

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра ТОЭ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №2
Тема: «Исследование свободных процессов в электрических цепях»

Студент гр. 2381

Комосский Е.А.

Студент гр. 2381

Кузнецов И.И.

Студент гр. 2381

Рыжиков И.С.

Преподаватель

Санкт-Петербург
2024

Цель работы

Изучение связи между видом свободного процесса в электрической цепи и расположением ее собственных частот (корней характеристического уравнения) на комплексной плоскости; экспериментально определить собственные частота и добротности RLC-контура по осциллограммам.

Приборы и материалы

- мультиметр;
- осциллограф;
- набор резисторов и реостат;
- 2 конденсатора;
- катушка;
- соединительные провода.
- Схема для исследования, изображенная на рис. 1.

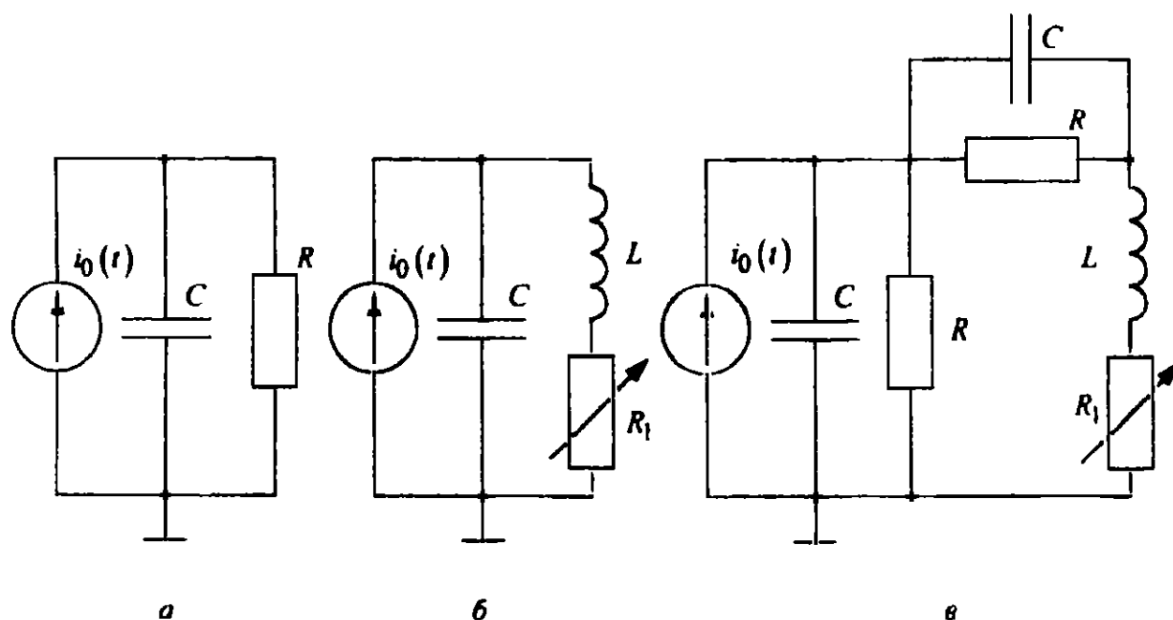


Рис. 1: Схема для исследования

$$C = 0,02 \text{ мкФ}, L = 25 \text{ мГн}, R = 5 \text{ кОм}, R_1 = 0 - 4,7 \text{ кОм}.$$

Выполнение работы

Мы перевели ГС, расположенный на приборном стенде, в режим генерации напряжения прямоугольной формы. Выполнили предварительную настройку осциллографа: рабочий канал – I, масштаб по вертикали – 2 В/дел., синхронизация – внутренняя по каналу I, масштаб по горизонтали – 0,2 мс/дел. Установили амплитуду и период сигнала ГС соответственно $U_m = 8$ В и $T_c = 1,2$ мс. Подключили ГС к входу генератора импульсов на лабораторной плате.

Исследование свободный процессов в цепи первого порядка

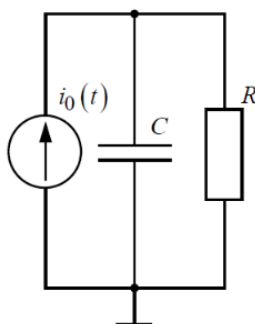


Рис. 2: Схема для исследования

Соберём схему, изображённую на рис. 2. Подключим к выходу генератора напряжения прямоугольной формы. Снимем осциллограммы напряжения на конденсаторе в цепи (рис. 3).

Расчеты по осциллограмме

По осциллограмме напряжения на конденсаторе получим значение постоянной времени $\tau = 0.08$ мс (см. рис. 4). Найдём собственную частоту цепи $p_1 = -\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{0.08 \cdot 10^{-3}} \approx -12$ кГц.

Теоретические расчеты

Найдём теоретически собственную частоту цепи:

$$p_1 = -\alpha = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{5 \cdot 10^3 \cdot 0,02 \cdot 10^{-6}} \approx -10 \text{ кГц}$$

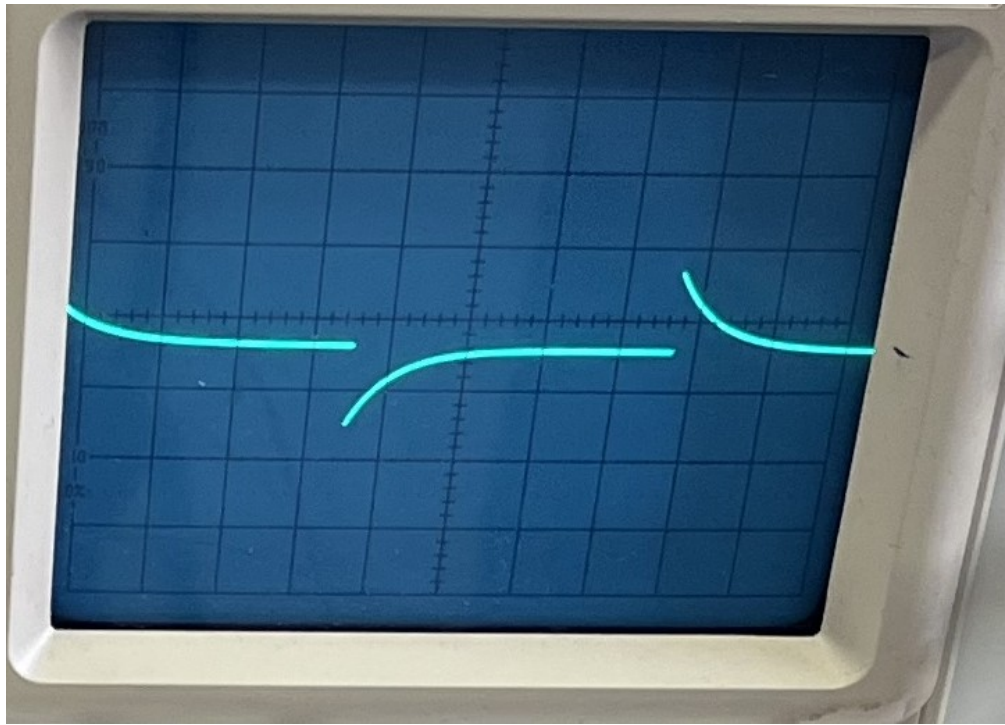


Рис. 3: Осциллограмма напряжения в цепи первого порядка

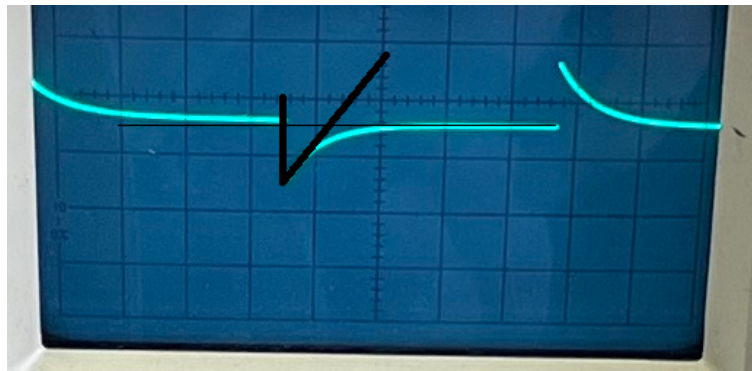


Рис. 4: Осциллограмма напряжения на конденсаторе

Вопросы

1. Каким аналитическим выражением описывается осциллографируемый процесс?

Осциллографируемый процесс описывается аналитической формулой

$$u(t) = Ae^{p_1 t} = Ae^{-\alpha t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

где u - напряжение на каком-либо элементе цепи; t - время; α - постоянная затухания; τ - постоянная времени; A - постоянная интегрирования, p_1 - собственная частота (вещественная и отрицательная).

2. Соответствует ли найденная собственная частота теоретическому

расчету?

Найденная собственная частота цепи $p_1 = -12$ кГц, теоретическая же собственная частота цепи $p_1 = -10$ кГц. Таким образом, найденная собственная частота цепи соответствует теоретическому расчету.

Исследование свободных процессов в цепи второго порядка

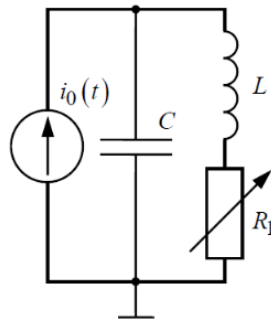


Рис. 5: Схема для исследования

Соберём схему, изображённую на рис. 5.

Расчеты по осциллограмме

Снимем осциллограммы напряжения на резисторе в цепи (рис. 6) при $R_1 = 0.5 \text{ кОм}$ (колебательный режим).

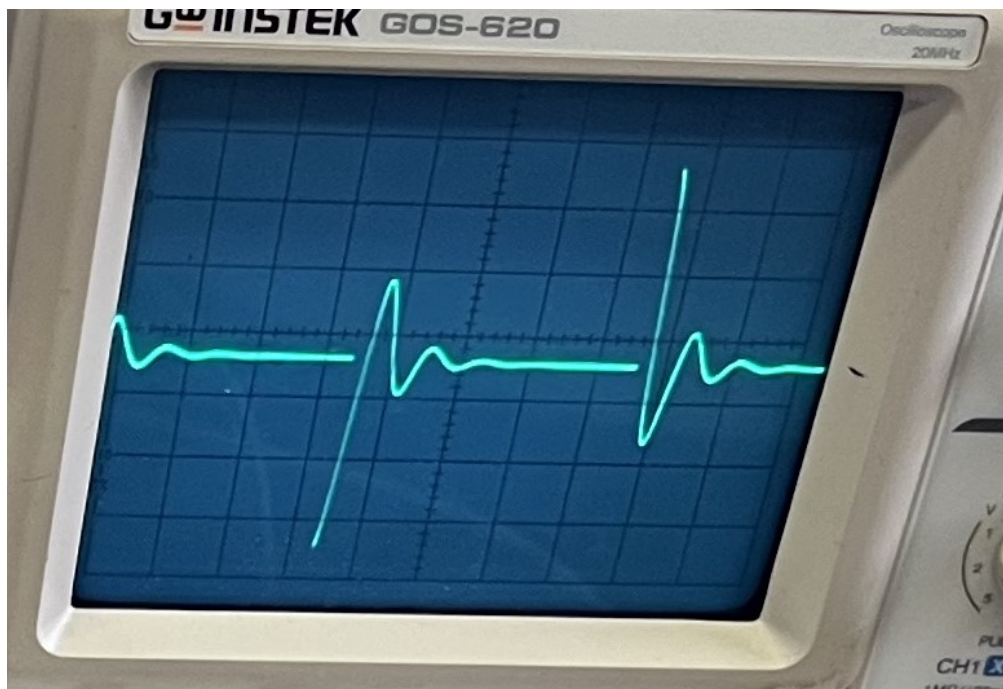


Рис. 6: Осциллограмма напряжения в цепи второго порядка (колебательный режим)

По осциллограмме напряжения на конденсаторе получим значения собственной частоты:

Из рис. 7 видно, что $U_1 = 0.24 \text{ В}$, $U_2 = 0.06 \text{ В}$, $T = 0.10 \text{ мс}$.

Тогда коэффициент затухания равен

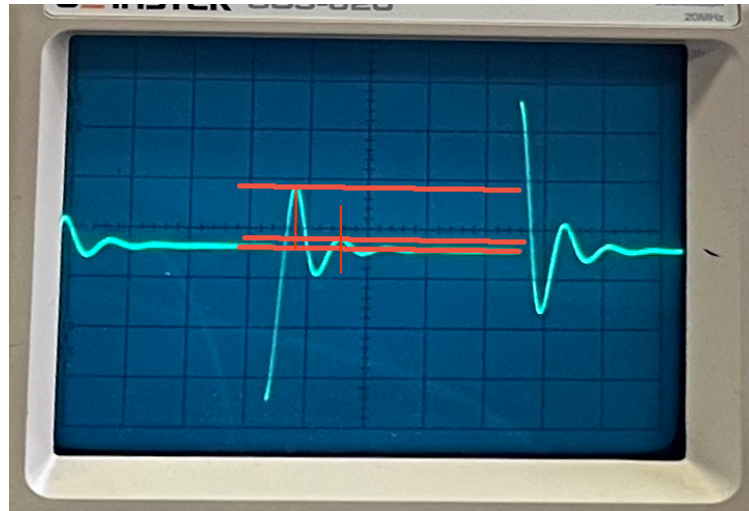


Рис. 7: Осциллограмма напряжения на конденсаторе

$$\alpha = \frac{\ln(U_1/U_2)}{T} = \frac{\ln(0.24/0.06)}{0.10 \cdot 10^{-3}} \approx 14 \text{ кГц}$$

Тогда собственные частоты равны

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega = -\alpha \pm j\frac{2\pi}{T} = -14 \pm j\frac{2\pi}{0.10 \cdot 10^{-3}} \approx -14 \pm 63j \text{ кГц}$$

Из рис. 8 видно, что при $R_1 = 0$ колебания практически не затухающие.

Найдем период колебаний $T = 0.08$ мс, тогда частота незатухающий колебательный равна

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.08 \cdot 10^{-3}} \approx 78 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$$

Найдем добротность

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{78}{2 \cdot 14} \approx 2.78$$

По осциллограмме напряжения получим значение постоянной времени $\tau = 0.05$ мс при апериодическом режиме (см. рис. 9). Найдем собственную частоту цепи $p_1 = -\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{0.05 \cdot 10^{-3}} \approx -20 \text{ кГц}$.

Теоретические расчеты

Найдем собственные частоты теоретически



Рис. 8: Осциллограмма напряжения в цепи второго порядка (незатухающие колебания)

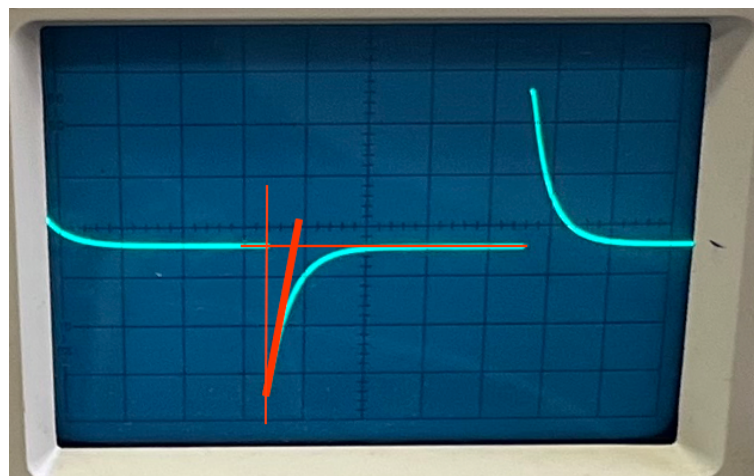


Рис. 9: Осциллограмма напряжения на конденсаторе

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \alpha = \frac{R_1}{2L}, \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\alpha = \frac{R_1}{2L} = \frac{0.5 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} \approx 10 \text{ кГц}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} \approx 45 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$$

$$p_{1,2} = -10 \pm \sqrt{10^2 - 45^2} = -10 \pm \sqrt{100 - 2025} = -10 \pm \sqrt{-1925} \approx -10 \pm 44j \text{ кГц}$$

Теоретическая добротность цепи равна

$$Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R_1} = \frac{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} / 0.02 \cdot 10^{-6}}}{0.5 \cdot 10^3} \approx 2.24$$

Найдем собственную частоту цепи при апериодическом режиме

$$\alpha = \frac{R_1}{2L} = \frac{3 \cdot 10^3}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} \approx 60 \text{ кГц}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} \approx 45 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$$

$$p_{1,2} = -10 \pm \sqrt{60^2 - 45^2} \approx -60 \pm 40 \text{ кГц}$$

$$p_1 = -100 \text{ кГц}, p_2 = -20 \text{ кГц}$$

Вопросы

3. Какими аналитическими выражениями (в общем виде) описываются процессы во всех четырех случаях?

Осциллографируемые процессы описывается аналитической формулой:

$$u(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

где p_1, p_2 могут быть вещественными (простыми или кратными) или комплексно-сопряженными.

4. Соответствуют ли найденные собственные частоты теоретическому расчету?

Для колебательного режима найденные собственные частоты равны $-14 \pm 63j$ кГц, теоретические же собственные частоты равны $-10 \pm 44j$ кГц.

Таким образом, найденные собственные частоты цепи соответствуют теоретическому расчету.

5. Каковы теоретические значения собственных частот при $R_1 = 3$

кОм и соответствует ли этим значениям снятая осциллограмма?

Теоретические значения при $R_1 = 3$ кОм равны

$$p_1 = -100 \text{ кГц}, \quad p_2 = -20 \text{ кГц}$$

Т.е. процесс является апериодическим, что не соотносится с графиком (рис. 9), на графике явно запухающий режим.

6. Как соотносятся найденные значения добротности с результатами теоретического расчета?

Для колебательного режима найденная добротность равна 2.78, теоретические же собственные частоты равны 2.24.

Таким образом, найденные собственные частоты цепи соответствуют теоретическому расчету.

Так же это показывает, что процесс действительно является колебательным, так как значение добротности ≥ 0.5 .

Исследование свободных процессов в цепи третьего порядка
Снятие осциллограммы

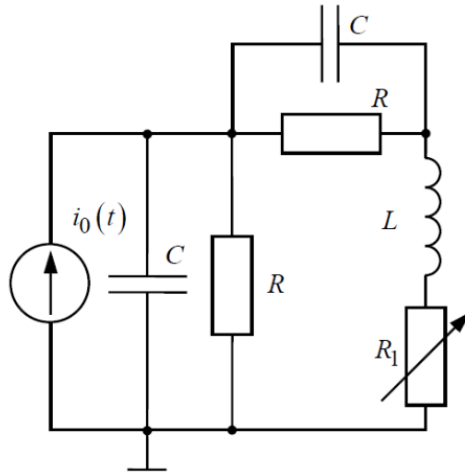


Рис. 10: Схема для исследования

Соберём схему, изображённую на рис. 10. $C = 0.02$ мкФ, $R_1 = 1$ кОм, $R_1 = 1$ кОм, $L = 25$ мГн.

Полученная осциллограмма напряжения на входе представлена на рис. 11.



Рис. 11: Осциллограмма напряжения на входе

Теоретические расчеты

Исходя из данных цепи найдем собственные частоты

$$p_1 = -\alpha_1 = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{5 \cdot 10^3 \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}} = -10 \text{ кГц}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{R_1}{L} + \frac{1}{RC} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{5 \cdot 10^3 \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}} \right) = 25 \text{ кГц}$$

$$\begin{aligned} p_{2,3} &= -\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - \frac{2 + R_1/R}{LC}} = \\ &= -25 \cdot 10^3 \pm \sqrt{(25 \cdot 10^3)^2 - \frac{2 + 1/5}{25 \cdot 10^{-3} \cdot 0.02 \cdot 10^{-6}}} = -25 \pm 61j \text{ кГц} \end{aligned}$$

Вопросы

7. Каким аналитическим выражением описывается осциллографируемый процесс?

$$u(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + A_3 e^{p_3 t},$$

где собственные частоты $p_{1,2,3}$ могут быть а) тремя действительными, б) двумя действительными и одним комплексным.

8. Каковы значения вычисленных собственных частот, и соответствует ли этим значениям снятая осциллограмма?

$$p_1 = -10 \text{ кГц}, \quad p_2 = -25 + 61j \text{ кГц}, \quad p_3 = -25 - 61j \text{ кГц}$$

Согласно аналитическому выражению и полученным значениям собственных частот, осциллограмма должна представлять собой сумму затухающей экспоненты и колебательного процесса, что и наблюдается на рис. 11.

Выводы

В данной работе изучены свободные процессы в электрической цепи на примере RLC-контура. Особое внимание уделено связи между собственными частотами цепи и характером свободных процессов. На основе осциллограмм экспериментально определены собственные частоты и добротность контура.

В ходе эксперимента установлено, что для колебательного режима характерны комплексно-сопряженные корни, соответствующие затухающим колебаниям на осциллограммах. Также выявлены режимы аperiodических процессов с действительными корнями, что подтверждает связь между расположением собственных частот на комплексной плоскости и характером процесса.

Результаты исследования для цепей различного порядка:

1. Для цепи первого порядка процесс описывался экспонентой $u(t) = Ae^{-\alpha t}$, с экспериментально найденной частотой $p_1 = -12$ кГц, что близко к теоретической $p_1 = -10$ кГц.
2. Для цепи второго порядка процесс описывался двумя экспонентами. Найденные частоты $p_1, p_2 = -14 \pm 63j$ кГц близки к теоретическим $-10 \pm 44j$ кГц. Добротность 2.78, что подтверждает колебательный процесс.
3. Для цепи третьего порядка процесс описывался тремя экспонентами, с частотами $p_1 = -10$ кГц, $p_2, p_3 = -25 \pm 61j$ кГц, что также соответствует теории.

Исследование подтвердило теоретические расчеты с небольшими отклонениями в отдельных случаях.