Студент: Рыжиков Иван

Группа: 2381 Вариант: 17

Дата: 18 марта 2025 г.

Элементы функционального анализа Индивидуальное домашнее задание №1

Задание 1. Определить ||a||, ||b||, ||a+b|| в норме Минковского, порожденную многогранником W. Многогранник W задан вершинами в первом октанте, остальные вершины получаются из них симметричным отражением относительно координатных плоскостей.

$$v_{1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, v_{2} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_{3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}, v_{4} = \begin{pmatrix} \frac{43}{8} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, v_{5} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{102}{11} \\ 0 \end{pmatrix}, v_{6} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{35}{3} \end{pmatrix}.$$

$$a = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 9 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Решение.

Определение нормы. Норма — функция $|x|: X \to \mathbf{R}$, обладающая следующими свойствами:

- (1) |x| > 0 и $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$,
- (2) $|\alpha x| = |\alpha||x|$,
- (3) $|x+y| \le |x| + |y|$.

Норма Минковского. Пусть задано множество W в линейном пространстве X, такое что

- (1) W выпуклое множество
- (2) 0 внутренняя точка и точка симметрии W
- (3) $\forall x \in X, x \neq 0 \ \exists k > 0 : \frac{1}{k} x \in W$

Тогда норма Минковского определяется как

$$||x|| = \inf\{k > 0 : \frac{x}{k} \in W\}$$

Симметричные точки:

$$\left[\begin{pmatrix} v1, \begin{pmatrix} 3\\6\\0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v2, \begin{pmatrix} 5\\0\\2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v3, \begin{pmatrix} 0\\6\\8 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v4, \begin{pmatrix} \frac{43}{8}\\0\\0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v5, \begin{pmatrix} 0\\\frac{102}{11}\\0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v6, \begin{pmatrix} 0\\0\\\frac{35}{3} \end{pmatrix} \right) \right]$$

$$x < 0, y, z \ge 0 : \left[\begin{pmatrix} v7, \begin{pmatrix} -3\\6\\0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v8, \begin{pmatrix} -5\\0\\2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v9, \begin{pmatrix} -\frac{43}{8}\\0\\0 \end{pmatrix} \right) \right]$$

$$y < 0, x, z \ge 0 : \left[\begin{pmatrix} v10, \begin{pmatrix} 3\\-6\\0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v11, \begin{pmatrix} 0\\-6\\8 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v12, \begin{pmatrix} 0\\-\frac{102}{11}\\0 \end{pmatrix} \right) \right]$$

$$z < 0, x, y \ge 0 : \left[\begin{pmatrix} v13, \begin{pmatrix} 5\\0\\-2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v14, \begin{pmatrix} 0\\6\\-8 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v15, \begin{pmatrix} 0\\0\\-\frac{35}{3} \end{pmatrix} \right) \right]$$

$$x, y, z \le 0 : \left[\begin{pmatrix} v16, \begin{pmatrix} -3\\-6\\0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v17, \begin{pmatrix} -5\\0\\-2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} v18, \begin{pmatrix} 0\\-6\\-8 \end{pmatrix} \right) \right]$$

Разобьем плоскости на октанты:

 Π ервый октант:

$$\left[\left[\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{43}{8} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{102}{11} \\ 0 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{35}{3} \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right]$$

Второй октант:

$$\left[\left[\left(\begin{array}{c}3\\-6\\0\end{array}\right),\;\left(\begin{array}{c}5\\0\\2\end{array}\right),\;\left(\begin{array}{c}0\\-6\\8\end{array}\right)\right],\;\left[\left(\begin{array}{c}3\\-6\\0\end{array}\right),\;\left(\begin{array}{c}43\\8\\0\end{array}\right)\right],\;\left[\left(\begin{array}{c}3\\-6\\0\end{array}\right),\;\left(\begin{array}{c}0\\-6\\8\end{array}\right),\;\left(\begin{array}{c}0\\-\frac{102}{11}\\0\end{array}\right)\right],\;\left[\left(\begin{array}{c}5\\0\\2\end{array}\right),\;\left(\begin{array}{c}0\\-6\\8\end{array}\right),\;\left(\begin{array}{c}0\\0\\\frac{35}{3}\end{array}\right)\right]\right]$$

Третий октант:

$$\left[\begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{43}{8} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{102}{11} \\ 0 \end{pmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{35}{3} \end{pmatrix} \right] \right]$$

Четвертый октант:

$$\left[\left[\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{43}{8} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{102}{11} \\ 0 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{35}{3} \end{pmatrix} \right] \right]$$

Пятый октант:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -43 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 102 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 35 \\ 3 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Шестой октант

$$\left[\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{43}{8} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{102}{11} \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{35}{3} \end{pmatrix} \right] \right]$$

Седьмой октант:

$$\left[\left[\begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix}\right], \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{43}{8} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{102}{11} \\ 0 \end{pmatrix}\right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{6}{8} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{35}{3} \end{pmatrix}\right]\right]$$

Восьмой октант:

$$\left[\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{43}{8} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{102}{11} \\ 0 \end{pmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{35}{3} \end{pmatrix} \right] \right]$$

Плоскости. Найдём коэффициенты нормальное уравнения плоскости для каждой плоскости в октантах:

 $A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D = 0.$

Выберем $D \leq 0$, так чтобы при подстановке любой точки из многогранника W в уравнение плоскости, левая часть была отрицательной.

№	A	В	С	D
1	48	22	18	-276
2	12	19/4	9/4	-129/2
3	288/11	24	108/11	-2448/11
4	58	55/3	30	-350
5	48	-22	18	-276
6	12	-19/4	9/4	-129/2
7	288/11	-24	108/11	-2448/11
8	58	-55/3	30	-350
9	48	-22	-18	-276
10	12	-19/4	-9/4	-129/2
11	288/11	-24	-108/11	-2448/11
12	58	-55/3	-30	-350
13	48	22	-18	-276
14	12	19/4	-9/4	-129/2
15	288/11	24	-108/11	-2448/11
16	58	55/3	-30	-350
17	-48	22	18	-276
18	-12	19/4	9/4	-129/2
19	-288/11	24	108/11	-2448/11
20	-58	55/3	30	-350
21	-48	-22	18	-276
22	-12	-19/4	9/4	-129/2
23	-288/11	-24	108/11	-2448/11
24	-58	-55/3	30	-350
25	-48	-22	-18	-276
26	-12	-19/4	-9/4	-129/2
27	-288/11	-24	-108/11	-2448/11
28	-58	-55/3	-30	-350
29	-48	22	-18	-276
30	-12	19/4	-9/4	-129/2
31	-288/11	24	-108/11	-2448/11
32	-58	55/3	-30	-350

Проверка выпуклости.

Проверим выпуклость многогранника W, используя уравнения плоскостей.

Так как мы выбрали $D \leq 0$, то если все точки многогранника W при подстановке в уравнения плоскостей будут давать отрицательные значения, то многогранник W выпуклый.

<u> </u>				/		
Плоскость \ Вершины	v1	v2	v3	v4	v5	v6
1	0	0	0	-18	-72	-66
2	0	0	-18	0	-225/11	-153/4
3	0	-72	0	-900/11	0	-108
4	-66	0	0	-153/4	-180	0
5	-264	0	-264	-18	-480	-66
6	-57	0	-75	0	-1194/11	-153/4
7	-288	-72	-288	-900/11	-4896/11	-108
8	-286	0	-220	-153/4	-520	0
9	-264	-72	-552	-18	-480	-486
10	-57	-9	-111	0	-1194/11	-363/4
11	-288	-1224/11	-4896/11	-900/11	-4896/11	-3708/11
12	-286	-120	-700	-153/4	-520	-700
13	0	-72	-288	-18	-72	-486
14	0	-9	-54	0	-225/11	-363/4
15	0	-1224/11	-1728/11	-900/11	0	-3708/11
16	-66	-120	-480	-153/4	-180	-700
17	-288	-480	0	-534	-72	-66
18	-72	-120	-18	-129	-225/11	-153/4
19	-1728/11	-3672/11	0	-3996/11	0	-108
20	-414	-580	0	-2647/4	-180	0
21	-552	-480	-264	-534	-480	-66
22	-129	-120	-75	-129	-1194/11	-153/4
23	-4896/11	-3672/11	-288	-3996/11	-4896/11	-108
24	-634	-580	-220	-2647/4	-520	0
25	-552	-552	-552	-534	-480	-486
26	-129	-129	-111	-129	-1194/11	-363/4
27	-4896/11	-4104/11	-4896/11	-3996/11	-4896/11	-3708/11
28	-634	-700	-700	-2647/4	-520	-700
29	-288	-552	-288	-534	-72	-486
30	-72	-129	-54	-129	-225/11	-363/4
31	-1728/11	-4104/11	-1728/11	-3996/11	0	-3708/11
32	-414	-700	-480	-2647/4	-180	-700

Плоскость \ Вершины	v7	v8	v9	v10	v11	v12
1	-288	-480	-534	-264	-264	-480
2	-72	-120	-129	-57	-75	-1194/11
3	-1728/11	-3672/11	-3996/11	-288	-288	-4896/11
4	-414	-580	-2647/4	-286	-220	-520
5	-552	-480	-534	0	0	-72
6	-129	-120	-129	0	-18	-225/11
7	-4896/11	-3672/11	-3996/11	0	0	0
8	-634	-580	-2647/4	-66	0	-180
9	-552	-552	-534	0	-288	-72
10	-129	-129	-129	0	-54	-225/11
11	-4896/11	-4104/11	-3996/11	0	-1728/11	0
12	-634	-700	-2647/4	-66	-480	-180
13	-288	-552	-534	-264	-552	-480
14	-72	-129	-129	-57	-111	-1194/11
15	-1728/11	-4104/11	-3996/11	-288	-4896/11	-4896/11
16	-414	-700	-2647/4	-286	-700	-520
17	0	0	-18	-552	-264	-480
18	0	0	0	-129	-75	-1194/11
19	0	-72	-900/11	-4896/11	-288	-4896/11
20	-66	0	-153/4	-634	-220	-520
21	-264	0	-18	-288	0	-72
22	-57	0	0	-72	-18	-225/11
23	-288	-72	-900/11	-1728/11	0	0
24	-286	0	-153/4	-414	0	-180
25	-264	-72	-18	-288	-288	-72
26	-57	-9	0	-72	-54	-225/11
27	-288	-1224/11	-900/11	-1728/11	-1728/11	0
28	-286	-120	-153/4	-414	-480	-180
29	0	-72	-18	-552	-552	-480
30	0	-9	0	-129	-111	-1194/11
31	0	-1224/11	-900/11	-4896/11	-4896/11	-4896/11
32	-66	-120	-153/4	-634	-700	-520
п \р	v13	1.4	15	1.0	17	1.0
Плоскость \ Вершины	013	v14	v15	v16	v17	v18
11лоскость\вершины 1	-72	-288	-486	-552	-552	-552
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						
1	-72	-288	-486	-552	-552 -129 -4104/11	-552
1 2	-72 -9	-288 -54	-486 -363/4	-552 -129	-552 -129	-552 -111
1 2 3 4 5	-72 -9 -1224/11 -120 -72	-288 -54 -1728/11 -480 -552	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486	-552 -129 -4896/11 -634 -288	-552 -129 -4104/11 -700 -552	-552 -111 -4896/11 -700 -288
1 2 3 4 5 6	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4	-552 -129 -4896/11 -634 -288	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54
1 2 3 4 5 6 7	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11	-552 -129 -4896/11 -634 -288	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11
1 2 3 4 5 6 7	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480
1 2 3 4 5 6 7 8	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480
1 2 3 4 5 6 7 8 9	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 -72 0 0 0	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 0 -264
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 -72 0 0 0 0	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 0 -264 -75
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 -722 0 0 -72 0 0 -72	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 0 -264 -75 -288
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 -722 0 0 -72 0 0 -72 0 0 -72	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 0 -264 -75 -288 -220
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 -722 0 0 -72 0 0 -72 0 -72 0 -552	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -120 -3672/11 -580 -72	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 0 -264 -75 -288 -220 -552
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 -72 0 0 -72 0 0 -72 0 0 -72 0 -552 -129	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -120	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -1728/11 -480 0 -18 0 -18 -75 -288 -220 -552 -111
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 -72 0 -72 0 0 -72 0 -72 0 -552 -129 -4104/11	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -120 -3672/11	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 0 -72 0 -552 -129 -4104/11 -700	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 0 -72 0 -552 -129 -4104/11 -700 -552	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11 -480 -552	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -120 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 -72 0 -552 -129 -4104/11 -700 -552 -129	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11 -480 -552 -111	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -120 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72 -9	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288 -54
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 -72 0 -552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0 0	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 -72 0 0 -72 0 -72 0 -5552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0 0 0 -66	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 -752 -129 -4104/11 -700 -480	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -666	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0 0 0 -666 0	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -1728/11 -480 0 -18 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 -72 0 -552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0 0 0 -666 0	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288 -2288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -18
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 -72 0 -552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0 0 0 -666 0 0	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -120 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 0 -18
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 -72 0 -552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 0 -153/4 -108	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0 0 0 -666 0 0	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -420 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 0 -18 0 0 0 -18
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 0 -72 0 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -288 -54 -1728/10 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0 0 0 -66 0 0 0 -66 -66 -264	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 0 -18
1 2 3 3 4 4 5 5 6 6 7 7 8 8 9 9 10 10 11 11 12 13 13 14 15 16 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 -72 0 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -380 -480 -120	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0 0 0 -66 0 0 -66 -66 -264 -57	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -420 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 0 -188 0 0 -264 -75 -700 -700 -700 -700 -700 -700 -700
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29	-72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0 0 -72 0 0 -72 0 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480	-288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -18 0 0 -288 -54 -1728/11 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0 -288 -54 -1728/10 -480 -552 -111 -4896/11 -700 -264 -75 -288 -220 0	-486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66 -153/4 -108 0 -486 -363/4 -3708/11 -700 -486 -363/4 -3708/11 -700 -66 -153/4 -108 0 -66	-552 -129 -4896/11 -634 -288 -72 -1728/11 -414 -288 -72 -1728/11 -414 -552 -129 -4896/11 -634 -264 -57 -288 -286 0 0 0 -66 0 0 0 -66 -66 -264	-552 -129 -4104/11 -700 -552 -129 -4104/11 -700 -480 -120 -3672/11 -580 -480 -120 -3672/11 -580 -72 -9 -1224/11 -120 -72 -9 -1224/11 -120 0 0 -72 0	-552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 -18 0 -264 -75 -288 -220 -552 -111 -4896/11 -700 -288 -54 -1728/11 -480 0 0 -18

Определение норм векторов. Проверим, лежит ли заданный вектор в конической оболочке, которую образуют три вектора, соответствующие грани многогранника, а именно: выражается ли он как их неотрицательная линейная комбинация

Для этого постоем биортагональный базисов, так что при умножении на матрицу сразу получаются те самые коэффициенты λ_i . Если все λ_i неотрицательны, то вектор действительно принадлежит конусу.

Затем сумма $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ интерпретируется как «коэффициент масштабирования», который в задаче равен норме Минковского для данного вектора.

Найдем норму вектора $a = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 9 \end{pmatrix}$.

Поиск нормы вектора $v = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 9 \end{bmatrix}$:

Номер плоскости 1 Точки плоскости:
$$u_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, \ u_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \ u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Вычисление биортогонального базиса:

$$w_1 = \frac{u_2 \times u_3}{w_1 \cdot u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{23} \\ \frac{10}{69} \\ -\frac{5}{46} \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{u_1 \times u_3}{w_2 \cdot u_2} = \begin{bmatrix} \frac{4}{23} \\ -\frac{2}{23} \\ \frac{3}{46} \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \frac{u_1 \times u_2}{w_3 \cdot u_3} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{23} \\ \frac{1}{46} \\ \frac{5}{46} \end{bmatrix}$$

Построение матрицы W и преобразование вектора v:

$$W = \begin{pmatrix} 1/23 & 10/69 & -5/46 \\ 4/23 & -2/23 & 3/46 \\ -1/23 & 1/46 & 5/46 \end{pmatrix} , v = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$x_W = W \cdot v = \begin{bmatrix} -\frac{245}{138} \\ \frac{95}{46} \\ \frac{14}{22} \end{bmatrix}$$

Есть отрицательные значения. Не этот конус.

Номер плоскости 2 Точки плоскости:
$$u_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, u_3 = \begin{bmatrix} \frac{43}{8} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вычисление биортогонального базиса:

$$w_1 = \frac{u_2 \times u_3}{w_1 \cdot u_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{6} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{u_1 \times u_3}{w_2 \cdot u_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \frac{u_1 \times u_2}{w_3 \cdot u_3} = \begin{bmatrix} \frac{8}{43} \\ -\frac{4}{43} \\ -\frac{20}{43} \end{bmatrix}$$

Построение матрицы W и преобразование вектора v:

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 1/6 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \\ 8/43 & -4/43 & -20/43 \end{pmatrix} \quad , \quad v = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$x_W = W \cdot v = \begin{bmatrix} -\frac{7}{6} \\ \frac{9}{2} \\ -\frac{112}{43} \end{bmatrix}$$

Есть отрицательные значения. Не этот конус.

Номер плоскости 3 Точки плоскости:
$$u_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}, u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{102}{11} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вычисление биортогонального базиса:

$$w_1 = \frac{u_2 \times u_3}{w_1 \cdot u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{u_1 \times u_3}{w_2 \cdot u_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \frac{u_1 \times u_2}{w_3 \cdot u_3} = \begin{bmatrix} -\frac{11}{51} \\ \frac{11}{102} \\ -\frac{11}{136} \end{bmatrix}$$

Построение матрицы W и преобразование вектора v:

$$W = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 \\ -11/51 & 11/102 & -11/136 \end{pmatrix} , v = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$x_W = W \cdot v = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} \\ \frac{9}{8} \\ -\frac{1045}{408} \end{bmatrix}$$

Есть отрицательные значения. Не этот конус.

Номер плоскости 4 Точки плоскости:
$$u_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}, u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{35}{3} \end{bmatrix}$$

Вычисление биортогонального базиса:

$$w_1 = \frac{u_2 \times u_3}{w_1 \cdot u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{u_1 \times u_3}{w_2 \cdot u_2} = \begin{bmatrix} 0\\ \frac{1}{6}\\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \frac{u_1 \times u_2}{w_3 \cdot u_3} = \begin{bmatrix} -\frac{6}{175} \\ -\frac{4}{35} \\ \frac{3}{35} \end{bmatrix}$$

Построение матрицы W и преобразование вектора v:

$$W = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 \\ 0 & 1/6 & 0 \\ -6/175 & -4/35 & 3/35 \end{pmatrix} \quad , \quad v = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$x_W = W \cdot v = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{7}{6} \\ \frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

Есть отрицательные значения. Не этот конус.

Номер плоскости 5 Точки плоскости:
$$u_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}, \ u_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \ u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Вычисление биортогонального базиса:

$$w_1 = \frac{u_2 \times u_3}{w_1 \cdot u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{23} \\ -\frac{10}{69} \\ -\frac{5}{46} \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{u_1 \times u_3}{w_2 \cdot u_2} = \begin{bmatrix} \frac{4}{23} \\ \frac{2}{23} \\ \frac{3}{46} \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \frac{u_1 \times u_2}{w_3 \cdot u_3} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{23} \\ -\frac{1}{46} \\ \frac{5}{46} \end{bmatrix}$$

Построение матрицы W и преобразование вектора v:

$$W = \begin{pmatrix} 1/23 & -10/69 & -5/46 \\ 4/23 & 2/23 & 3/46 \\ -1/23 & -1/46 & 5/46 \end{pmatrix} , v = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$x_W = W \cdot v = \begin{bmatrix} \frac{35}{138} \\ \frac{39}{46} \\ \frac{21}{23} \end{bmatrix}$$

Все координаты неотрицательны; норма вектора:

$$||v|| = x_{W,1} + x_{W,2} + x_{W,3} = \frac{139}{69}$$

Аналогично, для векторов $b=\left(egin{array}{c} -9\\ 7\\ 5 \end{array}\right)$ и $a+b=\left(egin{array}{c} -4\\ 0\\ 14 \end{array}\right)$. Ответ:

$$||a|| = \left\| \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 9 \end{pmatrix} \right\| = 2.0145$$

$$||b|| = \left\| \begin{pmatrix} -9\\7\\5 \end{pmatrix} \right\| = 2.4493$$

$$||a+b|| = \left\| \begin{pmatrix} -4\\0\\14 \end{pmatrix} \right\| = 1.8629$$