Latvijas Universitāte

Karina Pilusonoka

September 2018

Contents

1 Datoru tikli I

Guntars Bārzdiņš
guntis@latnet.lv
331 kab.

Starpprocexxoru attalums	Location type	Network type
0.1m	Board	
1m	System	LAN
10m	Room	LAN
100m	Building	LAN (Local Area Network)
1000m	Campus	MAN
10km	City	MAN (Metropolitan Area Netpwork)
100km	Country	WAN (Wide Area Netpwork)
1000km	Continent	WAN
10000km	Planet	WAN

LAN – Local Area Network. Atrumi: (1Gbps, 10Gbps, 100Gbps). Attalums: vitais paris - 200m, optiskais – 40-70km.

MAN – Metropolitan Area Netpwork. Galvena atškirība no LAN: ātrums, kam pieder, izmaksas.

Datoru tikls sastāv no: dators un marsrutezators (router) + sakaru kanāli. Sakaru kanālu tipi:

1. point-to-point
2. broadcast

Tīklu topologijas. (Klasiskas ir zvaignze un rinkins)
ISO – International Standarts Organisation
OSI - Open System Interconnection

Application	Lietojuma līmenis
Presentation	Datu reprezentācijas līmenis (kura formata jpeg/mp3/txt etc
Session	Sessijas līmenis
Transport	Transporta līmenis – nočeko ka visas paketas kuram vajadzeja nosutities atnaca. Un parbaud
Network	Tīkla līmenis (point-to-point) uzradas adresācija. Kam un ko atsutit. Vienīgais līīmenis kur r
DataLink	Kanala līmenis (griež datus paketos), ar check summam
Physical	Fiziskais līmenis (biti)

SAP – Service Access Point, sanem datu paketes un suta talak vai pieprasa datus velreiz. Nodrosina sakaru starp layeriem.

1.1 Majas darbs I

1.1.1 Fourier Analysis

name: kaRina
R in ascii 01010010

$$f(t) = \frac{c}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n cos(\frac{2\pi nt}{T}) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n sin(\frac{2\pi nt}{T})$$

, where
$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)cos(\frac{2\pi nt}{T})dt$ and $b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)sin(\frac{2\pi nt}{T})dt$

$$c = \frac{3}{4}$$

$$a_n = \frac{1}{\pi n}\left[sin(\frac{2\pi n}{4}) - sin(\frac{\pi n}{4}) + sin(\frac{4\pi n}{4}) - sin(\frac{3\pi n}{4}) + sin(\frac{7\pi n}{4}) - sin(\frac{6\pi n}{4})\right]$$

$$b_n = \frac{1}{\pi n}\left[cos(\frac{\pi n}{4}) - cos(\frac{2\pi n}{4}) + cos(\frac{3\pi n}{4}) - cos(\frac{4\pi n}{4}) + cos(\frac{6\pi n}{4}) - cos(\frac{7\pi n}{4})\right]$$

harmonika (n)	a_n	b_n
1	$\frac{4-3\sqrt{2}}{2\pi}$	$\frac{2-\sqrt{2}}{2\pi}$
2	$-\frac{1}{2\pi}$	$-\frac{1}{2\pi}$
3	$\frac{-4-3\sqrt{2}}{6\pi}$	$\frac{2+\sqrt{2}}{6\pi}$
4	0	$-\frac{1}{2\pi}$
5	$\frac{4+3\sqrt{2}}{10\pi}$	$\frac{2+\sqrt{2}}{10\pi}$
6	$\frac{1}{6\pi}$	$-\frac{1}{6\pi}$
7	$\frac{3\sqrt{2}-4}{14\pi}$	$\frac{2-\sqrt{2}}{14\pi}$
8	0	0
9	$\frac{4-3\sqrt{2}}{18\pi}$	$\frac{2-\sqrt{2}}{18\pi}$
10	$-\frac{1}{10\pi}$	$-\frac{1}{10\pi}$

2 Varbutiskie algoritmi

Andris Ambainis
Raina Bulvaris 19, 319 kab.
konsultācija piektdiena 14:30 – 16:30

grāmatas:

1. M.Mitzenmacher, E.Upfal - Probability and Computing

2. piezīmes e-stūdijās

Atzīme: 40% eksāmens + 60% mājas darbi

2.1 Piemērs varbutiskajam algoritmam

2.1.1 Polinomu vienādiibas pārbaude

Dots: 2 polinomi $f(x)$ un $g(x)$ ar pakāpi $\leq n$

$$f(x) = (x^2 + 3)(x - 4) + 7$$

$$g(x) = (x + 2)(x - 3)(x + 4)$$

1. Pirmais veids: atrisināt polinomus vienkaršakus formus

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 5$$

$$g(x) = x^3 + 3x^2 - 10x - 24$$

2. Varbutiskai algoritms

   - izvelas $x \in \{1, ...10n\}$
   - izrekina $f(x), g(x)$
   - ja $f(x) \neq g(x) \rightarrow$ seicina ka $f \neq g$
   - ja $f(x) = g(x) \rightarrow$ secina ka $f = g$

   Algoritms var izdot atbildi ka $f = g$ arī tad, ja $f(x) \neq g(x)$. Jautājums – cik bieži tas notiek?

3 Atru algoritmu konstruēšana

Viksna

Problemas piemēri: Eulera tilti, Hamiltona cycles
Atzīme: 2 majas dārbi (3gab.) + Programming assignment + Exam 40%
Datu struktūras

- Dinamiska vārdnīca (hsent / find / delete)
- Prioritāšu rinda

4 Skaitlu teorija

Smotrovs Jurijs

4.0.1 Abstraktā algebra

Algebraiska struktura – kopa ar tajā definētām darbībam (piem. $\langle K, +, *\rangle$). Darbības apraksts – ir aksiomas. Tas ko var izvest no aksiomam – ir teorēmas.

$\langle K, \circ \rangle$

- G1) $\forall x, y \in K\ \exists!/z \in K(x \circ y = z)$
- G2) $\forall x, y, z \in K(x \circ (y \circ z) = (x \circ y) \circ z)$ – associācija
- Ja izpildas G1 un G2 – tadu kopu sauc par pusgrupu
- G3) $\exists n \in K \forall x \in K(n \circ x = x \circ n = x)$ – neitrālais elements
- ja izpildas G1, G2, G3 – to sauc par monoīdu
- G4) $\forall x \in K\ \exists d_x \in K(x \circ d_x = d_x \circ x = n)$
- Ja izpildas G1, G2, G3 un G4 – to sauc par grupu
- G5) $\forall x, y \in K\ (x \circ y = y \circ x)$ komutatīvitāte
- Ja izpildas G1 - G5 – to sauc par Ābela grupu, vai komutatīvu grupu.

4.0.2 Gredzens

Gredzens – ir struktura $\langle G, +, * \rangle$ kur izpildas sekojošas īpašības:

1. $\langle G, + \rangle$ ir Ābela grupa
2. $\langle G, * \rangle$ ir pusgruppa
3. $\forall x, y, z \in G\ (x * (y + z) = x * y + x * z)$
4. $\forall x, y, z \in G\ ((y + z) * x = y * x + z * x)$

$$\underbrace{1 + 1 + 1 + ... + 1 = 0}_{\text{m}}$$

m– gredzena raksturojums (harakteristika)
nulles dalītāji: tādi a un b, ka $a \neq 0, b \neq 0$ un $a * b = 0$
apgriežams elements: tāds a, kuram $\exists d_a : a * d_a = d_a * a = 1$
apgriežamo elementu kopa: $U(G)$
Teorēma: $\langle U(G), * \rangle$ ir grupa.

4.1 Lauks

$\langle G, +, * \rangle$ – komutatīvais gredzens ar vieninieku.
$G^* = G/\ \{0\}$
G4' – $\forall x \in G^*$
Piemeri

1. $\langle N, +, * \rangle$ - nav
2. $\langle Z, +, * \rangle$ - kom. gredzens ar 1
3. $\langle Q, +, * \rangle$ - lauks
4. $\langle R, +, * \rangle$ - lauks
5. $\langle C, +, * \rangle$ - lauks

Def Par skaitla $\boldsymbol{a}$ atlikumu klasi pēc modula $\boldsymbol{m}$ sauc visu to veselo skaitlu kopu, kuri , dalot ar $\boldsymbol{m}$, dod atlikumu $\boldsymbol{a}$.

Piemers. Pēc modula 7:

- $\bar{0} = \{..., -14, -7, 0, 14, 21, 28, 35\}$
- $\bar{1} = \{..., -20, -13, -6, 1, 8, 15...\}$
- $\bar{18} = \bar{4} = \bar{11} = \{..., -10, -3, 4, 11, 18, 25\}$
- $\bar{2} + \bar{3} = \bar{5}$ – panemot kopu kur visi atlikumi ir 2 un saskaitit ar kopu kur visi atlikumi ir 3, tad dabusim kopu, kur visi atlikumi ir 5.
- $\bar{2} * \bar{3} = \bar{6}$ – panemot kopu kur visi atlikumi ir 2 un reizinat to ar kopu kur visi atlikumi ir 3, tad dabusim kopu, kur visi atlikumi ir 6.
- $\bar{4} + \bar{6} = \bar{3}$ $(4 + 6 = 10; 10/7 \to modulis = 3)$
- $\bar{4} * \bar{6} = \bar{3}$ $(4 + 6 = 24; 24/7 \to modulis = 3)$

Def Saka ka veseli skaitli a un b ir kongruenti, pec modula $\boldsymbol{m}$, ja skaitlis $a - b$ dalās ar $\boldsymbol{m}$. To Pieraksta $a \equiv b(mod\ m)$

$18 \equiv 4(mod\ 7)$
Z_m – atlikumi pec modula $\boldsymbol{m}$
$Z_m = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}...\overline{(m-1)}\}$

$\langle Z_m, +, * \rangle$ – komutatīvais gredzens ar 1
neitralais elements (+) $\bar{0} \to \bar{0} + x = x$
neitralais elements (*) $\bar{1} \to \bar{1} * x = x$

Var pieradit ka nav 0 dalitāju.

$$a * b = 0$$

$$a^{-1} * a * b = a^{-1} * 0$$

$$1 * b = 0$$

$$b = 0 \ \rightarrow pretruna$$

–

- $mod\ 7 : \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}\}$
- $mod\ 6 : \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$
  $\bar{2} * \bar{3} =_6 \bar{0}$

$Z_p = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, ..., \bar{p-1}\} - 2, 3, 5, 7, 11, 13 (primes)$
$\forall a \neq 0\ \exists\ d(\bar{a} * \bar{d} = \bar{1})$
$\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, ..., \bar{p-1}$
$\bar{0} * \bar{a}, \bar{1} * \bar{a}, \bar{2} * \bar{a}, ..., \bar{p-1} * \bar{a}$
$0 * a, 1 * a, 2 * a, ..., (p-1) * a$

Pienemsim pretejo: $k * a \equiv l * a(mod\ p), k \neq l, 0 \leq k, l \leq p-1)$
$(k-l) * a \equiv 0(mod\ p)$
$(k-l) * a$ dalas ar p
$k - l$ dalas ar p vai a dalas ar p

$\bar{3}^{-1} = \bar{5}$ – uz kadu atlikuma kopu vajag reizinat $\bar{3}$ lai atlikums butu 1.

Veseluma apgabals – komutatīvs gredzens ar vieninieku bez nulles dalitājiem.

$R[x], +, *$ – polinomu kopa. sastav no skaitliem, mainigiem, un operatoriem $(skaitli, x, +, *, -)$, piemers: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$
$2 * Z-$ paru skaitlu kopa, nav veseluma apgabals(jo nav vieninieku), bet ir gredzens.

Dalamības attiecība

$$a\ dala\ b$$

$$b\ dalas\ ar\ a$$

, apzime ar $a|b$ vai $b \vdots a$ tad ja $\exists c(a * c = b)$.

Piemers: $21 \vdots 3 = 3|21$

Pienemsim ka visi elementi ir no veseluma apgabala.

1. $a|a$ - refleksīva $(a * 1 = a)$
2. $a|b \wedge b|c => a|c$ (transitīva)
3. $a|b \wedge a|c => a|(b + c)$
4. $a|b => \forall c : [a|(b * c)]$
5. $a|b_1 \wedge a|b_2 \wedge ... \wedge a|b_k => \forall c_1, c_2, ..., c_k : [a|c_1 b_1 + c_2 b_2 + ... + c_k b_k]$
6. $a \in U(V) <=> \forall b(a|b)$???

Elementu asociatība

- a *ir asociets ar* $b <=> a|b \wedge b|a$ un to apzime $a \sim b$.
  Polinomu gadijumā:
  $$P(x)|Q(x) \wedge Q(x)|P(x) <=> \exists \alpha \in L^*(P(x) = \alpha * Q(x))$$
  α - parasti izvēlas taā lai koef. pie lielākas x pakāpes ir 1.
- $a \sim a$ (refleksīva)
- $a \sim b <=> b \sim a$ (simetriska)
- $a \sim b \wedge b \sim c => a \sim c$ (transitīva)
- $a \sim b <=> \exists u \in U(V) : (a = b * u)$

Saka ka d ir a un b lielākais kopīgais dalitājs (LKD) ja

- $d|a$
- $d|b$
- $\forall u : (u|a \wedge u|b => u|d)$

$LKD(21, 35) = 7$

Saka ka m ir a un b mazākais kopīgais dalamais (MKD) ja

- $a|m$
- $b|m$
- $\forall u : (a|v \wedge b|v => m|v)$

Secinajumi

- $d_1 \sim LKD(a, b) \wedge d_2 \sim LKD(a, b) => d_1 \sim d_2$
- $LKD(a, a) \sim a$
- $LKD(a, 0) \sim 0$
- $LKD(a, b) \sim LKD(a, b + a * c)$
- $LKD(a, LKD(b, c)) = LKD(LKD(a, b), c)$
- $LKD(a_1, a_2, ..., a_n)$
- $LKD(a, b) * MKD(a, b) = a * b$
- $LKD(a + b, MKD(a, b)) = LKD(a, b)$

Pirmējs (prime) elements : tāds p, ka $p|ab => p|a \vee p|b$.

Nereducejams elements (irreducable) – tads p, ka

4.2 Majas darbs I

5 Data processing

Girts Karnitis