Студент: Комосский Егор

Группа: 2381 Вариант: 10

Дата: 18 марта 2025 г.

Элементы функционального анализа Индивидуальное домашнее задание №1

Задание 1. Определить ||a||, ||b||, ||a+b|| в норме Минковского, порожденную многогранником W. Многогранник W задан вершинами в первом октанте, остальные вершины получаются из них симметричным отражением относительно координатных плоскостей.

$$v_1 = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, v_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{213}{34} \\ 0 \end{pmatrix}, v_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{215}{26} \end{pmatrix}.$$

$$a = \begin{pmatrix} 9 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Решение.

Определение нормы. Норма — функция $|x|: X \to \mathbf{R}$, обладающая следующими свойствами:

- (1) $|x| \ge 0$ и $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$,
- $(2) |\alpha x| = |\alpha||x|,$
- (3) $|x+y| \le |x| + |y|$.

Норма Минковского. Пусть задано множество W в линейном пространстве X, такое что

- (1) W выпуклое множество
- (2) 0 внутренняя точка и точка симметрии W
- (3) $\forall x \in X, x \neq 0 \ \exists k > 0 : \frac{1}{k} x \in W$

Тогда норма Минковского определяется как

$$||x|| = \inf\{k > 0 : \frac{x}{k} \in W\}$$

Симметричные точки:

$$\begin{bmatrix} \left(v1, \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}\right), \left(v2, \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}\right), \left(v3, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}\right), \left(v4, \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right), \left(v5, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{213}{34} \\ 0 \end{pmatrix}\right), \left(v6, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{215}{26} \end{pmatrix}\right) \end{bmatrix}$$

$$x < 0, y, z \ge 0 : \left[\left(v7, \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}\right), \left(v8, \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}\right), \left(v9, \begin{pmatrix} -60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right) \right]$$

$$y < 0, x, z \ge 0 : \left[\left(v10, \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}\right), \left(v11, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}\right), \left(v12, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{213}{34} \\ 0 \end{pmatrix}\right) \right]$$

$$z < 0, x, y \ge 0 : \left[\left(v13, \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}\right), \left(v14, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}\right), \left(v15, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{215}{26} \end{pmatrix}\right) \right]$$

$$x, y, z \le 0 : \left[\left(v16, \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}\right), \left(v17, \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}\right), \left(v18, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}\right) \right]$$

Разобьем плоскости на октанты:

Первый октант:

$$\left[\left[\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{213}{34} \\ 0 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{215}{26} \end{pmatrix} \right] \right]$$

Второй октант:

$$\left[\left[\begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{213}{34} \\ 0 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{215}{26} \end{pmatrix} \right] \right]$$

Третий октант:

$$\left[\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{213}{34} \\ 0 \end{bmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{215}{26} \\ -2 \end{pmatrix} \right] \right]$$

Четвертый октант:

$$\left[\left[\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{213}{34} \\ 0 \end{pmatrix} \right], \left[\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{215}{26} \end{pmatrix} \right] \right]$$

Пятый октант:

$$\left[\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{213}{34} \\ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 215 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right]\right]$$

Шестой октант:

$$\left[\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{213}{34} \\ 0 \end{pmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{215}{22} \end{pmatrix} \right] \right]$$

Седьмой октант:

$$\left[\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -60 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{213}{34} \\ 0 \end{bmatrix} \right], \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{215}{26} \end{pmatrix} \right] \right]$$

Восьмой октант:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ -8 \end{bmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -60 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} -60 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{213}{34} \\ \frac{34}{34} \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{215}{26} \end{pmatrix} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Плоскости. Найдём коэффициенты нормальное уравнения плоскости для каждой плоскости в октантах:

 $A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D = 0.$

Выберем $D \leq 0$, так чтобы при подстановке любой точки из многогранника W в уравнение плоскости, левая часть была отрицательной.

№	A	В	С	D
1	4	68	52	-444
2	48	408	318	-2880
3	9/17	18	387/34	-1917/17
4	35/26	1141/26	35	-7525/26
5	4	-68	52	-444
6	48	-408	318	-2880
7	9/17	-18	387/34	-1917/17
8	35/26	-1141/26	35	-7525/26
9	4	-68	-52	-444
10	48	-408	-318	-2880
11	9/17	-18	-387/34	-1917/17
12	35/26	-1141/26	-35	-7525/26
13	4	68	-52	-444
14	48	408	-318	-2880
15	9/17	18	-387/34	-1917/17
16	35/26	1141/26	-35	-7525/26
17	-4	68	52	-444
18	-48	408	318	-2880
19	-9/17	18	387/34	-1917/17
20	-35/26	1141/26	35	-7525/26
21	-4	-68	52	-444
22	-48	-408	318	-2880
23	-9/17	-18	387/34	-1917/17
24	-35/26	-1141/26	35	-7525/26
25	-4	-68	-52	-444
26	-48	-408	-318	-2880
27	-9/17	-18	-387/34	-1917/17
28	-35/26	-1141/26	-35	-7525/26
29	-4	68	-52	-444
30	-48	408	-318	-2880
31	-9/17	18	-387/34	-1917/17
32	-35/26	1141/26	-35	-7525/26

Проверка выпуклости.

Проверим выпуклость многогранника W, используя уравнения плоскостей.

Так как мы выбрали $D \leq 0$, то если все точки многогранника W при подстановке в уравнения плоскостей будут давать отрицательные значения, то многогранник W выпуклый.

1 0 0 0 -204 -1.826 / 1.3	Плоскость \ Вершины	v1	v2	v3	v4	v5	v6	
3 0 -18 0 -8.15 0 4.4479/884 0 5 816 0 0 680 2044 876 1.4 6 4866 0 680 2044 876 324717 6 4866 0 18 18 0 5.5436 3284/17 18470/884 8 7028/13 0 5706/13 6226/26 8884/47 8884/47 8888/884 0 10 4896 5088 5556 0 5436 71025/13 8884/47 8888/884 0 11 16 3492/17 3884/17 8888/484 7021/13 8844/17 8884/47 8888/884 71025/13 12 7028/13 5000 7525/13 5436 904 1828/13 8844/17 8888/44 7525/13 14 0 5608/17 744/17 8884/17 81289/884 15 0	1	0	0	0	-204	-18	-14	
4 -1.4 0 0 -5425/28 -1217/884 0 5 -816 0 -680 204 870 14 6 -4896 0 4244 0 .5436 3257/13 7 -216 -18 -180 -81 .3834/17 -16470/884 8 -7028/13 -0 -5705/33 5425/26 -498883/584 0 10 -4896 -580 -5556 0 -5334 -71025/13 11 -216 -3402/17 -3834/17 -18 -3834/17 -18289/884 12 -7028/13 -50 -7525/33 -5425/26 -9843/47 -18 -18 -71225/13 13 0 -532 -208 -204 -18 -584 -7522/13 -3834/17 -18 1828/84 -7525/13 14 0 -550 -60 -504 -90 -3224 -7525/13 -7525/13 -7526/13 -7526/13 -7526/13								
5 -836 0 -896 -904 -870 -14 6 -4896 0 -4284 0 -5438 -3255/13 7 -216 -18 -150 -81 -3884/17 -16478/884 8 -7028/13 0 -5556 0 -5456 -7028/13 10 -4896 -5088 -5556 0 -5436 -71625/13 11 -2216 -3602/17 -5834/17 -81 -3834/17 -182889/884 -7224/13 12 -7028/13 -550 -7923/13 -5425/26 -98883/884 -7224/13 13 0 -588 -3476 0 -224 -71625/13 14 0 -5088 -1476 0 -224 -71625/13 15 0 -4324/17 -81 0 -18289/84 -7525/13 16 -14 -500 -140 -5425/26 -12817/84 -7525/13 16 -14 -50							· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
6 .4896 0 .4284 0 .5436 .3285/13 7 .216 -18 190 .81 .3884/17 -16479/884 8 .7028/13 0 .5708/13 .5425/26 -498883/844 0 10 .4896 -508 .5556 0 .5436 -17625/13 11 .216 .3402/17 .8384/17 -81 .3834/17 -12288/84 12 .7028/13 .500 .7525/13 .425/26 -98883/84 .7525/13 13 0 .832 .208 .204 -18 .874 14 0 .5088 -1470 0 .324 .7525/13 15 0 .3402/17 .747 -81 0 .13289/84 16 .14 -500 .140 .5425/26 .12817/84 .7525/13 15 .0 .3402/17 .774/17 .81 .0 .13288/84 .16 .4 .500 .7					-		_	
7 216 1.18 1.180 8.81 .3834/17 .10479/884 9 -8.16 -832 -888 -204 -870 -874 10 -4896 -5088 -5556 0 -5369 -71625/13 11 -216 -3402/17 -3834/17 -81 -3834/17 -18288/984 -7026/13 12 -7028/13 -500 -7325/13 -452/26 -49888/884 -7526/13 13 0 -832 208 -904 -18 -81 144 0 -5088 -1476 0 -224 -71626/13 15 0 -3402/17 -774/17 -81 0 -18289/984 16 -14 -500 -140 -5425/26 -12817/884 -7526/13 17 -72 -56 0 -684 -18 -7526/13 18 -644 -672 -204 -584 -18 -14 19 -162/13 -625/1								
8 .7028/13 0 .5705/13 .5425/26 .49883/848 0 10 .4896 .5088 .5556 0 .4360 .71628/13 11 .216 .3402/17 .8334/17 .81 .3834/17 .18288/884 12 .7028/13 .560 .7525/13 .425/26 .49888/3848 .7525/13 13 0 .832 .208 .204 .18 .874 .7525/13 144 0 .5088 .1476 0 .324 .71625/13 15 0 .3402/17 .774/17 .81 0 .18288/984 16 .14 .500 .140 .545/26 .12817/884 .7525/13 17 .72 .56 0 .565/26 .12817/884 .7525/13 18 .864 .672 .204 .5760 .324 .3255/13 20 .497/13 .248/13 0 .962/26 .12817/884 0 21 .								
9							<u> </u>	
10					,	,		
11								
13	11	-216	-3402/17	-3834/17	-81	-3834/17	-182889/884	
14 0 -5.088 -1476 -8 -324 -71225/13 16 -14 -500 -140 -525/26 -12817/84 -7255/13 17 -72 -56 0 -684 -18 -14 18 -864 -672 -204 -5760 -324 -3255/13 19 -162/17 -432/17 0 -2457/17 0 -16479/884 20 -497/13 -245/13 0 -9628/26 -12817/884 0 21 -888 -56 -680 -684 -870 -14 22 -5760 -672 -4284 -5760 -5436 -3255/13 23 -3834/17 -322/17 -180 -2457/17 -3834/17 -1676 24 -7343/13 -245/13 -5705/13 -5760 -556 -5760 -5436 -71625/13 25 -888 -888 -888 -684 -870 -4182889/84 26	12	-7028/13	-560	-7525/13	-5425/26	-498883/88	4 -7525/13	
15 0 -3402/17 -774/17 -81 0 -182889/884 16 -14 -560 -140 -522/6 -12817/884 -7525/13 17 -72 -56 0 -684 -18 -14 18 -864 -672 204 -5760 -324 -3255/13 19 -182/17 -432/17 0 -2457/17 0 -147/884 20 -497/13 -245/13 0 -9625/26 -12817/884 0 21 -888 -56 -680 -684 -870 -14 22 -5760 -672 -4284 -5760 -5436 -876 -484 23 -3834/17 -432/17 -180 -2457/17 -3844/17 -16479/84 24 -7343/13 -525/13 -5756/13 -9625/26 -49883/84 0 25 -888 -888 -888 -888 -88 -88 -848 -874 26 </th <th>13</th> <th>0</th> <th>-832</th> <th>-208</th> <th>-204</th> <th>-18</th> <th>-874</th>	13	0	-832	-208	-204	-18	-874	
16								
17				,				
18 -864 -6.72 2.204 -5.760 -3241 -3255/13 19 -162/17 -487/13 0 -2457/17 0 -16479/884 0 20 -487/13 -245/13 0 -9625/26 -12817/884 0 21 -888 -56 -680 -684 -870 -14 22 -5760 -672 -4284 -5760 -5536 -3255/3 23 -8834/17 -432/17 -150 -2457/17 -3834/17 -16479/884 24 -7343/13 -245/13 -5705/13 -9625/26 -49883/84 0 25 -888 -888 -888 -864 -870 -872 26 -5760 -5760 -5556 -560 -5436 -71625/13 27 -884/17 -3528/17 -3834/17 -2457/17 -3834/17 -18288/84 28 -7343/13 -7526/13 -864 -18 -18 -8725/31 30 <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th> <th></th>								
19 -162/17 -432/17 0 -2457/17 0 -16479/884 20 -497/13 -245/13 0 -9625/26 -12817/884 0 21 -888 -56 -680 -684 -870 -14 22 -5760 -672 -4284 -5760 -5436 -3255/18 24 -7343/13 -245/13 -5705/13 -9625/26 -498883/84 0 25 -888 -888 -888 -888 -884 -870 -716479/844 26 -5760 -5566 -5560 -5436 -71625/13 -7252/13 -7252/13 -9625/26 -49883/84 -71625/13 27 -3884/17 -3528/17 -3834/17 -3457/17 -3834/17 -182889/884 28 -7343/13 -7525/13 -7525/13 -9625/26 -498883/84 -7525/13 29 -72 -888 -208 -684 -18 -7525/13 30 -864 -5760 <td< th=""><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th></td<>								
20 .497/13 .245/13 0 .9625/26 .12817/884 0 21 .888 .56 .680 .684 .570 .14 22 .5760 .672 .4284 .5760 .5436 .3255/13 23 .3834/17 .432/17 .180 .2457/17 .3834/17 .16479/884 24 .7343/13 .245/13 .5705/13 .9625/26 .498883/884 0 25 .888 .888 .888 .684 .570 .576 26 .5760 .5566 .5760 .5436 .71625/13 .71625/13 28 .7343/13 .7525/13 .7525/13 .9625/26 .49883/84 .7525/13 29 .72 .888 .208 .684 .18 .7525/13 30 .864 .8760 .1476 .9245/17 .0 .182889/884 30 .864 .8760 .1476 .9245/17 .0 .182889/884 31 .1								
21		· '			'			
22 .5760 .672 .4284 .5760 .5436 .3255/13 23 .3834/17 .432/17 .180 .2487/17 .3834/17 .16479/884 24 .7343/18 .245/13 .5705/13 .9652/26 .48888/884 0 25 .888 .888 .888 .888 .684 .870 .874 26 .5760 .5556 .5760 .5436 .71625/13 27 .3834/17 .3528/17 .3834/17 .2487/17 .3834/17 .182889/884 28 .7343/13 .7525/13 .7525/13 .9625/26 .498883/84 .7525/13 30 .864 .5760 .1476 .5760 .324 .7525/13 31 .162/17 .3528/17 .774/17 .2457/17 0 .182889/884 31 .162/17 .3528/17 .774/17 .2457/17 0 .182889/884 31 .162/17 .3528/17 .774/17 .2457/17 0 .182889/884		· ·			- '			
23 .3834/17 .432/17 -180 .2457/17 .3834/17 .16479/884 24 .7343/13 .245/13 .5705/13 .9625/26 .498883/884 0 25 .888 .888 .888 .664 .870 .874 26 .5760 .5760 .5556 .5760 .5436 .71025/13 27 .3834/17 .3528/17 .3834/17 .3834/17 .3834/17 .3834/17 .71025/13 28 .7343/13 .7525/13 .7525/13 .9625/26 .49883/884 .7525/13 29 .72 .888 .208 .664 .18 .874 30 .864 .5760 .1476 .5760 .324 .71625/13 31 .162/17 .3528/17 .774/17 .2457/17 0 .182889/84 32 .497/13 .7525/13 .140 .9625/26 .12817/884 .7525/13 IDocation New .9 .9 .9 .9 .9 .9								
24 .7343/13 .245/13 .5705/13 .9625/26 .49888/884 0 25 .888 .888 .888 .684 .870 .874 26 .5760 .5760 .5760 .5760 .5760 .5740 .5436 .71025/13 27 .3834/17 .3528/17 .3834/17 .2457/17 .3834/17 .182889/884 28 .7343/13 .7525/13 .7525/13 .9625/26 .498883/884 .7525/13 30 .864 .5760 .1476 .5760 .324 .71625/13 31 .162/17 .3528/17 .7741/1 .2457/17 0 .18288/884 32 .497/13 .7525/13 .140 .9625/26 .12817/884 .7525/13 1 .72 .56 .684 .816 .680 .870 1 .72 .56 .684 .816 .680 .870 2 .864 .672 .5760 .4896 .424 .754								
25 -888 -888 -888 -684 -870 -576 26 -5760 -5760 -5556 -5760 -5336 -71625/13 27 -3834/17 -3828/17 -3834/17 -3834/17 -3834/17 -3834/17 -888 -208 -684 -18 -874 29 -72 -888 -208 -684 -18 -874 30 -864 -5760 -1476 -5760 -324 -71625/13 31 -162/17 -3528/17 -774/17 -2457/17 0 -18288/9884 32 -497/13 -7525/13 -140 -9625/26 -12817/884 -7525/13 1 -72 -56 -684 -816 -680 -870 -886 32 -864 -672 -5760 -4896 -4224 -5436 3 -162/17 -432/17 -2457/17 -216 -180 -334/17 4 -497/13 -245/13 -9625/26		·						
27 .3834/17 .3528/17 .3834/17 .2457/17 .3834/17 .18288/884 28 .7343/13 .7525/13 .7525/13 .9625/26 .498883/884 .7525/13 29 .72 .888 .208 .684 .18 .874 30 .864 .5760 .1476 .5760 .324 .71625/13 31 .162/17 .3528/17 .774/17 .2457/17 0 .182889/884 32 .497/13 .7525/13 .140 .9625/26 .12817/884 .7525/13 1 .72 .56 .684 .816 .680 .870 2 .864 .672 .5760 .4896 .4284 .5436 3 .162/17 .432/17 .2245/13 .9625/26 .7028/13 .5705/13 .498883/884 5 .888 .56 .684 0 0 .18 6 .5760 .672 .5760 0 .204 .324 7 <th>25</th> <th>-888</th> <th>-888</th> <th>-888</th> <th>-684</th> <th>-870</th> <th>-874</th>	25	-888	-888	-888	-684	-870	-874	
28 -7343/13 -7525/13 -7525/13 -9625/26 -498883/884 -7525/13 29 -72 -888 -208 -684 -18 -574 30 -864 -1576 -5260 -324 -71625/13 31 -162/17 -3528/17 -774/17 -2457/17 0 -182889/84 32 -497/13 -7525/13 -140 -9625/26 -12817/884 -7525/13 1 -72 -56 -684 -816 -680 -870 2 -864 -672 -5760 -4896 -4284 -5436 3 -162/17 -432/17 -2457/17 -216 -180 -5834/17 4 -497/13 -2245/13 -9625/26 -7028/13 -5705/3 -49883/884 5 -888 -56 -684 0 0 -18 -848/47 4 -497/13 -2457/17 -2467/17 0 0 -18 -18 -16 -18	26	-5760	-5760	-5556	-5760	-5436	-71625/13	
29 .72 .888 .208 .684 .18 .874 30 .864 .5760 .1476 .5760 .324 .71625/13 31 −162/17 .3528/17 .774/17 −2457/17 0 −182889/884 32 −497/13 .7525/13 −140 −9625/26 −12817/884 −7525/13 1 −72 −56 −684 −816 −680 −870 2 −864 −672 −5760 −4886 −4244 −5436 3 −162/17 −432/17 −2457/17 −216 −180 −3834/17 4 −497/13 −245/13 −9625/26 −7028/13 −5705/13 −498883/884 5 −888 −56 −684 0 0 −18 −8848 −56 −684 0 0 −18 −87343/13 −2457/17 −216 −180 −3843/17 −3244 −181 −18217/84 −18 −6 −18 −8 −88 −56 </th <th>27</th> <th>-3834/17</th> <th>-3528/17</th> <th>-3834/17</th> <th>-2457/17</th> <th>-3834/17</th> <th>-182889/884</th>	27	-3834/17	-3528/17	-3834/17	-2457/17	-3834/17	-182889/884	
30 -864 5760 1476 5760 324 71625/13 31 162/17 3528/17 774/17 2487/17 0 182889/884 32 497/13 .7525/13 140 9625/26 -12817/884 7525/13 Плоскость\Вершины v7 v8 v9 v10 v11 v12 1 72 56 684 816 680 870 2 864 672 5760 4896 4284 5436 3 162/17 432/17 -2457/17 216 180 3834/17 4 497/13 -2457/13 .9625/26 -7028/13 -5705/13 -498883/884 5 888 56 684 0 0 18 3834/17 4 497/13 4245/13 .9625/26 14 0 12817/84 5 888 56 684 0 0 0 0	28	,						
Паста -162/17 -3528/17 -774/17 -2457/17 0 -182889/84 32 -497/13 -7525/13 -140 -9625/26 -12817/884 -7525/13 Плоскость\Вершины v7 v8 v9 v10 v11 v12 1 -72 -56 -684 -816 -680 -870 2 -864 -672 -5760 -4896 -4284 -5436 3 -162/17 -432/17 -2457/13 -216 -180 -3834/17 4 -497/13 -245/13 -9625/26 -7028/13 -5705/13 -49883/84 5 -888 -56 -684 0 0 -118 6 -5760 -672 -5760 0 -204 -324 7 -3334/17 -432/17 -2457/17 0 0 0 -12817/84 9 -888 -888 -684 0 -208 -18 10 -5760 -5		-						
32 -497/13 -7528/13 -140 -9625/26 -12817/884 -7528/13 Πποσκοστь\Βершины v7 v8 v9 v10 v11 v12 1 -72 -56 -684 -816 -680 -870 2 -864 -672 -5760 -4896 -4284 -5436 3 -162/17 -432/17 -2457/17 -216 -180 -3834/17 4 -497/13 -245/13 -9625/26 -7028/13 -5705/13 -498883/884 5 -888 -56 -684 0 0 -18 6 -5760 -672 -5760 0 -204 -324 7 -3884/17 -432/17 -2457/17 0 0 0 0 8 -7343/13 -245/13 -9625/26 -14 0 -12817/884 9 -888 -888 -684 0 -208 -18 10 -57560 -5760								
Плоскость\Вершины v7 v8 v9 v10 v11 v12 1 72 56 684 816 680 870 2 864 672 5760 4896 4284 5436 3 162/17 432/17 2457/17 216 180 3834/17 4 497/13 245/13 .9625/26 7028/13 5705/13 .498883/884 5 888 56 684 0 0 18 6 5760 672 5760 0 204 324 7 3834/17 432/17 2457/17 0 0 0 0 8 5760 5760 0 1476 324 1 10 5760 5760 0 1476 324 11 3834/17 3528/17 2457/17 0 774/17 0 12 7343/13 7525/13 <th></th> <th></th> <th>,</th> <th></th> <th>,</th> <th></th> <th></th>			,		,			
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		<u> </u>						
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$, -		v8	v_9	v10	v11		
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			F-0	004	01.0	000	070	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$								
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2	-864	-672	-5760	-4896	-4284	-5436	
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3	-864 -162/17	-672 -432/17	-5760 -2457/17	-4896 -216	-4284 -180	-5436 -3834/17	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4	-864 -162/17 -497/13	-672 -432/17 -245/13	-5760 -2457/17 -9625/26	-4896 -216 -7028/13	-4284 -180 -5705/13	-5436 -3834/17 -498883/884	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5	-864 -162/17 -497/13 -888	-672 -432/17 -245/13 -56	-5760 -2457/17 -9625/26 -684	-4896 -216 -7028/13 0	-4284 -180 -5705/13 0	-5436 -3834/17 -498883/884 -18	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760	-672 -432/17 -245/13 -56 -672	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760	-4896 -216 -7028/13 0	-4284 -180 -5705/13 0 -204	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17	-4896 -216 -7028/13 0 0	-4284 -180 -5705/13 0 -204	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0 0 -14	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684	-4896 -216 -7028/13 0 0 -14 0 0 0 -14 -816	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760	-4896 -216 -7028/13 0 0 -14 0 0 0 0 -14 -816 -4896	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17	-4896 -216 -7028/13 0 0 -14 0 0 0 -14 -816 -4896 -216	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -2457/17	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -204 0	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -2457/17	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284 -180	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0 0 -14 -816	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -204 -0 -81 -5425/26 -204	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284 -180 -5705/13 0	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -18	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0 0 -14 -816 -4896	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18 0 0	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -2457/17 -9625/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0	-4896 -216 -7028/13 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284 -180 -5705/13 0 -204	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17 -49883/884 -18 -324	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0 -14 -816 -4896 -216	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -204 0 -81	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284 -180 -5705/13 0 -204 0	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18 0 0 -18	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 -81	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284 -180 -5705/13 0 -204 0	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884	
28 -7028/13 -560 -5425/26 -497/13 -140 -12817/884 29 0 -832 -204 -888 -888 -870 30 0 -5088 0 -5760 -5556 -5436 31 0 -3402/17 -81 -3834/17 -3834/17 -3834/17	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -816	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18 0 0 -18	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -204 0 -81 -5425/26 -204	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 -72	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -18	
29 0 -832 -204 -888 -888 -870 30 0 -5088 0 -5760 -5556 -5436 31 0 -3402/17 -81 -3834/17 -3834/17 -3834/17	2 3 4 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0 -114 -816 -4896 -216 -7028/13 -816 -4896	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18 0 0 -18 0 -832 -5088	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 -72 -864	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324	
30 0 -5088 0 -5760 -5556 -5436 31 0 -3402/17 -81 -3834/17 -3834/17	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -816 -4896 -216	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18 0 0 -18 0 0 -18 0 0 -18 0 -3528/17 -7525/13 -3528/17	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -18	
31 0 -3402/17 -81 -3834/17 -3834/17 -3834/17	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -816 -4896 -216 -7028/13	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18 0 0 -18 0 0 -18 0 0 -18 -18 -508 -508 -3402/17 -560	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884	
	2 3 4 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -816 -4896 -216 -7028/13 0	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18 0 0 -18 0 0 -18 0 -832 -5088 -3402/17 -560 -832	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26 -204	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 -888	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 0 -4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870	
	2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30	-864 -162/17 -497/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -816 -4896 -216 -7028/13 0 0	-672 -432/17 -245/13 -56 -672 -432/17 -245/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 -888 -5760 -3528/17 -7525/13 0 0 -18 0 0 -18 0 0 -18 0 -832 -5088 -3402/17 -560 -832 -5088	-5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -684 -5760 -2457/17 -9625/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26 -204 0 -81 -5425/26	-4896 -216 -7028/13 0 0 0 -14 -816 -4896 -216 -7028/13 -888 -5760 -3834/17 -7343/13 -72 -864 -162/17 -497/13 -7864 -162/17 -497/13 -888 -5760	-4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556 -3834/17 -7525/13 -680 -4284 -180 -5705/13 0 -204 0 0 -208 -1476 -774/17 -140 -888 -5556	-5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -870 -5436 -3834/17 -498883/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -18 -324 0 -12817/884 -870 -5436	

Плоскость \ Вершины	v13	v14	v15	v16	v17	v18
1	-832	-208	-874	-888	-888	-888
2	-5088	-1476	-71625/13	-5760	-5760	-5556
3	-3402/17	-774/17	-182889/884	-3834/17	-3528/17	-3834/17
4	-560	-140	-7525/13	-7343/13	-7525/13	-7525/13
5	-832	-888	-874	-72	-888	-208
6	-5088	-5556	-71625/13	-864	-5760	-1476
7	-3402/17	-3834/17	-182889/884	-162/17	-3528/17	-774/17
8	-560	-7525/13	-7525/13	-497/13	-7525/13	-140
9	0	-680	-14	-72	-56	0
10	0	-4284	-3255/13	-864	-672	-204
11	-18	-180	-16479/884	-162/17	-432/17	0
12	0	-5705/13	0	-497/13	-245/13	0
13	0	0	-14	-888	-56	-680
14	0	-204	-3255/13	-5760	-672	-4284
15	-18	0	-16479/884	-3834/17	-432/17	-180
16	0	0	0	-7343/13	-245/13	-5705/13
17	-888	-208	-874	-816	-832	-888
18	-5760	-1476	-71625/13	-4896	-5088	-5556
19	-3528/17	-774/17	-182889/884	-216	-3402/17	-3834/17
20	-7525/13	-140	-7525/13	-7028/13	-560	-7525/13
21	-888	-888	-874	0	-832	-208
22	-5760	-5556	-71625/13	0	-5088	-1476
23	-3528/17	-3834/17	-182889/884	0	-3402/17	-774/17
24	-7525/13	-7525/13	-7525/13	-14	-560	-140
25	-56	-680	-14	0	0	0
26	-672	-4284	-3255/13	0	0	-204
27	-432/17	-180	-16479/884	0	-18	0
28	-245/13	-5705/13	0	-14	0	0
29	-56	0	-14	-816	0	-680
30	-672	-204	-3255/13	-4896	0	-4284
31	-432/17	0	-16479/884	-216	-18	-180
32	-245/13	0	0	-7028/13	0	-5705/13

Определение норм векторов. Проверим, лежит ли заданный вектор в конической оболочке, которую образуют три вектора, соответствующие грани многогранника, а именно: выражается ли он как их неотрицательная линейная комбинация

Для этого постоем биортагональный базисов, так что при умножении на матрицу сразу получаются те самые коэффициенты λ_i . Если все λ_i неотрицательны, то вектор действительно принадлежит конусу.

Затем сумма $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ интерпретируется как «коэффициент масштабирования», который в задаче равен норме Минковского для данного вектора.

Найдем норму вектора
$$a = \begin{pmatrix} 9 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}$$
.

Найдем норму вектора
$$a=\begin{pmatrix} 9\\-7\\5 \end{pmatrix}$$
. Поиск нормы вектора $v=\begin{bmatrix} 9\\-7\\5 \end{bmatrix}$:

Номер плоскости 1 Точки плоскости:
$$u_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, \ u_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}, \ u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Вычисление биортогонального базиса:

$$w_1 = \frac{u_2 \times u_3}{w_1 \cdot u_1} = \begin{bmatrix} \frac{10}{111} \\ \frac{7}{222} \\ -\frac{35}{444} \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{u_1 \times u_3}{w_2 \cdot u_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{37} \\ -\frac{3}{74} \\ \frac{15}{148} \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \frac{u_1 \times u_2}{w_3 \cdot u_3} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{37} \\ \frac{6}{37} \\ \frac{7}{74} \end{bmatrix}$$

Построение матрицы W и преобразование вектора v:

$$W = \begin{pmatrix} 10/111 & 7/222 & -35/444 \\ 1/37 & -3/74 & 15/148 \\ -4/37 & 6/37 & 7/74 \end{pmatrix} , v = \begin{bmatrix} 9 \\ -7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x_W = W \cdot v = \begin{bmatrix} \frac{29}{148} \\ \frac{153}{148} \\ -\frac{121}{74} \end{bmatrix}$$

Есть отрицательные значения. Не этот конус.

Номер плоскости 2 Точки плоскости:
$$u_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}, u_3 = \begin{bmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вычисление биортогонального базиса:

$$w_1 = \frac{u_2 \times u_3}{w_1 \cdot u_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{6} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{u_1 \times u_3}{w_2 \cdot u_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \frac{u_1 \times u_2}{w_3 \cdot u_3} = \begin{bmatrix} \frac{1}{60} \\ -\frac{1}{40} \\ -\frac{7}{480} \end{bmatrix}$$

Построение матрицы W и преобразование вектора v:

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 1/6 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 \\ 1/60 & -1/40 & -7/480 \end{pmatrix} \quad , \quad v = \begin{bmatrix} 9 \\ -7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x_W = W \cdot v = \begin{bmatrix} -\frac{7}{6} \\ \frac{5}{8} \\ \frac{121}{480} \end{bmatrix}$$

Есть отрицательные значения. Не этот конус.

Номер плоскости 3 Точки плоскости:
$$u_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}, u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{213}{34} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Вычисление биортогонального базиса:

$$w_1 = \frac{u_2 \times u_3}{w_1 \cdot u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{u_1 \times u_3}{w_2 \cdot u_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \frac{u_1 \times u_2}{w_3 \cdot u_3} = \begin{bmatrix} -\frac{68}{639} \\ \frac{34}{213} \\ -\frac{85}{213} \end{bmatrix}$$

Построение матрицы W и преобразование вектора v:

$$W = \begin{pmatrix} 1/9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \\ -68/639 & 34/213 & -85/213 \end{pmatrix} \quad , \quad v = \begin{bmatrix} 9 \\ -7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x_W = W \cdot v = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{5}{2} \\ -\frac{289}{71} \end{bmatrix}$$

Есть отрицательные значения. Не этот конус.

Номер плоскости 4 Точки плоскости:
$$u_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}$$
, $u_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$, $u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{215}{26} \end{bmatrix}$

Вычисление биортогонального базиса:

$$w_1 = \frac{u_2 \times u_3}{w_1 \cdot u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \frac{u_1 \times u_3}{w_2 \cdot u_2} = \begin{bmatrix} 0\\ \frac{1}{5}\\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \frac{u_1 \times u_2}{w_3 \cdot u_3} = \begin{bmatrix} -\frac{208}{1505} \\ -\frac{52}{1075} \\ \frac{26}{215} \end{bmatrix}$$

Построение матрицы W и преобразование вектора v:

$$W = \begin{pmatrix} 1/7 & 0 & 0 \\ 0 & 1/5 & 0 \\ -208/1505 & -52/1075 & 26/215 \end{pmatrix} , v = \begin{bmatrix} 9 \\ -7 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x_W = W \cdot v = \begin{bmatrix} \frac{9}{7} \\ -\frac{7}{5} \\ -\frac{2262}{7525} \end{bmatrix}$$

Есть отрицательные значения. Не этот конус.

Номер плоскости 5 Точки плоскости:
$$u_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}, u_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Вычисление биортогонального базиса:

$$w_{1} = \frac{u_{2} \times u_{3}}{w_{1} \cdot u_{1}} = \begin{bmatrix} \frac{10}{111} \\ -\frac{7}{222} \\ -\frac{35}{444} \end{bmatrix}$$

$$w_{2} = \frac{u_{1} \times u_{3}}{w_{2} \cdot u_{2}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{37} \\ \frac{3}{74} \\ \frac{15}{148} \end{bmatrix}$$

$$w_{3} = \frac{u_{1} \times u_{2}}{w_{3} \cdot u_{3}} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{37} \\ -\frac{6}{37} \\ \frac{7}{222} \end{bmatrix}$$

Построение матрицы W и преобразование вектора v:

$$W = \begin{pmatrix} 10/111 & -7/222 & -35/444 \\ 1/37 & 3/74 & 15/148 \\ -4/37 & -6/37 & 7/74 \end{pmatrix} , v = \begin{bmatrix} 9 \\ -7 \\ 5 \end{bmatrix}$$
$$x_W = W \cdot v = \begin{bmatrix} \frac{283}{444} \\ \frac{69}{148} \\ \frac{47}{74} \end{bmatrix}$$

Все координаты неотрицательны; норма вектора:

$$||v|| = x_{W,1} + x_{W,2} + x_{W,3} = \frac{193}{111}$$

Аналогично, для векторов $b=\left(\begin{smallmatrix} -7\\8\\9\end{smallmatrix}\right)$ и $a+b=\left(\begin{smallmatrix} 2\\1\\14\end{smallmatrix}\right)$. Ответ:

$$||a|| = \left\| \begin{pmatrix} 9 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix} \right\| = 1.7387$$

$$||b|| = \left\| \begin{pmatrix} -7\\8\\9 \end{pmatrix} \right\| = 2.3423$$

$$||a+b|| = \left\| \begin{pmatrix} 2\\1\\14 \end{pmatrix} \right\| = 1.854$$

8