TÉCNICO LISBOA

Prof. Vitor Cardoso (responsável)
Prof. Ana Martins
Prof. Pedro Sacramento
Prof. Rúben Conceição

Eng. Informática e de Computadores (LEIC)
Electromagnetismo e Óptica: Exame 2
(4 Julho 2016)

Duração: 1:30 + 1:30 horas

Justifique cuidadosamente todas as respostas e raciocínios
Exprima as unidades no sistema S.I. no final de cada resposta
Não é permitido o uso de formulários ou calculadoras

Teste I

Problema 1 Uma esfera condutora de raio $\mathbf{a}$ encontra-se imersa no vácuo e foi carregada electricamente com uma carga total $\mathbf{Q_1}$.

a) (1.0 val.) Determine, detalhando os cálculos, a expressão do campo eléctrico dentro e fora da esfera.

b) (1.0 val.) Determine a capacidade $\mathbf{C} = \mathbf{Q_1}/\mathbf{V}$ da esfera, com $\mathbf{V}$ a diferença de potencial entre a esfera e o infinito..

c) (1.0 val.) Qual o trabalho realizado para carregar a esfera condutora?

d) (1.0 val.) Envolve-se em seguida a esfera condutora por uma coroa esférica também condutora e de raio interno $\mathbf{b}$ e raio externo $\mathbf{c}$ ($\mathbf{c} > \mathbf{b} > \mathbf{a}$). A coroa esférica possui uma carga total $\mathbf{Q_2}$. Determine como se encontra distribuída a carga na coroa esférica condutora.

Problema 2 Um fio infinito cilindrico é feito de material condutor de condutividade $\sigma_\mathbf{c}$. O fio tem raio $\mathbf{R}$ e é atravessado por uma corrente $\mathbf{I}$ uniforme.

a) (1.0 val.) Qual a densidade de corrente que atravessa o fio?

b) (1.0 val.) Qual o campo eléctrico no interior do fio?

c) (1.0 val.) Usando a lei de Ampère, calcule o campo magnético em pontos a uma distância $\mathbf{r} < \mathbf{R}$? E para $\mathbf{r} > \mathbf{R}$?

d) (1.0 val.) Repita as alíneas b, c e d para um fio que é atravessado por uma densidade de corrente $J = r^2$.

Problema 3 Um electrão com velocidade segundo $\vec{u}_x$ entra numa região onde existe:

a) (1.0 val.) Um campo eléctrico $\mathbf{E} = E_0\vec{u}_x$. Esboce o movimento desse electrão no tempo.

b) (1.0 val.) Um campo magnético $\mathbf{B} = B_0\vec{u}_y$. Esboce o movimento desse electrão no tempo.

Teste II

Problema 4

Um condensador de capacidade $\mathbf{C}$ está ligado a uma resistência $\mathbf{R}$, num circuito fechado sem bateria.

a) (1.0 val.) Qual a equação diferencial que rege a corrente $I(t)$ que passa no circuito?

b) (1.0 val.) Resolva a equação e calcule o tempo ao fim do qual a carga no condensador se reduz para metade.

c) (1.0 val.) Calcule a energia total dissipada na resistência.

Problema 5

As bobinas projectadas para campos magnéticos fortes têm problemas mecânicos de construção devido às pressões as que ficam sujeitas. Considere uma bobina de comprimento ℓ e raio $\mathbf{r_b}$ ($\ell \gg \mathbf{r_b}$), com $\mathbf{N_1}$ espiras, preenchida com ar e percorrida por uma corrente $\mathbf{I_1}$.

a) (1.0 val.) Determine o campo magnético no interior da bobina, usando a lei de Ampère.

b) (1.0 val.) Derive o coeficiente de auto-indução da bobina.

c) (1.0 val.) Determine a pressão sobre os enrolamentos da bobina em função da intensidade da corrente $\mathbf{I_1}$.

Inseriu-se agora no centro do solenóide, e coaxialmente, uma bobina com N_2 espiras de área $\mathbf{A}$, resistência $\mathbf{R_2}$ e comprimento $< \ell$.

d) (1.0 val.) Calcule o coeficiente de indução mútua entre as duas espiras.

e) (1.0 val.) Calcule a corrente induzida na bobina interior para $\mathbf{I_1} = I_0 \sin(\omega t)$.

Problema 6

Uma onda plana monocromática de frequência $\mathbf{f}$=100 MHz viaja no vácuo na direcção positiva do eixo dos zz, estando o campo magnético polarizado segundo a direcção xx com uma amplitude $\mathbf{B}_{\mathrm{max}}$.

a) (0.5 val.) Calcule o vector de onda $\vec{k}$. Escreva as expressões que descrevem os campos magnético e eléctrico.

b) (0.5 val.) Calcule a direcção, sentido e magnitude do vector de Poynting.

c) (0.5 val.) Admita que usa uma espira condutora para detectar o campo magnético da onda. Em que plano deve ser colocada a espira para que a eficiência de detecção seja máxima?

d) (0.5 val.) Se a espira, de diâmetro muito menor que o comprimento de onda, tiver uma área $\mathbf{A}$ e resistência $\mathbf{R}$, qual a amplitude da corrente induzida?

Tabela 1: Formulário

Electrostática:	Magnetostática:	Campos variáveis e indução:
$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r$	$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{u}_r}{r^2}$	$\oint_\Gamma \vec{E}d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot\vec{n}dS$
$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times 10^9\mathrm{Nm}^2\mathrm{C}^{-2}$	$\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\mathrm{Hm}^{-1}$	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
$\oint\vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$	$\oint\vec{B}\cdot\vec{n}\,dS = 0$	$\Phi_i = L_iI_i + M_{ij}I_j$
$\nabla\times\vec{E} = 0$	$d\vec{F} = Id\vec{l}\times\vec{B}$	$U_M = \frac{1}{2}\sum_i\Phi_iI_i$
$\oint\vec{D}\cdot\vec{n}\,dS = Q_{\text{livre}}$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$	$u_M = \frac{B^2}{2\mu}$
$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_{\text{livre}}$	$\oint_\Gamma\vec{H}d\vec{l} = \int_S\vec{J}\cdot\vec{n}dS$	$\oint_\Gamma\vec{H}d\vec{l} = \int_S\vec{J}\cdot\vec{n}dS + \frac{d}{dt}\int_S\vec{D}\cdot\vec{n}dS$
$\sigma_{\text{pol}} = \vec{P}\cdot\vec{n}_{\text{ext}}$	$\vec{B} = \mu_0(1+\chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$	$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
$\vec{D} = \vec{P} + \varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$	$\vec{B} = \mu_0(\vec{M}+\vec{H})$	Interacção de partículas e campos:
$V_B - V_A = -\int_A^B\vec{E}\cdot d\vec{l}$	$\vec{J}_M = \vec{\nabla}\times\vec{M}$	$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right)$
$Q = CV$	Ondas electromagnéticas:	Óptica:
$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$	$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H}$	$n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$
	$\vec{n} = \frac{\vec{k}}{k} = \frac{\vec{E}}{E}\times\frac{\vec{B}}{B}$	$\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$
Corrente elétrica estacionária:	$\vec{E} = v\vec{B}\times\vec{u}_k, \quad \vec{B} = \frac{\vec{u}_k\times\vec{E}}{v}$	Interferência entre ondas:
$\vec{J} = Nq\vec{v}$	$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$	$d\sin\theta_{\max} = m\lambda$
$\vec{J} = \sigma_c\vec{E}$	$u = u_E + u_M$	$d\sin\theta_{\min} = m\lambda + \frac{\lambda}{m'}$
$I = \frac{dQ}{dt} = \int_S\vec{J}\cdot\vec{n}dS$	$\tan\theta_B = n_2/n_1$	$a\sin\theta_{\min} = m\lambda$ (difracção)
	Circuitos eléctricos:	
$P = \frac{V^2}{R} = RI^2 = VI$ $\frac{1}{R_{\text{paralelo}}} = \sum_i\frac{1}{R_i}$	$V = RI$ $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$	$R_{serie} = \sum_i R_i$ $V_L = L\frac{dI}{dt}$
	Geometria:	
$A_{\text{esfera}} = 4\pi r^2$	$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3$	$A_{\text{circulo}} = \pi r^2$