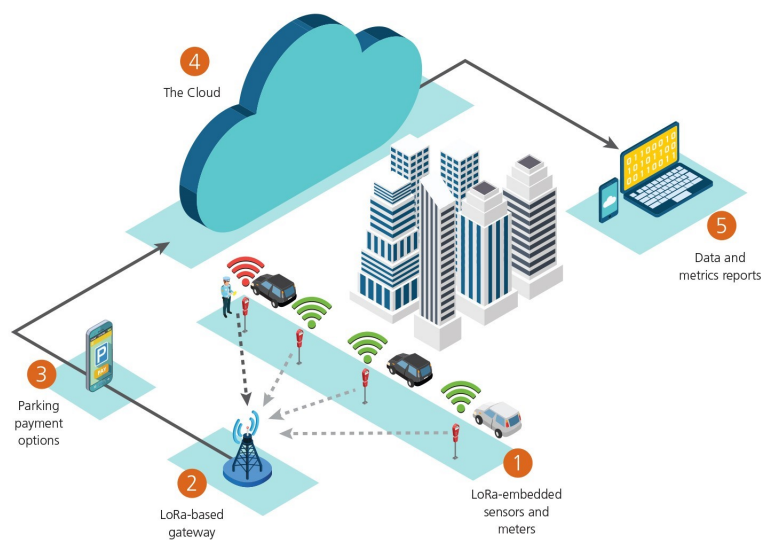


STRUCTURES DE DONNÉES ET ALGORITHMIQUE

RAPPORT DE PROJET

Problème du voyageur de commerce avec tour euclidien bitonique



Réalisé par :
TCHAH OUSSAMA
LAHSINI MOHAMED

Encadré par :
MR. BENSaid HICHAM

Table des matières

0.1	Introduction	2
0.2	Modélisation du problème et méthodes de résolution	2
0.2.1	Modélisation	2
0.2.2	Méthodes de résolution	2
0.3	Objectif	3
0.4	Description du problème	3
0.5	Solution naïve	4
0.6	Solution efficace	4
0.7	Conclusion	4

0.1 Introduction

Le problème du voyageur de commerce, étudié depuis le 19^e siècle, est l'un des plus connus dans le domaine de la recherche opérationnelle. C'est déjà sous forme de jeu que William Rowan Hamilton a posé pour la première fois ce problème, dès 1859. Sous sa forme la plus classique, son énoncé est le suivant : « Un voyageur de commerce doit visiter une et une seule fois un nombre fini de villes et revenir à son point d'origine. Trouvez l'ordre de visite des villes qui minimise la distance totale parcourue par le voyageur ». Les domaines d'application sont nombreux : problèmes de logistique, de génétique, de transport aussi bien de marchandises que de personnes, et plus largement toutes sortes de problèmes d'ordonnancement. Malgré la simplicité de son énoncé, il s'agit d'un problème d'optimisation pour lequel on ne connaît pas d'algorithme permettant de trouver une solution exacte rapidement dans tous les cas. Plus précisément, on ne connaît pas d'algorithme en temps polynomial, et sa version décisionnelle (pour une distance D , existe-t-il un chemin plus court que D passant par toutes les villes et qui termine dans la ville de départ?) est un problème NP-complet, ce qui est un indice de sa difficulté.

0.2 Modélisation du problème et méthodes de résolution

0.2.1 Modélisation

Le problème du voyageur de commerce peut être modélisé à l'aide d'un graphe constitué d'un ensemble de sommets et d'un ensemble d'arêtes. Chaque sommet représente une ville, une arête symbolise le passage d'une ville à une autre, et on lui associe un poids pouvant représenter une distance, un temps de parcours ou encore un coût. Formellement, une instance est graphe complet $G=(V,A,w)$ avec V un ensemble de sommets, A un ensemble d'arêtes et w une fonction de coût sur les arcs. Résoudre le problème du voyageur de commerce revient à trouver dans ce graphe un cycle passant par tous les sommets une unique fois (un tel cycle est dit « hamiltonien ») et qui soit de longueur minimale.

0.2.2 Méthodes de résolution

Face à ce type de problèmes, il existe deux grandes catégories de méthodes de résolution : les méthodes exactes et les méthodes approchées. Les méthodes exactes permettent d'obtenir une solution optimale à chaque fois, mais le temps de calcul peut être long si le problème est compliqué à résoudre. Les méthodes approchées, encore appelées heuristiques, permettent quant à elles d'obtenir rapidement une solution approchée, mais qui n'est donc pas toujours optimale.

1) Méthodes exactes

Pour le problème du voyageur de commerce, l'une des méthodes exactes les plus classiques et les plus performantes reste la Procédure par Séparation et Evaluation (PSE). Cette méthode repose sur le parcours d'un arbre de recherche. Dans un chemin de cet arbre, le premier nœud représente la ville de départ, son successeur la deuxième ville visitée, puis la troisième ville visitée, etc. À chaque étape de l'algorithme, on crée autant de nœuds qu'il reste de villes à visiter. À chaque nœud, le choix consiste à sélectionner la prochaine ville à visiter parmi les villes restantes.

2) *Méthodes approchées*

Dans le cas d'un nombre de villes si grand que même les meilleures méthodes exactes nécessitent un temps beaucoup trop long de résolution, des méthodes approchées, ou algorithmes d'approximation, sont utilisées. Elles permettent d'obtenir en un temps très rapide de bonnes solutions, pas nécessairement optimales, mais d'une qualité suffisante. Nous citons ci-dessous quelques exemples de ces algorithmes :

a) **Algorithme du plus proche voisin :**

Il s'agit de l'un des nombreux algorithmes gloutons traitant le problème du voyageur de commerce est l'algorithme **du plus proche voisin**. La première étape repose sur le choix aléatoire d'une première ville, et les étapes suivantes consistent à se déplacer de ville en ville en appliquant la règle du plus proche voisin, c'est-à-dire en sélectionnant la prochaine ville telle que le poids entre la ville courante et la prochaine ville soit minimal, et ce, jusqu'à avoir visité toutes les villes. Il faut enfin revenir à la première ville choisie, pour obtenir un cycle.

b) **Méthode par insertion :**

Cet algorithme fait partie également de la famille des algorithmes gloutons et se base, comme son nom l'indique, sur la **méthode d'insertion**. En effet, l'idée est la suivante : le parcours du voyageur de commerce est construit pas à pas en y insérant de nouvelles villes. À un instant donné de l'algorithme, un certain cycle de villes a été construit. L'étape suivante consiste à insérer une ville supplémentaire dans le cycle de manière optimale, c'est-à-dire qu'elle augmente au minimum la longueur totale du cycle. À l'étape initiale de l'algorithme, le parcours de voyageur est composé de deux villes, la ville de départ et celle qui en est la plus proche. L'algorithme se termine lorsque toutes les villes à visiter ont été insérées.

Il existe d'autres méthodes approchées, fondées sur des principes totalement différents. Nous évoquerons deux d'entre elles, assez innovantes et intéressantes puisqu'elles s'inspirent de phénomènes naturels : les algorithmes génétiques et les algorithmes de colonies de fourmis.

0.3 **Objectif**

L'objectif de ce projet est donc d'étudier le problème du voyageur de commerce dans le cas particulier du tour euclidien bitonique, et ce en étudiant la solution naïve et en proposant une solution efficace, puis tracer la complexité de chacune dans le but de les comparer et en tirer une conclusion.

0.4 **Description du problème**

Le problème du voyageur de commerce euclidien consiste à déterminer la plus petite tournée permettant de relier un ensemble donné de n points du plan. La figure 1(a) montre la solution pour un problème à 7 points. Comme nous l'avons mentionné précédemment, le problème général est NP-complet, et il y a donc de fortes chances pour que sa solution demande un temps suprapolynomial. J. L. Bentley a suggéré de simplifier le problème en se restreignant aux tournées bitoniques, autrement dit, celles qui partent du point le plus à gauche, continuent strictement de gauche à droite vers le point le plus à droite, puis retournent vers le point de départ en se déplaçant strictement de droite à gauche. La figure 1(b) montre la plus courte tournée bitonique pour ces mêmes 7 points. Dans ce cas, on peut trouver un algorithme à temps polynomial.

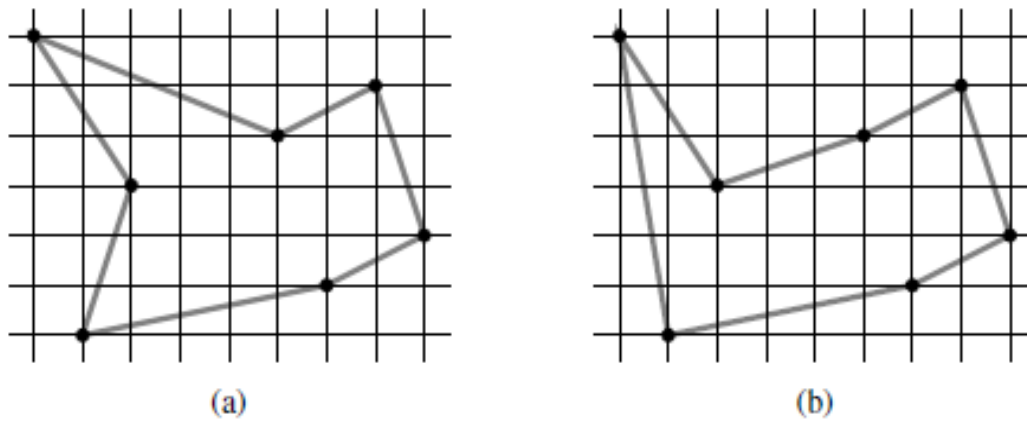


FIGURE 1 – Sept points du plan, représentés sur une grille orthonormée. (a) La tournée la plus courte, d’une longueur de 24,88 . . . Cette tournée n’est pas bitonique. (b) La tournée bitonique la plus courte pour le même ensemble de points. Sa longueur fait environ 25,58 . . .

0.5 Solution naïve

0.6 Solution efficace

0.7 Conclusion