

Manuscrito Aceito

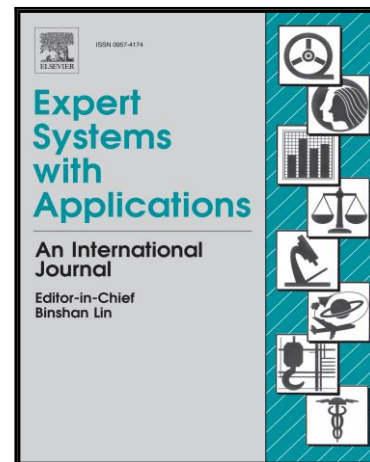
Método de previsão de séries temporelas difusas com base em conjuntos confusos hesitantes

Kamlesh Bisht

PII: S0957-4174(16)30391-8

DOI: [10.1016/j.eswa.2016.07.044](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.07.044)

Referência:ESWA 10790



Para aparecer em: *Sistemas especializados com aplicações*

Data recebida: 25 de março de 2016

Data revisada: 29 de julho de 2016

Data aceita: 30 de julho de 2016

Por favor, cite este artigo como: Kamlesh Bisht , Sanjay Kumar , Fuzzy time series forecasting method based on hesitant fuzzy sets, *Expert Systems With Applications* (2016), doi: [10.1016/j.eswa.2016.07.044](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.07.044)

Este é um arquivo PDF de um manuscrito não publicado que foi aceito para publicação. Como um serviço para nossos clientes estamos fornecendo esta versão inicial do manuscrito. O manuscrito passará por cópia, digitação e revisão da prova resultante antes de ser publicado em sua forma final. Observe que durante o processo de produção podem ser descobertos erros que podem afetar o conteúdo e todas as isenções legais que se aplicam ao diário.

Destaques

- Propomos um método de previsão de séries temporelas difusas usando conjuntos confusos hesitantes.
- Um operador de agregação também é proposto para agregar elementos embaçados hesitantes.
- A hesitação é introduzida usando vários métodos de fuzzificação.
- Estão previstas matrículas na Universidade do Alabama e preços das ações da SBI.

MANUSCRITO ACEITO

□ O

desempenho do método é medido em termos de MSE e AFER.

Método de previsão da série temporal fuzzy com base em conjuntos confusos hesitantes

Kamlesh Bisht

Departamento de Matemática, Estatística e Ciência da Computação
G.B. Pant University of Agriculture and Technology, Pantnagar, Uttarakhand, Índia, 263145
E-mail: kamlesh45848@gmail.com

Sanjay Kumar

Departamento de Matemática, Estatística e Ciência da Computação
G.B. Pant University of Agriculture and Technology, Pantnagar, Uttarakhand, Índia, 263145
E-mail: skruhela@hotmail.com

Abstrair: Este estudo propõe um método de previsão de séries temporais difusas baseado em hesitante conjuntos confusos para previsão no ambiente de informações hesitantes. O método proposto aborda o problema de estabelecer uma nota de associação comum para a situação quando vários métodos de fuzzificação estão disponíveis para fuzzificar dados de séries temporais. Um operador de agregação para agregar informações hesitantes também é proposto no estudo. O método proposto é implementado para prever a matrícula na Universidade do Alabama e o preço da participação do Banco estatal da Índia (SBI) na Bolsa de Valores de Bombaim (BSE), Índia. Ambos os dados da série temporal são fuzzificados com conjuntos fuzzy triangulares construídos usando intervalos de comprimento igual e desigual. O desempenho do método proposto na previsão das matrículas dos alunos e do preço das ações do SBI é medido em termos de quadrado médio raiz e erros médios de previsão. Também é realizada validação estatística e análise de desempenho para validação do método de previsão proposto.

Palavras-chave: Séries temporais difusas; Hesitante conjunto fuzzy; Operador de agregação; Relação lógica difusa; Tempo invariant; Previsão.

1. Introdução

A previsão da série temporal investiga as relações sobre o conjunto sequencial de dados passados para prever o valor futuro. A maioria das ferramentas estatísticas, por exemplo, análise de regressão, média móvel, média móvel exponencial e média móvel auto regressiva frequentemente usada em séries temporentais tradicionais não conseguem lidar com incertezas ocultas que surgem devido à imprecisão e imprecisão nos dados da série temporal. Song e Chissom (1993a) usaram a teoria dos conjuntos confusos (Zadeh, 1965) em previsões de séries temporais e desenvolveram

poucos modelos de previsão de séries temporais. Desde o início dos modelos de séries temporais desenvolvidas por Song e Chissom (1993a, 1993b), os esforços foram feitos pelos vários pesquisadores (Chen, 1996; Hwang et al., 1998; Chen & Hwang, 2000; Lee & Chou, 2004; Huarng & Yu, 2006; Teoh et al., 2008; Cheng et al., 2016) para aumentar a precisão na previsão. Chen (2002) introduziu o método de série temporal fuzzy de alta ordem e estendido por Own e Yu (2005), Hsu et al. (2010) e Lee et al. (2006, 2007). Recentemente Chen & Chen (2015), Efendi et. al. (2015) e Askari et al. (2015) propuseram modelo de previsão de séries temporais difusas baseadas em computação granular, combinações lineares de variáveis independentes em ambiente agrupado e abordagem linguística da amostra.

Hurang (2001) investigou a importância do comprimento do intervalo para aumentar a precisão na previsão de séries temporizadas difusas e propôs abordagens heurísticas baseadas em distribuição e média para determinar o comprimento do intervalo. Comprimentos de intervalo em fuzzy previsão de séries temporizadas foram determinadas usando razão, média e distribuição baseada abordagens (Hurang & Yu, 2006; Su et al., 2010; Egrioglu et al., 2011.). Muitas computação evolutiva, natureza baseada técnicas de otimização da otimização de enxames de partículas, a otimização da colônia de formigas também foi proposta por vários pesquisadores (Chen & Chung, 2006; Lee et al., 2007; Kuo et al., 2009, 2010; Park et al., 2010; Hsu et al., 2010; Egrioglu et al., 2011; Cai et al., 2015, Salmeron & Froelich, 2016) para otimizar o comprimento de intervalos para melhor previsão.

Atanassov (1986, 1999) introduziu o conjunto fuzzy intuitivo (IFS) para lidar com o não-determinismo que ocorre por fatores não estocásticos, ou seja, na situação em que não é possível expressar grau de não-membros como o complemento a 1 como conjuntos felpudos. Os IFSs incluem funções separadas para as notas de adesão e não-membros e foram provados como uma ferramenta eficiente para lidar com o não determinismo que ocorre devido à hesitação no sistema. Joshi & Kumar (2012), Gangwar & Kumar (2014), Kumar & Gangwar (2015) desenvolveram poucos métodos de previsão usando IFSs para resolver os problemas do não determinismo na previsão de séries temporais difusas.

Em algum momento, em muitos problemas práticos, é difícil definir o grau de adesão de um elemento por causa de um conjunto de possíveis valores de adesão. Essa situação é muito comum em problemas de tomada de decisão quando os tomadores de decisão discordam sobre a mesma taxa de adesão para um elemento. Essa situação também pode ocorrer em séries temporais difusas prevendo quando é possível fuzzificar os dados da série temporal usando diferentes métodos de fuzzificação. Neste caso, a dificuldade de estabelecer uma nota de adesão comum não é por causa da margem de erro (como acontece no IFS) ou de alguns valores de distribuição possíveis (como acontece em conjuntos fuzzy tipo 2), mas por vários valores possíveis de adesão. Para lidar com esses casos, o hesitante conjunto fuzzy (HFS) foi introduzido por Tora & Narukawa (2009) e Tora

(2010) como uma nova generalização de conjuntos difusos. Qian et. al. (2013) deu a noção de conjuntos confusos hesitantes generalizados e sua aplicação no sistema de apoio à decisão. A fuzzificação dos dados da série temporal é um passo importante de qualquer método de previsão de séries temporais difusas e é realizada escolhendo o método fuzzification mais adequado. Em todos os modelos de séries temporais difusos desenvolvidos por pesquisadores no passado, a questão do não determinismo que ocorre devido à possibilidade de múltiplos valores de adesão da série temporal datum não foi abordada, pois eles usaram um método único de fuzzificação.

Motivado pelas aplicações de HFSs em problemas de tomada de decisão (Xia & Xu, 2011), o presente estudo propõe um novo método de previsão de séries temporais usando informações confusas hesitantes para resolver o problema de estabelecer um membership grade para a situação quando vários métodos de fuzzificação válidos estão disponíveis para fuzzificar dados de séries temporais. Vantagem do método de previsão de séries temporais hesitantes é sua capacidade de usar mais de um método de fuzzificação com diferentes intervalos de entrada para resolver o problema do não determinismo de escolher mais de uma nota de membro. No presente estudo, os HFSs são construídos utilizando funções de adesão triangular com intervalos iguais e desiguais. Comprimento de intervalos desiguais no estudo é determinado por meio da abordagem cumulativa de distribuição de probabilidades (CPDA). Para agregar os HFEs do HFS, também propomos um operador de agregação para conjuntos confusos hesitantes que se baseia em notas de adesão ponderadas em conjuntos difusos com iguais e desiguais comprimento do intervalo. A fim de verificar o desempenho do método de previsão de séries temporais hesitantes, foi implementado para prever a inscrição da Universidade do Alabama e os preços de mercado das ações do Banco do Estado da Índia (SBI) na Bolsa de Valores (BSE) Índia.

2. Preliminares

Definições básicas de conjunto fuzzy (Zadeh, 1965), HFS (Tora & Narukawa, 2009) hesitante elemento fuzzy (Tora & Narukawa, 2009) e fuzzy time series (Song & Chissom, 1993a) são apresentados nesta seção.

Definição 1: Deixe $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ ser o universo discreto e finito do discurso ou conjunto de referência, em seguida, um conjunto difuso A em X é definido da seguinte forma:

$$O = \{ \mu_A(x_1), \mu_A(x_2), \mu_A(x_3), \dots, \mu_A(x_n) \}$$

$$(1) \quad x_1 x_2 x_3 \dots x_n$$

onde μ_A é função de associação do conjunto fuzzy A e $\mu_{A_i}: X \rightarrow [0,1]$. Função de associação μ_{Um} conjunto difuso Um mapeia cada elemento de X para intervalo de unidade $[0,1]$ e $\mu_A(x_i)$ representa o grau de adesão de x_i no conjunto fuzzy A .

Definição 2: Um HFS, A em X é definido em termos de uma função $h_A: X \rightarrow P[0,1]$ que retorna um subconjunto de $[0,1]$ quando é aplicado a X . Matematicamente, é representado pela seguinte expressão:

$$Um = \{ \langle x, h_A(x) \rangle \mid x \in X \} \quad (2)$$

aqui $P[0,1]$ é a coleção de subconjuntos de $[0,1]$.

A partir daqui fica claro que quando h aplicado a X ele retorna um subconjunto de $[0, 1]$ ou seja, uma coleção de diplomas de adesão. Para qualquer $x \in X$, esta coleção é denotada por $h_A(x)$ e por uma questão de simplicidade é chamada de HFE (Xia & Xu, 2011).

Exemplo: Se $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ é o conjunto de referência, e $h_{Um}(x_1) = \{0.3, 0.5, 0.7\}$, $h_{Um}(x_2) = \{0.2, 0.4, 0.6\}$, $h_{Um}(x_3) = \{0.5, 0.6\}$ are o grau de adesão possível de x_{eu} ($eu = 1, 2, 3$) a um conjunto A respectivamente. Então A pode ser considerado como HFS e é representado como $Um = \{ \langle x_1, \{0.3, 0.5, 0.7\} \rangle, \langle x_2, \{0.2, 0.4, 0.6\} \rangle, \langle x_3, \{0.5, 0.6\} \rangle \}$.

Para três HFEs h_1, h_2 e h_3 Torra (2010) definidos seguindo algumas operações:

- (1) $h_1 \cap h_2 = \{ \langle x, \min(\mu_{h_1}(x), \mu_{h_2}(x)) \rangle \mid x \in X \}$
- (2) $h_1 \cup h_2 = \{ \langle x, \max(\mu_{h_1}(x), \mu_{h_2}(x)) \rangle \mid x \in X \}$
- (3) $h_1 \oplus h_2 = \{ \langle x, \mu_{h_1}(x) \oplus \mu_{h_2}(x) \rangle \mid x \in X \}$

Aqui, \min e \max são operadores min e max.

Definição 3: Deixe $Y(t)$ um subconjunto de R (conjunto de números reais) e seja o universo do discurso. Suponha que os conjuntos difusos $\tilde{f}_i(t)$ são definidos em $Y(t)$. Se $F(t)$ é a coleção de $\tilde{f}_i(t)$ então, é conhecida como série temporal difusa em $Y(t)$. Se $F(t)$ for causado por $F(t-1)$, representado por $F(t-1) \rightarrow F(t)$, então a relação de séries temporentas fuzzy pode ser expressa como: $F(t) = F(t-1) * R(t, t-1)$, onde $*$ representa o operador Max-Min e $R(t, t-1)$ é a relação difusa entre $F(t)$ e $F(t-1)$. Aqui, R é a união das relações difusas e é chamado de modelo de primeira ordem de $F(t)$.

Definição 4: Deixe $F(t)$ ser a série temporal difusa e $R(t, t-1)$ ser um modelo de primeira ordem de $F(t)$. Se $R(t, t-1) = R(t-1, t-2)$ por qualquer momento t então, $F(t)$ é designado como série temporal

invariante. Mas se $R(t, t-1)$ for diferente de $R(t-1, t-2)$ por qualquer momento, $F(t)$ é nomeado como série temporal difusa de variante do tempo.

3. Proposta de método de previsão embaçada hesitante

O método de previsão de séries temporizantes difusas proposto usa conjuntos difusos obtidos pela agregação dos HFEs de um HFS. As relações lógicas difusas (FLRs) e FLRs (grupos) são estabelecidas usando HFEs agregadas e, em seguida, simples operações de composição max-min são implementadas. O método proposto inclui as seguintes etapas:

Passo 1: Definir universo do discurso $No \in [D_{Min}, D_{Max}]$. Aqui D_{Min} , D_{Max} e \square são desvio mínimo, máximo e padrão de dados de séries temporências. Fuzzify dados de séries temporizar usando vários métodos possíveis de fuzzificação. No presente estudo, temos dados de séries temporizadas embaçadas usando funções de adesão triangulares com intervalos iguais e desiguais. Comprimento de intervalos desiguais são determinados utilizando CPDA e a característica da distribuição normal é implementada em termos de distribuição padrão na definição do universo do discurso.

Passo 2: Calcular pesos w_e , w_u para as funções de associação triangular utilizadas para intervalos iguais e desiguais construídos na etapa 1 usando a seguinte expressão:

$$\frac{de}{de + du}, w_u = \frac{du}{de + du} \quad (3) \quad \text{onde } de \text{ e } du \text{ são comprimentos dos intervalos iguais e desiguais, respectivamente.}$$

Passo 3: HFEs agregados e construir o conjunto difuso no qual as notas de membros dos elementos são calculadas usando o operador de agregação proposto para HFEs e é definido da seguinte forma:

Que H seja um HFS cujos elementos HFEs são determinados por uma função $hH : X \rightarrow P([0,1])$, em seguida $H_A = \{ \langle x, O(hH(x)) \rangle \mid x \in X \}$ é um fuzz y set e as notas de associação são calculadas usando o seguinte mapeamento:

$$O : P[0,1] \rightarrow [0,1] \text{ tal que } O(\{x_1, x_2, \dots, x_n\}) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - x_i)^{w_i} \quad (4)$$

Aqui n é o número de elementos no subconjunto de $[0, 1]$ e w_i é o peso de x_i onde $i=1, 2, \dots, n$. S.T. $\sum_{i=1}^n w_i = 1$, o operador de agregação proposto satisfaz a seguinte propriedade:

$\min(\{x_1, x_2, \dots, x_n\}) \leq O(\{x_1, x_2, \dots, x_n\}) \leq \max(\{x_1, x_2, \dots, x_n\})$ onde $x_1, x_2, \dots, x_n \in [0,1]$.

O exemplo a seguir ilustra o processo de agregação de HFEs de um HFS.

Exemplo: Deixar $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ é um conjunto de referência e $H = \{ \langle x_1, \{0.2, 0.3, 0.4\} \rangle, \langle x_2, \{0.25, 0.47, 0.68\} \rangle, \langle x_3, \{0.1, 0.6, 0.7\} \rangle \}$ ser um HFS em X . Levar $w_1 = 1/3$, $w_2 = 1/3$ e $w_3 = 1/3$ e aplicando acima do método de agregação, temos um conjunto difuso da seguinte forma:

$$h(x_1) = 1 - ((1 - 0.2)^{1/3} * (1 - 0.3)^{1/3} * (1 - 0.4)^{1/3})$$

$$= 0.30479. \text{ Aqui } 0.2 (\min(\{0.2, 0.3, 0.4\})) < 0.30479 < 0.4 (\max(\{0.2, 0.3, 0.4\})). h(x_2) = 1 - ((1 - 0.25)^{1/3} * (1 - 0.47)^{1/3} * (1 - 0.68)^{1/3})$$

$$= 0.49708. \text{ Aqui } 0.25 (\min(\{0.25, 0.47, 0.68\})) < 0.49708 < 0.68 (\max(\{0.25, 0.47, 0.68\})).$$

$$h(x_3) = 1 - ((1 - 0.1)^{1/3} * (1 - 0.6)^{1/3} * (1 - 0.7)^{1/3})$$

$$= 0.52378. \text{ Aqui } 0.1 (\min(\{0.1, 0.6, 0.7\})) < 0.52378 < 0.7 (\max(\{0.1, 0.6, 0.7\})).$$

Portanto, correspondendo a HFS acima, H seguindo conjuntos fuzzy H_A é construído:

$$H_A = \{ \langle x_1, 0.30479 \rangle, \langle x_2, 0.49708 \rangle, \langle x_3, 0.52378 \rangle \}$$

Passo 4: Fuzzify dados de séries temporais parciais usando conjuntos fuzzy com HFEs agregados como grau de associação usando o seguinte algoritmo:

para $i = 1$ a m (dados finais da série temporal) para $j = 1$ a n (Fim dos intervalos)
escolher

$$\mu_{ki} = \max(\mu_{1i}, \mu_{2i}, \dots, \mu_{ji}), 1 \leq k \leq n$$

Se μ_{ki} é conjunto confuso correspondente a μ_{ki} , em seguida, atribuir conjunto fuzzy H_{Ak} para x_i .
fim se fim

para fim

para

Relação lógica difusa (FLR) estabelecida pela seguinte regra:

Se H_{Ai} é a produção difusa do mês n e H_{Aj} é a produção difusa do mês $n+1$, então o FLR é denotado como $H_{Ai} \rightarrow H_{Aj}$. Aqui, h_{ai} é chamado de estado atual e H_{Aj} é o próximo estado.

Passo 5: Aplique as operações de composição max-min no FLR para obter saídas difusas e desfuzziá-las para previsão numérica usando as seguintes fórmulas:

$$\text{Previsão numérica} = \frac{\sum f_l l_l}{\sum f_l} \quad (5)$$

Aqui f_l é a saída difusa e l_l é o ponto médio combinado de adesão triangular funções para intervalos iguais e desiguais definidos como :

$$\text{Ponto médio combinado} = \frac{M_e e_e + M_N e_N}{e_e + e_N} \quad (6)$$

HTam $M_e; e_e$ e $M_N; e_N$ são pontos médios e pesos das funções de adesão com intervalos iguais e desiguais respectivamente.

3.1 Estatístico Validação Análise de teste e erro

Além das medidas de erro (RMSE e AFE) vários parâmetros estatísticos como avaliação parâmetro (Chakraverty & Gupta, 2008) , coeficiente de correlação (R), coeficiente de determinação (R^2), parâmetro de desempenho (Chase et. Al. 2006; Wang & Wang, 2010) e sinais de rastreamento (TS) também são utilizados para avaliar o desempenho do modelo de previsão. Expressões para RMSE, AFE e todos os parâmetros estatísticos utilizados para verificar o desempenho estatístico de previsão proposta método são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1:

Medidas de erro e parâmetros de verificação de validação estatística

Sr.	Termo	Expressão Matemática	Aceitável
-----	-------	----------------------	-----------

No.			Range
1	RMSE	$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - F_i)^2}{n}}$	
2	Forecasting Error (in %)	$\frac{ F_i - O_i }{O_i} \times 100$	
3	AFE (in %)	$\frac{\text{sum of forecasting error}}{n}$	
4	δ_r	$\frac{ F_i - O_i }{\sigma}$	$\delta_r < 1$
5	R	$\frac{n \sum O_i F_i - (\sum O_i)(\sum F_i)}{\sqrt{n(\sum O_i^2) - (\sum O_i)^2} \sqrt{n(\sum F_i^2) - (\sum F_i)^2}}$	$-1 \leq R \leq 1$
6	Coefficient of determination	R^2	$0 \leq R^2 \leq 1$
7	PP	$1 - \frac{RMSE}{\sigma}$	$PP > 0$
8	M_{ad}	$\frac{\sum_{i=1}^n F_i - O_i }{n}$	
9	R_{sfe}	$\sum_{i=1}^n (F_i - O_i)$	
10	TS	$\frac{R_{sfe}}{M_{Du}}$	$-4 \leq TS \leq 4$

Na tabela acima, F_i e O_i são previstos e dados reais da série temporal, n é o número de dados da série temporal e σ é desvio padrão do conjunto de dados. O valor positivo e negativo de R indica correlação linear positiva e negativa, respectivamente, entre dados previstos e reais da série temporal. O R^2 mostra a força da associação linear entre dados previstos e reais. O valor positivo

e negativo do Mad indica a tendência de previsão de previsão do modelo de previsão. $TS \square 4$ indica sub-previsão com viés, enquanto $TS \square 4$ indica super-previsão com viés.

4. Implementação do método proposto

Nesta seção, o método de previsão de séries temporárias hesitantes é implemented para prever matrículas na Universidade do Alabama e preço da participação da SBI na BSE, Índia.

4.1. Previsão de matrículas na Universidade do Alabama com modelo proposto

Passo 1: Observando D_{Min} e D_{Max} da Tabela 2 e usando o universo de desvio padrão do discurso é definido como $U = [11280, 21112]$. de usando desvio padrão das matrículas da Universidade do Alabama, Agora, aplicando a abordagem cpda o universo do discurso é dividido em quatorze intervalos linguísticos desiguais. Tanto os limites inferiores quanto superiores de probabilidade, ponto médio e intervalo de intervalos são calculados e são dados na Tabela 3.

Tabela 2:

Matrículas actual de matrículas do				Ano	de		
Matrícula da Universidade do Alabama							
1971	13055	1982	15433				
1972	13563	1983	15497				
1973	13867	1984	15145				
1974	14696	1985	15163				
1975	15460	1986	15984				
1976	15311	1987	16859				
1977	15603	1988	18150				
1978	15861	1989	18970				
1979	16807	1990	19328				
1980	16919	1991	19337	1981	16388	1992	18876

Universo do discurso é dividido em intervalos seguintes de quatorze com comprimento igual $e1 = [11280, 11982, 29]$, $e2 = [11982, 29, 12684, 57]$, $e3 = [12684, 57, 13386, 86]$, $e4 = [13386, 86, 14089, 14]$, $e5 = [14089, 14, 14791, 43]$, $e6 = [14791, 43, 15493, 71]$, $e7 = [15493, 71, 16196]$, $e8 =$

[16196, 16898,29], $e_9 = [16898.29, 17600,57]$, $e_{10} = [17600,57, 18302,86]$, $e_{11} = [18302,86, 19005.14]$, $e_{12} = [19005.14, 19707.43]$, $e_{13} = [19707,43, 20409,71]$, $e_{14} = [20409.71, 21112]$.

Como os dados da série temporal das matrículas universitárias seguem a distribuição normal, o CPDA é aplicado à divisão do universo do discurso em quatorze intervalos com comprimento desigual.

Tabela 3:

Limite inferior e superior de probabilidade para matrículas na Universidade do Alabama.

Universe Cumulative of discourse U probability									
Intervalos	Comprimento			superior		inferior		do ponto médio de	
	PLB	PUB	bound	intervalo	ue1	0	0,071429	11280	
12436.72	13593.44	2313.44							
UE ₂	0.035714	0.142857	12994.36	13646.83	14299.29	1304.931	eu ₃	0.107143	0.214286
	13989.92	14389.49	14789.07	799.155	eu ₄	0.178571	0.285714	14559.77	14874.72
	15189.67	629.9016	eu ₅	0.25	0.357143	14997.01	15270.7	15544.39	547.3805
	eu ₆	0.321429	0.428571	15371.15	15622.93	15874.71	503.5593	eu ₇	0.392857
	0.5	15711.64	15952.94	16194.23	482.587	eu ₈	0.464286	0.571429	16035.11
	16274.43	16513.75	478.6371	eu ₉	0.535714	0.642857	16353.35	16598.71	16844.07
	490.7236	eu ₁₀	0.607143	0.714286	16676.82	16937.8	17198.79	521.9721	eu ₁₁
	0.678571	0.785714	17017.31	17308.35	15599.39	582.0773	eu ₁₂	0.75	0.857143
	17391.45	17740.31	18089.17	697.7184	eu ₁₃	0.821429	0.928571	17828.69	18311.86
	18795.02	966.3292	eu ₁₄	0.892857	1	18398.54	19755.27	21112	2713.456

De acordo com o intervalo de comprimentos iguais ei e younequal intervalo de comprimento uei , ($i = 1, 2, \dots, 14$), construímos 14 conjuntos de intervalos iguais e desiguais $Ae1, Ae2, Ae3, \dots, Ae14$ e $Aue1, Aue2, Aue3, \dots, Aue14$ respectivamente. Quatorze conjuntos difusos para intervalo igual são definidos no universo do discurso U são dados da seguinte forma:

$A_{e1} = [11280, 11982.29, 12684.57]$, $A_{e2} = [11982.29, 12684.57, 13386.86]$, $A_{e3} = [12684.57, 13386.86, 14089.14]$,
 $A_{e4} = [13386.86, 14089.14, 14791.43]$, $A_{e5} = [14089.14, 14791.43, 15493.71]$, $A_{e6} = [14791.43, 15493.71, 16196]$,
 $A_{e7} = [15493.71, 16196, 16898.29]$, $A_{e8} = [16196, 16898.29, 17600.57]$, $A_{e9} = [16898.29, 17600.57, 18302.86]$,
 $A_{e10} = [17600.57, 18302.86, 19005.14]$, $A_{e11} = [18302.86, 19005.14, 19707.43]$,
 $A_{e12} = [19005.14, 19707.43, 20409.71]$, $A_{e13} = [19707.43, 20409.71, 21112]$, $A_{e14} = [20409.71, 21112, 21112]$.

E catorze conjuntos confusos para intervalo desigual são definidos no universo do discurso U são dados da seguinte forma:

$A_{ue1} \square \square 11280,12436,72,13593,44 \square$, $A_{ue2} \square \square 12994.36,13646.83,14299,29 \square$, A_{ue3}
 $\square \square 13989,92,14389,49,14789,07 \square$,
 $A_{ue4} \square \square 14559,77,14874.72.15189,67 \square$, $A_{ue5} \square \square 14997.01.15270.7,15544.39 \square$, A_{ue6}
 $\square \square 15371.15,15622.93,15874,71 \square$,
 $A_{ue7} \square \square 15711.64,15952.94,16194,23 \square$, $A_{ue8} \square \square 16035.11.16274.43,16513,75 \square$, A_{ue9}
 $\square \square 16353,35,16598,71.16844,07 \square$,
 $A_{ue10} \square \square 16676.82,16937.8,17198,79 \square$, $A_{ue11} \square \square 17017.31.17308.35.15599,39 \square$,
 $A_{UE12} \square \square 17391.45,17740.31,18089.17 \square$, $A_{UE13} \square \square 17828.69,18311.86,18795.02 \square$, A_{UE14}
 $\square \square 18398.54,19755.27,21112 \square$. **Passo 2:** Pesos que devem ser usados em operadores de agregação propostos para HFEs e também em desfuzzificação são calculados utilizando-se os comprimentos de intervalos iguais e desiguais (Tabela 4).

Tabela 4:

Pesos dos intervalos linguísticos.

Pesos

Para intervalos desiguais Para intervalos iguais

0.622225	0.377775
0.481613	0.518387
0.362638	0.637362
0.309614	0.690386
0.280427	0.719573
0.263902	0.736098
0.255722	0.744278
0.254160	0.745840
0.258917	0.741083
0.270937	0.729063
0.292995	0.707005
0.331885	0.668115
0.407579	0.592421
0.658921	0.341079

Passo 3: São construídos quatorze HFSs H_i ($i = 1$ a 14) pelo cálculo das notas de adesão de cada inscrição em funções de adesão triangular com intervalos iguais e desiguais. O operador de agregação ponderada proposto (Eq. 4) é implementado para agregar elementos embaçados hesitantes e ter quatorze FSSs H_{Ai} ($i = 1, 2, \dots, 14$) sobre o universo do discurso U (Tabela 6).

Passo 4: As matrículas da Universidade do Alabama são embaçadas usando o algoritmo para fuzzificação fornecido na seção anterior e mostrado na Tabela 5. FLR são estabelecidos e FLR (grupo) são criados (Tabelas 7).

Passo 5: Aplicando o operador de composição max-min ao the FLR e método de desfuzzificação (Eq. 5 & 6) para prever as matrículas da Universidade do Alabama. Um cálculo amostral para o ano de 1972 é o seguinte:

Para a matrícula do ano de 1982, o conjunto de fuzzy hesitante é: $H5 = [15433, 0,0864, 0,407]$ e $H6 = [15433, 0,9136, 0,2457]$. Aqui 0,0864, 0,407, 0,9136, 0,2457 são as notas de adesão para a matrícula 15433 em A_{e5} , A_{UE5} , A_{e6} e A_{UE6} conjuntos confusos, respectivamente. 0,719573 e 0,280427 são os pesos (Tabela 3) do A_{e5} e A_{UE5} . Em seguida, a adesão agregada de A_{e5} e A_{UE5} de matrícula do ano de 1982 é computado da seguinte forma:

$$1 - (1 - 0,0864)^{0,719573} * (1 - 0,407)^{0,280427} = 0,190681.$$

O conjunto difuso correspondente para matrícula do ano de 1982 é $[15433, 0,190681]$. A adesão agregada de matrícula do ano de 1982 em A_{e6} e A_{UE5} é a seguinte:

$$1 - (1 - 0,9136)^{0,736098} * (1 - 0,2457)^{0,263902} = 0,846943.$$

O conjunto difuso correspondente para matrícula do ano de 1982 é $[15433, 0,846943]$.

Já o máximo $(0,190681, 0,846943) = 0,846943$, portanto, h_{A6} é atribuído a 15433 ou seja, a matrícula para o ano de 1982.

A relação lógica difusa (FLR) para o ano de 1982 é $H_{A7} \square H_{A6}$ e depois de aplicar a operação max-min, após a obtenção do vetor de linha.

0	0	0	0,529589	0,757242	0,118278	0,757242	0,041527	0,50976
								0 0 0 0

Uma vez que os pontos médios do conjunto difuso com intervalo igual A_{e1} e intervalo desigual A_{ue1} são 11982,29 e 12436,72, respectivamente, e os pesos correspondentes (Tabela 4) são 0,377775 e 0,622225, respectivamente, portanto, the ponto médio combinado II é

0.

$\square 12265,05$

$$0.377775 \square 0.622225$$

Da mesma forma, outros pontos médios combinados l_2, l_3, \dots, l_{14} são calculados e são dados da seguinte forma:

l_1	12265.05	l_8	16739.73
l_2	13148.01	l_9	17341.17
l_3	13750.45	l_{10}	17933.01
l_4	14332.37	l_{11}	18507.99
l_5	14925.83	l_{12}	19054.57
l_6	15527.81	l_{13}	19554.67
l_7	16133.84	l_{14}	20218.02

A previsão numérica para o ano de 1982 é calculada utilizando-se de Eq. 5 e é a seguinte:

$$0,52958 * 14925,83 \square 0,75724 * 15527,81 \square 0,11827 * 16133,84 \square 0,75724 * 16739,73 \square 0,041527 * 17341,17 \square 0,50976 * 17933,01 \square 16254,50$$

$$0,529589 \square 0,757242 \square 0,118278 \square 0,757242 \square 0,041527 \square 0,50976$$

Outras matrículas da Universidade do Alabama também são computadas de forma semelhante e são mostradas na Tabela 8. A Tabela 8 também inclui as matrículas previstas usando o método proposto por Song e Chissom (1993a), Chen (1996), Huarng (2001), Lee & Chou (2004), S.C. time-variant (1994), Cheng et al. (2006, 2006 (TFA), 2008), Yolcu et al. (2009), Qiu et al. (2011), Joshi & Kumar (2012) e Kumar & Gangwar (2015) para comparar o desempenho da proposta de previsão da série de tempo métodos sobre esses métodos em termos de parâmetro estatístico (Tabela 1) são mostrados na Tabela 9.

Table 5:
HFSs for the enrollment of University of Alabama

Enrollment	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11	H12	H13	H14
13055	{.4655,0}	{.0929,.4725}	{0,.5275}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
13563	{.0263,0}	{.8715,0}	{0,.7492}	{0,.2508}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
13868	{0,0}	{.661,0}	{0,.3149}	{0,.6851}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
14696	{0,0}	{0,0}	{.2329,0}	{.4325,.1359}	{0,.8641}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
15460	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{.3083,.048}	{.3529,.952}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
15311	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{.8528,.2602}	{0,.7398}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
15603	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{.9208,.8444}	{0,.1556}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
15861	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{.0545,.477}	{.619,.523}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
16807	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,.13}	{0,.87}	{.1511,0}	{.4988,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
16919	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,.9705}	{0,.0295}	{.928,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
16388	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,.7266}	{.5254,.2734}	{.1412,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
15433	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{.407,.0864}	{.2457,.9136}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
15497	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{.1732,0}	{.4998,.9953}	{0,.0047}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
15145	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{.1418,0}	{.5407,.4965}	{0,.5085}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
15163	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{.0847,0}	{.6065,.4709}	{0,.5291}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
15984	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,.3019}	{.8713,.6981}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
16859	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,.0559}	{0,.9441}	{0,0}	{.6981,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
18150	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,.2177}	{0,.7823}	{0,0}	{0,0}	{.665,0}	{0,0}
18970	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,.05}	{0,.95}	{0,0}	{0,0}	{.4212,0}
19328	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,.5403}	{0,.4597}	{0,0}	{.6851,0}
19337	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,.5275}	{0,.4725}	{0,0}	{.6917,0}
18876	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,.1839}	{0,.8161}	{0,0}	{0,0}	{.3519,0}

Table 6:

Fuzzy sets with aggregated HFEs and fuzzified enrollments of University of Alabama

Enrollment	H _{A1}	H _{A2}	H _{A3}	H _{A4}	H _{A5}	H _{A6}	H _{A7}	H _{A8}	H _{A9}	H _{A10}	H _{A11}	H _{A12}	H _{A13}	H _{A14}	Aggregated hesitant Fuzzified
13055	0.32279	0.3151	0.37988	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A3}
13563	0.0164	0.62277	0.585853	0.180736	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A2}
13868	0	0.406066	0.214193	0.549655	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A4}
14696	0	0	0.091671	0.241372	0.762158	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A5}
15460	0	0	0	0	0.129565	0.904637	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A6}
15311	0	0	0	0	0.529589	0.628799	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A6}
15603	0	0	0	0	0	0.8698	0.118278	0	0	0	0	0	0	0	H _{A6}
15861	0	0	0	0	0	0.388542	0.549638	0	0	0	0	0	0	0	H _{A7}
16807	0	0	0	0	0	0	0.098459	0.781655	0.041527	0.17068	0	0	0	0	H _{A8}
16919	0	0	0	0	0	0	0	0.927768	0.021946	0.50976	0	0	0	0	H _{A8}
16388	0	0	0	0	0	0	0.619091	0.347945	0.038646	0	0	0	0	0	H _{A7}
15433	0	0	0	0	0.190681	0.846943	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A6}
15497	0	0	0	0	0.051938	0.983892	0.0035	0	0	0	0	0	0	0	H _{A6}
15145	0	0	0	0.046242	0.509307	0.402735	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A5}
15163	0	0	0	0.02703	0.513058	0.425562	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A5}
15984	0	0	0	0	0	0.232448	0.757242	0	0	0	0	0	0	0	H _{A7}
16859	0	0	0	0	0	0	0.04191	0.883649	0	0.277104	0	0	0	0	H _{A8}
18150	0	0	0	0	0	0	0	0	0.166356	0.670954	0	0	0.359649	0	H _{A10}
18970	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.036705	0.879728	0	0	0.302531	H _{A11}
19328	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.422745	0.33722	0	0.53298	H _{A14}
19337	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.411427	0.347752	0	0.539453	H _{A14}
18876	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.137706	0.697966	0	0	0.248573	H _{A11}

Tabela 7:

FLR e FLR (Grupo) para Matrículas da Universidade do Alabama

FLRs					
$H_{A3} \rightarrow H_{A2}$	$H_{A2} \rightarrow H_{A4}$	$H_{A4} \rightarrow H_{A5}$	$H_{A5} \rightarrow H_{A6}$	$H_{A6} \rightarrow H_{A6}$	$H_{A6} \rightarrow H_{A6}$
$H_{A6} \rightarrow H_{A7}$	$H_{A7} \rightarrow H_{A8}$	$H_{A8} \rightarrow H_{A8}$	$H_{A8} \rightarrow H_{A7}$	$H_{A7} \rightarrow H_{A6}$	$H_{A6} \rightarrow H_{A6}$
$H_{A6} \rightarrow H_{A5}$	$H_{A5} \rightarrow H_{A5}$	$H_{A5} \rightarrow H_{A7}$	$H_{A7} \rightarrow H_{A8}$	$H_{A8} \rightarrow H_{A10}$	$H_{A10} \rightarrow H_{A11}$
$H_{A11} \rightarrow H_{A14}$	$H_{A14} \rightarrow H_{A14}$	$H_{A14} \rightarrow H_{A11}$			
FLR groups					
$H_{A2} \rightarrow H_{A4}$		$H_{A2} \rightarrow H_{A3}$			
$H_{A3} \rightarrow H_{A2}$					
$H_{A4} \rightarrow H_{A5}$					
$H_{A5} \rightarrow H_{A5}$		$H_{A5} \rightarrow H_{A6}$		$H_{A5} \rightarrow H_{A7}$	
$H_{A6} \rightarrow H_{A5}$		$H_{A6} \rightarrow H_{A6}$		$H_{A6} \rightarrow H_{A7}$	
$H_{A7} \rightarrow H_{A6}$		$H_{A7} \rightarrow H_{A8}$			
$H_{A8} \rightarrow H_{A7}$		$H_{A8} \rightarrow H_{A8}$		$H_{A8} \rightarrow H_{A10}$	
$H_{A10} \rightarrow H_{A11}$					
$H_{A11} \rightarrow H_{A14}$					
$H_{A14} \rightarrow H_{A11}$		$H_{A14} \rightarrow H_{A14}$			

Table 8:

Forecasted enrollments.

Actual enrollment	Song and Chissom (1993a)	Chen (1996)	Huang, (2001) (heuristic)	Lee and Chou (2004) (MEPA)	SC time Variant (1994)	Cheng et al. (2006)	Cheng et al. (2008)	Yolcu et al. (2009)	Qiu et al. (2011)	Joshi and Kumar (2012)	Kumar & Gangwar (2015)	Proposed model
13055	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
13563	14000	14000	-	14025	-	14230	14242.0	14031.35	14195	14250	-	13595.67
13867	14000	14000	-	14568	-	14230	14242.0	14795.36	14424	14246	13693	13814.75
14696	14000	14000	14,000	14568	-	14230	14242.0	14795.36	14593	14246	13693	14929.79
15460	15500	15500	15,500	15654	14,700	15541	15474.3	14795.36	15589	15491	14867	15541.27
15311	16000	16000	15,500	15654	14,800	15541	15474.3	16406.57	15645	15491	15287	15540.62
15603	16000	16000	16,000	15654	15,400	15541	15474.3	16406.57	15634	15491	15376	15540.62
15861	16000	16000	16,000	15654	15,500	16196	15474.3	16406.57	16100	16345	15376	15540.62
16807	16000	16000	16,000	16197	15,500	16196	16146.5	16406.57	16188	16345	15376	16254.50
16919	16813	16833	17,500	17283	16,800	16196	16988.3	17315.29	17077	15850	16523	17040.41
16388	16813	16833	16,000	17283	16,200	17507	16988.3	17315.29	17105	15850	16606	17040.41
15433	16789	16833	16,000	16197	16,400	16196	16146.5	17315.29	16369	15850	17519	16254.50
15497	16000	16000	16,000	15654	16,800	15541	15474.3	16406.57	15643	15450	16606	15540.62
15145	16000	16000	15,500	15654	16,400	15541	15474.3	16406.57	15648	15450	15376	15540.62
15163	16000	16000	16,000	15654	15,500	15541	15474.3	16406.57	15622	15491	15376	15541.27
15984	16000	16000	16,000	15654	15,500	15541	15474.3	16406.57	15623	15491	15287	15541.27
16859	16000	16000	16,000	16197	15,500	16196	16146.5	16406.57	16231	16345	15287	16254.50

18150	16813	16833	17,500	17283	16,800	17507	16988.3	17315.29	17090	17950	16523	17040.41
18970	19000	19000	19,000	18369	19,300	18872	19144.0	19132.79	18325	18961	17519	18902.30
19328	19000	19000	19,000	19454	17,800	18872	19144.0	19132.79	19000	18961	19500	19357.30
19337	19000	19000	19,500	19454	19,300	18872	19144.0	19132.79	19000	18961	19000	19168.56
18876	-	19000	19,000	-	19,600	18872	19144.0	19132.79	19000	18961	19500	19168.56

Tabela 9:

Análise de erro e desempenho estatístico do método proposto na previsão de matrículas na Universidade do Alabama

Modelo	RMSE	AFE	R2	\square_r	PP	Mad	TS
Song & Chissom (1993)	650.4	3.22	0.9173	0.8414	0.74	0.6419	516.35 2.6861
Song & Chissom (1994)	880.73	3.75	0.8317	0.6917	0.84	0.5151	729.05 -4514
Chen (1996)	638.36	3.11	0.9262	0.8579	0.77	0.6485	498.80 3.2377

Huarng (2001)	476.97 2.36	0.9467 0.8962 0.47 0.7374 383.45 0.5554
Lee & Chou (2004)	501.28 2.67	0.9542 0.9105 0.49 0.7240 428.95 4.1240
Cheng et al.(2006)	511.04 2.66	0.9548 0.9117 0.62 0.7186 429.04 -0.601
Cheng et al. (2008)	478.45 2.39	0.9587 0.9192 0.64 0.7366 386.22 -1.854
Leve passageiros. (2009)	805.17 4.29	0.9121 0.83 0.27 0.5567 643.41 13.44
Qiu et al. (2011)	511.33 2.65	0.9599 0.9219 0.58 0.7185 430.76 2.0521
Joshi & Kumar (2012)	433.76 2.24	0.9688 0.9387 0.59 0.7612 358.71 -4.853
Kumar & Gangwar	493.56 2.33	0.9594 0.9254 0.24 0.7235 368.68 1.554 (2015)
Modelo proposto	428.63 1.94	0.9667 0.9346 0.61 0.7640 318.69 -0.214

4.2. Preço de previsão da ação SBI na BSE, Índia

A hesitação é a característica muito comum e fundamental dos dados da série de tempo financeiro. Para ver o desempenho e a adequação do método de previsão de séries temporárias hesitantes, ele é implementado para prever o preço da ação SBI na BSE India from abril de 2008 a março de 2010. Universo do discurso $U = [741, 2892]$ para dados de séries temporências de ação SBI é definido observando o preço máximo e mínimo do preço real da ação SBI (Tabela 10) e seu desvio padrão.

Tabela: 10

Preços reais das ações da SBI

Meses	SBI Preços	meses	SBI Preços
Abril-08	1819.95	Abril-09	1355.00
Maio-08	1840.00	Maio-09	1891.00
junho-08	1496,70	junho-09	1935,00
Julho-08	1567,50	julho-09	1840,00
agosto-08	1638.90	agosto-09	1886,90
Setembro-08	1618.00	Setembro-09	2235.00
Outubro-08	1569,90	Outubro-09	2500,00
Novembro-08	1375.00	Novembro-09	2394.00
dezembro-08	1325.00	Dezembro-09	2374.75
Janeiro-09	1376.40	Janeiro-10	2315.25
Fevereiro-09	1205.90	Fevereiro-10	2059.95
março-09	1132.25	março-10	2120.05

Os dados da série time de compartilhamento SBI são fuzzificados usando quatorze funções de associação triangular com igual (e_i) e intervalos desiguais (UE_i). O comprimento do intervalo desigual é novamente determinado pelo CPDA. Limites de probabilidade inferior e superior com probabilidades cumulativas informações são dadas na Tabela 11. A seguir, são quatorze intervalos com igual comprimento de intervalo.

$e_1 = [741, 894.6429]$, $e_2 = [894.6429, 1048.286]$, $e_3 = [1048.286, 1201.929]$, $e_4 = [1201.929, 1355.571]$, $e_5 = [1355.571, 1509.214]$, $e_6 = [1509.214, 1662.857]$, $e_7 = [1662.857, 1816.5]$, $e_8 = [1816.5, 1970.143]$, $e_9 = [1970.143, 2123.786]$, $e_{10} = [2123.786, 2277.429]$, $e_{11} = [2277.429, 2431.071]$, $e_{12} = [2431.071, 2584.714]$, $e_{13} = [2584.714, 2738.357]$, $e_{14} = [2738.357, 2892]$.

Os pesos utilizados para funções de adesão com intervalos iguais e desiguais são calculados e são mostrados na Tabela 12.

Hesitante fuzzy define Hi com dois valores de adesão para cada datum em séries temporescadas os dados das ações da SBI são construídos (Tabela 13) e são ainda mais agregados usando o operador de agregação de elementos embaçados propostos. A Tabela 14 mostra os conjuntos difusos e o preço das ações da SBI embaçados. As operações de composição max-min são implementadas em FLRs e FLR(grupo) dadas na Tabela 15 para calcular o preço previsto da ação SBI na BSE, Índia. A Tabela 16 apresenta o preço previsto das ações da SBI usando o método proposto e também são comparados com outros preços previstos usando os métodos propostos Chen (1996), Pathak e Singh (2011), Joshi & Kumar (2012) e Kumar & Gangwar (2015). A comparação dos métodos de existing do preço das ações do SBI em termos de parâmetro estatístico (Tabela 1) é mostrada na Tabela 17.

Tabela: 11 Limite inferior e superior de probabilidade para o preço das ações da SBI

Intervalo Universo		Cumulativo	do discurso U				
		probabilidade	Comprimento		superior	inferior	de
			Metade				
		intervalo vinculado					
		PLB	PUB				
UE ₁	0.000000	0.071429	741.0000	977.2218	1213.444	472.4436	
UE ₂	0.035714	0.142857	1081.477	1225.204	1368.930	287.4525	
eu ₃	0.107143	0.214286	1300.780	1388.800	1476.819	176.0392	
UE ₄	0.178571	0.285714	1426.308	1495.686	1565.064	138,7558	
UE ₅	0.250000	0.357143	1522.625	1582.913	1643.202	120.5779	
eu ₆	0.321429	0.428571	1605.040	1660.503	1715.965	110,9249	

UE ₇	0.392857	0.500000	1680.045	1733.197	1786.350	106.3051
eu ₈	0.464286	0.571429	1751.300	1804.017	1856.735	105.4350
eu ₉	0.535714	0.642857	1821.400	1875.449	1929.498	108.0974
eu ₁₀	0.607143	0.714286	1892.655	1950.146	2007.636	114.9809
UE ₁₁	0.678571	0.785714	1967.660	2031.770	2095.881	
	128.2210	UE ₁₂	0.750000	0.857143	2050.075	2126.923
	153.6946					2203.770
eu ₁₃	0.821429	0.928571	2146.392	2252.824	2359.256	212.8646
eu ₁₄	0.892857	1.000000	2271.920	2581.960	2892.000	620.0801

Tabela 12: Pesos para intervalos iguais e desiguais para o preço das ações da SBI.

Pesos	
<u>Para inter desigualdade</u>	<u>Para intervalos iguais</u>
0.605907	0.394093
0.483327	0.516673
0.364225	0.635775
0.311083	0.688917
0.281812	0.718188
0.265237	0.734763
0.257029	0.742971
0.255463	0.744537
0.260236	0.739764
0.272295	0.727705
0.294418	0.705582
0.333409	0.666591
0.409236	0.590764
0.668647	0.331353

Table 13:

HFSs for the SBI share price

Months	H1	H2	H3	H4	H5	H6	H7	H8	H9	H10	H11	H12	H13	H14
April-08	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-9775}	{-6968,-0225}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
May-08	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-847}	{-3174,-153}	{-3441,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
June-08	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{-9854,-0814}	{0,-9186}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
July-08	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{-7443,-6206}	{0,-3794}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
August-08	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{-0714,-1559}	{-6105,-8441}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
September-08	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{-418,-292}	{-2337,-708}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
October-08	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{-7842,-605}	{0,-395}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
November-08	{0,0}	{0,0}	{-8432,0}	{0,-8734}	{0,-1265}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
December-08	{0,0}	{-3057,0}	{-2752,-199}	{0,-801}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
January-09	{0,0}	{0,0}	{-8591,0}	{0,-8644}	{0,-1356}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
February-09	{-0319,0}	{-8657,0}	{0,-9742}	{0,-0258}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
March-09	{-3437,0}	{-3533,-4535}	{0,-5465}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
April-09	{0,0}	{-0969,0}	{-616,-0037}	{0,-9963}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
May-09	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-5151}	{0,-4849}	{-7123,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
June-09	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-2287}	{0,-7713}	{0,0}	{-7366,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
July-09	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-847}	{-3174,-153}	{-3441,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
August-09	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-5418}	{0,-4562}	{-7881,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}
September-09	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-2762}	{0,-7238}	{0,0}	{0,0}	{-8325,0}	{0,0}
October-09	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-5514}	{0,-4486}	{0,0}	{-7356,0}
November-09	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-2413}	{0,-7587}	{0,0}	{0,0}	{-3938,0}
December-09	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-3666}	{0,-6534}	{0,0}	{0,0}	{-3317,0}
January-10	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-7538}	{0,-2462}	{0,0}	{-4135,0}	{-1398,0}
February-10	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-4155}	{0,-5845}	{0,0}	{-5597,0}	{-1292,0}	{0,0}	{0,0}
March-10	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,0}	{0,-0243}	{0,-9757}	{0,0}	{0,0}	{-9112,0}	{0,0}	{0,0}

Table 14.

Fuzzy sets with aggregated HFEs and fuzzified SBI share prices

SBI Prices	H _{A1}	H _{A2}	H _{A3}	H _{A4}	H _{A5}	H _{A6}	H _{A7}	H _{A8}	H _{A9}	H _{A10}	H _{A11}	H _{A12}	H _{A13}	H _{A14}	Fuzzified price
1819.95	0	0	0	0	0	0	0.94033	0.27515	0	0	0	0	0	0	H _{A7}
1840	0	0	0	0	0	0	0.752115	0.1984	0.1039	0	0	0	0	0	H _{A7}
1496.7	0	0	0	0.7467	0.8349	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A5}
1567.5	0	0	0	0	0.6605	0.2956	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A5}
1638.9	0	0	0	0	0.1328	0.8012	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A6}
1618	0	0	0	0	0.3300	0.6228	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A6}
1569.9	0	0	0	0	0.6668	0.3087	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A5}
1375	0	0	0.4907	0.7592	0.0925	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A4}
1325	0	0.1616	0.2276	0.6711	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A4}
1376.4	0	0	0.5102	0.7475	0.0993	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A4}
1205.9	0.0194	0.6210	0.9022	0.0178	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A3}
1132.25	0.2252	0.4071	0.3951	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A2}
1355	0	0.0480	0.2959	0.978	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H _{A4}
1891	0	0	0	0	0	0	0.4159	0.3897	0.2769	0	0	0	0	0	H _{A7}
1935	0	0	0	0	0	0	0.1754	0.6666	0	0.3045	0	0	0	0	H _{A8}
1840	0	0	0	0	0	0	0.7521	0.1984	0.1039	0	0	0	0	0	H _{A7}
1886.9	0	0	0	0	0	0	0.4400	0.3646	0.3322	0	0	0	0	0	H _{A7}
2235	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2126	0.6079	0	0	0.5186	0	H _{A10}
2500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4319	0.3275	0	0.5891	H _{A14}
2394	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1820	0.6332	0	0	0.2844	H _{A11}
2374.75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2827	0.5265	0	0	0.2362	H _{A11}
2315.25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6393	0.1807	0	0.1961	0.0957	H _{A10}
2059.95	0	0	0	0	0	0	0	0.3295	0.4778	0	0.2145	0.0450	0	0	H _{A9}
2120.05	0	0	0	0	0	0	0	0.0181	0.9360	0	0	0.5539	0	0	H _{A9}

Mesa 15.

FLR and FLR(Group) for SBI share prices

FLRs					
$H_{A7} \rightarrow H_{A7}$	$H_{A7} \rightarrow H_{A5}$	$H_{A5} \rightarrow H_{A5}$	$H_{A5} \rightarrow H_{A6}$	$H_{A6} \rightarrow H_{A6}$	$H_{A6} \rightarrow H_{A5}$
$H_{A5} \rightarrow H_{A4}$	$H_{A4} \rightarrow H_{A4}$	$H_{A4} \rightarrow H_{A4}$	$H_{A4} \rightarrow H_{A3}$	$H_{A3} \rightarrow H_{A2}$	$H_{A2} \rightarrow H_{A4}$
$H_{A4} \rightarrow H_{A7}$	$H_{A7} \rightarrow H_{A8}$	$H_{A8} \rightarrow H_{A7}$	$H_{A7} \rightarrow H_{A7}$	$H_{A7} \rightarrow H_{A10}$	$H_{A10} \rightarrow H_{A14}$
$H_{A14} \rightarrow H_{A11}$	$H_{A11} \rightarrow H_{A11}$	$H_{A11} \rightarrow H_{A10}$	$H_{A10} \rightarrow H_{A9}$	$H_{A9} \rightarrow H_{A9}$	
FLRGs					
$H_{A2} \rightarrow H_{A4}$					
$H_{A3} \rightarrow H_{A2}$					
$H_{A4} \rightarrow H_{A3}$		$H_{A4} \rightarrow H_{A4}$		$H_{A4} \rightarrow H_{A7}$	
$H_{A5} \rightarrow H_{A4}$		$H_{A5} \rightarrow H_{A5}$		$H_{A5} \rightarrow H_{A6}$	
$H_{A6} \rightarrow H_{A5}$		$H_{A6} \rightarrow H_{A6}$			
$H_{A7} \rightarrow H_{A5}$		$H_{A7} \rightarrow H_{A7}$		$H_{A7} \rightarrow H_{A8}$	$H_{A7} \rightarrow H_{A10}$
$H_{A8} \rightarrow H_{A7}$					
$H_{A9} \rightarrow H_{A9}$					
$H_{A10} \rightarrow H_{A9}$		$H_{A10} \rightarrow H_{A14}$			
$H_{A11} \rightarrow H_{A10}$		$H_{A11} \rightarrow H_{A11}$			
$H_{A14} \rightarrow H_{A11}$					

Mesa 16.

Previsão de preços das ações da SBI.

Meses	Dados da série temporal prevista do preço das ações da SBI
-------	--

	Preços reais do SBI	Chen (1996)	Hurang (2001)	Pathak & Singh(2011)	Joshi & Kumar(2012)	Kumar & Guerra de ganges (2015)	Método proposto
Abr.-08	1819.95	-	-	-	-	-	
Mai.-08	1840.00	1900	1855	1770.00	1777.80	1725.98	1877.657
junho-08	1496.70	1900	1855	1832.50	1865.71	1725.98	1877.657
julho-08	1567,50	1500	1575	1470.00	1531.50	1512.39	1466.360
Ago.-08	1638.90	1500	1505	1570.00	1531.50	1512.39	1466.360
Sep-08	1618.00	1600	1610	1670.00	1777.80	1574.35	1533.504
Out.-08	1569.90	1600	1610	1603.33	1531.50	1574.35	1533.504
Nov.-08	1375.00	1500	1505	1670.00	1531.50	1512.39	1466.360
Dez.-08	1325.00	1433	1482	1382.50	1504.23	1305.52	1520.652
Jan.-09	1376.40	1433	1365	1332.50	1504.23	1665.90	1520.652
Fev.-09	1205.90	1433	1482	1332.50	1504.23	1305.52	1520.652
Mar.-09	1132.25	1433	1155	1195.00	1258.23	1294.27	1144.718
Abr.-09	1355.00	1300	1365	1145.00	1258.23	1294.27	1322.446
Mai.-09	1891.00	1433	1482	1357.50	1504.23	1665.90	1520.652
junho-09	1935.00	1900	1890	1882,50	1865.71	2006.51	1877.657
julho-09	1840.00	1900	1890	1970.00	1883.93	2006.51	1895.491
Ago.-09	1886.90	1900	1855	1470.00	1865.71	1725.98	1877.657
Sep-09	2235.00	1900	1855	1970.00	1865.71	2006.51	1877.657
Out.-09	2500.00	2300	2485	2245.00	2142.04	2520.00	2311.382
Nov.-09	2394.00	2300	2415	2470.00	2245.65	2420.00	2374.204
Dez.-09	2374.75	2300	2345	2395.00	2191.75	2365.99	2352.723
Jan.-10	2315.25	2300	2205	2395.00	2191.75	2365.99	2352.723
Fev.-10	2059.95	2300	2205	2295.00	2142.04	2020.00	2311.382
Mar.-10	2120.05	2100	2135	2070.00	1883.93	2120.00	2166.247

Tabela: 17

Análise de parâmetros de erro e estatística dos modelos propostos e outros na previsão do preço das ações do SBI.

Modelo	RMSE	AFE	R2	\square_r	PP	Mad	TS		
Chen (1996)	187.26	8.26	0.8839	0.7813	1.14	0.5313	136.32	0.825	
Hurang (2001)	164.04	6.29	0.911	0.8314	1.08	0.5894	105.30	0.698	
Pathak & Singh (2011)	205.96	8.95	0.8685	0.7544	1.33	0.4845	155.10	-3.604	
Joshi & Kumar (2012)	200.17	9.52	0.8820	0.7780	0.97	0.4990	164.30	-4.221	
Kumar & Gangwar	131.28	6.30	0.9446	0.8924	0.72	0.6714	101.73	1.713	
(2015)									
Modelo proposto	179.03	7.86	0.9001	0.8101	0.95	0.5519	131.28	0.882	

5. Análise estatística de testes

Emparelhado de duas caudas t -teste com nível de confiança $\alpha = 0.05$ é aplicado em absoluta diferença de observações reais e previstas em ambos os experimentos de previsão de matrículas da Universidade do Alabama e preço das ações da SBI para investigar o Desempenho de previsão entre os métodos propostos com os apresentados por Song & Chissom (1993, 1994), Chen (1996), Huarng (2001), Lee & Chou (2004), Cheng et al. (2006), Cheng et al. (2008), Yolcu et. al. (2009), Qui et al. (2011), Joshi & Kumar (2012) e Kumar & Gangwar (2015). Mesa 18 shows os resultados de emparelhado de duas caudas t - teste que indica que, ao prever matrículas da Universidade do Alabama, o método proposto superou todos os métodos propostos por Song & Chissom (1993, 1994), Chen (1996), Lee & Chou (2004), Cheng et al. (2006, 2008) exceto Hurang (2001), Joshi & Kumar (2012) e Kumar & Gangwar (2015). Embora o teste de significância estatística sugira que o modelo proposto e os de Joshi & Kumar (2012) e Kumar & Gangwar (2015) são igualmente bons em termos de p - valor, mas quantidade reduzida de RMSE e maior valor de diferença confirmam o desempenho fora do método proposto sobre qualquer uma dessas duas formas em ambiente hesitante.

Tabela 18:

Teste estatístico para matrícula da University do Alabama.

Modelos	emparelhados dois t-testes de cauda p-valor/ diff.
Song and Chissom (1993a)	0.0046/-196.3525
Chen (1996)	0,00805/-180.118
Huarng (2001) (heurística)	0.277/-73.642
Lee e Chou (2004)(MEPA)	0.04227/-108.9525
SC_time Variant(1994)	0,00573
Cheng et al. (2006)	0,0758/-110.3566
	Cheng et al. (2008)
Leve passageiros. (2009)	0.00116/-355,36
Qiu et al. (2011)	0.0271/-112.070
Joshi & Kumar (2012)	0.62422/-40.0233
Kumar & Gangwar (2015)	0.24911/-67.547
	0,05557/-67.537

Denota a significância em 5%.

A significância é de 1%.

Na previsão do preço das ações da SBI, os resultados dos testes t -tailed emparelhados de 2 caudas (Tabela 19) sugerem que o método proposto superou o método proposto por Hurang (2001) e Joshi & Kumar (2012) em nível de confiança de 5 % e 7%. No entanto, o método proposto é considerado tão preciso quanto os métodos propostos por Chen (1996), Pathak & Singh (2011) e Kumar & Gangwar (2015), mas a quantidade reduzida de RMSE e AFER confirmam o

desempenho fora do método proposto em séries de tempo financeiro sensíveis prevendo o preço das ações da SBI except Hurang (2001).

Tabela 19:

Teste estatístico para os preços das ações da SBI.

Modelos	emparelhados com t-tailed de 2 caudas
	Modelo proposto (p-valor/diff.)
Chen (1996)	0,75916/-5.039
Hurang (2001)	0.0440/20019
Pathak & Singh (2011)	0.3806/-23.819
Joshi & Kumar (2012)	0.07334/-33.017
Kumar & Gangwar (2015)	0.2286/29.55413

6. Conclusões

No presente estudo, propusemos um novo método de previsão de séries temporais médias que usa informações confusas hesitantes. Nós também propomos um operador de agregação para agregar elementos embaçados hesitantes de conjunto confuso hesitante. O método proposto inclui hesitação na previsão de séries temporais que ocorre devido à existência de múltiplas classificações difusas válidas de dados de séries temporais nas anteriores métodos propostos por Joshi & Kumar (2012) e Kumar & Gangwar (2015) hesitação foi cuidado pelo IFS.

O desempenho do método de previsão de séries temporais hesitantes é verificado implementando-o para o problema de referência de matrículas forecast da Universidade do Alabama. A quantidade reduzida de RMSE e AFE confirma que, em termos de medidas de erro, o modelo proposto é melhor do que outros métodos propostos pela Song & Chissom (1993, 1994), Chen (1996), Huarng (2001), Lee & Chou (2004), Cheng et al. (2006), Cheng et al. (2008), Yolcu et al. (2009), Qui et al. (2011), Joshi & Kumar (2012) e Kumar & Gangwar (2015). Tanto os valores R quanto R^2 confirmam a melhor associação entre matrículas reais e previstas. O valor numérico de PP e TS também está na faixa desejada para confirmar a previsão de matrícula correta e imparcial utilizando o método proposto.

As séries de tempo financeiro possuem características internas fornecidas pela microestrutura do mercado financeiro. Volatilidade relativamente alta e freq alta eficiência do datum de séries temporais individuais que geralmente muda através do tempo tornam a previsão mais difícil do que outros dados de séries temporal. Mesmo bem estabelecido métodos de previsão de séries tempo podem não prever ou prever com alta quantidade de erro medição. Além de ver a

adequação do método proposto em séries de tempo financeiro prevendo onde a não linearidade, características internas e hesitação dificultam a previsão, também é implementado para prever o preço das ações do SBI na BSE e forecasts preços são comparados com os métodos propostos por Chen (1996), Hurang (2001), Pathak e Singh (2011), Joshi & Kumar (2012) e Kumar & Gangwar (2015) em termos de RMSE e AFE. Mesmo que o método proposto tenha um desempenho levemente inferior em termos de medidas de erro (Hurang, 2001; Kumar & Gangwar, 2015), satisfaz todos os critérios estatísticos para confirmar que o método também é adequado para previsão de séries de tempo financeiro. Valor sobre o valor de gama de parâmetros de avaliação (\square_r) (Tabela 17) na previsão de SBI share preço usando os métodos (Chen, 1996; Hurang, 2001; Pathak & Singh, 2011) também levantam a questão de sua aplicabilidade na previsão de séries de tempo financeiro.

Embora o método proposto seja uma tentativa de introduzir os conjuntos difusos hesitantes em séries temporândias que incluem a hesitação que occurs por causa da disponibilidade de mais de um método de fuzzificação para previsão de séries temporâneas, ainda há espaço para aumentar a precisão na previsão usando a metodologia proposta em ambiente agrupado e pelo pré-processamento de séries temporândias data.

Referências

- Askari, S., Montazerin, N., & Zarandi, M. F. (2015). Um algoritmo de previsão baseado em cluster para séries temporáveis embaçadas multivariáveis usando combinações lineares de variáveis independentes. *Computação Macia Aplicada*, 35, 151-160.
- Atanassov, K. (1986). Conjuntos intuitivos fuzzy. *Fuzzy Sets and Systems*, 20, 87-96.
- Atanassov, K. (1999). Conjuntos intuitivos fuzzy: *Teoria e Aplicações*. Heidelberg, Alemanha: Physica-Verlag, 1999.
- Cai, Q., Zhang, D., Zheng, W. & Leung, S.C.H. (2015). Um novo modelo de previsão de séries temporescúnidas combinado com otimização da colônia de formigas e auto-regressão. *Sistemas baseados em conhecimento*, 74, 61-68.
- Chakraverty, S. e Gupta, P. (2008). Comparação da configuração da rede neural no longo-tocou previsão de chuva de monções sudoeste sobre a Índia. *Computação Neural e Aplicações*, 17, 187-192.
- Chase, R.B., Aquilano, N. J. & Jacobs, F. R. (2006). *Gestão de Operações para Vantagens Competitivas*, McGraw-Hill.

- Chen, M.Y. e Chen, B.T. (2015). Um modelo híbrido de série temporal difusa baseado na computação granular para previsão de preços de ações. *Ciências da Informação*, 294, 227-241.
- Chen, S.M. (1996). Previsão de matrículas com base em séries temporeas difusas. *Fuzzy Sets and Systems*, 81, 311-319.
- Chen, S.M. (2002). Previsão de matrículas com base em séries temporeas de alta ordem. *Cibernética e Sistemas*, 33, 1-16.
- Chen, S.M. e Chung, N. Y., (2006). Previsão de matrículas usando séries temporeas difusas de alta ordem e algoritmos genéticos. *International Journal of Intelligent Systems*, 21, 485-501.
- Chen, S.M. e Hwang, J. R. (2000). Previsão de temperatura usando séries temporeas difusas. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Parte B: Cybernetics* 30, 263-275.
- Cheng, C. H., Cheng, G.W.and Wang, J.W. (2008). Método de série temporal difusa multi-atributo baseado em agrupamento fuzzy. *Expert Systems with Applications*, 34, 1235-1242.
- Cheng, C., Chang, J., Yeh, C. (2006). A série temporal fuzzy baseada em entropia e trapezoidal se aproxima para prever o custo do projeto de TI. *Previsão Tecnológica e Mudança Social*, 73, 524-542.
- Cheng, S.H., Chen, S.M. & Jian, W. S. (2016). Previsão de séries temporizantes difusas baseadas em relações lógicas difusas e medidas de similaridade. *Ciências da Informação*, 327, 272287.
- Efendi, R., Ismail, Z., & Deris, M.M. (2015). Uma nova abordagem linguística de séries temporísticas difusas para previsão diária da demanda de carga elétrica da Malásia. *Aplicado Soft Computing*, 28, 422-430.
- Egrioglu, E., C. H. Aladag, Basaran, M. A., Uslu, V. R. & Yolcu, U. (2011). Uma nova abordagem baseada na otimização do comprimento dos intervalos em séries temporativas difusas. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 22, 15-19.
- Gangwar, S. S. e Kumar, S. (2014). Método probabilístico e intuitivo baseado em conjunto fuzzy para previsão de séries temporáticas difusas. *Cibernética e Sistemas: Um Jornal Internacional*, 45, 349-361.

- Hsu, L. Y., Horng, S.J., Kao, T. W., Chen, Y. H., Run, R. S., Chen, R. J., Lai, J. L. & Kuo, I. H. (2010). Previsão de temperatura e previsão de TAIEX com base em relações difusas e técnicas de MTPSO. *Sistemas especializados com aplicação*, 37, 2756-2770.
- Huang, K. (2001). Duração efetiva dos intervalos para melhorar a previsão em timeseries difusos. *Fuzzy Sets and Systems*, 123, 387-394.
- Huang, K. e Yu, T. H. K. (2006). Comprimentos de intervalos baseados em proporções para melhorar a previsão da série temporal embaçada. *Transações IEEE em Sistemas, Homem e Cibernética- Parte B: Cibernética* 36, 328-340.
- Hwang, J. R., Chen, S.M. & Lee, C. H. (1998). Problema de previsão de manuseio usando séries temporais difusas. *Fuzzy Sets and Systems*, 100, 217-228.
- Joshi, B.P. e Kumar. S. (2012). Conjuntos fuzzy intuitionísticos baseados no método para previsão de séries temporais difusas. *Cibernética e Sistemas*, 43, 34-47.
- Kumar, S. e Gangwar, S. (2015). Séries tempoais intuicionísticas: Uma abordagem para lidar com o não determinismo na previsão de séries temporais difusas. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, DOI: 10.1109/TFUZZ.2015.2507582.
- Kuo, I. H., Horng, S.J., Kao, T. W., Lin, T. L., Lee, C. L. & Pan, Y. (2009). Um método aprimorado para prever matrículas com base em séries temporais difusas e otimização de exames de partículas. *Expert Systems with Application*, 36, 6108-6117.
- Kuo, I. H., Horng, S.J., Chen, Y. H., Run, R. S., Kao, T. W., Chen, R. J., Lai, J. L. & Lin.T. L. (2010). Previsão de TAIEX com base em séries temporais difusas e otimização de exame de partículas. *Expert Systems with Application*, 37, 1494-1502.
- Lee, H. S. e Chou, M. T. (2004). Previsão difusa baseada em séries temporais difusas. *International Journal of Computer Mathematics*, 81, 781-789.
- Lee, L. W., Wang, L.H., Chen, S.M., & Leu, Y. H. (2006). Lidar com problemas de previsão com base em séries tempoais de alta ordem. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions em*, 14, 468-477.
- Lee, L.W., Wang, L.H. e Chen, S.M. (2007). Previsão de temperatura e previsão de TAIEX com base em relações lógicas difusas e algoritmos genéticos. *Sistemas especializados com Aplicações*, 33, 539-550.

- Own, C.M. and Yu, P. T. (2005). Previsão de séries temporísticas confusas em um modelo heurístico high-order. *Cibernética e Sistemas*, 36, 705-717.
- Park, J.I., Lee, D.J., Song, C. K. & Chun, M. G. (2010). Previsão de TAIFEX e KOSPI 200 com base em dois fatores de alta ordem séries temporizantes difusas e otimização de enxame de partículas. *Sistemas Especializados com Aplicação*, 37, 959-967.
- Pathak, H. K. e Singh, P. (2011). Um novo método de previsão baseada em intervalo de largura de banda para matrículas usando séries temporéticas difusas. *Matemática Aplicada*, 2, 504-507.
- Qian, G., Wang, H. & Feng, X. (2013). Conjuntos confusos hesitantes generalizados e sua aplicação no sistema de suporte a decisões. *Sistemas baseados em conhecimento*, 37, 357-365.
- Qiu, W., Liu, X., Li, H., (2011). Um método generalizado de previsão baseado em séries temporizadas. *Expert Systems with Applications*, 38, 10446-10453.
- Salmeron, J. L., e Froelich, W. (2016). Otimização dinâmica de mapas cognitivos difusos para forecasting de séries temporizadas. *Sistemas baseados em conhecimento*, 1-9.
- Song, Q. and Chissom, B. S. (1993a). Fuzzy Time Series e seus modelos. *Fuzzy Sets and Systems*, 54, 269-277.
- Song, Q. e Chissom, B. S. (1993b). Previsão de inscrições com séries temporeas difusas-Parte I. *Fuzzy Sets and Systems*, 54, 1-9.
- Song, Q. e Chissom, B. S. (1994). Previsão de matrículas com Fuzzy Time Series-Part II. *Fuzzy Sets and Systems*, 64, 1-8.
- Su, C.-H., Chen, T.-L., Cheng, C.-H. & Chen, Y.-C. (2010). Prever o mercado de ações com regras linguísticas geradas a partir do princípio da entropia minimizada e das abordagens cumulativas de distribuição de probabilidades. *Entropia*, 12, 2397-2417.
- Teoh, H.J., Cheng, C.H., Chu, H. H. & Chen, J. S. (2008). Modelo de série temporal difusa baseada em abordagem probabilística e indução de regras de conjunto áspero para pesquisa empírica nos mercados de ações. *Engenharia de Dados & Conhecimento*, 67, 103-117.
- Torra, V. (2010). Hesitante conjuntos confusos. *International Journal of Intelligent Systems*, 25, 529539.
- Torra, V. e Narukawa, Y. (2009). Em sets e decisões confusas hesitantes. Em Proceedings of the 18th IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 1378-1382.

- Wang, J-W e Liu, J-W. (2010). Modelo ponderado de previsão de séries temporais. Na tramitação da segunda conferência internacional sobre informações inteligentes e Sistemas de Banco de Dados: Parte I, Springer-Verlag, Berlim, Heidelberg. 408-415.
- Xia, M.M. e Xu, Z. S. (2011). Hesitante agregação de informações difusas na tomada de decisões. *International Journal of Aproximação*, 52, 395-407.
- Yolcu, U., Egrioglu, E., Uslu, V. R., Basaran, M. A. & Aladag, C. H. (2009). Uma nova abordagem para determinar o comprimento dos intervalos para séries temporeas difusas. *Aplicado Soft Computing*, 9, 647-651.
- Zadeh, L.A. (1965). Conjunto confuso. *Informações e controle*, 8, 338-353.