#### МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСИС»

Институт ИТКН

# Кафедра инженерной кибернетики

Направление подготовки: 01.03.04 Прикладная математика

Квалификация (степень): бакалавр

Группа: БПМ-20-4

# ОТЧЕТ

# ПО КУРСОВОЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

на тему: Сравнительный анализ алгоритмов геопоиска и пространственных индексов в высоконагруженных системах

VII семестр 2023 – 2024 уч. год.

Студент	Mpadradyda	/ Ибрагимов	П. И. /			
	подпись	Фамилия И.	0.			
Руководитель КНИР		/ старший преподаватель Тагиев З				
	подпись	должность, уч. стег	ı. Фамилия И,O.			
Оценка:						
<b>Дата защиты: 28.12.2023</b>						
Утвердил:						
Председатель комиссии		/	/			
	под	пись	Фамилия И.О.			
	Москва	2023				

# СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ
АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ
Расстояние между двумя точками
Евклидово расстояние
Расстояние гаверсинуса
Геодезическое расстояние
Пространственные индексы
K-d tree
KNN поиск по KD-tree
Поиск в круге по KD-tree
Geohash
KNN поиск по Geohash
Поиск по радиусу по Geohash
Иные древовидные структуры данных
Quadtree
R-tree
R*-tree
VP-tree
BSP-tree
Иные методы геохеширования
Uber H3
S2 geometry
Сравнительный анализ
Качественный сравнительный анализ
СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА
РАЗРАБОТКА
ЗАКЛЮЧЕНИЕ
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

# ГЛОССАРИЙ

 ${f M}$ ндекс — Абстрактная структура данных упрощающая операции поиска  ${f П}{f poctpahctbehhbiй} \ {f u}{f H}{f pec}{f C} - \ {f M}{f H}{f Q}{f E}{f K}{f C}, \ {\bf noctpoehhbiй} \ {\bf д}{\bf л}{\bf g} \ {\bf y}{\bf n}{f pochheh}{f G}{f E}{f u}{f G}{f M}{f H}{f G}{f C}{f G}{f G$ 

# ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

В настоящей КНИР применяют следующие сокращения и обозначения:

СУБД — Система управления базами данных

БД — База данных

SQL (от англ. Structured Query Language) — Язык структурированных запросов. Декларативный язык запросов для взаимодействия с СУБД. Используется в таких базах данных как: Postgres, MySQL, MSSQL, SQLite и тд.

No-SQL — Тип СУБД, которые не используют SQL. В основном не имеют четкой схемы данных. Примеры: MongoDB, Redis, DynamoDB.

RPS (от англ. Requests per second) — Запросов за секунду. Метрика оценки нагруженности системы по количество запросов от клиентов серверу в секундах.

KNN (от англ. k-nearest neighbors) - K-ближайщих соседей, задача поиска K-ближайших соседей к точке A по метрике D.

#### **ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время геоданные являются неотъемлемой частью многих высоко нагруженных систем, таких как поисковые системы, социальные сети, картографические сервисы и другие. Однако обработка и хранение большого объема геоданных может стать проблемой для разработчиков. Для решения данной проблемы были разработаны методы геопоиска и пространственные индексы, которые позволяют эффективно работать с геоданными в высоко нагруженных системах.

Цель данной дипломной работы — провести сравнительный анализ применения алгоритмов геопоиска и пространственных индексов в высоко нагруженных системах. В работе будут рассмотрены основные принципы работы данных методов, их преимущества и недостатки. Также будет проведено сравнение производительности данных методов на различных наборах геоданных.

Под высоконагруженной системой подразумевается система, в которой нет возможности бесконечно масштабировать систему вертикально и разработчикам приходится оптимизировать существующие алгоритмы и подходы. Часто, такая система имеет большое количество запросов как на чтение, так и на запись, а общее количество запросов к системе в секунду (RPS) превышает несколько тысяч.

Основной проблемой работы с геоданными в высоко нагруженных системах является неочевидность в выборе структур и методов хранения данных. Так, например, классический индекс В-Тree нельзя использовать при обращении к кортежам геоточек, потому что В-Tree умеет работать только со скалярными данными. При этом для работы с геоданным существует объемное количество индексов, например, R-Tree, KD-Tree, Quadtree, каждый из которых имеет свои плюсы и минусы. Помимо этого существует проблема сериализации и десериализации данных, которая заключается в том, что результаты анализа поиска, запросы на поиск и сами данных точек необходимо передавать по сети в как можно меньшем объеме и размере(в данном случае под объемом подразумевается количество передаваем данных, а размер — вес в байтах).

Результаты данной работы могут быть полезны для разработчиков высоко нагруженных систем, которые работают с геоданными, а также для специалистов в области геоинформатики.

# АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

В данной работе будут анализироваться только 3 задачи поиска по геоданным. Задачи можно сформулировать следующим образом: Пусть есть множество точек, представляющих собой пару широта-долгота, отображающих некий объект на поверхности земли.

Надо произвести операции:

- a) RangeSearch(p point, r float) поиск всех объектов, которых входят в круг, определяющийся центром p и радиусом r.
- б) RectangleSearch(p point, r float) поиск всех объектов, которых входят в прямоугольник с нижним левым углом в  $(p_{lat} r, p_{lng} r)$  и верхним правым углом в  $(p_{lat} + r; p_{lng} + r)$ .
  - в) KNN(p point, k int) поиск k ближайших объектов от точки p

Важно отметить, что для части структур задача (а) или задача (б) нерешаемы за счет из-за особенностей устройства данных структур. Например, для K-D tree задача (а) решаема, а (б) нет, для R-tree - наоборот. При этом задачи (а) и (б) в общем случае сводимы к друг-другу и в большом количестве практических проблем является возможным заменить одно решение другим.

# Расстояние между двумя точками

Указанные выше задачи требуют обусловить понятие расстояния между двумя точками на сфере земли. Для этого введем понятие геоточки: это точка, представляющая собой кортеж A(x, y), где x и y - широта и долгота соответственно. Расстоянием между двумя точками есть наименьшая прямая на плоскости земного шара, при этом ее вычисление может быть разным в зависимости от положенной задачи. Поставим задачу:

Даны геоточки  $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ . Требуется найти расстояние d(A,B)

# Евклидово расстояние

В некоторых системах, например, расширение Postgis для СУБД Postgres для типа Geometry, используется евклидово расстояние:

$$d(A,B) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Данный подход работает корректно только в части случаев, так, например, он выдаст правильный результат с точностью до 5 метров в случае поиска расстояния в пределах Москвы, но, расстояние в Африке будет отличаться в 2-3 раза относитель-

но более строгих подходов. При это важно отметить, что данная дистанция отвечает аксиомам метрики, поэтому ее корректно использовать при сравнении расстояний между двумя точками, например, при решении задаче KNN(K-ближайших соседей).

# Расстояние гаверсинуса

Расстояние гаверсинуса — это способ определения расстояния между двумя точками на поверхности Земли, учитывающий кривизну Земли. Оно используется в геопоиске для определения расстояния между заданной точкой и объектами в заданном радиусе.

Формула расстояния гаверсинуса выглядит следующим образом:

$$d(A,B) = 2R \cdot \arcsin\left(\sqrt{\sin^2\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right) + \cos(x_1) \cdot \cos(x_2) \cdot \sin^2\left(\frac{y_2 - y_1}{2}\right)}\right)$$

где d - расстояние между двумя точками в километрах, R - радиус Земли (приблизительно 6371 км),  $x_1$  и  $x_2$  - широты двух точек в радианах,  $y_1$  и  $y_2$  - долготы двух точек в радианах.

Эта формула позволяет определить расстояние между точками с точностью до нескольких метров, что делает ее очень полезной для геопоиска. Однако она может быть достаточно ресурсоёмкой при работе с большими объемами геоданных, что делает ее медленнее по сравнению с Евклидовым расстоянием.

# Геодезическое расстояние

Геодезическое расстояние — это расстояние между двумя точками на поверхности Земли, измеренное вдоль кратчайшей линии (геодезической линии) между этими точками. Геодезическая линия — это кривая на поверхности Земли, которая имеет наименьшую длину между двумя точками.

Геодезическое расстояние учитывает кривизну Земли и может отличаться от расстояния гаверсинуса, особенно на больших расстояниях и при использовании разных моделей формы Земли.

Для расчета геодезического расстояния используются различные методы, такие как метод Винсента, метод Гаусса-Крюгера и метод Хаверсина. Эти методы учитывают форму Земли и позволяют получить более точные результаты, чем простые формулы для расчета расстояния на плоскости.

Геодезическое расстояние широко используется в геопозиционировании, навигации, картографии и других областях, где требуется точное определение расстояния между двумя точками на поверхности Земли.

Формула вычисления геодезии:

$$d(A, B) = R \cdot \arccos(\sin(x_1) \cdot \sin(x_1) + \cos(x_1) \cdot \cos(x_2) \cdot \cos(y_2 - y_1)$$

Таким образом, при выборе формулы поиска расстояния надо учитывать требования.

Например, при разработке приложения кикшеринга, то есть аренды электронных самокатов, их можно комбинировать. На запросах, которые возвращают клиентам ближайшие самокаты от их текущей геопозиции по радиусу можно использовать метрику Евклида, так как ошибку даже на 20-30 метров можно нивелировать поиском по большему радиусу. При этом, в ситуации, когда требуется построить аналитику данных, лучше использовать расстояние геодезии, потому что в данных задачах крайне важна точность результата, а разница в скорости решение не так важна.

#### Пространственные индексы

Как и с задачами поиска по *плоскому* массиву скаляров, для поиска по геоточкам используются специальные структуры данных, которые позволяют оптимизировать операции поиска.

Указанные структуры можно разбить на 2 типа: древовидные и хэши со скалярным индексом. К первому виду относятся: R-tree, VP-tree, BSP-tree, Quadtree, KD-tree. К хэшам относятся: Geohash, S2 Geometry и Uber H3. Важно отметить, что недостаточно использовать

Рассмотрим принцип работы древовидных структур на примере KD tree, самого *легкого* для понимания человеком пространственного индекса.

#### K-d tree

K-d tree представляет собой дерево, позволяющее производить операции поиска в N-мерном пространстве. Рассмотрим двухмерное K-d tree, которое также можно назвать K-2 tree. Сама структура K-d tree является обычным бинарным деревом. Алгоритм построения K-d tree довольно прост:

- а) Происходит поиск центральной точки, то есть той точки, которая будет находиться на суммарно меньшем расстоянии от всех точек. Данная точка ставиться в корень дерева k-d tree.
  - б) Далее плоскость "разбивается"на 2 части по вертикальной оси
- в) "Слева"ищется "средняя точка то есть та точка, которая по оси абсцисс(широте) находится на суммарно меньшем расстоянии до остальных. Данная точка записывает в левого ребенка корня дерева
  - г) Аналогичная процедура повторяется справа.
- д) Аналогичная процедура повторяется для вновь созданных полотен, но уже с осью ординат(долготой)
  - е) Данные процедуры повторяются со всеми точками.

#### KNN поиск по KD-tree

Процесс поиска K ближайших соседей по KD-tree заключается в следующих шагах:

- а) Строим KD-tree из набора точек.
- б) Находим ближайшую к заданной точке точку в дереве. Для этого спускаемся по дереву, сравнивая координаты заданной точки и текущей точки в узле дерева.

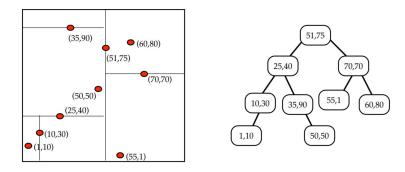


Рисунок 1 — Слева — пример визуализации разбиения плоскости через KD-tree. Справа - результат построения дерева

Если координата текущей точки больше или равна координате заданной точки, то спускаемся в левое поддерево, иначе - в правое. При этом сохраняем расстояние между текущей точкой и заданной точкой.

- в) Добавляем найденную точку в список ближайших соседей.
- г) Проверяем, есть ли еще точки в дереве, которые могут быть ближе к заданной точке, чем уже найденные соседи. Для этого проверяем расстояние между заданной точкой и границей текущего поддерева (это можно сделать, используя формулу расстояния между точками). Если это расстояние меньше, чем расстояние до самого дальнего найденного соседа, то нужно проверить и другое поддерево.
- д) Повторяем шаги 2-4 для всех точек в дереве, пока не найдем K ближайших соседей или не пройдем по всему дереву.

В результате получаем список К ближайших соседей заданной точки. Этот алгоритм позволяет быстро находить ближайшие соседи в больших наборах данных и широко используется в геоинформационных системах для поиска ближайших объектов на карте.

# Поиск в круге по KD-tree

Процесс поиска K ближайших точек и всех точек в заданном радиусе очень поход на процесс поиска по бинарному дереву за тем исключением, что при сравнении по четным нодам идет по широте, а по нечетным — по долготе.

Процесс заключается в следующих шагах:

- а) Строим KD-дерево на основе набора геоданных.
- б) Ищем листовой узел дерева, который содержит заданную точку. Для этого начинаем с корневого узла и спускаемся по дереву, выбирая каждый раз ту часть пространства, которая содержит заданную точку.
- в) Находим все точки, которые находятся в заданном круге с центром в заданной точке и радиусом R. Для этого проверяем каждую точку в листовом узле и всех

его родительских узлах на расстояние до заданной точки. Если расстояние меньше или равно R, то добавляем точку в список найденных точек.

- г) Если листовой узел не содержит достаточного количества точек, то расширяем круг до тех пор, пока не найдем достаточное количество точек.
  - д) Возвращаем список точек, которые находятся в заданном круге.

Этот алгоритм обеспечивает точность поиска в пределах заданного радиуса и может быть эффективным для поиска ближайших соседей в небольших наборах геоданных. Однако он может быть менее эффективным для больших наборов данных или для поиска точек в нескольких кругах одновременно.

#### Geohash

Geohash (далее также геохеш) - представляет собой бинарной представление координат (широта-долгота). Сам геохэш не реализует алгоритмов поиска, поэтому для поиска по геохуше дополнительно используются такие структуры как B-tree, trie, Radix-trie и тд. Самим геохешом называется строка, закодированная 32 разрядным алфавитом, перевод из 10-ой системы в указанный алфавит указан в таблице ниже.

Основание 10	0	1	2	3	4	5	6	7
Основание 32	0	1	2	3	4	5	6	7
Основание 10	8	9	10	11	12	13	14	15
Основание 32	8	9	b	c	d	e	f	g
Основание 10	16	17	18	19	20	21	22	23
Основание 32	h	j	k	m	n	р	q	r
Основание 10	24	25	26	27	28	29	30	31
Основание 32	S	$\mathbf{t}$	u	V	W	X	у	$\mathbf{Z}$

Данная строка однозначно декодируется в кортеж геокоординат с точностью, зависящей от количества символов в строке. Примеры:

- а) строка ucft дегодируется в прямоугольник площадью примерно  $800~km^2$  и центром в  $(55.81,\,37.44)$ .
- б) строка ucft943 имеет тот же центр (55.8236, 37.3116), но меньшую площадь  $23409m^2$

Как можно наблюдать, чем выше количество символов, используемых в геохеше, чем выше точность получаемых координат, но при этом выше затрачиваемая память. В данной работе не будет детально описываться процесс формирования геохеша за исключением базового принципа:

Сфера земли разбивается на практически равные прямоугольники, после чего каждому прямоугольнику присваивается номер в 32х-ричной системе координат,

номера присваиваются в порядке "змейкой сначала самый левый-верхний, далее ниже от него, далее справа от самого левого-верхнего и тд.

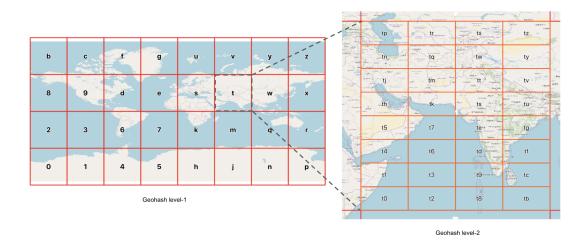


Рисунок 2 — Пример разбиения сферы земли через Geohash на первые 2 префикса

Для реализации поиска по геохешу можно использовать структуру B-tree, которая представляет собой дерево поиска. Эта структура на которой оптимизированы операции поиска по равенству, поиска по сравнению и поиска в диапазоне. Данный подход часто используется в связке с No-SQL СУБД, например, с DynamoDB, MongoDB или HBase<sup>[7]</sup>. Существует множество оптимизаций данных операций, например, структура GB-tree<sup>[6]</sup> и MP-trie<sup>[10]</sup>. Ниже представлен пример с использованием B-tree<sup>[9]</sup>.

#### KNN поиск по Geohash

Процесс поиска K ближайших соседей по geohash заключается в следующих шагах:

- а) Преобразуем координаты заданной точки в geohash строку определенной длины.
- б) Ищем все точки, которые находятся в ячейках, соответствующих префиксу geohash строки заданной точки. Для этого используем функцию декодирования, которая преобразует geohash строку в координаты прямоугольной области. Она содержит все ячейки с данным префиксом.
- в) Сортируем найденные точки по расстоянию до заданной точки и выбираем K ближайших соседей.
- г) Если количество найденных точек меньше K, то увеличиваем длину geohash строки и повторяем поиск, пока не найдем достаточное количество соседей.

д) Возвращаем список К ближайших соседей заданной точки.

Этот алгоритм позволяет быстро находить ближайшие соседи в больших наборах геоданных, используя простую и эффективную структуру индексации. Однако он не обеспечивает точность поиска в пределах определенного радиуса, как это делает KD-tree, и может потребовать дополнительной обработки данных для учета искривления поверхности Земли.

### Поиск по радиусу по Geohash

Процесс поиска точек в заданном круге по Geohash заключается в следующих шагах:

- a) Конвертируем заданные координаты в Geohash строку.
- б) Определяем Geohash строки, которые находятся внутри заданного круга. Для этого используем формулу Хаверсина для вычисления расстояния между заданными координатами и каждой из ячеек Geohash, либо любую другую формулу вычисления расстояния в зависимости от заданных требований точности. Если расстояние меньше или равно радиусу круга, то добавляем эту Geohash строку в список.
- в) Ищем все точки, которые соответствуют найденным Geohash строкам. Для этого используем индекс, который связывает каждую Geohash строку с набором геоданных. Ищем все точки в наборе, которые соответствуют найденным Geohash строкам.
  - г) Возвращаем список точек, которые находятся в заданном круге.

Этот алгоритм обеспечивает быстрый поиск точек в заданном круге и может быть эффективным для высоко нагруженных систем, так как он позволяет быстро искать точки в больших наборах геоданных. Однако он может быть менее точным, чем KD-Tree, так как Geohash строки имеют фиксированный размер и точность.

# Иные древовидные структуры данных

### Quadtree

Quadtree - это пространственный индекс, который представляет пространство в виде дерева, где каждый узел представляет собой четыре дочерних узла. Этот индекс позволяет быстро искать точки в заданном круге, разбивая пространство на более мелкие части и проверяя только те части, которые находятся внутри круга.

Процесс поиска точек в заданном круге по Quadtree заключается в следующих шагах:

- а) Конвертируем заданные координаты в координаты узла Quadtree. Это делается путем разбиения пространства на сетку и назначения каждой ячейке уникальных координат узла Quadtree.
- б) Определяем узлы Quadtree, которые находятся внутри заданного круга. Для этого используем формулу Хаверсина для вычисления расстояния между заданными координатами и каждым узлом Quadtree. Если расстояние меньше или равно радиусу круга, то добавляем этот узел в список.
- в) Ищем все точки, которые соответствуют найденным узлам Quadtree. Для этого используем индекс, который связывает каждый узел Quadtree с набором геоданных. Ищем все точки в наборе, которые соответствуют найденным узлам Quadtree.
  - г) Возвращаем список точек, которые находятся в заданном круге.

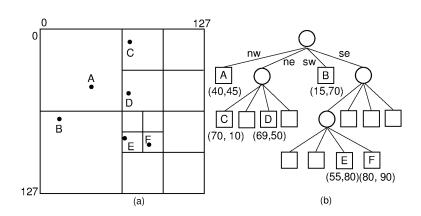


 Рисунок 3 — Слева - пример визуализации разбиения плоскости через Quadtree. Справа — результат построения дерева

Этот алгоритм обеспечивает быстрый поиск точек в заданном круге и может быть эффективным для высоко нагруженных систем, так как он позволяет быстро искать точки в больших наборах геоданных. Однако он может потребовать больше ресурсов для построения и поддержки индекса, чем, например, Geohash+b-tree.

#### R-tree

R-tree - это пространственный индекс, который используется для хранения и поиска объектов в пространстве. R-tree представляет собой дерево, где каждый узел представляет собой прямоугольник, содержащий объекты. Этот индекс позволяет быстро находить объекты, которые находятся в заданном прямоугольнике или близко к нему.

Процесс поиска объектов в заданном прямоугольнике по R-tree заключается в следующих шагах:

- а) Конвертируем заданный прямоугольник в формат R-tree. Это делается путем определения минимального и максимального значения координат для каждого измерения.
- б) Ищем узлы R-tree, которые пересекаются с заданным прямоугольником. Для этого используем алгоритм пересечения прямоугольников, который позволяет быстро определить, какие узлы R-tree находятся внутри или пересекаются с заданным прямоугольником.
- в) Ищем все объекты, которые соответствуют найденным узлам R-tree. Для этого используем индекс, который связывает каждый узел R-tree с набором объектов. Ищем все объекты в наборе, которые соответствуют найденным узлам R-tree.
- г) Возвращаем список объектов, которые находятся в заданном прямоугольнике.

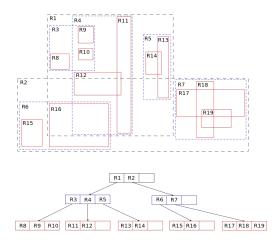


Рисунок 4 — Сверху — пример визуализации разбиения плоскости через R-tree. Снизу - результат построения дерева

R-tree может быть эффективным для поиска объектов в пространстве, так как он позволяет быстро находить объекты, которые находятся в заданном прямоугольнике или близко к нему. Однако он может потребовать больше ресурсов для построения и поддержки индекса, чем Geohash и Quadtree. Важно отметить, что данная структуру используется в большом количестве популярных СУБД:

- a) PostGIS Расширение для СУБД PostgreSQL
- б) Redis Key-value база данных
- в) Tile38 Аналог Redis с углублением в работу с геоданными

#### R\*-tree

R\*-tree представляет собой оптимизацию балансировки R-tree<sup>[8]</sup>, благодаря которой операции поиска становятся быстрее, но при этом операция вставки замедляется за счет необходимости перестройки дерева. Необходимо подчеркнуть, что в указанных выше СУБД используется именно "оригинальная" версия дерева - R-tree. Данный факт обязует на практике протестировать разницу между деревьями и проанализировать причины такого выбора.

#### VP-tree

VP-tree (Vantage Point tree) - это пространственный индекс, который используется для быстрого поиска ближайших соседей в многомерном пространстве. VP-tree представляет собой бинарное дерево, где каждый узел представляет собой точкуцентр (вантажный пункт), от которой строятся два поддерева: левое поддерево содержит все точки, которые находятся внутри заданного радиуса от центра, а правое поддерево содержит все точки, которые находятся за пределами этого радиуса.

Процесс поиска ближайших соседей по VP-tree заключается в следующих шагах:

- а) Строим VP-tree из набора точек. Для этого выбираем случайную точкуцентр и разбиваем набор точек на две группы: которые находятся ближе к центру, и которые находятся дальше от него.
- б) Ищем ближайшую точку к заданной точке. Для этого начинаем с корня VPtree и рекурсивно спускаемся по дереву, выбирая поддерево, которое содержит более близкие к заданной точке точки. Если расстояние от центра поддерева до заданной точки меньше, чем текущее расстояние до ближайшей точки, то ищем ближайшую точку в этом поддереве.
- в) Ищем k ближайших соседей к заданной точке. Для этого начинаем с корня VP-tree и рекурсивно спускаемся по дереву, выбирая поддерево, которое содержит более близкие к заданной точке точки. Если расстояние от центра поддерева до заданной точки больше, чем текущее расстояние до k-го ближайшего соседа, то не ищем в этом поддереве. Иначе ищем в этом поддереве и добавляем найденные точки в

список ближайших соседей. После этого проверяем, есть ли еще поддеревья, которые могут содержать более близкие точки, и продолжаем поиск.

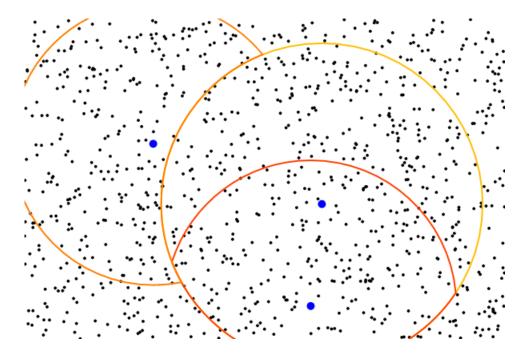


Рисунок 5 — Разбиения пространства на 3 подпространства через VP-Tree

#### **BSP-tree**

BSP-tree (Binary Space Partitioning tree) - это пространственный индекс, который используется для разбиения пространства на бинарные подпространства. BSP-tree представляет собой бинарное дерево, где каждый узел представляет собой гиперплоскость, которая разделяет пространство на две части: левую и правую.

Процесс поиска ближайших соседей по BSP-tree заключается в следующих шагах:

- а) Строим BSP-tree из набора точек. Для этого выбираем случайную гиперплоскость и разбиваем набор точек на две группы: те, которые находятся по одну сторону от гиперплоскости, и те, которые находятся по другую сторону.
- б) Ищем ближайшую точку к заданной точке. Для этого начинаем с корня BSPtree и рекурсивно спускаемся по дереву, выбирая поддерево, которое содержит более близкие к заданной точке точки. Если расстояние от гиперплоскости до заданной точки меньше, чем текущее расстояние до ближайшей точки, то ищем ближайшую точку в этом поддереве.
- в) Ищем k ближайших соседей к заданной точке. Для этого начинаем с корня BSP-tree и рекурсивно спускаемся по дереву, выбирая поддерево, которое содержит более близкие к заданной точке точки. Если расстояние от гиперплоскости до задан-

ной точки больше, чем текущее расстояние до k-го ближайшего соседа, то не ищем в этом поддереве. Иначе ищем в этом поддереве и добавляем найденные точки в список ближайших соседей. После этого проверяем, есть ли еще поддеревья, которые могут содержать более близкие точки, и продолжаем поиск.

BSP-tree похож по своим характеристикам на VP-tree, он может быть эффективным для поиска ближайших соседей в многомерном пространстве, так как он позволяет быстро находить ближайшие точки, используя разбиение на поддеревья. Однако также как с VP-tree, он тяжеловесен - он может потребовать больше ресурсов для построения и поддержки индекса, чем Geohash и Quadtree.

#### Иные методы геохеширования

#### Uber H3

Uber H3 - это сетка гексагональных ячеек, которая используется сериализации и хранения геоданных в приложениях компании Uber, которая, собственно, и разработала данную систему. Каждая ячейка имеет уникальный идентификатор и может быть использована для определения местоположения объектов. Логика работы Uber H3 аналогична логики Geohash за основным исключением, что в Uber H3 используются шестиугольники, а в Geohash - прямоугольники.

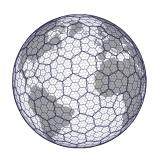


Рисунок 6 — Разбиение сферы земли на шестиугольники при использовании Н3

Сравнение Uber H3 и Geohash:

- а) Размер ячеек: В Geohash размер ячеек зависит от уровня разбиения, тогда как в Uber H3 размер ячеек фиксирован и зависит от уровня разбиения.
- б) Форма ячеек: В Geohash ячейки имеют форму прямоугольников, тогда как в Uber H3 ячейки имеют форму правильных шестиугольников.
- в) Идентификаторы: В Geohash идентификаторы ячеек представляются строками, тогда как в Uber H3 идентификаторы представляются числами.

- г) Пространственная точность: В Geohash пространственная точность зависит от уровня разбиения, тогда как в Uber H3 пространственная точность зависит от размера ячеек.
- д) Поддержка многомерных данных: Uber H3 поддерживает многомерные данные, такие как время и высота, тогда как Geohash не поддерживает такие данные.
- e) Эффективность: Считается, что Uber H3 быстрее и эффективнее, чем Geohash, при работе с большими объемами данных. Данный тезис будет проверять в практической части данной работы.
- ж) Назначение: Geohash хорошо подходит для геопоиска и геоиндексации в небольших масштабах, тогда как Uber H3 хорошо подходит для геопоиска и геоиндексации в высоко нагруженных системах с большим объемом данных.

Таким образом, выбор между Uber H3 и Geohash зависит от конкретных требований приложения. Если необходима высокая эффективность и поддержка многомерных данных, то лучше использовать Uber H3. Если требуется простота и удобство использования в небольших масштабах, то Geohash может быть более подходящим выбором.

# S2 geometry

S2 Geometry - это библиотека для работы с геометрическими объектами на сфере, разработанная компанией Google.

Основой S2 Geometry является иерархическая структура данных, называемая S2 Cell. Каждая ячейка S2 Cell представляет собой квадрат на сфере, который может быть разбит на более мелкие квадраты более высокого уровня. Уровень ячейки определяется числом n, которое указывает на количество разбиений квадрата на подквадраты. Чем больше значение n, тем меньше размер каждой ячейки.

S2 Geometry имеет ряд преимуществ перед Geohash. Во-первых, S2 Geometry использует более точную геометрическую модель, которая позволяет более точно представлять объекты на сфере. Во-вторых, S2 Geometry имеет более эффективный алгоритм поиска ближайших объектов, что делает ее идеальной для использования в приложениях, где требуется быстрый поиск объектов в заданном радиусе. В-третьих, S2 Geometry лучше масштабируется, что делает ее идеальной для использования в высоко нагруженных системах.

Однако у Geohash есть свои преимущества. Во-первых, Geohash проще в использовании и имеет более простую структуру данных, что делает его более доступным для новичков. Во-вторых, Geohash имеет более широкую поддержку в различных языках программирования, что делает его более универсальным и гибким.

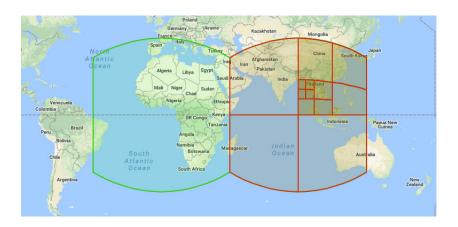


Рисунок 7 — Пример разбиения пространства на области с использованием S2  ${\rm Geometry}$ 

Таким образом, выбор между S2 geometry и Geohash зависит от конкретных требований приложения. Если необходима высокая эффективность и поддержка многомерных данных, то лучше использовать S2 geometry. Но, как и в случае с Н3, Geohash более прост и популярен, поэтому требуется меньше человеческих ресурсов для разработки.

# Сравнительный анализ

Чтобы дать корректный ответ на вопрос о том, какую структуру данных стоит использовать, и какие алгоритмы к ней применять стоит добавить следующие ограничения:

- а) Не будет учитываться время записи на диск. Предполагается, что все операции производятся при использовании оперативной памяти.
- б) Требуется учитывать как теоретические показатели, то есть О-нотацию, так и практические результаты.

# Качественный сравнительный анализ

Методы геопоиска и пространственных индексов могут использоваться в различных сценариях, включая навигационные приложения, сервисы доставки еды и товаров, системы мониторинга транспорта и т.д.

В навигационных приложениях методы геопоиска могут использоваться для определения местоположения пользователя и построения маршрута до заданной точки. В этом случае наиболее эффективным методом может быть использование алгоритмов S2 geometry или Geohash, которые позволяют быстро находить ближайшие объекты на карте.

В сервисах доставки еды и товаров методы геопоиска могут использоваться для определения ближайшего ресторана или магазина, а пространственные индексы - для поиска объектов в заданном радиусе от точки доставки. В этом случае наиболее эффективными могут быть R-tree или Quadtree, которые позволяют быстро искать объекты в заданном радиусе.

В системах мониторинга транспорта методы геопоиска и пространственные индексы могут использоваться для отслеживания местоположения транспортных средств и определения ближайшего транспорта для пользователя. В этом случае наиболее эффективным методом может быть использование R-tree, который позволяет быстро искать объекты в заданном радиусе, а также определять их геометрические свойства (например, форму и размер).

Таким образом, выбор методов геопоиска и пространственные индексы зависит от конкретной задачи и сценария использования. Необходимо учитывать требования к производительности, точности и эффективности поиска объектов на карте.

# СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью данной работы является разработка программного обеспечения для анализа пространственных индексов в высоконагруженных системах. Данное ПО должно уметь анализировать как минимум предложенные пространственные индексы: R-tree, R\*-tree, KD-tree, Geohash+trie, H3+trie. Анализ должен проводится в разрезе трех операций:

- a) Insert(p point) вставка нового объекта р в индекс
- б) KNN(p point, k int) поиск k ближайших объектов от точки p
- в) RangeSearch(p point, r float) поиск всех объектов, которых входят в круг, определяющийся центром p и радиусом r.
- г) RectangleSearch(p point, r float) поиск всех объектов, которых входят в прямоугольник с нижним левым углом в  $(p_{lat} - r, p_{lng} - r)$  и верхним правым углом в  $(p_{lat} + r; p_{lng} + r)$ .

Важно отметить, что операция удаления точки не рассматривается из-за того, что в основном она не сильно отличается от операции вставки, а также из-за того, что в высоко нагруженных системах, в основном, применяется подход soft-detele(от англ. мягкое удаление), в котором данные не удаляются, а лишь помечаются в СУБД как неактивные. Также, при проведении анализа данных, в основном, работа происходит с read-only данными, то есть теми данными, которые не меняются.

Для решения поставленных целей необходимо решить следующие задачи:

- а) Изучить существующие пространственные индексы
- б) Разработать программное обеспечение для тестирования пространственных индексов.
  - в) Протестировать и отладить разработанного программного обеспечения.
- г) Проанализировать результаты работы программного обеспечения. Найти наиболее подходящие структуры под анализируемые задачи.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА

В работе будут проверять 4 основные операции над пространственными индексами, которые были подробно описаны в главе "Содержательная постановка задачи": Insert, KNN, RangeSearch, RectangleSearch.

Дано:

- а)  $n \subset \mathbb{N}$ , n количество элементов в индексе
- б)  $f(n) = x, x \in \mathbb{Q}, x > 0$ , где f(n) время выполнения операции в секундах
- в)  $g(n)=y,y\subset\mathbb{Q},y>0,$  где g(n) затраты оперативной памяти на операцию в байтах

Для каждой выше указанной операции и для каждой тестируемой структуры требуется вычислить аксиоматическую сложность алгоритма:

$$f_{ax}(n) = O(f(n)) \tag{1}$$

$$g_{ax}(n) = O(g(n)) \tag{2}$$

Сложность операций должна быть вычислена для 3-х случаев: в среднем, в худшем и в лучшем случае. Реализуемое программное обеспечение должно уметь находить f(n) и g(n) для заданных n и строить график зависимости f(n) и g(n) от n.

#### РАЗРАБОТКА

Конечный продукт должен представлять собой сервис, который позволяет протестировать реализацию пространственных структур с соответствующими операциями под нагрузкой.

- а) Для реализации структур и алгоритмов был выбран язык программирования Golang.
- б) Для визуализации геоданных используется сервис kepler.gl, а также язык Python и библиотека matplotlib.
- в) Для тестирования нагрузки используется фреймворк нагрузочного тестирования locust, в связке с простым подсчетом времени выполнения операций через вычисление разницы старта и завершения операции.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследования был проведен сравнительный анализ применения алгоритмов геопоиска и пространственных индексов в высоконагруженных системах. Было выявлено, что все структуры имеют свои преимущества и недостатки, и выбор между ними зависит от конкретных задач и требований к системе.

Древесные методы R-tree, KD-tree позволяют быстро находить объекты на карте, но требует больших вычислительных ресурсов при обработке больших объемов данных. Geohash, Uber H3, S2 Geometry, в свою очередь, позволяют эффективно хранить и обрабатывать большие объемы геоданных, но могут быть менее точными в поиске объектов.

Таким образом, выбор между методами геопоиска должен основываться на конкретных требованиях к системе и ее возможностях. Важно учитывать как скорость поиска объектов, так и эффективность использования ресурсов системы.

При этом важно отметить, что в высоконагруженных системах данные методы могут комбинироваться для достижения наилучших результатов, например, использовать Geohash для поиска в местах, где не требуется точность, а R-tree для аналитики данных через холодные хранилища.

В работе удалось полностью достичь поставленных целей.

В следующем семестре будет решаться более прикладная проблема, а именно сравнительный анализ конкретных реализаций структур с целью выявления узких мест в реализациях. Потребуется реализовать все приведенные структуры и провести нагрузочное тестирование, чтобы можно было найти все крайние случаи работы указанных подходов. Для решения данной задачи будут применятся научная дисциплина Информатика, для реализации структур и проведения нагрузочного тестирования будет использоваться язык Golang.

За время выполнения работы мною было познано знание относительно формирования геохешей, а также устройство работы многомерных деревьев: R-tree, KD-tree и тд.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1) A. Guttman. R-trees: A Dynamic Index Structure for Spatial Searching. Proceedings of ACM SIGMOD, pages 47-57, 1984
- 2) N. Beckmann, H.P. Kriegel, R. Schneider and B. Seeger. The R\*-tree: An Efficient and Robust Access Method for Points and Rectangles. Proceedings of ACM SIGMOD, pages 323-331, May 1990.
- 3) N. Roussopoulos, S. Kelley and F. Vincent. Nearest Neighbor Queries. ACM SIGMOD, pages 71-79, 1995.
- 4) Sahr, Kevin (2019). Central Place Indexing: Hierarchical Linear Indexing Systems for Mixed-Aperture Hexagonal Discrete Global Grid Systems. Cartographica: The International Journal for Geographic Information and Geovisualization, 54(1), 16–29. doi:10.3138/cart.54.1.2018-0022
- 5) Jiajun Liu, Haoran Li, Yong Gao, Hao Yu, Dan Jiang. [IEEE 2014 22nd International Conference on Geoinformatics Kaohsiung, Taiwan (2014.6.25-2014.6.27)] 2014 22nd International Conference on Geoinformatics A geohash-based index for spatial data management in distributed memory. 2014
- 6) Q. Liu, X. Tan, F. Huang, C. Peng, Y. Yao and M. Gao, "GB-Tree: An efficient LBS location data indexing method,"2014 The Third International Conference on Agro-Geoinformatics, Beijing, China, 2014, pp. 1-5, doi: 10.1109/Agro-Geoinformatics.2014.6910659. https://ieeexplore.ieee.org/document/6910659
- 7) S. He, L. Chu and X. Li, "Spatial query processing for location based application on Hbase,"2017 IEEE 2nd International Conference on Big Data Analysis (ICBDA), Beijing, China, 2017, pp. 110-114, doi: 10.1109/ICBDA.2017.8078787. https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8078787
- 8) Beckmann, N., Kriegel, H.-P., Schneider, R., Seeger, B.: The R\*-tree: an efficient and robust access method for points and rectangles. In: Proceedings of the 1990 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data, pp. 322–331 (1990). https://dl.acm.org/doi/abs/10.1145/93597.98741
- 9) R. Bayer and E. McCreight, "Organization and maintenance of large ordered indices Proceedings of the 1970 ACM SIGFIDET (Now SIGMOD) Workshop on Data Description Access and Control, 1970. https://ieeexplore.ieee.org/document/10322993
- 10) Ganti, R.K., Srivatsa, M., Agrawal, D., Zerfos, P., Ortiz, J.: MPtrie: fast spatial queries on moving objects. In: Proceedings of the Industrial Track of the 17th International Middleware Conference, p. 1. ACM (2016) https://dl.acm.org/doi/abs/10.1145/3007646.3007653