, $\bar{q} < q_{n+1} \rightarrow$ -B Überschaden)

(2) Erhöhung bei Unterschaden:
$$SR_{n+1}^{(2)} = \begin{cases} min(SR_{n+1}^{(1)} + B; SB) & \text{falls } SR_{n+1}^{(1)} \leq SB \text{ und } \bar{q} > q_{n+1} \\ SR_n(1) & \text{sonst} \end{cases}$$

(3) Entnahme des Überschadens:
$$SR_{n+1}^{(3)} = \begin{cases} max(SR_{n+1}^{(2)} + B; 0) & \text{falls } \bar{q} < q_{n+1} \\ SR_{n+1}^{(2)} & \text{sonst} \end{cases}$$

(4) Begrenzung durch Sollbetrag sicherstellen
$SR_{n+1} = min(SR_{n+1}^{(3)}; SB)$

  - Schadenquote nach Schwankung: $q_{n+1}^{nS} = q_{n+1} + \frac{SR_{n+1} - SR_n}{P}$
  - Falls $SR_{n+1} = SR_n + 3,5\% \cdot SB + B$, dann $q_{n+1}^{nS} = \bar{q} + 3,5\% \cdot 4,5 \cdot \bar{\sigma}$

2.4 Bewertungsmodell unter SII

- prospektive Bewertung des gesamten Versicherungsvertrags:
  - Basis: erwartete Zahlungsströme
  - risikolose Diskontierung
  - Risikomarge
- vers.techn. Rückstellungen (TPs) beinhalten Claims Provisions, Premium Provisions (beides diskontiert) und Risikomarge
- BE einer vers.techn. Rückstellung $\hat{=}$ wahrscheinlichkeitsgewichteter Durchschnitt zukünftiger Zahlungensströme unter Berücksichtigung des Zeitwerts des Geldes (Barwert) und unter Verwendung einer risikofreien Zinskurve (existiert brutto und netto, netto ist abzüglich RV und einforderbare Beträge von Zweckgesellschaften)
- Proportionalitätsprinzip: unter SII verankert, unternehmensindividuelle Situation betrachten

2.5 Schadenrückstellungen unter SII

- Schadenrückstellungen decken die Verpflichtungen aus bereits eingetretenen Schäden zu Verträgen, die vor dem Bilanzstuchtag bestanden haben inkl. noch unbekannter Rentenfälle
- BE einer Schadenrückstellung $\hat{=}$ diskontierter wahrscheinlichkeitsgewichteter Durchschnitt künftiger Schäden, die sich vor dem Bilanzstichtag ereignet haben
- Zukünftige Zahlungsströme der SRK (IBNR der SRK) sind Teil der Schadenrückstellungen
- Direkte SRK: einzelnen Schäden zuzuordnen (Anwaltskosten, Gutachterkosten)
- Indirekte SRK: allgemeine Kosten (Gehälter, Gebäudekosten

2.6 Prämienrückstellungen unter SII

- Prämienrückstellungen $\hat{=}$ Saldo aus Barwert der Verpflichtungen und Barwert zukünftiger Prämien
- Barwert der Verpflichtungen bezieht sich auf zukünftig eintretende Schadenfälle aus Verträgen, die zum Bilanzstichtag bestanden haben

Ansatz von Versicherungsverträgen unter SII

- Bei Berechnung der Prämienrückstellungen sind alle Zahlungsströme zu berücksichtigen
- Entscheidend ist ob Beginn des Versicherungsschutzes oder der Vertragsabschluss vor Bilanzstichtag liegt

Vertragsgrenzen unter SII

- Anzusetzende Verträge sind bis zum folgenden Zeitpunkt in der Berechnung der Prämienrückstellungen zu berücksichtigen:
  - bis zu dem Tag, an dem das Versicherungsunternehmen das einseitige Recht hat, den Vertrag zu beenden
  - bis zu dem Tag, an dem das Versicherungsunternehmen das einseitige Recht hat, die Prämienhöhe oder den Leistungsumfang anzupassen

Vereinfachtes Berechnungsverfahren zur Schätzung der Prämienrückstellung

- undiskontierte Prämienrücktellungen

$$BE_{premium} = (CR - AER) \cdot VM + (CR - 1) \cdot FP \tag{2.1}$$

- CR: geschätzte, undiskontierte Schaden-Kosten-Quote
- AER: geschätzte Abschlusskostenqote für Abschlusskosten des aktuellen Bestandes, die bis zum Laufzeitende angefallen sind
- VM: ökonomische Beitragsüberträge aus bereits bekannten Verträgen
- FP: geschätzte, zukünftige, undiskontierte Brutto-Prämie für alle Verträge des aktuellen Bestandes, die gemäß der Grenzen der Versicherungsverträge zu berücksichtigen sind

2.7 Rückversicherung unter SII

- BE Brutto - Einforderbare Beträge aus RV = BE Netto
- Einforderbare Beträge getrennt nach Prämien- und Schadenrückstellungen (und anerkannte Renten)
- Segmentierung in homogene Risikogruppen

- Unterschiedliche Formen der RV (proportional, nicht-proportional, Stop-Loss, fakultativ)
- Wiederauffüllungsprämien berücksichtigen
- Möglichen Ausfall der RV einkalkulieren
- Einforderbare Beträge aus RV beim Erstversicherer = versicherungstechnische Rückstellungen beim RV

2.8 Risikomarge unter SII

- stellt sicher, dass der Wert der vers.techn. Rückstellungen dem Betrag entspricht, den VU fordern fordern würden, um die Versicherungsverpflichtungen übernehmen und erfüllen zu können
- $RM = CoC \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{SCR_{RU}(t)}{(1+r_{t+1})^{t+1}}$
- CoC = Kapitalkostensatz (6%)
- $SCR_{RU}(t)$: Solvenzkapitalanforderung des Referenzunternehmens RU nacht t Jahren
- r_{t+1}: risikofreier Zins zur Laufzeit $t+1$

Kapitel 3

Grundlagen der aktuariellen Schadenreservebewertung

3.1 Grundlagen und Bezeichnungen

3.1.1 Abwicklungsdreieck bzw. -rechteck

		Abwicklungsjahr									
		1	$\cdots$	k	$\cdots$	$n-i+1$	$\cdots$	n	$n+1$	$\cdots$	u
Anfalljahr	1	$C_{1,1}$	$\cdots$	$C_{1,k}$	$\cdots$	$C_{1,n-i+1}$	$\cdots$	$C_{1,n}$	$C_{1,n+1}$	$\cdots$	$C_{1,u}$
	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\iddots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
	i	$C_{i,1}$	$\cdots$	$C_{i,k}$	$\cdots$	$C_{i,n-i+1}$	$\cdots$	$C_{i,n}$	$C_{i,n+1}$	$\cdots$	$C_{i,u}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\iddots$	$\vdots$	$\iddots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
	n	$C_{n,1}$	$\cdots$	$C_{n,k}$	$\cdots$	$C_{n,n-i+1}$	$\cdots$	$C_{n,n}$	$C_{n,n+1}$	$\cdots$	$C_{n,u}$

- $C_{i,k}$ kumulativer Stand des AJs *it* nach k Abwicklungsjahren
- $1 \leq i \leq n$ und $1 \leq k \leq u$
- $n < u$: Nachlauf/Tail
- Zeilen können sein: Anfalljahre, Zeichnungsjahre, Meldejahre
- Abwicklungsjahre
  - Zedentensichtweise: RV definiert das Abwicklungsjahr, in dem das abgerechnete Quartal des Zedenten liegt
  - Finanzsichtweise: Basis für Abwicklungsjahr ist das Jahr, in dem die Abrechnung beim RV verbucht wurde

- Segmentierung konsistent zur Tarifierung halten
- $S_{i,k} = C_{i,k} - C_{i,k-1}$
- $R_i = C_{i,u} - C_{i,n-i+1} = S_{i,n-i+2} + \ldots + S_{i,u}$
- $R = R_1 + \ldots + R_n$
- IBNR = IBNYR + IBNER (incurred but not yet reported + incurred but not enough reserved)
- Kernproblem: Bestimmung einer Sch¨tzung $\hat{R}_i$ für R_i bzw. $E(R_i)$
- Anfalljahre unabhängig voneinander (problematisch, da Inflation z.B. kein Anfalljahreseffekt ist)
- Bereinigung von Großschäden und Inflation u.U. notwendig
- Manche Projektionsverfahren verwenden ein Volumen- bzw. Exposuremaß v_i für das AJ i

3.2 Segmentierung

- Einteilung eines Bestandes in hinreichend große, aber möglichst homogene Risikogruppen bzw. Einteilung von Schäden in Gruppen anhand von Schadenmerkmalen
- Muss zu Anforderungen der externen Rechtslegung passen:
  - HGB: Unterteilung in Unfall, Kranken, KFZ-Haftpflicht, KFZ-Sonstige, Transport und Luftfahrt, Feuer und Sach, Haftpflicht, Kredit und Kaution, Rechtsschutz, Beistandsleistungen, Sonstige
  - IFRS: Keine Anforderungen
  - SII: Homogene Risikogruppen, mindestens nach SII LoBs

3.3 Sich ändernde Rahmenbedingungen - Inflation

interne Rahmenbedingungen

- Schadenregulierung
- Praxis der Einzelfallreservierung
- Bestandszusammensetzung
- Tarifbedingungen

- Beitragsanpassungen
- Datenverarbeitung

→ berücksichtigen und Datenhistorie anpassen

3.3.1 externe Rahnenbedingungen

- Gesetzlicher Rahmen, Recht, Steuern
- Gesellschaftliche, soziale, demographische, politische Rahmenbedingungen
- Medizinischer Fortschritt, steigende Lebenserwartung
- Technologischer Fortschritt
- Ökologische Entwicklungen
- ökonomische Rahmenbedingunen (z.B. Inflation)

→ individuelle Berücksichtigung, z.B. Inflationsanpassung $S^I_{i,k} = \frac{I_n}{I_{i+k-1}} \cdot S_{i,k}$

→ zukünftige Zahlungsströme $\widehat{S_{i,k}} = \frac{I_{i+k-1}}{I_n} \cdot \widehat{S^I_{i,k}}$ (Inflationierung der Zukunft)

- Praxis: Daten nicht bereinigt, Inflation implizit berücksichtigt und bei Bedarf Superimposed Inflation on top

3.4 Ratenänderungen, Prämienzyklen und Reservezyklen

- Jährliche Anpassung der Prämie möglich
- Ratenänderung: höhere oder niedrigere Prämien für gleiche Risiken
- Praxis: Messung schwierig, da oft Tarife auch leicht modifiziert werden. Ratenverbesserungen, wenn die Prämie steigt und das Risiko gleich bleibt
- Prämienzyklus: einige Jahre Ratenverbesserungen, dann Ratenverschlechterungen (harter und weicher Markt)
  - nicht auskömmliche Prämien führen zu Preiserhöhungen
  - auskömmliche zu Gewinnen und erlauben damit Ratenverschlechterungen
  - solche Zyklen auch bei Reserven zu beobachten (Reserveerhöhung oder -auflösung

3.5 Die Behandlung von Ausreißern, Groß- und Kumulschäden

- Ausreißer:
  - deutlich anderes Abwicklungsverhalten
  - Anteil groß genug, um relevant zu sein
  - z.B. Groß- oder Kumulschäden
- Großschadengrenze muss festgelegt werden
  - Quantil der Schadenhöhenverteilung
  - Prozentsatz des erwarteten Endschadenstands des Anfalljahres
  - Fest gewählter Betrag als Grenze
- Separation der Groß- und Kumulschäden
  - Separation aus Abwicklungsdaten
  - Problem: vorhandene Schäden, die später groß werden, werden inkonsistent behandelt
  - Kappung an Großschadengrenze
  - Problem: Erzeugt künstliches Abwicklungsverhalten
  - Glättung des Abwicklungsdreiecks
  - Problem: Was sind objektive Kriterien zur Umverteilung?
- Großschäden werden separat in Großschadendreieck oder über Einzelbewertung betrachtet
- Rückstellungen für zukünftige Großschäden

3.6 Abwicklungsmuster und Methoden der Reservebewertung

Die meisten Modelle und Methoden basieren auf der Idee, dass die Abwicklung der Anfalljahre einem Muster folgt, das für alle Anfalljahre identisch ist.

Ein Vektor $(p_0, p_1, \dots, p_u)$ mit $p_0 = 0$, $p_k > 0$ für $k = 1, \dots, u$ und $p_u = 1$ heißt **Abwicklungsmuster** (development pattern), wenn für alle $k = 0, \dots, u$ und $i \in \{1, \dots, n\}$

$$\frac{\mathrm{E}(C_{i,k})}{\mathrm{E}(C_{i,u})} = p_k$$

gilt. Ist $(p_0, p_1, \dots, p_u)$ ein Abwicklungsmuster, so schreiben wir

$$\vartheta_k := p_k - p_{k-1} \quad (k = 1, \dots, u) \quad \text{und} \quad f_k := p_k / p_{k-1} \quad (k = 2, \dots, u).$$

Mit diesen Bezeichnungen gilt

$$\frac{\mathrm{E}(S_{i,k})}{\mathrm{E}(C_{i,u})} = \vartheta_k \quad (k = 1, \dots, u), \qquad \frac{\mathrm{E}(C_{i,k})}{\mathrm{E}(C_{i,k-1})} = f_k \quad (k = 2, \dots, u).$$

Der Vektor $(\vartheta_1, \dots, \vartheta_u)$ heißt **inkrementelles Abwicklungsmuster**, die Faktoren $f_2, \dots, f_u$ heißen **Abwicklungsfaktoren** (development factors, age-to-age factors).

Die **Loss-Development Methode** (LD) geht davon aus, dass ein Abwicklungsmuster $p_0, \dots, p_u$ existiert und Schätzer $\widehat{p}_0, \dots, \widehat{p}_u$ verfügbar sind. In diesem Fall heißt

$$\widehat{C}_{i,k} := \frac{\widehat{p}_k}{\widehat{p}_{n-i+1}} C_{i,n-i+1}$$

für die noch nicht beobachteten Stände $i + k > n + 1$ die Loss-Development Schätzung für $C_{i,k}$. Schätzen wir f_k durch $\widehat{f}_k = \widehat{p}_k / \widehat{p}_{k-1}$, so ergibt sich

$$\widehat{C}_{i,k} := \widehat{f}_k \cdot \ldots \cdot \widehat{f}_{n-i+2} \cdot C_{i,n-i+1}.$$

Einen Spezialfall stellt die **Chain-Ladder Methode** (CL) dar. Hier werden die Abwicklungsfaktoren f_k für $k = 2, \dots, n$ durch

$$\widehat{f}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k+1} C_{i,k}}{\sum_{i=1}^{n-k+1} C_{i,k-1}}$$

geschätzt. Für den Fall eines Tails $u > n$ siehe ab Folie 84. Für $k + i > n + 1$ gilt $\widehat{C}_{i,k} := \widehat{f}_k \cdot \ldots \cdot \widehat{f}_{n-i+2} \cdot C_{i,n-i+1}$ sowie $\widehat{R}_i := \widehat{C}_{i,u} - C_{i,n-i+1}$.

Die **Incremental-Loss-Ratio Methode** (ILR) wird auch Verfahren der anfalljahrunabhängigen Schadenquotenzuwächse oder kurz additives Verfahren genannt. Dieses Verfahren benötigt ein Volumenmaß v_i für das Anfalljahr $i = 1, \ldots, n$ und verwendet die Zuwachsquoten $m_1, \ldots, m_u$, welche für $k = 1, \ldots, n$ durch

$$\widehat{m}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k+1} S_{i,k}}{\sum_{i=1}^{n-k+1} v_i}$$

bestimmt werden. (Für $u > n$ siehe ab Folie 84.) Für $k + i > n + 1$ wird der Zuwachs des Anfalljahres i im Abwicklungsjahr k durch $\widehat{S}_{i,k} := \widehat{m}_k \cdot v_i$ geschätzt, woraus sich $\widehat{R}_i := \widehat{S}_{i,n-i+2} + \cdots + \widehat{S}_{i,u}$ und $\widehat{C}_{i,u} := C_{i,n-i+1} + \widehat{R}_i$ ergibt.

Die **Bornhuetter/Ferguson Methode** (B/F) geht wieder davon aus, dass Schätzer $\widehat{p}_0, \ldots, \widehat{p}_u$ für das Abwicklungsmuster verfügbar sind. Außerdem werden für das Verfahren sogenannte a-priori Endschadenstände $\widehat{U}_i$ für die Anfalljahre $i = 1, \ldots, n$ benötigt. Damit wird die Bornhuetter/Ferguson Reserve durch

$$\widehat{R}_i := \widehat{U}_i \cdot (1 - \widehat{p}_{n-i+1})$$

geschätzt, die Zuwächse durch $\widehat{S}_{i,k} := \widehat{U}_i \cdot (\widehat{p}_k - \widehat{p}_{k-1})$ für $i + k > n + 1$ und die a-posteriori Endstände durch $\widehat{C}_{i,u} := C_{i,n-i+1} + \widehat{R}_i$. In der Regel wird $\widehat{C}_{i,u} \neq \widehat{U}_i$ sein.

Die **Cape-Cod Methode** (CC) benötigt wiederum ein Volumenmaß v_i für das Anfalljahr $i = 1, \ldots, n$ und geht davon aus, dass Schätzer $\widehat{p}_0, \ldots, \widehat{p}_u$ für das Abwicklungsmuster verfügbar sind. In dieser Situation heißt

$$\widehat{\kappa} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_{i,n-i+1}}{\sum_{i=1}^{n} \widehat{p}_{n-i+1} v_i}$$

die Cape-Cod Schadenquote. Für $i + k > n + 1$ werden die kumulierten Stände durch

$$\widehat{C}_{i,k} := C_{i,n-i+1} + (\widehat{p}_k - \widehat{p}_{n-i+1}) \cdot \widehat{\kappa} \cdot v_i$$

geschätzt, sowie $\widehat{R}_i := \widehat{C}_{i,u} - C_{i,n-i+1}$.

Via $\widehat{U}_i := \widehat{\kappa} \cdot v_i$ lässt sich das CC-Verfahren als Spezialfall des B/F-Verfahrens auffassen, wobei die a-priori Endschadenstände aus den Daten des Dreiecks und den bekannten Volumina geschätzt werden.

In der Praxis wird für die Schätzung des Abwicklungsmusters $\widehat{p}_0, \ldots, \widehat{p}_u$ (sowohl für B/F, als auch für CC) häufig das Chain-Ladder Verfahren verwendet. Dieses Vorgehen ist eher kritisch zu betrachten (vgl. Folie 161).

3.7 Behandlung Nachlauf und Glättung

- meist bei lang-abwickelnden Sparten, wie z.B. Haftpflicht
- Abwicklungsmuster unterstellen: $f_k = \frac{E(C_{i,k})}{E(C_{i,k-1})}$ für $k = n+1, \ldots, u$
- Zahlung: monoton fallende Faktoren, die sich der 1 nähern

- Aufwände: Faktoren zwischen 0 und 1 möglich
- Schätzung der Faktoren mit Abwicklungsfunktion $\phi : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_+$:

- Exponentialfunktion $\phi(k) = 1 + a \cdot \exp(-b \cdot k)$ mit $a, b > 0$ (vgl. log-lineare Regression)
- Exponentialfunktion für fallende Abwicklungsmuster $\phi(k) = 1 - a \cdot \exp(-b \cdot k)$ mit $a > 0$ und $b > 0$ (für $a < 1$ ist sicher $\phi(k) > 0$)
- Potenzfunktion $\phi(k) = 1 + a \cdot k^{-b}$ mit $a > 0$ und $1 > b > 0$ (vgl. log-log-lineare Regression)
- Potenzfunktion für fallende Abwicklungsmuster $\phi(k) = 1 - a \cdot k^{-b}$ mit $a, b > 0$ (für $a < 1$ ist sicher $\phi(k) > 0$)
- Sherman-Funktion $\phi(k) = 1 + a \cdot (b + k)^{-c}$ mit $a, c > 0$ und $b \geq 0$
- Weibull-Funktion $\phi(k) = (1 - \exp(-a \cdot (b + k)^c))^{-1}$ mit $a, c > 0$ und $b \geq 0$

3.7.1 Schätzung der Tailfaktoren

1. Auswahl einer parametrischen Klasse von Abwicklungsfunktionen $\phi : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_+$
2. Auswahl der Abwicklungsjahre $K \subset \{1, ..., n\}$, die verwendet werden sollen
3. Schätzung der Parameter von ϕ durch Minimieren des gewichteten quadratischen Approximationsfehlers $\sum_{k \in K} w_k (\phi(k) - \hat{f}_k)^2$
4. $\hat{f}_k := \hat{\phi}(k)$

Praxisaspekte bei der Schätzung von Tailfaktoren

- Verwendung nur eines Tailfaktors ist unhandlich, wenn Zahlungsströme erzeugt werden müssen
- Auswahl von ϕ und K mithilfe von Grafiken
- Alternative: Abwicklungsmuster aus Benchmarkportfolios verwenden

Kapitel 4

Stochastische Modelle der aktuariellen Schadenreservebewertung

4.1 Grundlagen stochastischer Modelle

4.1.1 Schätz-, Zufalls-, und Prognosefehler

- Überprüfung, ob Modellannahmen zu Daten passen
- Identifikation nicht angebrachter Methoden
- Sinnvoll begründbare Kombination verschiedener Datentypen (z.B. Zahlungen und Aufwände
- Berechnung von Zufalls-, Schätz- und Prognosefehlern zur Einschätzung der Unsicherheit
- Aggregation der Prognosen und Prognosefehler über mehrere Segmente unter Berücksichtigung von Korrelationen
- Simulation der Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Unvermeidbare Fehler: Modellfehler/Änderungsrisiko (außerhalb des Modells, Schätzfehler und Zufallsfehler (zusammen Prognosefehler)
-
- Wegen der Unsicherheiten in Reserveberichten immer ein Disclaimer

4.2 Das Incremental-Loss-Ratio-Modell

4.2.1 Die Modellannahmen des Incremental-Loss-Ratio Modells

Die Modellannahmen des ILR-Modells lauten:

(ILR1) Die Zuwächse $S_{i,k}$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq k \leq u$ sind unabhängig.

(ILR2) Es gibt Parameter $m_k \in \mathbb{R}$, so dass für $1 \leq i \leq n$ und $1 \leq k \leq u$

$$\mathrm{E}(S_{i,k}) = m_k \cdot v_i$$

gilt. Die Parameter m_k werden Zuwachsquoten genannt.

(ILR3) Es gibt Parameter $s_k > 0$, so dass für $1 \leq i \leq n$ und $1 \leq k \leq u$

$$\mathrm{Var}(S_{i,k}) = s_k^2 \cdot v_i$$

gilt. Die s_k^2 werden auch Varianzparameter genannt.

In der Praxis ist eine Berechnung über die **Rekursionsformeln für Zufalls-, Schätz- und Prognosefehler** angebracht:

- Eine Umsetzung als Software ist damit einfacher und strukturierter.
- Die Behandlung eines Tails wird damit erleichtert (vgl. ab Folie 84 bzw. 127).
- Die Formeln sind analog wie beim CL-Modell aufgebaut (vgl. ab Folie 123).

Wegen der Unabhängigkeit der Zuwächse ist

$$\mathrm{Var}(R_i) = \mathrm{Var}(C_{i,u} \mid \mathcal{A}_i) \quad \text{und} \quad \mathrm{Var}(\widehat{R}_i) = \mathrm{Var}(\widehat{C}_{i,u} \mid \mathcal{A}_i).$$

Für den Zufallsfehler gilt für $k > n - i + 1$

$$\begin{aligned}
\mathrm{Var}(C_{i,k} \mid \mathcal{A}_i) &= \mathrm{Var}^{\mathcal{A}_i}(\mathrm{E}^{\mathcal{A}_{i,k-1}}(C_{i,k})) + \mathrm{E}^{\mathcal{A}_i}(\mathrm{Var}^{\mathcal{A}_{i,k-1}}(C_{i,k})) \\
&= \mathrm{Var}^{\mathcal{A}_i}(\mathrm{E}^{\mathcal{A}_{i,k-1}}(C_{i,k-1} + S_{i,k})) + \mathrm{E}^{\mathcal{A}_i}(\mathrm{Var}^{\mathcal{A}_{i,k-1}}(C_{i,k-1} + S_{i,k})) \\
&= \mathrm{Var}^{\mathcal{A}_i}(\mathrm{E}^{\mathcal{A}_{i,k-1}}(C_{i,k-1}) + v_i \cdot m_k) + \mathrm{E}^{\mathcal{A}_i}(s_k^2 \cdot v_i) \\
&= \mathrm{Var}^{\mathcal{A}_i}(C_{i,k-1}) + s_k^2 \cdot v_i.
\end{aligned}$$

Daraus ergibt sich die **Rekursionsformel für den Schätzer des Zufallsfehlers** mit dem Rekursionsanfang $\widehat{\mathrm{Var}}(C_{i,n-i+1} \mid \mathcal{A}_i) = 0$:

$$\widehat{\mathrm{Var}}(C_{i,k} \mid \mathcal{A}_i) = \widehat{\mathrm{Var}}(C_{i,k-1} \mid \mathcal{A}_i) + \widehat{s}_k^2 \cdot v_i.$$

4.3 Das CL-Modell

Bemerkung: $Var(X) = E(Var(X|Y)) + Var(E(X|Y))$

4.3.1 Die Modellannahmen des Chain-Ladder Modells nach Mack 1993

(CL1) Die Anfalljahre $\{C_{i,1}, \dots, C_{i,u}\}$, $1 \le i \le n$ sind unabhängig.

(CL2) Es gibt Parameter $f_k > 0$, so dass für $1 \le i \le n$ und $2 \le k \le u$

$$\mathrm{E}(C_{i,k} \mid \mathcal{A}_{i,k-1}) = f_k \cdot C_{i,k-1}$$

gilt. Die Parameter f_k werden Abwicklungsfaktoren genannt.

(CL3) Es gibt Parameter $\sigma_k > 0$, so dass für $1 \le i \le n$ und $2 \le k \le u$

$$\mathrm{Var}(C_{i,k} \mid \mathcal{A}_{i,k-1}) = \sigma_k^2 \cdot C_{i,k-1}$$

gilt. Die σ_k^2 werden auch Varianzparameter genannt.

Die **Schätzer des CL-Modells** (vgl. Folie 81):

- Die Abwicklungsfaktoren werden für $k = 2, \dots, n$ geschätzt durch

$$\widehat{f}_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k+1} C_{i,k}}{\sum_{i=1}^{n-k+1} C_{i,k-1}} = \sum_{i=1}^{n-k+1} \frac{C_{i,k-1}}{\sum_{j=1}^{n+1-k} C_{j,k-1}} F_{i,k}.$$

- Die Varianzparameter werden für $k = 2, \dots, n-1$ geschätzt durch

$$\widehat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n+1-k} C_{i,k-1} \left(F_{i,k} - \widehat{f}_k \right)^2.$$

- Zur Schätzung im Tail ($k > n$) und für eine evtl. notwendige Glättung siehe ab Folie 84 für die Abwicklungsfaktoren und Folie 127 für die Varianzparameter.
- Für $k + i > n + 1$ ist

$$\widehat{C}_{i,k} := \widehat{f}_k \cdot \ldots \cdot \widehat{f}_{n-i+2} \cdot C_{i,n-i+1}$$

und $\widehat{R}_i := \widehat{C}_{i,u} - C_{i,n-i+1}$.

4.4 Überprüfung der Modellannahmen und Modellauswahl

4.4.1 Graphische Darstellung

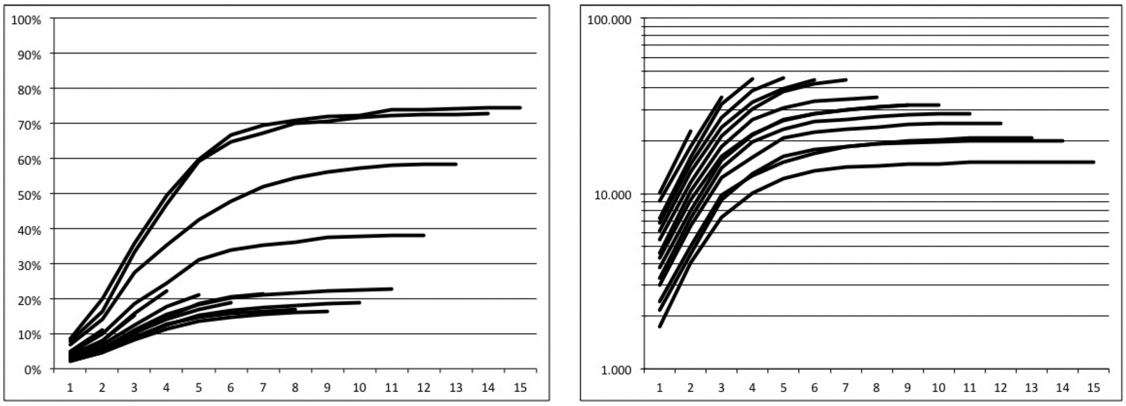
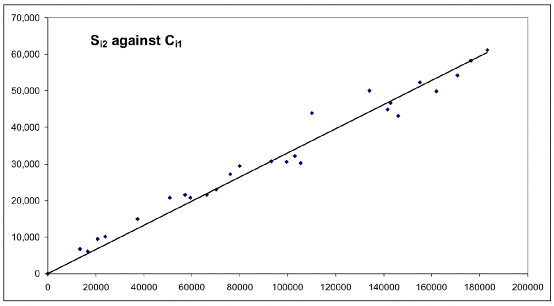
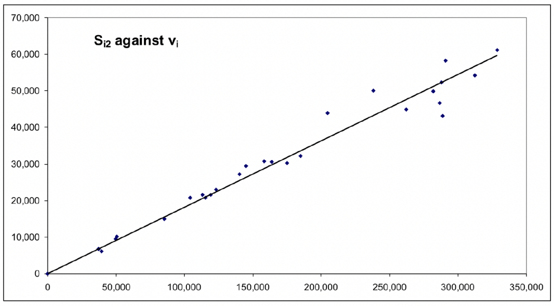


Abbildung 4.1: Abwicklung der Anfalljahre, links als Schadenquoten, rechts logarithmusch skalierte Schadenbeträge

Hier gut zu erkennen:

- Länge und Form der Abwicklung
- Notwendigkeit eines Tails
- Volumenänderung
- Ratenniveau und -änderungen
- Änderung der Portfoliozusammensetzung
- Annahme (CL2): Trägt man $C_{i,k}$ für $i = 1, ..., n-k+1$ gegen $C_{i,k-1}$ auf, so sollten die Punkte zuällig um die Ursprungsgerade mit Steigung f_k streuen
- Stellt man $S_{i,k}$ gegen $C_{i,k-1}$ dar, so gilt die Aussage analog mit Steigung $f_k - 1$
- Bei ILR2: in der grafischen Darstellung von $S_{i,k}$ gegen v_i für $i = 1, ..., n-k+1$ streuen die Punkte zuällig um die Ursprungsgerade mit Steigung m_k (siehe Grafik)





4.4.2 Residuenanalyse

- Residuen beschreiben Abweichungen vom Mittelwert in normierter Art
- Idealfall: weißes Rauschen
- Schätzungen:

Im CL-Modell werden die bedingten Residuen $\mathrm{Res}(C_{i,k} \mid \mathcal{A}_{i,k-1})$ für $i+k \leq n+1$ durch

$$\widehat{\mathrm{Res}}^{CL}(C_{i,k}) := \frac{C_{i,k} - \widehat{f}_k \cdot C_{i,k-1}}{\widehat{\sigma}_k \cdot \sqrt{C_{i,k-1}}} \quad (2 \leq k \leq n-1)$$

geschätzt, im ILR-Modell durch

$$\widehat{\mathrm{Res}}^{ILR}(S_{i,k}) := \frac{S_{i,k} - \widehat{m}_k \cdot v_i}{\widehat{s}_k \cdot \sqrt{v_i}} \quad (1 \leq k \leq n-1).$$

- Summenformel für Residuenquadrate: $\sum_{i=1}^{n-k+1} \widehat{Res}^{CL}(C_{i,k})^2 = n-k = \sum_{i=1}^{n-k+1} \widehat{Res}^{ILR}(S_{i,k})^2$
- Auswirkungen der Summenformel für Residuenquadrate:
  - Betrag der geschätzten Residuen durch $\sqrt{n-k}$ begrenzt
  - Je höher das Jahr, desto kleiner die maximal möglichen Beträge
  - Schätzung der Residuen in der rechten Spitze des Dreiecks beruht nur auf wenigen Daten, daher kaum Aussagekraft

4.4.3 Graphische Residuenanalyse

- unterschiedliche Abwicklungsfaktoren der verschiedenen Abwicklungsjahre durch Residuen vergleichbar
- Residuen gegen Abwicklungsjahr: Streuen nach Konstruktion um Null, idealerweise weißes Rauschen

- Residuen gegen Anfalljahr: änderungen des Abwicklungsverhaltens aufgrund Portfoliozusammensetzung oder Ratenänderung (nur ILR)
- Residuen gegen Kalenderjahr: Plötzliche oder graduelle Kalenderjahreseffekte
- Beispiele siehe Folien 137 - 140
- Wichtig: Residuen des jüngsten Kalenderjahres für aktuelle Trends

4.4.4 Auswahl eines Modells

- Parallelenkriterium:
  - ILR-Fall für ein festes Abwicklungsjahr k: $\frac{C_{i,k}}{v_i} - \frac{C_{i,k-1}}{v_i} = \frac{S_{i,k}}{v_i} \approx m_k$, d.h. Stegungen der AJ annähern parallel
  - CL-Fall ffestes Abwicklungsjahr k: $ln(\frac{C_{i,k}}{v_i}) - ln(\frac{C_{i,k-1}}{v_i}) = ln(\frac{C_{i,k}}{C_{i,k-1}}) \approx ln(f_k)$, d.h. Steigung der AJ mit logarithmisch skalierter y-Achse annähernd parallel.
- Backtesting-Kriterium
  - Überprüfung, welches Modell in der beobachteten Vergangenheit eines Abwicklungsjahres k mit $2 \leq k \leq n-1$ die genaueren Prognosen geliefert hätte
  - Berechne dafür Differenzen $S_{i,k} - (\hat{f}_k - 1) \cdot C_{i,k-1}$ und $S_{i,k} - \hat{m}_k \cdot v_i$
  - Sieger: kleinerer Differenzbetrag
  - Dreieck entsprechend einfärben $\rightarrow$ gemustertes Bild
  - Kombination: für verschiedene Abwicklungsjahre unterschiedliche Modelle wählen, nicht zu häufig wechseln
- Korrelationskriterium
  - IRL: $Cov(\frac{C_{i,k-1}}{v_i}, \frac{S_{i,k}}{v_i}) = 0$ und $Cov^{\mathcal{A}_{i,k-1}}(\frac{C_{i,k}}{C_{i,k-1}}, \frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}) < 0$
  - CL: $Cov(\frac{C_{i,k-1}}{v_i}, \frac{S_{i,k}}{v_i}) = Var(C_{i,k-1}) \cdot \frac{f_k - 1}{v_i^2}$ und $Cov^{\mathcal{A}_{i,k-1}}(\frac{C_{i,k}}{C_{i,k-1}}, \frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}) = 0$
  - Zugangsquoten und Schadenquoten unkorreliert (positiv korreliert) und sukzessive Abwicklungsfaktoren negativ korreliert (unkorreliert), so spricht dies für das ILR-Modell (CL-Modell)

4.5 Aggregation der Reserven mehrerer Segmente

- Portfolio üblicherweise bestehend aus mehreren Segmenten
- $D_{i,k}$ für $i = 1, ..., n$ und $k = 1, ..., u$ die kumulierten Schadenstände eines weiteren Segments

- R_i^C, R_j^D die jeweiligen Reserven, v_i^C, v_i^D die Volumina
- Annahme: zwei Segmente der gleichen Größe

4.5.1 Gesamtreserve

- nicht additiv: $\hat{R}_i^{C+D} \neq \hat{R}_i^C + \hat{R}_i^D$
- in der Praxis gilt das irgendwie doch??? Keine Ahnung, Folie 151
- Zur bestimmung der (bedingten) Varianzen von $R_i^C + R_i^D$ bzw. $\hat{R}_i^C + \hat{R}_i^D$ braucht man die Kovarianzen zwischen diesen Größen
- Analyse der Korrelationen mit Residuen

4.5.2 Korrelationsmodell zur Aggregation von Reserven nach Braun 2004

Die Modellannahme des Korrelationsmodells zur Aggregation von Reserven lautet:

(Corr) Es gibt Korrelationsparameter $\rho_k \in [-1, 1]$, so dass für $i = 1, \dots, n$ und $k = 1, \dots, u$

$$\operatorname{Corr}\left(\operatorname{Res}^{\mathcal{A}_{i,k-1}^C}(C_{i,k}), \operatorname{Res}^{\mathcal{A}_{i,k-1}^D}(D_{i,k})\right) = \rho_k$$

gilt.

Der Korrelationsparameter ρ_k ist nicht vom Anfalljahr i abhängig. Auch wenn in der Theorie ein Korrelationsparameter pro Abwicklungsjahr angenommen werden kann, geht man in der Praxis aus Gründen der Schätzstabilität typischerweise davon aus, dass es nur einen Korrelationsparameter $\rho_= \rho_k$ für alle Abwicklungsjahre gibt. Dieser wird dann durch

$$\widehat{\rho} = \frac{\sum_{i,k} \widehat{\operatorname{Res}}(C_{i,k}) \cdot \widehat{\operatorname{Res}}(D_{i,k})}{\sqrt{\sum_{i,k} \widehat{\operatorname{Res}}(C_{i,k})^2 \cdot \sum_{i,k} \widehat{\operatorname{Res}}(D_{i,k})^2}}$$

geschätzt.

Bemerkungen:

- Abhängigkeit der Residuenschätzer ist eine Unsicherheitsquelle bei der Bestimmung des Korrelationsparameters
- Durch Summenformel für Residuenquadrate: unsichere Residuen haben keinen großen Einfluss

Die **Schätzung für den Zufallsfehler** erfolgt durch

$$\widehat{\mathrm{Var}}(C_{i,k} + D_{i,k}) = \widehat{\mathrm{Var}}(C_{i,k}) + \widehat{\mathrm{Var}}(D_{i,k}) + 2 \cdot \widehat{\mathrm{Cov}}(C_{i,k}, D_{i,k}).$$

Zur Vereinfachung der Notation wurde bei den Bezeichnungen für die Schätzer auf die Bedingung der beobachteten Daten verzichtet.

Für die Varianzterme sind die Rekursionsformeln bereits bekannt:

$$\widehat{\mathrm{Var}}(C_{i,k}) = \widehat{\mathrm{Var}}(C_{i,k-1}) \cdot \widehat{f}_k^2 + \widehat{C}_{i,k-1} \cdot \widehat{\sigma}_k^2$$

und

$$\widehat{\mathrm{Var}}(D_{i,k}) = \widehat{\mathrm{Var}}(D_{i,k-1}) \cdot \widehat{g}_k^2 + \widehat{D}_{i,k-1} \cdot \widehat{\tau}_k^2.$$

Dabei bezeichnen g_k und τ_k Abwicklungsfaktoren und Varianzparameter für D. Für den Kovarianzterm lautet die Rekursion

$$\widehat{\mathrm{Cov}}(C_{i,k}, D_{i,k}) = \widehat{\mathrm{Cov}}(C_{i,k-1}, D_{i,k-1}) \cdot \widehat{f}_k \widehat{g}_k + \widehat{\rho} \cdot \sqrt{\widehat{C}_{i,k-1} \widehat{D}_{i,k-1}} \cdot \widehat{\sigma}_k \widehat{\tau}_k.$$

Für die **Schätzung des Schätzfehlers** gilt analog

$$\widehat{\mathrm{Var}}(\widehat{C}_{i,k} + \widehat{D}_{i,k}) = \widehat{\mathrm{Var}}(\widehat{C}_{i,k}) + \widehat{\mathrm{Var}}(\widehat{D}_{i,k}) + 2 \cdot \widehat{\mathrm{Cov}}(\widehat{C}_{i,k}, \widehat{D}_{i,k}).$$

Auch hier sind die Rekursionsformeln für die Varianzterme bekannt:

$$\widehat{\mathrm{Var}}(\widehat{C}_{i,k}) = \widehat{\mathrm{Var}}(\widehat{C}_{i,k-1}) \cdot \widehat{f}_k^2 + \widehat{C}_{i,k-1}^2 \cdot \frac{\widehat{\sigma}_k^2}{\sum_{j=1}^{n-k+1} C_{j,k-1}}$$

und

$$\widehat{\mathrm{Var}}(\widehat{D}_{i,k}) = \widehat{\mathrm{Var}}(\widehat{D}_{i,k-1}) \cdot \widehat{g}_k^2 + \widehat{D}_{i,k-1}^2 \cdot \frac{\widehat{\tau}_k^2}{\sum_{j=1}^{n-k+1} D_{j,k-1}}.$$

Für den Kovarianzterm schließlich lautet die Rekursionsformel

$$\widehat{\mathrm{Cov}}(\widehat{C}_{i,k}, \widehat{D}_{i,k}) = \widehat{\mathrm{Cov}}(\widehat{C}_{i,k-1}, \widehat{D}_{i,k-1}) \cdot \widehat{f}_k \widehat{g}_k + \widehat{\rho} \cdot \widehat{C}_{i,k-1} \widehat{D}_{i,k-1} \cdot \frac{\widehat{\sigma}_k \widehat{\tau}_k \cdot \sum_{j=1}^{n-k+1} \sqrt{C_{j,k-1} D_{j,k-1}}}{\sum_{j=1}^{n-k+1} C_{j,k-1} \sum_{j=1}^{n-k+1} D_{j,k-1}}.$$

Der **Progosefehler** wird wie üblich aus den Schätzungen für Zufalls- und Schätzfehler berechnet.

4.5.3 Bemerkungen zum Korrelationsmodell

Schätzungen der Korrelationsparameter

- Schätzungen der Korrelationsparameter
  - Schätzung eines Korrelationsparameters pro Abwicklungsjahr nicht sinnvoll
  - Stabilisierung durch Analyse auf der Ebene von Ausweisbranchen
- Folgerungen für Korrelationsstruktur

- es gibt keinen Korrelationskoeffizienten zwischen den Reserven zweier Segmente, der durch die Segmente alleine bestimmt ist
- Korrelation zwischen Reserven und Reserveschätzern hängt z.B. von der Verteilung der AJ ab
- Verwendung eines externen Koeffizienten ist einfacher

4.6 Bornhuetter/Ferguson-Modell

4.6.1 Das Verfahren

Wie bereits beschrieben, benötigt das **B/F-Verfahren** folgende Informationen:

- Schätzer $\widehat{p}_0, \ldots, \widehat{p}_u$ für das zugrundeliegende Abwicklungsmuster, sowie
- sogenannte a-priori Endschadenstände $\widehat{U}_i$ für die Anfalljahre $i = 1, \ldots, n$.
- Die B/F-Reserve wird durch
$$\widehat{R}_i := \widehat{U}_i \cdot (1 - \widehat{p}_{n-i+1})$$
geschätzt, die Zuwächse und die Stände durch $\widehat{S}_{i,k} := \widehat{U}_i \cdot (\widehat{p}_k - \widehat{p}_{k-1})$ bzw. $\widehat{C}_{i,k} := C_{i,n-i+1} + \widehat{S}_{i,n-i+2} + \ldots \widehat{S}_{i,k}$ für $i + k > n + 1$ Damit gilt für die sogenannten a-posteriori Endstände $\widehat{C}_{i,u} = C_{i,n-i+1} + \widehat{R}_i$.

4.6.2 Eigenschaften B/F-Methode

- a-priori Endschadenstand $\hat{U}_i$ meist als Endschadenquote $\hat{q}_i$ über $\hat{U}_i = \hat{q}_i \cdot v_i$ für $i = 1, \ldots, n$ gegeben
- initiale Schadenquote $\hat{q}_i$ für jüngere Anfalljahre meist aus Tarifierung und Pricing
- Für ältere Jahre oft nicht vorhanden oder aus Vorjahr übernommen
- $\hat{C}_{i,u} - \hat{U}_i = C_{i,n-i+1} + \hat{R}_i - \hat{U}_i \cdot (\hat{p}_{n-i+1} + (1 - \hat{p}_{n-i+})) = C_{i,n-i+1} - \hat{U}_i \cdot \hat{p}_{n-i+1}$ verschwindet genau dann, wenn aktueller Stand zur Erwartung passt

Das **Abwicklungsmuster** $\widehat{p}_0, \ldots, \widehat{p}_u$ wird häufig aus den CL-Abwicklungsfaktoren durch

$$\widehat{p}_k = (\widehat{f}_{k+1} \cdot \ldots \cdot \widehat{f}_u)^{-1}$$

geschätzt. Dieses Vorgehen ist zwar einfach, da die CL-Faktoren im Rahmen einer Reservebewertung normalerweise sowieso geschätzt werden, inhaltlich aber fragwürdig, da das B/F-Verfahren inkonsistent zu den CL-Modellannahmen ist:

- Beim CL-Verfahren hängt die geschätzte Reserve

  $$\widehat{R}_i^{CL} = C_{i,n-i+1} \cdot (\widehat{f}_{n-i+2} \cdot \ldots \cdot \widehat{f}_u - 1)$$

  stark vom aktuellen Schadenstand $C_{i,n-i+1}$ ab.
- Beim EL-Verfahren (Expected Loss, oft auch Expected Loss Ratio) hängt die geschätzte Reserve

  $$\widehat{R}_i^{EL} = \widehat{U}_i^{EL} - C_{i,n-i+1}$$

  ebenfalls stark von $C_{i,n-i+1}$ ab.
- Die B/F-Reserve hingegen ist völlig unabhängig von $C_{i,n-i+1}$, analog zum ILR-Verfahren. Die Abweichung

  $$C_{i,n-i+1} - \widehat{U}_i \cdot \widehat{p}_{n-i+1}$$

  wird als zufällig und ohne Einfluss auf die zukünftige Abwicklung betrachtet.

- Unabhängigkeit des aktuellen Schadenstandes von der geschätzten B/F-Reserve ist fundamentale Eigenschaft des B/F-Verfahrens
- B/F und ILR sehr ähnlich, Reserve kann übereinstimmen

4.6.3 Modell Annahmen nach Mack

(BF1) Die Zuwächse $S_{i,k}$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq k \leq u$ sind unabhängig.

(BF2) Es gibt Parameter $u_i > 0$, $\vartheta_k \in \mathbb{R}$ für $1 \leq i \leq n$ und $1 \leq k \leq u$ mit $\vartheta_1 + \ldots + \vartheta_u = 1$, so dass

$$\mathrm{E}(S_{i,k}) = u_i \cdot \vartheta_k$$

gilt.

(BF3) Es gibt Parameter $s_k > 0$, so dass für $1 \leq i \leq n$ und $1 \leq k \leq u$

$$\mathrm{Var}(S_{i,k}) = u_i \cdot s_k^2$$

gilt. Die s_k^2 werden auch Varianzparameter genannt.

Aus den Modellannahmen folgt sofort, dass $u_i = \mathrm{E}(U_i) = \mathrm{E}(C_{i,u})$ als Volumenmaß für das Anfalljahr i betrachtet werden kann und dass $\vartheta_1, \ldots, \vartheta_u$ ein inkrementelles Abwicklungsmuster ist.

4.7 MCL-Modell

4.7.1 Annahmen des MCL-Modells

4.8.2 Die Modellannahmen des MCL-Modells

Es bezeichne $\mathcal{A}_{i,k}^{C,D}$ die σ-Algebra, die von $\{C_{i,1},\ldots,C_{i,k},D_{i,1},\ldots,D_{i,k}\}$ erzeugt wird. Es wird vorausgesetzt, dass die Zahlungen $C_{i,k}$ und die Schadenaufwände $D_{i,k}$ jeweils die Annahmen des CL-Modells erfüllen.

Die Modellannahmen des MCL-Modells lauten dann:

(MCL1) Die Anfalljahre $\{C_{i,1},\ldots,C_{i,u},D_{i,1},\ldots,D_{i,u}\}$, $1\leq i\leq n$ sind unabhängig.

(MCL2) Es gibt Konstanten λ^C und λ^D, so dass für $i=1,\ldots,n$ und $k=1,\ldots,u-1$

$$\mathrm{E}^{\mathcal{A}_{i,k}^{C,D}}\left(\mathrm{Res}^{\mathcal{A}_{i,k}^{C}}\left(\frac{C_{i,k+1}}{C_{i,k}}\right)\right)=\lambda^C\cdot\mathrm{Res}^{\mathcal{A}_{i,k}^{C}}\left(\frac{D_{i,k}}{C_{i,k}}\right)$$

und

$$\mathrm{E}^{\mathcal{A}_{i,k}^{C,D}}\left(\mathrm{Res}^{\mathcal{A}_{i,k}^{D}}\left(\frac{D_{i,k+1}}{D_{i,k}}\right)\right)=\lambda^D\cdot\mathrm{Res}^{\mathcal{A}_{i,k}^{D}}\left(\frac{C_{i,k}}{D_{i,k}}\right)$$

gilt. λ^C und λ^D heißen Korrelationsparameter.

Hier könnte Ihre Werbung stehen!