二軸機械手臂系統參數鑑別 2022

一、 SYMORO 模型

1.1 安裝 SYMORO

- 詳見 1_1_Installing SYMORO\32 bit\安裝說明.docx

- SYMORO 介紹

  SYMORO 是一套用來計算機械手臂動態模型的開源軟體，在 Python 2.7 開發開源軟體，可在 Windows 或 Linux 上執行。只要輸入參數，就可以幫你計算出機械手臂的物理模型。

  但目前軟體好像沒有人在繼續維護，所以對應 python 的套件版本都停留在很久以前，要安裝的話要把對應的套件版本都安裝好，詳細可見安裝說明。

  參考文獻：W. Khalil, A. Vijayalingam, B. Khomutenko, I. Mukhanov, P. Lemoine and G. Ecorchard, "OpenSYMORO: An open-source software package for symbolic modelling of robots," 2014 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2014, pp. 1206-1211

- 關於 Python 3 版本(2021/07 更)

  到 SYMORO 的 GitHub 上，去 Pull request 看可以找到 Python 3 的版本，如此就可以使用 Anaconda 建環境，但是有些 bug 可能要改一下 python 程式。

  GitHub: https://github.com/symoro/symoro

1.2 建立 SYMORO 模型

- 過程詳見 1_2_SYMORO Model Constructing**SYMORO 動態模型建立說明文件 V3.docx**

- 機械手臂動力學方程式可表示為：

  $\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + F(\dot{\theta})$

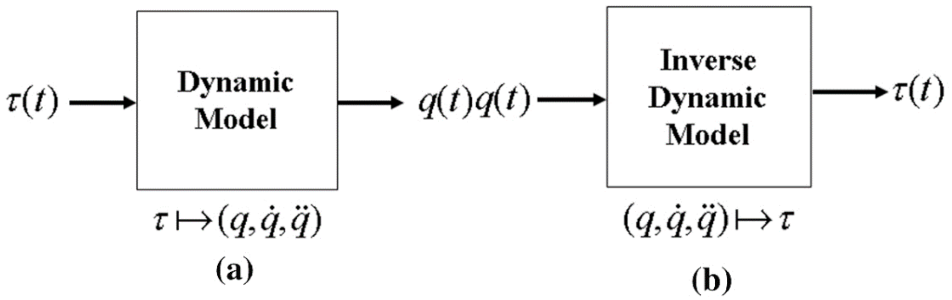
  其中 $M(q)\in\mathbb{R}^{2\times2}$ 為慣量矩陣，$C(q,\dot{q})\in\mathbb{R}^{2\times2}$ 為包含科氏力與離心力矩陣，

  $G(q)\in\mathbb{R}^{2\times1}$ 為重力矩陣，$F(\dot{q})\in\mathbb{R}^{2\times1}$ 為摩擦力矩陣， $\tau\in\mathbb{R}^{2\times1}$ 為關節轉矩向量。

  p.s. 在建立好的 SYMORO 矩陣中，$H(\theta)$ 即為慣量矩陣 $M(\theta)$，

  $GAM(\theta,\dot{\theta})$ 即為剩餘力項 $C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + F(\dot{\theta})$，而本次實驗機台為 SCARA 二軸機械手臂，前兩軸為水平放置，可忽略重力項。

- 在鑑別過程中需建立順向動力學模型(Direct Dynamics Model，DDM)與逆向動力學模型(Inverse Dynamics Model，IDM)



■ **IDM**, Inverse Dynamic Model

將動力學方程式的軸空間變數 $q,\dot{q},\ddot{q}$ 相同的項合併，得到一個簡化參數的 IDM 如下：

$$\tau = \varphi^T\Theta$$

其中 φ^T 為回歸矩陣，即是與軸空間變數有關的輸入矩陣，Θ 為簡化後的動態模型參數，也就是本篇需鑑別的參數。如此便可利用 RLS 等方法，對 IDM 模型做系統參數鑑別。

■ **DDM**, Direct Dynamic Model

做完系統參數鑑別後，若能得到 H 和 GAM 矩陣，便可藉由目前手臂的軸位置、軸關節速度和輸入力矩，去推估機械手臂的加速度，如下式

$$\ddot{\theta}=\mathrm{H}^{-1}(\theta)\left(GAM\left(\theta,\dot{\theta}\right)-\tau\right)$$

因此我們可以對機械手臂進行更精準地控制(如：前饋)，或是做重力補償、順應性等控制。

二、 激發軌跡設計

➢ 參考 2_Generating Excitation trajectories 以完成激發軌跡設計

設計激發軌跡(Excited Trajectory)之目的為在運動過程中激發機械手臂的動態特性，才能使得參數鑑別的結果較為準確。有多種方式能產生週期性的激發軌跡，而本篇使用有限傅立葉級數(Finite Fourier Series)產生激發軌跡，並且需在滿足限制條件下盡可能地激發機械手臂的系統動態。

2.1 激發軌跡條件限制

以有限傅立葉級數作為激發軌跡之位置、速度、加速度命令如下：

$$\begin{cases}\theta_{j,cmd}(t)=\sum_{k=1}^{N}a_{j,k}\left[\sin(\omega_k t)/\omega_k\right]+\sum_{k=1}^{N}b_{j,k}\left[\cos(\omega_k t)/\omega_k\right]+q_{j,0}\\ \dot{\theta}_{j,cmd}(t)=\sum_{k=1}^{N}a_{j,k}\left[\cos(\omega_k t)\right]+\sum_{k=1}^{N}b_{j,k}\left[\sin(\omega_k t)\right]\\ \ddot{\theta}_{j,cmd}(t)=\sum_{k=1}^{N}a_{j,k}\left[-\omega_k\sin(\omega_k t)\right]+\sum_{k=1}^{N}b_{j,k}\left[\omega_k\cos(\omega_k t)\right]\end{cases}$$

$$j=1,2,\ldots,n$$

其中

N	=	基本頻率數量	[-]
ω_k	=	基本頻率	[Hz]
$a_{j.k}, b_{j.k}$	=	係數	
$q_{j,0}$	=	初始角度	[rad]
n	=	關節數	

將激發軌跡表示成位置、速度、加速度化簡為與係數具有線性關係如下：

$$\begin{bmatrix}\theta_{j,cmd}\left(x_j\right)\\ \dot{\theta}_{j,cmd}\left(x_j\right)\\ \ddot{\theta}_{j,cmd}\left(x_j\right)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{\theta_{j,cmd}}\\ A_{\dot{\theta}_{j,cmd}}\\ A_{\ddot{\theta}_{j,cmd}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{j,1} & b_{j,1} & q_{j,0} & \cdots & a_{j,N} & b_{j,N}\end{bmatrix}^T \\ =A_j x_j,\ j=1,2,...,n \tag{1}$$

其中

$$x_j=\begin{bmatrix}a_{j,1} & b_{j,1} & q_{j,0} & \cdots & a_{j,N} & b_{j,N}\end{bmatrix}^T$$

$$\begin{cases}\theta_{j,cmd}\left(x_j\right)=\begin{bmatrix}\theta_{j,cmd}\left(t_0,x_j\right) & \cdots & \theta_{j,cmd}\left(t_f,x_j\right)\end{bmatrix}^T\\ \dot{\theta}_{j,cmd}\left(x_j\right)=\begin{bmatrix}\dot{\theta}_{j,cmd}\left(t_0,x_j\right) & \cdots & \dot{\theta}_{j,cmd}\left(t_f,x_j\right)\end{bmatrix}^T\\ \ddot{\theta}_{j,cmd}\left(x_j\right)=\begin{bmatrix}\ddot{\theta}_{j,cmd}\left(t_0,x_j\right) & \cdots & \ddot{\theta}_{j,cmd}\left(t_f,x_j\right)\end{bmatrix}^T\end{cases}$$

$$\begin{cases}A_{\theta_{j,cmd}}=\begin{bmatrix}\sin\left(\omega_1 t_0\right)/\omega_1 & -\cos\left(\omega_1 t_0\right)/\omega_1 & 1 & \cdots & \sin\left(\omega_N t_0\right)/\omega_N & -\cos\left(\omega_N t_0\right)/\omega_N\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ \sin\left(\omega_1 t_f\right)/\omega_1 & -\cos\left(\omega_1 t_f\right)/\omega_1 & 1 & \cdots & \sin\left(\omega_N t_f\right)/\omega_N & -\cos\left(\omega_N t_f\right)/\omega_N\end{bmatrix}\\ A_{\dot{\theta}_{j,cmd}}=\begin{bmatrix}\cos\left(\omega_1 t_0\right) & \sin\left(\omega_1 t_0\right) & 0 & \cdots & \cos\left(\omega_N t_0\right) & \sin\left(\omega_N t_0\right)\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ \cos\left(\omega_1 t_f\right) & \sin\left(\omega_1 t_f\right) & 0 & \cdots & \cos\left(\omega_N t_f\right) & \sin\left(\omega_N t_f\right)\end{bmatrix}\\ A_{\ddot{\theta}_{j,cmd}}=\begin{bmatrix}-\omega_1\sin\left(\omega_1 t_0\right) & \omega_1\cos\left(\omega_1 t_0\right) & 0 & \cdots & -\omega_N\sin\left(\omega_N t_0\right) & \omega_N\cos\left(\omega_N t_0\right)\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ -\omega_1\sin\left(\omega_1 t_f\right) & \omega_1\cos\left(\omega_1 t_f\right) & 0 & \cdots & -\omega_N\sin\left(\omega_N t_f\right) & \omega_N\cos\left(\omega_N t_f\right)\end{bmatrix}\end{cases}$$

選擇激發軌跡時需要對其位置命令、速度命令、加速度命令進行限制。其位置命令需要在機械手臂的工作範圍內，同時速度命令與加速度命令均要在限制範圍內，將上述關係進行整理之後便可以獲得不等式：

$$\begin{cases}\theta_{j,\min}\le\theta_{j,cmd}\left(t\right)\le\theta_{j,\max}\\ \left|\dot{\theta}_{j,cmd}\left(t\right)\right|\le\dot{\theta}_{j,\max}\\ \left|\ddot{\theta}_{j,cmd}\left(t\right)\right|\le\ddot{\theta}_{j,\max}\end{cases},\ j=1,2,...,n$$

代入式(1)可得下列不等式關係：

$$b_{j,\min}\le A_j x_j\le b_{j,\max},\ j=1,2,...,n$$

其中，$b_{j,min}=[\theta_{j,min}\quad \dot{\theta}_{j,min}\quad \ddot{\theta}_{j,min}]^T, b_{j,max}=[\theta_{j,max}\quad \dot{\theta}_{j,max}\quad \ddot{\theta}_{j,max}]^T$，並且擴增至機

械手臂之 n 軸激發軌跡，即可推導出下式：

$$\begin{bmatrix} b_{1,\min} \\ \vdots \\ b_{n,\min} \end{bmatrix} \le \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \le \begin{bmatrix} b_{1,\max} \\ \vdots \\ b_{n,\max} \end{bmatrix}$$

$$B_{\min} \le Ax \le B_{\max}$$

為確保位置、速度、加速度命令為週期性命令，因此其位置命令之起始位置與終止位置需保持一致，同時速度與加速度命令在命令起始點與命令終止點皆為0，並將上述關係進行整理後可獲得以下等式：

$$\begin{cases} \theta_{j,cmd}\left(t_0\right) = \theta_{j,cmd}\left(t_f\right) \\ \dot{\theta}_{j,cmd}\left(t_0\right) = \dot{\theta}_{j,cmd}\left(t_f\right) = 0,\ j = 1,2,\ldots,n \\ \ddot{\theta}_{j,cmd}\left(t_0\right) = \ddot{\theta}_{j,cmd}\left(t_f\right) = 0 \end{cases}$$

同樣代入式(1)可得下列等式關係：

$$\begin{bmatrix} 0_{1\times1} \\ 0_{2\times1} \\ 0_{2\times1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\theta_{j,cmd}} \\ C_{\dot{\theta}_{j,cmd}} \\ C_{\ddot{\theta}_{j,cmd}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{j,1} & b_{j,1} & q_{j,0} & \cdots & a_{j,N} & b_{j,N} \end{bmatrix}^T$$

$$0_{5\times1} = C_j x_j,\ j = 1,2,\ldots,n$$

其中

$$\begin{cases} C_{\theta_{j,cmd}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sin\left(\omega_1 t_0\right) - \sin\left(\omega_1 t_f\right)}{\omega_1} & \dfrac{-\cos\left(\omega_1 t_0\right) + \cos\left(\omega_1 t_f\right)}{\omega_1} & 0 & \cdots & \dfrac{\sin\left(\omega_N t_0\right) - \sin\left(\omega_N t_f\right)}{\omega_N} & \dfrac{-\cos\left(\omega_N t_0\right) + \cos\left(\omega_N t_f\right)}{\omega_N} \end{bmatrix} \\ C_{\dot{\theta}_{j,cmd}} = \begin{bmatrix} \cos\left(\omega_1 t_0\right) & \sin\left(\omega_1 t_0\right) & 0 & \cdots & \cos\left(\omega_N t_0\right) & \sin\left(\omega_N t_0\right) \\ \cos\left(\omega_1 t_f\right) & \sin\left(\omega_1 t_f\right) & 0 & \cdots & \cos\left(\omega_N t_f\right) & \sin\left(\omega_N t_f\right) \end{bmatrix} \\ C_{\ddot{\theta}_{j,cmd}} = \begin{bmatrix} -\omega_1 \sin\left(\omega_1 t_0\right) & \omega_1 \cos\left(\omega_1 t_0\right) & 0 & \cdots & -\omega_N \sin\left(\omega_N t_0\right) & \omega_N \cos\left(\omega_N t_0\right) \\ -\omega_1 \sin\left(\omega_1 t_f\right) & \omega_1 \cos\left(\omega_1 t_f\right) & 0 & \cdots & -\omega_N \sin\left(\omega_N t_f\right) & \omega_N \cos\left(\omega_N t_f\right) \end{bmatrix} \end{cases}$$

擴增至機械手臂之 n 軸激發軌跡，即可推導出下式：

$$\begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & C_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = 0_{5n\times1}$$

$$Cx = 0_{5n\times1}$$

2.2 激發軌跡最佳化

➢ 參考 2_Generating Excitation trajectories/OptimizationProblem.m

透過上述等式和不等式即可確保激發軌跡滿足機械手臂各軸的物理限制，但仍需確認此軌跡是否能激發出機械手臂的系統動態，因此通過使用迴歸矩陣之條件數對激發軌跡進行限制，而條件數(Condition Number)可以用來度量回歸矩陣對於數值計算的敏感性與穩定性，因此可用來檢測矩陣是否為病態系統。

當條件數越低就表示鑑別出來的參數的誤差越低，因此我們可以將此看作一個最佳化問題，而優化工具為通過 MATLAB 中開發之 fmincon 的非線性規劃求解器，最終可獲得一組 x：

$$x = \arg\min_{x}\left(cond\left(W\left(\theta_{cmd}(x),\dot{\theta}_{cmd}(x),\ddot{\theta}_{cmd}(x)\right)\right)\right)$$

$$s.t.\begin{cases} B_{\min} \le Ax \le B_{\max} \\ Cx = 0 \end{cases}$$

參考文獻：J. Swevers, C. Ganseman, J. De Schutter, H. Van Brussel, EXPERIMENTAL ROBOT IDENTIFICATION USING OPTIMISED PERIODIC TRAJECTORIES, Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 10, Issue 5, 1996, Pages 561-577,

三、 激發軌跡模擬

設計出軌跡後，需先模擬出實際甩動機械臂的動態，以確保不會超出空間限制(無論是軸空間還是卡式空間)。另外也要注意機械臂的某一軸是否有維持同一方向的情況，或是有太細微的甩動，會無法激發出機械臂的慣量。

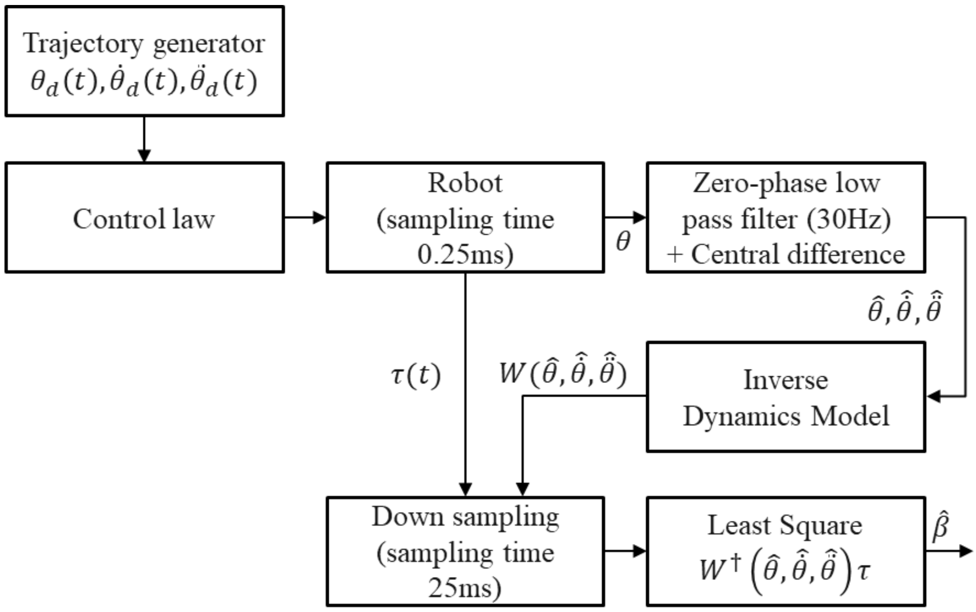
3.1 SCARA 機械手臂模擬

➢ 參考 3_robot simulation/Main.m

將規劃好的激發軌跡存成.txt 檔，並放到_robot simulation/Trajectory 資料夾中，並在 robot 上進行模擬，最後會取得 record.txt 檔即為進行參數鑑別所需資料。

3.2 參數鑑別

本篇會使用最小平方法(Least Squares)作為離線鑑別 IDM 簡化參數的方法。



IDIM-LS 是常見的鑑別方法，利用前面提到簡化的 IDM 模型 $\tau=\varphi^T\Theta$，可以將數據處理後的軸空間資訊和力矩輸出填入 τ 和 φ 中，再利用最小平方法(least-square)就可求得簡化的參數 Θ。另外可以再利用加權最小平方法(weighted least-square)，將權重設為原本 LS 和真實輸出誤差的倒數(即誤差越大權重越小)，求得更準確的參數值。

參考文獻：M. Gautier, W. Khalil, and P. P. Restrepo, “Identification of the dynamic parameters of a closed-loop robot,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, 1995, pp. 3045–3050.

P.S. 上述的取樣時間需參考2_Generating Excitation trajectories / parameter.m

四、 激發軌跡實作

本部分和模擬步驟大致相同，將激發軌跡傳至機台作實驗，機械手臂控制器為簡單的 PD-like controller。(和模擬相同)

經由機台回傳資訊只有軸位置和控制力矩，同時會有雜訊產生，因此需做數據處理。

4.1 數據處理

產生每個取樣時間的力矩命令以及軸位置數據檔，用以參數鑑別，因為鑑別軌跡是週期性的，可以跑很多次，在之後處理資料時將多次的數據做平均，以得到較佳的數據。

因為只有軸位置命令，需先將軸位置經過 Butterworth 濾波器做零相位濾波後(可用 matlab 的 butterworth 和 filtfilt 函數，頻寬根據經驗法則是 10 倍的系統動態頻率)，再利用中央差分法得到軸速度和軸加速度，最後將軸空間資訊代入到

先前的回歸矩陣 W。

此時因為 W 矩陣中含有 sin 和 cos 會使得 W 出現更高頻，且力矩數據也尚未做濾波，為了將兩者頻寬一致，我們設定 nd 個數據做一次平行抽取濾波(可用 matlab 的 decimate)，除了可以濾掉兩者的高頻雜訊(8 階 Chebyshev 濾波器)，也能減少之後做鑑別的參數資料量，因為太接近的數據不需要這麼多。

- 經由數據處理後的資訊，同樣也是使用 **3.2** 方法進行參數鑑別。

五、 模型驗證

5.1 驗證模型

設計一個新軌跡，利用 CTC(computed torque control)或是阻抗控制(impedance control)等方法，進行循跡控制。

5.2 分離模型中各項

利用 SYMORO 得到之模型僅有慣量 H 以及剩餘力項 GAM 兩個矩陣，利用鑑別出的基本參數可以帶入得到慣量矩陣的真實值，而 GAM 則要利用一些方法去分離出摩擦力 F、重力 G、科氏力與向心力 C。

$$\tau = H(\theta)\ddot{\theta} + C\left(\theta,\dot{\theta}\right)\dot{\theta} + G(\theta) + F\left(\dot{\theta}\right)$$

1. 摩擦力

摩擦力為最容易分離的，直接從 GAM 找出黏滯摩擦力 fv 和庫倫摩擦力 fc 項即可。

2. 重力

重力可以透過將$\ddot{\theta}$設為 0，如此一來剩餘力項即是重力項。

3. 向心力

如果僅僅將剩餘力項扣掉摩擦力和重力，只能得到 此項，但若要得到矩陣，則必須利用反對稱矩陣$\dot{M} = C + C^T = 0$求解。