

DOI:10.16652/j.issn.1004-373x.2020.19.003

一个新四翼高维超混沌系统的 复杂动力学行为研究与仿真

师东生¹, 石 炜²

(1.内蒙古科技大学 信息工程学院, 内蒙古 包头 014010; 2.内蒙古科技大学 机械工程学院, 内蒙古 包头 014010)

摘 要:文中构建了一个新的五维超混沌系统,该系统在 $x-z$ 方向和 $x-w$ 方向上均具有四翼特征。通过在Lyapunov指数、庞加莱截面图、分岔图以及频谱图等方面的仿真与分析,确定具有四翼吸引子的超混沌系统具有更高的Lyapunov指数。迭代生成的序列值分布更为均匀、离散,表明新构建的超混沌系统具有更为复杂的动力学行为,拥有更宽的频谱带宽,在通信、信息安全等领域具有更为广阔的应用前景。

关键词:高维超混沌系统; 动力学行为; 四翼吸引子; Lyapunov指数分析; 庞加莱截面分析; 功率谱分析

中图分类号: TN911.7-34

文献标识码: A

文章编号: 1004-373X(2020)19-0010-04

Research and simulation of complex dynamic behavior of new four-wing high-dimensional hyperchaotic system

SHI Dongsheng¹, SHI Wei²

(1. School of Information Engineering, Inner Mongolia University of Science & Technology, Baotou 014010, China;

2. School of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Science and Technology, Baotou 014010, China)

Abstracts: A new five - dimensional hyperchaotic system is constructed in this paper. The system has four - wing characteristics in both $x-z$ and $x-w$ directions. By simulation and analysis of Lyapunov exponent, Poincare section, bifurcation diagram and frequency spectrum, it is determined that the hyperchaotic chaotic system with four - wing attractor has higher Lyapunov exponents, and the sequence values generated by iteration are more uniform and discrete. The analysis results show that the newly-constructed hyperchaotic system has more complex dynamic behavior and broader spectrum bandwidth, and has a wider application prospect in communication, information security and other fields.

Keywords: high-dimensional hyperchaotic system; dynamic behavior; four-wing attractor; Lyapunov exponent analysis; Poincare section analysis; power spectrum analysis

0 引 言

自1963年美国气象学家Lorenz发现了第一个三维混沌系统——Lorenz系统以来,诸多学者致力于混沌系统的研究,并相继推出了许多著名的混沌系统,如:Chen系统、Sprott系统、Lü系统等。由于混沌系统具有遍历性、有界性、初值敏感性等特点^[1],因而被广泛地应用于信号处理、信息安全、生物技术等领域。近几年来,学者们研究发现:低维(三维及以下)的混沌系统由于大都具有少而偏低的Lyapunov指数,从而容易导致混沌系统的动力学行为过于简单,在信息安全领域会导致密钥空间偏小、周期窗稳定等缺陷^[2-5];高维混沌系统(五维及以上)

由于正的Lyapunov指数多于2个,因而复杂性更高、鲁棒性更强,在信息安全领域具有更高的可靠性。而具有四翼蝴蝶混沌吸引子的混沌系统具有更为复杂的动力学行为,在信息安全方面具有更高的安全性,于是更多的四翼混沌系统应运而生并得到广泛应用,如:三维四翼混沌系统^[6-8]、四翼超混沌系统^[9-13]、分数阶四翼混沌系统等^[14-15]。

本文构建了一个新的五维超混沌系统,该系统在 $x-z$ 以及 $x-w$ 方向上均具有四翼特征,通过对Lyapunov指数、分岔图、庞加莱截面和功率谱等方面的仿真研究,确定该超混沌系统具有较高的Lyapunov指数和更为复杂的动力学行为。

收稿日期:2020-02-27

修回日期:2020-03-17

基金项目:内蒙古自治区自然科学基金资助项目(2018LH05024);内蒙古自治区高等学校科学技术研究项目(NJZY18149)

1 新五维超混沌系统

新五维超混沌系统如式(1)所示:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x) - dz - ku \\ \dot{y} = b(x+y) - dz - xzw \\ \dot{z} = ey - cz + xyw \\ \dot{w} = xyz - dw \\ \dot{u} = ryz + pu \end{cases} \quad (1)$$

式(1)部分三维相图和平面相图如图1所示,图2为时间序列图。

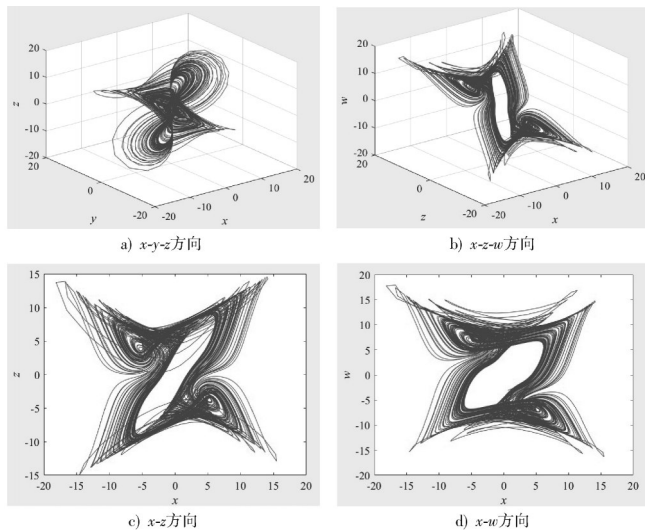


图1 系统相图

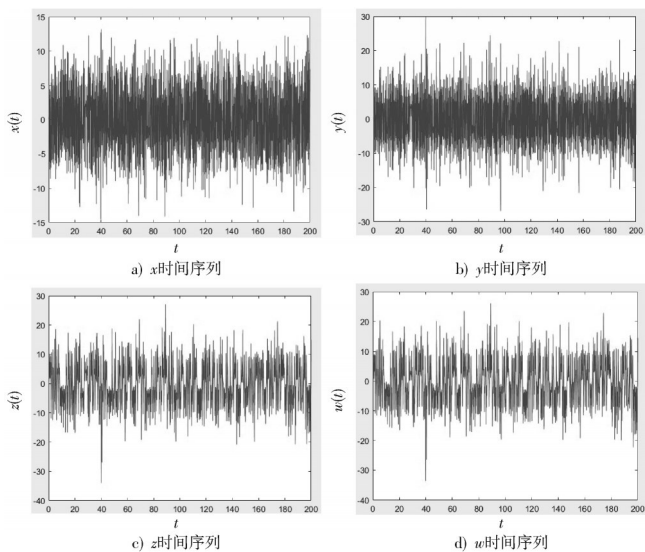


图2 时间序列图

2 动力学行为分析与仿真

2.1 耗散性

对于式(1),当 $a=35, b=13, c=10, d=12, e=10,$

$k=0.01, r=0.001, p=-0.001$ 时,有 $\Delta V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} +$

$\frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial w} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial u} = -a + b - c - d + p = -44.001 < 0$,根据耗散性理论可知,式(1)将以指数 $e^{\Delta V}$ 速度收敛,当 $t \rightarrow \infty$ 时,包含系统轨线的每个体积元 V 将以 $e^{\Delta V}$ 的速率趋近于零,所以式(1)为耗散性系统。

2.2 平衡点分析

根据式(1),令 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = \dot{w} = 0$,得到:

$$\begin{cases} a(y-x) - dz - ku = 0 \\ b(x+y) - dz - xzw = 0 \\ ey - cz + xyw = 0 \\ xyz - dw = 0 \\ ryz + pu = 0 \end{cases} \quad (2)$$

解得平衡点 $P(x, y, z, w, u)$ 的解为 $(0, 0, 0, 0, 0)$,在此平衡点的 Jacobian 矩阵为:

$$J = \begin{bmatrix} -a & a & -d & 0 & -k \\ b & b & -d & 0 & 0 \\ 0 & e & -c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p \end{bmatrix} \quad (3)$$

求解行列式 $|\lambda I - J|$,其中 I 为五维的单位矩阵,解得5个特征根: $\lambda_1 = -42.9186, \lambda_2 = 14.3881, \lambda_3 = -4.4695, \lambda_4 = -12, \lambda_5 = -0.001$ 。根据 Routh-hurwitz 条件:系统稳定的充分必要条件是它的所有特征根均为负实数或具有负的实数部分。其中, λ_2 为正实根,因此可判定平衡点 P 为不稳定的鞍点。

2.3 Lyapunov 指数与分岔图

Lyapunov 指数刻画了在相空间里系统两条相邻的轨道之间收敛和发散的平均指数率^[16]。正的 Lyapunov 指数是引起混沌吸引子局部不稳定的根源,它导致两个初始值所产生的两条轨道随时间以指数方式分离,由于系统是耗散的,所以混沌系统会变得局部不稳定而整体稳定^[17]。

对于五维的系统来说,当指数满足: $0 > L_1 > L_2 > L_3 > L_4 > L_5$ 时,系统表现为不动点;当 $L_1 = 0$ 且 $0 > L_2 > L_3 > L_4 > L_5$ 时,系统表现为周期运动;当 $L_1 = L_2 = 0$ 且 $0 > L_3 > L_4 > L_5$ 时,系统表现为拟周期运动;当 $L_1 > 0, L_2 = 0$ 且 $0 > L_3 > L_4 > L_5$ 时,系统表现为混沌状态;当 $L_1 > L_2 > 0, L_3 = 0$ 且 $L_4 < L_5 < 0$ 时,或者,当 $L_1 > L_2 > L_3 > 0, L_4 = 0$ 且 $L_5 < 0$ 时,系统表现为超混沌状态。

当 $a=35, b=13, c=10, d=12, e=10, k=0.01, r=0.001, p=-0.001$ 时,式(1)的5个 Lyapunov 指数分别为: $L_1=14.6035, L_2=7.9488, L_3=-0.0005, L_4=-22.9141, L_5=-23.5037$,具有2个正的 Lyapunov 指数,说明式(1)处于超混沌状态, Lyapunov 指数谱如图3所示。

分别取参数 a, c, d 为研究对象,其中, $a \in [20, 100], c \in [2, 20], d \in [2, 30]$,图4~图6为随各参数变化的 Lyapunov 指数谱和分岔图。

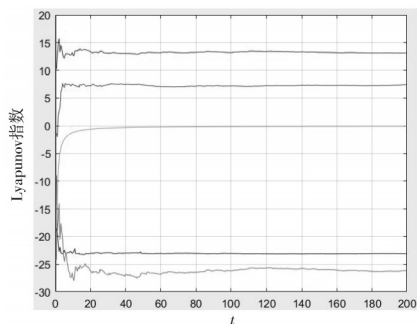
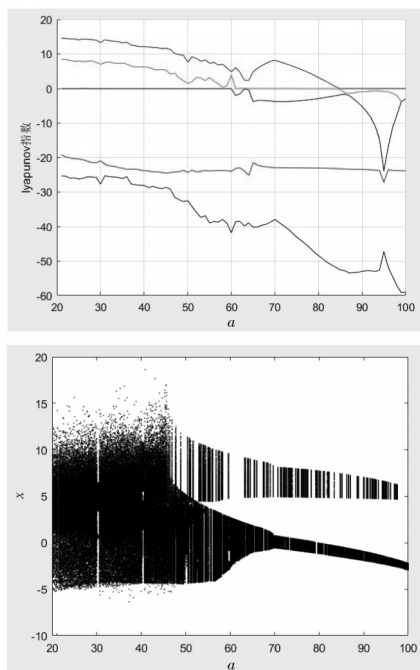
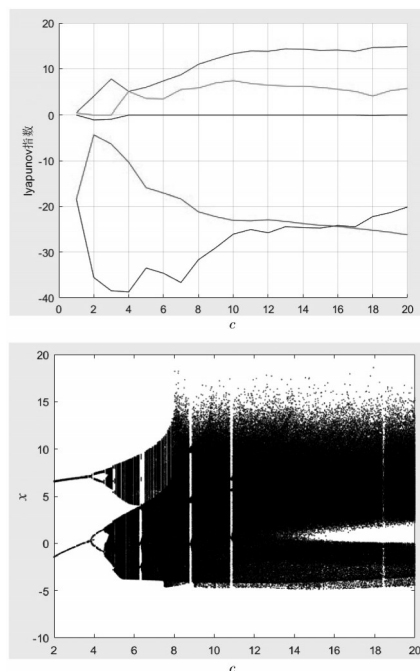
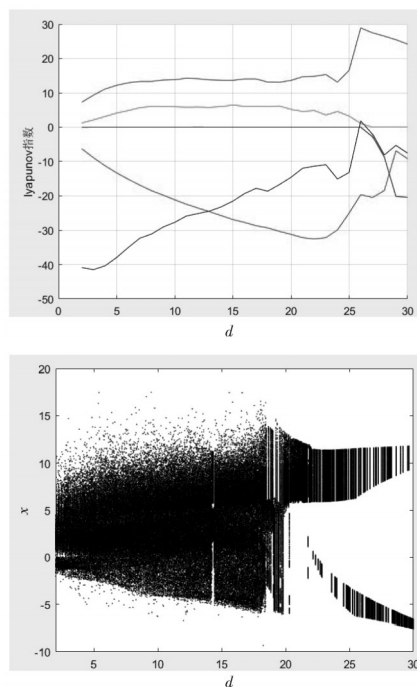


图3 Lyapunov 指数谱图

图4 随参数 a 变化的 Lyapunov 指数谱及分岔图图5 随参数 c 变化的 Lyapunov 指数谱和分岔图图6 随参数 d 变化的 Lyapunov 指数谱和分岔图

从图4~图6中可见,当参数 $a \in [20, 60)$, 具有2个正的 Lyapunov 指数, 系统为超混沌状态; 当 $a \in [60, 85)$ 时, 有1个正的 Lyapunov 指数, 系统为混沌状态; 当 $a \in [85, 100]$ 时, 最大的 Lyapunov 指数为0, 系统为周期运动状态。当 $c \in [6, 20]$ 时, 具有2个正的 Lyapunov 指数, 为超混沌状态。当 $d \in [2, 26]$ 时, 具有2个正的 Lyapunov 指数, 为超混沌状态; 当 $d \in [27, 30]$ 时, 只有1个正的 Lyapunov 指数, 为混沌状态。

分岔图用来表示当某一参数变化时, 系统随之发生变化的图示。从图4~图6可见, 当具有正的 Lyapunov 指数时, 分岔图也随之呈密集分布状态, 与式(1)的混沌或超混沌状态相吻合。

2.4 庞加莱截面分析

当庞加莱截面上出现 k 个离散的点时, 说明系统是 k 周期运动的; 当截面出现一条封闭曲线时, 说明系统是拟周期运动的; 当截面出现成片、并具有分形特征的大量截点时, 说明系统处于混沌状态。

图7为 x - z 方向和 x - w 方向的庞加莱截面图, 截面图上均出现了由大量截点构成的具有分形结构的叶片, 这些叶片穿越上下吸引界限, 从而形成四翼混沌吸引子。

2.5 频谱分析

功率谱是将 Fourier 变化应用到相空间的坐标中得到的系统二维图形表述。若系统为混沌运动, 则呈现连续的谱线, 同时可看到噪声背景和宽峰, 并会观测到尖峰^[16]。

图8为关于 x, y 分量的功率谱图, 可见式(1)的频谱带宽明显宽于三维 Chen 系统和三维 Lorenz 系统的频谱

带宽,此特性非常有利于在信息加密等领域的应用。

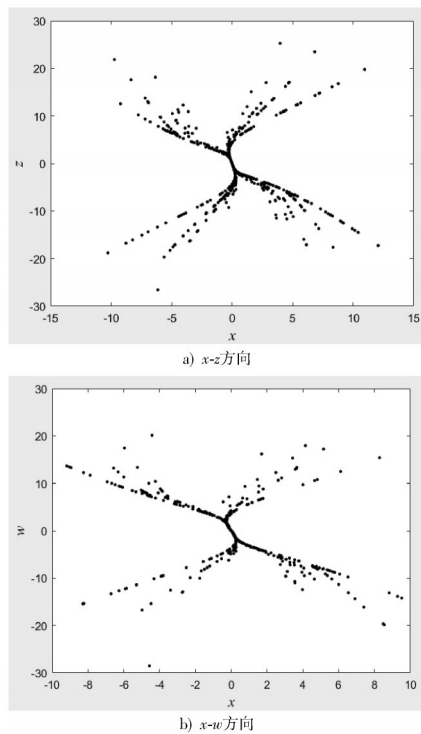


图7 庞加莱截面图

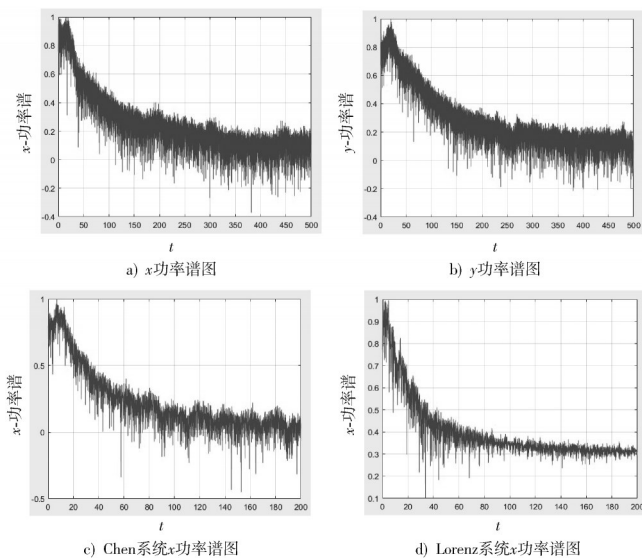


图8 功率谱图

3 结 语

通过对新构建的五维超混沌系统进行仿真测试,发现该系统在 x - z 方向和 x - w 方向上均具有四翼特征,而且具有较高的Lyapunov指数,说明该系统具有更为复杂的动力学行为;其时间序列图也表明了该系统迭代生成的值分布均匀而密集,离散性强;功率谱图也展示了其

具有更为宽厚的频谱带宽,说明该系统在信号处理、信息安全等方面具有更为良好的应用前景。

参 考 文 献

- [1] 赵慧,赖强.新三维混沌系统的复杂动力学分析[J].华中师范大学学报(自然科学版),2017,51(2):155-161.
- [2] 朱淑芹,李俊青.一种混沌图像加密算法的选择明文攻击和改进[J].计算机工程与应用,2017,53(24):113-121.
- [3] 朱淑芹,李俊青,王文宏.对改进的基于DNA编码和混沌的图像加密算法的安全性分析[J].计算机应用研究,2017,34(10):3090-3093.
- [4] 朱淑芹,王文宏,李俊青.对像素置乱和比特替换混沌图像算法的破解[J].计算机应用,2017,37(z2):44-47.
- [5] 朱淑芹,王文宏,孙忠贵.对一种混沌图像加密算法的安全分析和改进[J].计算机工程与应用,2019,55(1):115-122.
- [6] 鲍慧玲,薛华.一个三维四翼混沌系统的分岔分析及其电路实现[J].合肥工业大学(自然科学版),2014,37(1):155-158.
- [7] 齐芳,张晓丹,聂少敏,等.一类3D四翼倍增混沌系统及Hash函数算法[J].济南大学学报(自然科学版),2016,30(3):195-202.
- [8] WANG Zhen, VOLOS C, KINGNI S T, et al. Four-wing attractors in a novel chaotic system with hyperbolic sine nonlinearity [J]. Optik, 2017, 131: 1071-1078.
- [9] DARAS S, MOMENI H R, QI Guoyuan, et al. Four-wing hyperchaotic attractor generated from a new 4D system with one equilibrium and its fractional-order form [J]. Nonlinear dynamics, 2012, 67: 1167-1173.
- [10] 屈双惠,容旭巍,吴淑花,等.一个四翼超混沌系统的电路实现及其同步控制[J].华中师范大学学报(自然科学版),2013,47(2):189-194.
- [11] 杜文举,俞建宁,张建刚,等.一个新四维混沌系统的分岔分析[J].东北师大学报(自然科学版),2014,46(1):80-87.
- [12] 彭再平,王春华,林愿,等.一种新型的四维多翼超混沌吸引子及其在图像加密中的研究[J].物理学报,2014(24):97-106.
- [13] YU Fei, GAO Lei, GU Ke, et al. A fully qualified four-wing four-dimensional autonomous chaotic system and its synchronization [J]. Optik, 2017, 131: 79-88.
- [14] 屈双惠,张彩霞,杨志宏,等.分数阶四翼超混沌系统和分数阶Chen系统的异结构同步[J].四川大学学报(自然科学版),2014,51(1):131-136.
- [15] 杨志宏,屈双惠,吴淑花,等.一分数阶四翼超混沌系统的同步控制[J].合肥工业大学学报(自然科学版),2015(6):857-860.
- [16] 陈春涛.一类Lorenz-5D超混沌系统的复杂动力学行为研究[D].广州:华南理工大学,2015.
- [17] 战凯,姜文刚.一个新四翼超混沌系统及其在图像加密中的应用[J].计算机工程与应用,2017,53(12):36-44.

作者简介:师东生(1970—),男,内蒙古包头人,硕士,副教授,主要研究方向为模式识别、图像处理、数据挖掘。

石 炜(1971—),男,甘肃白银人,博士,副教授,硕士生导师,主要研究方向为机器视觉、机械诊断。