第 1 章　Matlab 基础知识

司守奎
烟台市，海军航空大学
Email：sishoukui@163.com
微信：sishoukui

1.1　Matlab 帮助的使用

1. help

help　elfun↵　　%关于基本函数的帮助信息

help　exp↵　　 %指数函数 exp 的详细信息

2.lookfor 指令

当要查找具有某种功能但又不知道准确名字的指令时，help 的能力就不够了，lookfor 可以根据用户提供的完整或不完整的关键词，去搜索出一组与之相关的指令。

lookfor　integral↵　　%查找有关积分的指令

lookfor　fourier↵　　%查找能进行傅里叶变换的指令

3.超文本格式的帮助文件

在 Matlab 中，关于一个函数的帮助信息可以用 doc 命令以超文本的方式给出，如

doc↵

doc doc↵

doc eig↵　　%eig 求矩阵的特征值和特征向量

4.pdf 帮助文件

可从 MathWorks 网站上下载有关的 pdf 帮助文件。

1.2　数据的输入

1.简单矩阵的输入

（1）要直接输入矩阵时，矩阵一行中的元素用空格或逗号分隔；矩阵行与行之间用分号“;”隔离，整个矩阵放在方括号“[ ]”里。

A=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]↵

说明：指令执行后，矩阵 A 被保存在 Matlab 的工作间中，以备后用。如果用户不用 clear 指令清除它，或对它进行重新赋值，那么该矩阵会一直保存在工作间中，直到本次指令窗关闭为止。

（2）矩阵的分行输入

```
A=[1,2,3
   4,5,6
   7,8,9]
```

2.特殊变量

ans　　　%用于结果的缺省变量名

pi　　　 %圆周率

eps　　　%浮点相对精度

inf　　　 %无穷大　如 1/0

NaN　　　%不定量　如 0/0

i（j）　　%i=j=$\sqrt{-1}$

nargin　　%所用函数的输入变量数目

nargout　 %所用函数的输出变量数目

realmin　 %最小可用正实数

realmax　 %最大可用正实数

3.特殊向量和特殊矩阵

（1）特殊向量

t=[0:0.1:10]　　%产生从 0 到 10 的行向量，元素之间间隔为 0.1

t=linspace(n1,n2,n)

%产生 n1 和 n2 之间线性均匀分布的 n 个数（缺省 n 时,产生 100 个数)

t=logspace(n1,n2,n)　(缺省 n 时,产生 50 个数)

%在10^{n1}和10^{n2}之间按照对数距离等间距产生 n 个数。

（2）特殊矩阵

i)单位矩阵

eye(m),

eye(m,n) 可得到一个可允许的最大单位矩阵而其余处补 0,

eye(size(a)) 可以得到与矩阵 a 同样大小的单位矩阵。

ii)所有元素为 1 的矩阵

ones(n)，ones(size(a))，ones(m，n)。

iii）所有元素为 0 的矩阵

zeros(n)，zeros(m,n)。

iv）空矩阵是一个特殊矩阵,这在线性代数中是不存在的。例如

q=[ ]

矩阵 q 在工作空间之中,但它的大小为零。通过空矩阵的办法可以删除矩阵的行与列。例如

a(:,3)=[]

表示删除矩阵 a 的第 3 列。

v）随机数矩阵

rand(m,n) 产生 m×n 矩阵，其中的元素是服从[0,1]上均匀分布的随机数。

normrnd(mu,sigma,m,n)产生 m×n 矩阵，其中的元素是服从均值为 mu，标准差为 sigma 的正态分布的随机数。

exprnd(mu,m,n) 产生 m×n 矩阵，其中的元素是服从均值为 mu 的指数分布的随机数。

poissrnd(mu,m,n) 产生 m×n 矩阵，其中的元素是服从均值为 mu 的泊松（Poisson）分布的随机数。

unifrnd(a,b,m,n) 产生 m×n 矩阵，其中的元素是服从区间[a,b]上均匀分布的随机数。

vi）随机置换

randperm(n)产生 1 到 n 的一个随机全排列。

perms([1:n])产生 1 到 n 的所有全排列。

1.3　矩阵四则运算与矩阵函数计算

在 Matlab 中，矩阵之间的运算通常涉及加法（+）、减法（-）、乘法（*）、除法（\或/）、幂（^）和逆（inv），且幂运算的级别高于乘除法。

在 Matlab 中矩阵还有.*，./，.\，.^运算，表示对应元素逐个进行相应的运算，例如对同型矩阵 A 和 B，A.*B 表示它们的对应元素逐个相乘。

例 1.1　已知

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&8\\9&10&11&12\\13&14&15&16\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}11&15&19&23\\12&16&20&24\\13&17&21&25\\14&18&22&26\end{bmatrix}$$

求（1）$\boldsymbol{BA}$；$\boldsymbol{A}^2$；$A.*B$；

（2）把$\boldsymbol{A}$矩阵第 1 行的所有元素都加上 1，第 2 行的所有元素都加上 2，第 3 行的所有元素都加上 3，第 4 行的所有元素都加上 4，求得到的矩阵$\boldsymbol{C}$；

（3）把$\boldsymbol{A}$矩阵第 1 列的所有元素都加上 1，第 2 列的所有元素都加上 2，第 3 列的所有元素都加上 3，第 4 列的所有元素都加上 4，求得到的矩阵$\boldsymbol{D}$；

（4）把$\boldsymbol{A}$矩阵的第 1 行的所有元素都乘以 2，第 2 行的所有元素都乘以 3，第 3 行的所有元素都乘以 4，第 4 行的所有元素都乘以 5，求得到的矩阵$\boldsymbol{F}$；

（5）把$\boldsymbol{A}$矩阵第 1 列的所有元素都乘以 2，第 2 列的所有元素都乘以 3，第 3 列的所有元素都乘以 4，第 4 列的所有元素都乘以 5，求得到的矩阵$\boldsymbol{G}$。

```
clc, clear, k=1;
for i = 1:4
    for j = 1:4
```

```
            a(i,j)=k; k=k+1;
        end
end
b = reshape(11:26,[4,4]);

S1 = b*a, S2 = a^2, S3 = a.*b
C = a+[1:4]', D = a + [1:4]
F = a.*[2:5]', G = a.*[2:5]
```

注 1.1　在 Matlab 中 $\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}$，相当于做运算 $\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\2 & 2 & 2\\3 & 3 & 3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\1 & 2 & 3\\1 & 2 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\3 & 4 & 5\\4 & 5 & 6\end{bmatrix}$，这里利用了 Matlab 矩阵运算的广播功能。

例 1.2　求解矩阵方程。设 A,B 满足关系式 $BA=2B+A$，且 $A=\begin{bmatrix}3 & 0 & 1\\1 & 1 & 0\\0 & 1 & 4\end{bmatrix}$，求 B。

解矩阵方程得，$B(A-2E)=A$，$B=A(A-2E)^{-1}=\begin{bmatrix}5 & -2 & -2\\4 & -3 & -2\\-2 & 2 & 3\end{bmatrix}$。

```
clc, clear
A=[3,0,1;1,1,0;0,1,4];   %第一种方法，用逆阵求 B
B1=A*inv(A-2*eye(3))
%下面给出解方程组的第二种方法
prob=eqnproblem; %定义方程问题
B=optimvar('B',3,3); %定义决策矩阵
prob.Equations=B*A==2*B+A; %构造方程
s=solve(prob) %解方程组，返回值 s 为结构数组
B2=s.B %显示 B 矩阵的取值
```

例 1.3　在数列 $1,2,\cdots,2021$ 中，数字“9”一共出现了多少次？

```
x = 1:2021; y = num2str(x);
y(isspace(y)) = []    %删除每两个数字之间的（两个）空格
n = sum(y==’9’)
```

求得一共出现了 602 次。

例 1.4　已知矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & \infty\\1 & 2 & 4\\6 & 8 & 10\\2 & \infty & \infty\end{bmatrix},$$

找出 $\boldsymbol{A}$ 中含有 ∞ 的行，并将含 ∞ 的行删除。

```
a = [1,2,inf;1,2,4;6,8,10;2,inf,inf]
ind = any(isinf(a),2)   %判断每行是否存在 inf
a(ind,:) = []           %删除存在 inf 的行
```

1.4　脚本文件和函数

1.脚本文件

Matlab 的 m 文件分为两种，一种是脚本文件，由一系列的 Matlab 的命令组成，可以直

接运行，上面我们编写的 Matlab 程序都是以脚本文件的格式保存的。另一种是函数文件，必须由其他语句或其他 m 文件调用执行。函数文件具有一定的通用性，并且可以进行递归调用。

在脚本文件中，逗号“,”表示语句之间的分隔符。分号“;”表示表达式的计算结果不输出。注释语句由符号“%”引导，程序运行时该行被忽略。

2. 函数

函数由 function 语句引导，其基本结构为：

```
function 输出形参表=函数名（输入形参表）
注释说明部分
函数体语句
end
```

函数名的命名规则与变量名的命名规则相同。输入形参为函数的输入参数，输出形参为函数的输出参数。当输出形参多于一个时，应该用方括号括起来。

在 Matlab 中，如果函数定义在一个单独的文件中，一般要求文件名和函数名一致。在新版本 Matlab 中，函数和它的调用语句可以写在同一个脚本文件中。函数调用的一般格式是：

```
[输出实参]=函数名（输入实参表）
```

要注意的是，函数调用时各实参出现的顺序、个数，应与函数定义时形参的顺序、个数一致，否则会出错。函数调用时，先将实参传递给相应的形参，从而实现参数传递，然后再执行函数的功能。

例 1.5　计算分段函数

$$f(x)=\begin{cases}\ln x+\sin(x-1), & x\ge 1,\\ xe^{1-x}-1, & x<1\end{cases}$$

在 $x=1,2,\cdots,10$ 时的值。

```
a = 1:10;
b = fun5(a)   %调用函数，计算函数值
function y = fun5(x);
if x>=1
    y = log(x)+sin(x-1);
else
    y = x.*exp(1-x)-1;
end
end
```

3. 匿名函数

匿名函数可以让用户编写简单的函数，不需要函数名，也不需要创建 m 文件，只有表达式和输入、输出参数。

匿名函数创建方法为：

```
f = @（形参列表）表达式;
```

其中，@是句柄操作符，f 是返回该匿名函数的句柄。通过函数句柄可以实现对函数的间接调用。其调用方式为 f（实参列表），使用非常方便。

例 1.6（续）计算分段函数

$$f(x)=\begin{cases}\ln x+\sin(x-1), & x\ge 1,\\ xe^{1-x}-1, & x<1\end{cases}$$

在 x 取值为区间 $[1,5]$ 上等间距 9 个点的值。

```
x = linspace(1,5,9)
f = @(x)(log(x)+sin(x-1)).*(x>=1)+(x.*exp(1-x)-1).*(x<1);
```

```
y = f(x)  %调用匿名函数，计算函数值
```

1.5　数值积分

在实际应用中，有些被积函数比较复杂或者其原函数不能用初等函数来表示（如 $\int_0^1 e^{-x^2}dx$），对于这类定积分问题，可以采用数值计算方法来求解定积分的近似值。

1. 离散点的数值积分

已知一元函数的离散点观测值，求一重数值积分的命令为 trapz(x,y)，其调用格式为

q=trapz(x,y)

其中 x 为自变量的离散点，y 是对应于 x 的函数值。该命令使用梯形法求数值积分。

2. 函数的数值积分

已知一元被积函数的表达式，求一重数值积分的函数为 integral，其调用格式为

q=integral(fun,xmin,xmax)

其中 fun 是被积函数的函数或匿名函数，xmin 是积分下限，xmax 是积分上限。

已知二元被积函数的表达式，求二重数值积分的函数为 integral2，其调用格式为

q=integral2(fun,xmin,xmax,ymin,ymax)

计算函数 z= fun(x,y)在平面区域 xmin ≤ x ≤ xmax， ymin(x) ≤ y ≤ ymax(x)上的积分。

已知三元被积函数的表达式，求三重数值积分的函数为 integral3，其调用格式为

q=integral3(fun,xmin,xmax,ymin,ymax,zmin,zmax)

计算函数 w= fun(x,y,z)在区域 xmin ≤ x ≤ xmax， ymin(x) ≤ y ≤ ymax(x)， zmin(x,y) ≤z ≤ zmax(x,y)上的积分。

例 1.7　求 $I=\int_0^1 e^{-x^2}dx$ 的数值积分。

用两种方法求得的数值积分都为 $I=0.7468$。

```
y = @(x)exp(-x.^2);          %定义被积函数的匿名函数
x0 = 0:0.01:1; y0 = y(x0);   %取离散点
I1 = trapz(x0,y0)            %求离散点的数值积分
I2 = integral(y,0,1)         %第 2 种方法求数值积分
```

例 1.8　计算 $I=\iint_D x^2y^2dxdy$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$。

把二重积分化成累次积分，得

$$I=\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}x^2y^2dy=0.1309.$$

```
f = @(x,y)x.^2.*y.^2;        %定义被积函数
maxy = @(x)sqrt(1-x.^2);     %定义积分上限
miny = @(x)-maxy(x);         %定义积分下限
I = integral2(f,-1,1,miny,maxy)
```

注 1.2　如果使用老版本的如下格式计算，会得到错误的结果。

```
fc = @(x,y)(x.^2.*y.^2).*(x.^2+y.^2<=1);
I = dblquad(f,-1,1,-1,1)
```

例 1.9　求 $x^2+y^2+z^2\le 2$ 被旋转抛物面 $x^2+y^2=z$ 所截取的上部分体积。

解　由

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=2, \\ x^2+y^2=z, \end{cases}$$

得 $z=1$，即两曲面交线在 xoy 的投影为 $x^2+y^2=1$。记

$$\Omega=\left\{(x,y,z)\,|\,z\ge x^2+y^2, z\le\sqrt{2-x^2-y^2}\right\},$$

则所求体积

$$V=\iiint_\Omega 1dxdydz=\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}dy\int_{x^2+y^2}^{\sqrt{2-x^2-y^2}}1dz$$
$$=\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\left(\sqrt{2-x^2-y^2}-x^2-y^2\right)dy=2.2587.$$

```
f=@(x,y)sqrt(2-x.^2-y.^2)-x.^2-y.^2;  %定义被积函数的匿名函数
miny = @(x)-sqrt(1-x.^2);             %定义 y 的积分下限
maxy = @(x)sqrt(1-x.^2);              %定义 y 的积分上限
I = integral2(f,-1,1,miny,maxy)
```

注 1.3　如下的三重积分计算出错，即被积函数是常数时程序发生错误，被积函数非常数时程序通过。

```
f=@(x,y,z)1;                       %定义被积函数的匿名函数
minz = @(x,y)x.^2+y.^2;            %定义 z 的积分下限
maxz = @(x,y)sqrt(2-x.^2-y.^2);    %定义 z 的积分上限
miny = @(x)-sqrt(1-x.^2);          %定义 y 的积分下限
maxy = @(x)sqrt(1-x.^2);           %定义 y 的积分上限
I = integral3(f,-1,1,miny,maxy,minz,maxz)
```

例 1.10（续例 1.9）　求积分 $I=\iiint_\Omega (x^2+2)(\sin(y^2))\ln(z^4+1)dxdydz$，其中，

$$\Omega=\left\{(x,y,z)\,|\,z\ge x^2+y^2, z\le\sqrt{2-x^2-y^2}\right\}.$$

求得 $I=0.4057$。

```
f=@(x,y,z)(x.^2+2).*sin(y.^2).*log(z.^4+1); %定义被积函数的匿名函数
minz = @(x,y)x.^2+y.^2;                     %定义 z 的积分下限
maxz = @(x,y)sqrt(2-x.^2-y.^2);             %定义 z 的积分上限
miny = @(x)-sqrt(1-x.^2);                   %定义 y 的积分下限
maxy = @(x)sqrt(1-x.^2);                    %定义 y 的积分上限
I = integral3(f,-1,1,miny,maxy,minz,maxz)
```

1.6　线性方程组的解

对于 n 元线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$，有如下结论：

（1）无解的充分必要条件是 $R(\boldsymbol{A})<R(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})$；

（2）有唯一解的充分必要条件是 $R(\boldsymbol{A})=R(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})=n$；

（3）有无穷多解的充分必要条件是 $R(\boldsymbol{A})=R(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})<n$.

无论数学上 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 是否存在解，或者是多解，Matlab 的求解命令 x=pinv(A)*b 总是给

出唯一解，给出解的情况如下：

（1）当方程组有无穷多解时，Matlab 给出的是最小范数解。

（2）当方程组无解时，Matlab 给出的是最小二乘解 $\boldsymbol{x}^*$，所谓的最小二乘解 $\boldsymbol{x}^*$ 是满足 $\left\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}^* - \boldsymbol{b}\right\|^2$ 最小的解，即方程两边误差平方和最小的解。

当 $\boldsymbol{A}$ 列满秩时，x=pinv(A)*b 与 x=A\b 等价。

下面给出线性方程组的求解例子。

例 1.11　解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$$

通过系数矩阵和增广矩阵的秩的比较，可以判断方程组有唯一解，求得的唯一解为

$$x_1 = -1,\quad x_2 = -2,\quad x_3 = 2。$$

```
A = [2,-1,2;1,1,2;4,1,4];
b = [4;1;2];
Ab = [A,b];          %构造增广矩阵
r1 = rank(A)         %求系数矩阵的秩
r2 = rank(Ab)        %求增广矩阵的秩
x = A\b              %求线性方程组的唯一解
```

例 1.12　判断线性方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ 解的情况，并求对应的解，其中

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

求得系数矩阵的 $R(\boldsymbol{A}) = 2$，增广矩阵的秩 $R([\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}]) = 3$，所以线性方程组是矛盾方程组，无解。求得的最小二乘解为

$$x_1 = 0.1,\quad x_2 = 0.2,\quad x_3 = 0.3.$$

```
A = [1,2,3;1,0,1;2,0,2;2,4,6];
b = [1;0;1;3];
Ab = [A,b];          %构造增广矩阵
r1 = rank(A)         %求系数矩阵的秩
r2 = rank(Ab)        %求增广矩阵的秩
x = pinv(A)*b        %求线性方程组的最小二乘解
```

例 1.13　求解线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 11, \\ 5x_1 + 3x_2 + 6x_3 - x_4 = -1, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = -6. \end{cases}$$

求得系数矩阵的秩和增广矩阵的秩都为 2，所以线性方程组有无穷多解，Matlab 求得的最小范数解为

$$x_1 = 0.1152,\quad x_2 = -1.5350,\quad x_3 = 0.3673,\quad x = -0.8251.$$

求得增广矩阵的行最简形矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{9}{7} & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{7} & \frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

可知线性方程组的通解为

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -9 \\ 1 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad c_1, c_2 \in R.$$

```
A = [1,-5,2,-3;5,3,6,-1;2,4,2,1];
b = [11;-1;-6];
Ab = [A,b];         %构造增广矩阵
r1 = rank(A)        %求系数矩阵的秩
r2 = rank(Ab)       %求增广矩阵的秩
x = pinv(A)*b       %求线性方程组的最小范数解

C = sym(Ab)         %转换为符号矩阵
S = rref(C)         %求增广矩阵的行最简形
```

1.7 枚举法

在算法设计中，对于变量取值个数有限的问题，且问题规模较小，可以考虑使用枚举法来求解。有时为了提高算法的效率，减少枚举计算量，可以挖掘问题隐含的约束条件，这样的方法称为隐枚举法。

例 1.14　一筐鸡蛋，1 个 1 个拿，正好拿完；2 个 2 个拿，还剩 1 个；3 个 3 个拿，正好拿完；4 个 4 个拿，还剩 1 个；5 个 5 个拿，还差 1 个；6 个 6 个拿，还剩 3 个；7 个 7 个拿，正好拿完；8 个 8 个拿，还剩 1 个；9 个 9 个拿，正好拿完。问筐里最少有多少个鸡蛋？

解　设鸡蛋数量为 n，该题没有给定 n 的上限，可以要求其上界为 10^4。下面使用枚举法来求解最少的鸡蛋数量。为了减少枚举次数，需要讨论 n 满足的一些条件。

“1 个 1 个拿”、“3 个 3 个拿”、“7 个 7 个拿”、“9 个 9 个拿”正好拿完，意味着 n 为 3、7、9 的倍数，即 n 为 63 的倍数。“2 个 2 个拿，还剩 1 个”意味着 n 为奇数，即 n 为 63 的奇数倍，枚举时可以从 63 开始，以 63×2 作为步长进行搜索。“4 个 4 个拿，还剩 1 个”、“5 个 5 个拿，还差 1 个”、“6 个 6 个拿，还剩 3 个”、“8 个 8 个拿，还剩 1 个”，分别说明 n 满足 $\mathrm{rem}(n,4)=1$，$\mathrm{rem}(n,5)=4$，$\mathrm{rem}(n,6)=3$，$\mathrm{rem}(n,8)=1$；并且 $\mathrm{rem}(n,4)=1$ 对于 $\mathrm{rem}(n,8)=1$ 来说，是冗余的约束条件。这里 rem 为取余函数。

```
clc, clear, N = 1e4     %N 为鸡蛋数量的上界
s = [];                 %将所有满足条件的结果保存到变量 s 中
for n = 63:63*2:N
    if rem(n,8)==1 & rem(n,5)==4 & rem(n,6)==3
        s = [s,n];
    end
end
```

```
s                          %显示枚举结果
```

输出的 s=[1449　3969　6489　9009]，即在 10000 以内共有 4 个解，最小值为 1449。

习题 1

1.1　已知 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ \mathrm{inf} & \mathrm{inf} & \mathrm{inf} & \mathrm{inf}\\ \mathrm{inf} & 5 & 6 & 7\\ 8 & 9 & \mathrm{NaN} & \mathrm{NaN}\end{bmatrix}$，求

（1）$\boldsymbol{A}$ 中哪些位置的元素为 inf；

（2）$\boldsymbol{A}$ 中哪些行含有 inf；

（3）将 $\boldsymbol{A}$ 中的 NaN 替换成 -1；

（4）将 $\boldsymbol{A}$ 中元素全为 inf 的行删除。

（5）将 $\boldsymbol{A}$ 所有的 inf 和 NaN 元素删除。

1.2　求下列积分的数值解。

（1）$\int_{-1}^{1}\ln(1+\sin^2 x)\mathrm{d}x$；

（2）$\iint\limits_{D}\cos(x^2y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D=\left\{(x,y)\middle|\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{3}\le 1\right\}$.

（3）$\iiint\limits_{\Omega}\dfrac{z^2\ln(x^2+y^2+z^2+1)}{x^2+y^2+z^2+1}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 Ω 是由球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 所围成的闭区域。

1.3　求解线性方程组

$$\begin{bmatrix}8 & 1 & & \\ 1 & 8 & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & 1\\ & & 1 & 8\end{bmatrix}_{10\times 10}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_{10}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 2\\ \vdots\\ 10\end{bmatrix}.$$

1.4　求二元函数

$$z=f(x,y)=-20\exp\left(-0.2\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}\right)-\exp(0.5\cos(2\pi x))+0.5\cos(2\pi y)$$

的所有极大值，其中 $x\in[-5,5]$， $y\in[-5,5]$。

1.5　设计九九乘法表，输出形式如下所示：

$1\times1=1$

$1\times2=2$　　$2\times2=4$

$1\times3=3$　　$2\times3=6$　　$3\times3=9$

$1\times4=4$　　$2\times4=8$　　$3\times4=12$　　$4\times4=16$

……

$1\times9=9$　　$2\times9=18$　　$3\times9=27$　　$4\times9=36$　　$5\times9=45$　　$6\times9=54$　　$\cdots$　　$9\times9=81$

1.6　对于矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 5 & 8 & 9 & 12\\ 2 & 4 & 6 & 15 & 3\\ 18 & 7 & 10 & 8 & 16\end{bmatrix},$$

（1）求每一列的最小值，并指出该列的哪个元素取该最小值。

（2）求每一行的最大值，并指出该行的哪个元素取该最大值。